

Họ, tên học sinh:.....
Số báo danh:

Mã đề thi
135

Câu 1: Cho khối trụ có bán kính đáy $a\sqrt{3}$ và chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của nó là

- A. $4\pi a^3\sqrt{2}$. B. $9a^3\sqrt{3}$. C. $6\pi a^3\sqrt{3}$. D. $6\pi a^2\sqrt{3}$.

Câu 2: Tính mô đun của số phức $z = 4 - 3i$.

- A. $|z| = 25$. B. $|z| = \sqrt{7}$. C. $|z| = 7$. D. $|z| = 5$.

Câu 3: Trong không gian (Oxyz), cho mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(5; -1; 1), B(3; 1; -1)$ và song song với trục Ox. Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. (P): $x + y = 0$. B. (P): $x + y + z = 0$. C. (P): $y + z = 0$. D. (P): $x + z = 0$.

Câu 4: Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$.

- A. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1$. B. Tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 1$.
C. Tiệm cận đứng $y = 1$, tiệm cận ngang $x = 0$. D. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 5: Trong không gian (Oxyz), cho đường thẳng d có phương trình tham số $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$. Khi

đó, phương trình chính tắc của d là

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$. B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$. C. $x-2 = y = z+3$. D. $x+2 = y = z-3$.

Câu 6: Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó là

- A. C_{10}^2 . B. A_{10}^2 . C. 10^2 . D. A_{10}^8 .

Câu 7: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$-$
y	$-\infty$	3	-1	3	$-\infty$

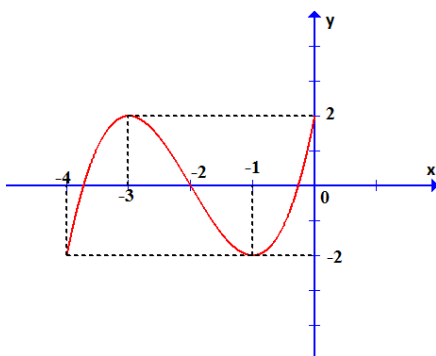
Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -2)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 2)$. D. $(-2; 0)$.

Câu 8: Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x - 1$.

- A. $F(x) = x^2 + x$. B. $F(x) = \frac{x^2}{2} + x$. C. $F(x) = \frac{x^2}{2} - x$. D. $F(x) = x^2 - x$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-4; 0]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



- A. $x = -1$. B. $x = -3$. C. $x = 2$. D. $x = -2$.

Câu 10: Cho $a > 0$, $a \neq 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là tập \mathbb{R} .
 B. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R} .
 C. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R} .
 D. Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 11: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^{3x-1}$ là

- A. $f'(x) = 2^{3x-1} \cdot \log 2$ B. $f'(x) = 2^{3x-1} \cdot \ln 2$ C. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1} \cdot \ln 2$ D. $f'(x) = (3x-1) \cdot 2^{3x-2}$

Câu 12: Tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng

$(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

- A. $(1; 0; 1)$. B. $(0; 0; -2)$. C. $(1; 1; 6)$. D. $(12; 9; 1)$.

Câu 13: Đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là

- A. $y' = 2 \cos x$. B. $y' = -2 \cos 2x$. C. $y' = 2 \cos 2x$. D. $y' = \cos 2x$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức:

- A. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$. B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. C. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$. D. $V = \int_a^b S(x) dx$.

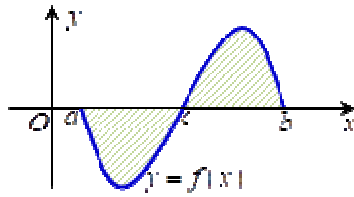
Câu 15: Khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của cạnh AB . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào **sai**?

- A. $V_{ABCC'} = V_{A'BCC'}$. B. $V_{A'B'C'C} = V_{MA'B'C'}$. C. $V_{MA'B'C'} = V_{A'ABC}$. D. $V_{MA'B'C'} = \frac{1}{2} V_{AA'B'C'}$.

Câu 16: Mô đun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1-i)^2$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 2. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 17: Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?



A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$

Câu 18: Với giá trị nào của x thì hàm số $y = 2^{2\log_3 x - \log_3^2 x}$ đạt giá trị lớn nhất?

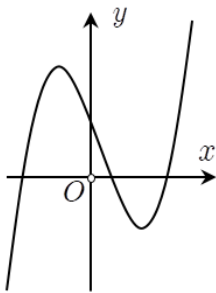
A. $\sqrt{2}.$

B. 3.

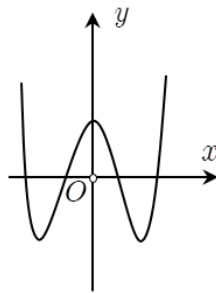
C. 1.

D. 2.

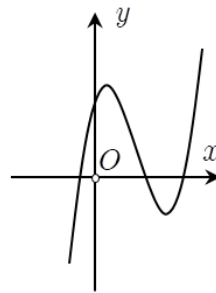
Câu 19: Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ với $c < 0$ có đồ thị (C) là một trong bốn hình dưới đây:



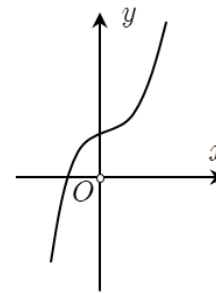
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hỏi đồ thị (C) là hình nào?

A. Hình 1.

B. Hình 2.

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Câu 20: Hàm số $y = 2x^3 - x^2 + x + 2$ cắt parabol $y = -6x^2 - 4x - 4$ tại một điểm duy nhất. Ký hiệu (x_0, y_0) là tọa độ điểm đó. Tính giá trị biểu thức $x_0 + y_0$.

A. 1.

B. -1.

C. -22.

D. 4.

Câu 21: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó tỷ số thể tích của khối đa diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{1}{4}.$

C. $\frac{1}{6}.$

D. $\frac{1}{8}.$

Câu 22: Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z , N là điểm biểu diễn số phức w trong mặt phẳng tọa độ. Biết N là điểm đối xứng với M qua trục Oy (M, N không thuộc các trục tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $w = -z.$

B. $w = -\bar{z}.$

C. $w = \bar{z}.$

D. $|w| > |z|.$

Câu 23: Hỏi phương trình $3 \cdot 2^x + 4 \cdot 3^x + 5 \cdot 4^x = 6 \cdot 5^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 24: Bán kính mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d : \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$

A. $\sqrt{14}.$

B. 14.

C. $\sqrt{7}.$

D. 7.

Câu 25: Đáy của một hình chóp là hình vuông có diện tích bằng 4. Các mặt bên của nó là những tam giác đều. Thể tích của khối chóp là

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 26: Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ khi

A. $m \leq \frac{1}{4}$.

B. $m \geq \frac{1}{4}$.

C. $m > \frac{1}{4}$.

D. $m < \frac{1}{4}$.

Câu 27: Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón tròn xoay còn ba đỉnh còn lại của tứ diện nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón là

A. $\pi a^2 \sqrt{2}$.

B. $\frac{1}{3} \pi a^2 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{1}{2} \pi a^2 \sqrt{3}$.

Câu 28: Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(2x+1)$.

A. $S = \{0\}$.

B. $S = \{2\}$.

C. $S = \{-2\}$.

D. $S = \emptyset$.

Câu 29: Phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và cắt mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 6 = 0$ theo đường tròn có bán kính bằng 3 là

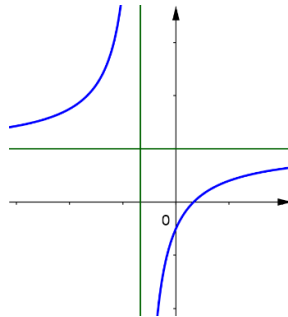
A. $x + y = 0$.

B. $x - y = 0$.

C. $x + 2y = 0$.

D. $x - 2y = 0$.

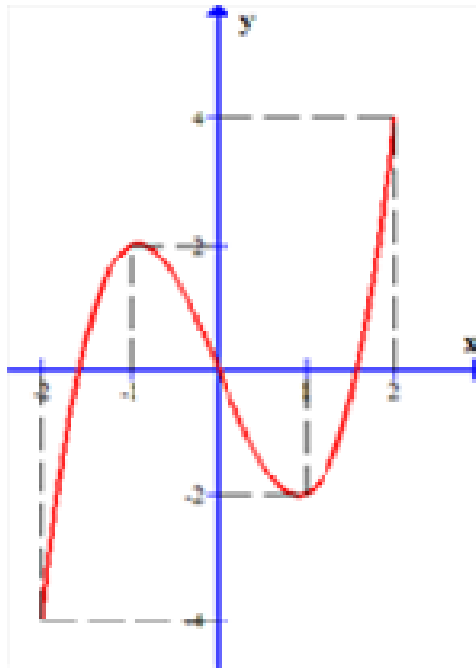
Câu 30: Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ad > 0$ và $bd > 0$. B. $ad > 0$ và $ab < 0$. C. $bd < 0$ và $ab > 0$. D. $ad < 0$ và $ab < 0$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau.



Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A.** $\min_{[-2;2]} f(x) = -4$.
B. $\min_{[-2;2]} f(x) = 1$.
C. $\max_{[-2;2]} f(x) = 2$.
D. $\min_{[-2;2]} f(x) = -2$.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$

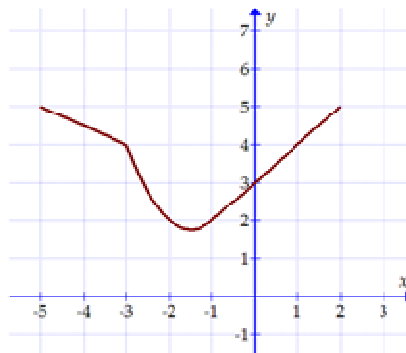
Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

- A.** 3
B. 2
C. 1
D. 0

Câu 33: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x \ln x$ tại điểm có hoành độ bằng e là

- A.** $y = 2x + 3e$.
B. $y = 2x - e$.
C. $y = ex - 2e$.
D. $y = x + e$.

Câu 34: Cho hàm số $f(x)$ liên tục có đồ thị như hình bên dưới.



Biết $F'(x) = f(x), \forall x \in [-5; 2]$ và $\int_{-3}^{-1} f(x) dx = \frac{14}{3}$. Tính $F(2) - F(-5)$.

A. $-\frac{145}{6}$.

B. $-\frac{89}{6}$.

C. $\frac{145}{6}$.

D. $\frac{89}{6}$.

Câu 35: Cho hàm $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ là hàm liên tục thỏa mãn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(f(x))^2 - 2f(x)(\sin x - \cos x) \right] dx = 1 - \frac{\pi}{2}$$

Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = -1$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 1$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 2$.

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 0$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S) : (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo ba giao tuyến là các đường tròn (C_1) , (C_2) , (C_3) . Tổng bán kính của ba đường tròn (C_1) , (C_2) , (C_3) là

A. 6.

B. $4 + \sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $2 + 2\sqrt{3}$.

Câu 37: Giá trị k thỏa mãn đường thẳng $d : y = kx + k$ cắt đồ thị $(H) : y = \frac{x-4}{2x-2}$ tại 2 điểm phân biệt A, B cùng cách đều đường thẳng $y = 0$. Khi đó k thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

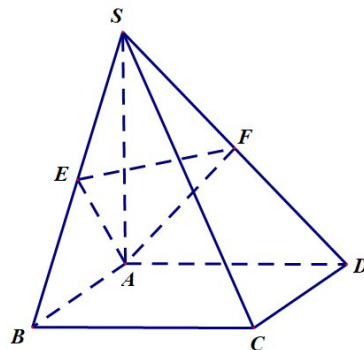
A. $(-2; -1)$.

B. $(1; 2)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB, SD . Cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là



A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 39: Cho đồ thị $(C) : y = \sqrt{x}$. Gọi M là điểm thuộc (C) , $A(9;0)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , đường thẳng $x = 9$ và trục hoành; S_2 là diện tích tam giác OMA . Tọa độ điểm M để $S_1 = 2S_2$ là

A. $M(3; \sqrt{3})$.

B. $M(4; 2)$.

C. $M(6; \sqrt{6})$.

D. $M(9; 3)$.

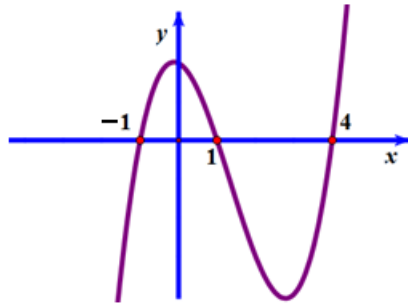
Câu 40: Cho tứ diện $ABCD$ có DA vuông góc $mp(ABC)$, DB vuông góc BC , $AD = AB = BC = a$. Ký hiệu V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của hình tròn xoay sinh bởi tam giác ABD khi quay quanh AD , tam giác ABC khi quay quanh AB , tam giác DBC khi quay quanh BC . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $V_1 + V_2 = V_3$. B. $V_1 + V_3 = V_2$. C. $V_2 + V_3 = V_1$. D. $V_1 = V_2 = V_3$.

Câu 41: Các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2019$ có 5 điểm cực trị là

- A. $m < -2$. B. $-2 < m < 0$ C. $0 < m < 3$. D. $m > 3$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(1-x^2)$ nghịch biến trên khoảng

- A. $(0;1)$. B. $(0;2)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(1;+\infty)$.

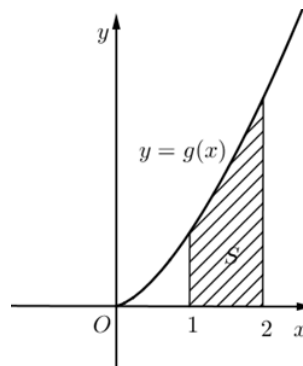
Câu 43: Gọi S là tập hợp các số phức thỏa $|z-3| + |z+3| = 10$. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc S có mô đun nhỏ nhất. Giá trị biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$ là

- A. 16. B. -16. C. 32. D. -32.

Câu 44: Cho các số phức z và w thỏa mãn $(3-i)|z| = \frac{z}{w-1} + 1-i$. Tìm giá trị lớn nhất $T = |w+i|$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. C. 2. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và hàm số $y = g(x) = xf(x^2)$ có đồ thị trên đoạn $[0;2]$ như hình vẽ.



Biết diện tích miền tô màu là $S = \frac{5}{2}$, tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = \frac{5}{2}$. C. $I = \frac{5}{4}$. D. $I = 10$.

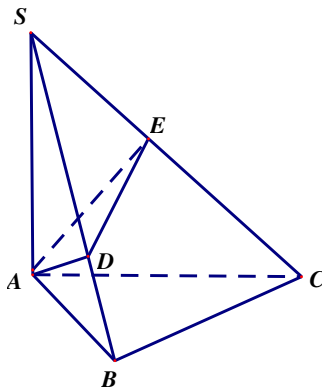
Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua điểm $M(2;5;-2)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng $(\alpha): x=1, (\beta): y=1, (\gamma): z=-1$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

- A. 4. B. $3\sqrt{2}$ C. 1 D. 3

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0), B(0;3;0); C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $M(-1;-2;1)$ B. $(4;3;7)$ C. $(3;4;3)$ D. $(5;7;3)$

Câu 48: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, SA vuông góc mặt đáy (ABC) , $BC = a$, góc hợp bởi (SBC) và (ABC) là 60° . Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với SC cắt SB, SC lần lượt tại D, E . Thể tích khối đa diện $ABCED$ là



- A. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{40}$ B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{11a^3\sqrt{3}}{120}$ D. $\frac{11a^3\sqrt{3}}{60}$

Câu 49: Tập các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(3x-1) - \frac{m}{x} + 2$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

- A. $\left[\frac{2}{9}; +\infty\right)$ B. $\left[-\frac{7}{3}; +\infty\right)$ C. $\left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$ D. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$

Câu 50: Hai mươi lăm em học sinh lớp 12A được xếp ngồi vào một vòng tròn trong đêm lửa trại. Ba em học sinh được chọn (xác suất được lựa chọn đối với mỗi em là như nhau) và cử tham gia một trò chơi. Xác suất để ít nhất hai trong ba em học sinh được chọn ngồi cạnh nhau là

- A. $\frac{11}{46}$ B. $\frac{1}{92}$ C. $\frac{6}{23}$ D. $\frac{1}{4}$

----- HẾT -----

1. NHẬN BIẾT(15)

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

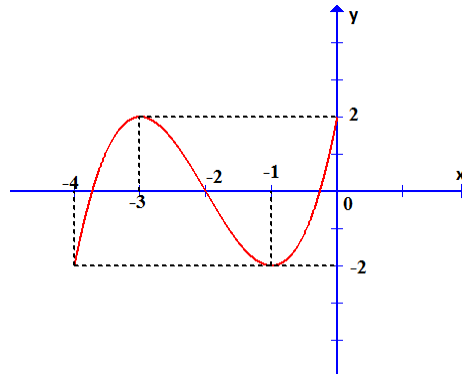
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y			3		-1		3		

$-\infty$ \nearrow 3 \searrow -1 \nearrow 3 \searrow $-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-2; 0)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(0; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-4; 0]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?



- A.** $x = -3$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 3. Tìm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$.

- A.** Tiệm cận đứng $y = 1$, tiệm cận ngang $x = 0$.
B. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 1$.
C. Tiệm cận đứng $x = 0$, tiệm cận ngang $y = 1$.
D. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 4. Cho $a > 0$, $a \neq 1$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

- A.** Tập xác định của hàm số $y = a^x$ là khoảng $(0; +\infty)$.

- B. Tập giá trị của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R} .
- C. Tập giá trị của hàm số $y = a^x$ là tập \mathbb{R} .
- D. Tập xác định của hàm số $y = \log_a x$ là tập \mathbb{R} .

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 5. Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^{3x-1}$ là

- A. $f'(x) = 2^{3x-1} \cdot \ln 2$
- B. $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1} \cdot \ln 2$
- C. $f'(x) = 2^{3x-1} \cdot \log 2$
- D. $f'(x) = (3x-1) \cdot 2^{3x-2}$

Hướng dẫn giải

Nhớ $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$

Ta có $f'(x) = 3 \cdot 2^{3x-1} \cdot \ln 2$

Chọn B.

Câu 6. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x - 1$.

- A. $F(x) = x^2 + x$. B. $F(x) = \frac{x^2}{2} - x$. **C.** $F(x) = x^2 - x$. D.

$$F(x) = \frac{x^2}{2} + x.$$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được cho bởi công thức:

- A. $V = \pi \int_a^b [S(x)]^2 dx$. B. $V = \int_a^b [S(x)]^2 dx$. **C.** $V = \int_a^b S(x) dx$. D.

$$V = \pi \int_a^b S(x) dx.$$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 8. Tính mô đun của số phức $z = 4 - 3i$.

- A. $|z| = 7$. B. $|z| = \sqrt{7}$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = 25$.

Hướng dẫn giải

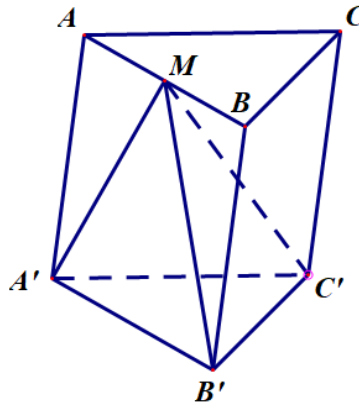
Chọn C.

$$|z| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5$$

Câu 9. Khối lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của cạnh AB . Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào *sai*?

- A. $V_{A'B'C'C} = V_{MA'B'C'}$... B. $V_{ABCC'} = V_{A'BCC'}$... C. $V_{MA'B'C'} = V_{A'ABC}$... D.

$$V_{MA'B'C'} = \frac{1}{2}V_{AA'B'C'}$$



Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 10. Cho khối trụ có bán kính đáy $a\sqrt{3}$ và chiều cao $2a\sqrt{3}$. Thể tích của nó là

- A. $4\pi a^3\sqrt{2}$.. B. $9a^3\sqrt{3}$.. C. $6\pi a^3\sqrt{3}$.. D. $6\pi a^2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 11. Trong không gian (Oxyz), cho mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(5; -1; 1), B(3; 1; -1)$ và song song với trục Ox. Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. (P): $x + y = 0$. B. (P): $y + z = 0$. C. (P): $x + y + z = 0$. D. (P): $x + z = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 12. Trong không gian (Oxyz), cho đường thẳng d có phương trình tham số

$$\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -3 + 5t \end{cases}; t \in \mathbb{R}. \text{ Khi đó, phương trình chính tắc của } d \text{ là}$$

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$. **B.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z-3}{5}$. **C.** $x-2 = y = z+3$. **D.**
 $x+2 = y = z-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 13. Tọa độ giao điểm M của đường thẳng $d: \frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng

$(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ là

A. $(1; 0; 1)$. **B.** $(0; 0; -2)$. **C.** $(1; 1; 6)$. **D.** $(12; 9; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 14. Một tổ có 10 học sinh. Số cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó là

A. A_{10}^2 . **B.** C_{10}^2 . **C.** A_{10}^8 . **D.** 10^2 .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Chọn ra 2 học sinh từ một tổ có 10 học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử. Số cách chọn là A_{10}^2 cách.

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = \sin 2x$ là

A. $y' = 2 \cos x$. **B.** $y' = 2 \cos 2x$. **C.** $y' = -2 \cos 2x$. **D.**
 $y' = \cos 2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $y' = (\sin 2x)' = (2x)' \cos 2x = 2 \cos 2x$.

2. THÔNG HIỂU(15)

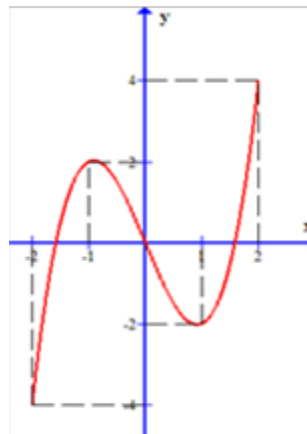
Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ sau. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

A. $\min_{[-2;2]} f(x) = -4$.

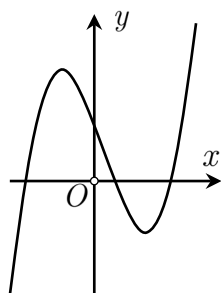
B. $\min_{[-2;2]} f(x) = -2$.

C. $\max_{[-2;2]} f(x) = 2$.

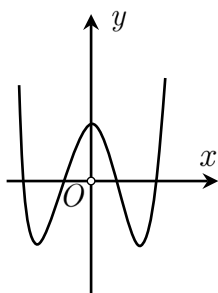
D. $\min_{[-2;2]} f(x) = 1$.



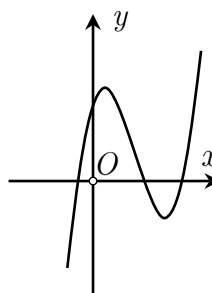
Câu 17. Cho hàm số $y = x^3 + bx^2 + cx + d$ với $c < 0$ có đồ thị (C) là một trong bốn hình dưới đây:



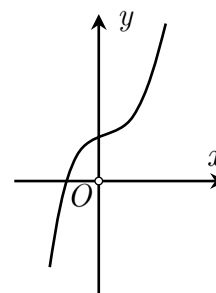
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

Hỏi đồ thị (C) là hình nào?

A. Hình 1.

B. Hình 2

C. Hình 3.

D. Hình 4.

Hướng dẫn giải

Hàm số đã có là một đa thức bậc 3 nên **loại được B.**

$y' = 3x^2 - 2bx + c$ vì $c < 0$ nên $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt hay đồ thị hàm số có 2 cực trị **loại được D.**

Ta có $x_{CT} \cdot x_{CD} = \frac{c}{3} < 0$ nên 2 cực trị nằm 2 phía khác nhau so với trục Oy . **Loại C.**

Chọn A.

Câu 18. Hàm số $y = 2x^3 - x^2 + x + 2$ cắt parabol $y = -6x^2 - 4x - 4$ tại một điểm duy nhất. Ký hiệu (x_0, y_0) là tọa độ điểm đó. Tính giá trị biểu thức $x_0 + y_0$.

A. 4.

B. -1.

C. 1.

D. -22.

Hướng dẫn giải

Ta có x_0 là nghiệm của phương trình

$$2x^3 - x^2 + x + 2 = -6x^2 - 4x - 4$$

$$\Leftrightarrow 2x^3 + 5x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)(2x^2 + x + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = -20$$

Suy ra $x_0 + y_0 = -22$. **Chọn D.**

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 2

B. 3

C. 0

D. 1

Hướng dẫn giải

Ta có: $f(x) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(x) = 2$.

Do $2 \in (-2; 4)$ nên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Chọn B.

Câu 20. Với giá trị nào của x thì hàm số $y = 2^{2\log_3 x - \log_3^2 x}$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $\sqrt{2}$.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Tập xác định $D=(0;+\infty)$

Để hàm số có giá trị lớn nhất thì $f(x) = 2\log_3 x - \log_3^2 x$ đạt giá trị lớn nhất.

Xét đặt $t = \log_3 x \Rightarrow t \in (-\infty; +\infty)$ ta được $f(t) = -t^2 + 2t \Rightarrow \max_{(-\infty; +\infty)} f(t) = f(1)$

Ta được $\log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$.

Chọn B.

Câu 21. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x \cdot \ln x$ tại điểm có hoành độ bằng e là

A. $y = x + e$. B. $y = 2x + 3e$. **C.** $y = 2x - e$. D. $y = ex - 2e$.

Hướng dẫn giải

Ta có $y' = \ln x + 1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng

$$\Delta: y = (\ln e + 1)(x - e) + e \ln e \Rightarrow \Delta: y = 2x - e$$

Chọn C.

Câu 22. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1) = \log_2(2x+1)$.

A. $S = \{-2\}$. B. $S = \{2\}$. **C.** $S = \emptyset$. D. $S = \{0\}$.

Hướng dẫn giải

Nhớ $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < a \neq 1 \\ f(x) = g(x) > 0 \end{cases}$

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x-1 > 0 \\ 2x+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\log_2(x-1) = \log_2(2x+1) \Rightarrow x-1 = 2x+1 \Leftrightarrow x = -2 \text{ (loại)}$$

Chọn C.

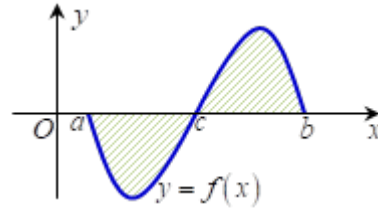
Câu 23. Kí hiệu S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a$, $x = b$ (như hình bên). Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. $S = \left| \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \right|$

B. $S = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

C. $S = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^b f(x) dx.$



Hướng dẫn giải

Chọn C.

Câu 24. Gọi M là điểm biểu diễn của số phức z , N là điểm biểu diễn số phức w trong mặt phẳng tọa độ. Biết N là điểm đối xứng với M qua trục Oy (M, N không thuộc các trục tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $w = -z.$

B. $w = -\bar{z}.$

C. $w = \bar{z}.$

D. $|w| > |z|.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$z = a + bi \Rightarrow \bar{z} = a - bi \Rightarrow -\bar{z} = -a + bi = w.$$

Câu 25. Mô đun số phức nghịch đảo của số phức $z = (1 - i)^2$ bằng

A. $\sqrt{5}.$

B. $\frac{1}{\sqrt{2}}.$

C. 2.

D. $\frac{1}{2}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\frac{1}{z} = \frac{1}{(1-i)^2} = \frac{1}{-2i} = \frac{2i}{4} = \frac{1}{2}i \Rightarrow \left| \frac{1}{z} \right| = \frac{1}{2}.$$

Câu 26. Đáy của một hình chóp là hình vuông có diện tích bằng 4. Các mặt bên của nó là những tam giác đều. Thể tích của khối chóp là

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}.$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}.$

C. $\frac{3\sqrt{2}}{4}.$

D. $2\sqrt{2}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 27. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi B', C' lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó tỷ số thể tích của khối đa diện $AB'C'D$ và khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Câu 28. Một hình tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh của hình nón tròn xoay còn ba đỉnh còn lại của tứ diện nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón là

- A. $\frac{1}{3}\pi a^2\sqrt{3}$. B. $\pi a^2\sqrt{2}$. C. $\frac{\pi a^2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{1}{2}\pi a^2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 29. Bán kính mặt cầu tâm $I(1;3;5)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = 2 - t \end{cases}$ là

- A. $\sqrt{14}$. B. 14. C. $\sqrt{7}$. D. 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 30. Phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oz và cắt mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 2z - 6 = 0$ theo đường tròn có bán kính bằng 3 là

- A. $x + y = 0$. B. $x - y = 0$. C. $x + 2y = 0$. D. $x - 2y = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;1)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2 - (-6)} = 3$.

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng 3 nên (P) đi qua tâm I .

Lại có (P) chứa trục Oz nên mặt phẳng (P) qua O và chứa $\vec{k} = (0;0;1)$.

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $[\overrightarrow{OI}, \vec{k}] = (-1; -1; 0)$ và qua O nên có phương trình là: $-x - y = 0 \Leftrightarrow x + y = 0$.

3. VẬN DỤNG(10)

Câu 31. Hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$

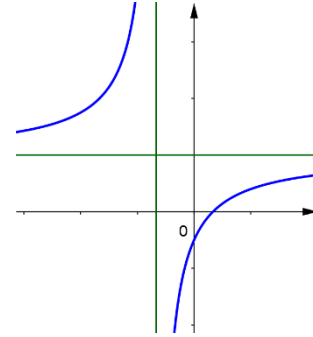
Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $ad > 0$ và $bd > 0$.

B. $ad > 0$ và $ab < 0$.

C. $bd < 0$ và $ab > 0$.

D. $ad < 0$ và $ab < 0$.



Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta suy ra được tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0 \Rightarrow ac > 0(1)$,

tiệm cận đứng $x = \frac{-d}{c} < 0 \Rightarrow dc > 0(2)$ lấy $\frac{(1)}{(2)} = \frac{a}{d} > 0 \Rightarrow ad > 0$.**Loại được D.**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d} < 0(3) \Rightarrow bd < 0$.**Loại được A.**

Có $\begin{cases} ad > 0 \\ bd < 0 \end{cases} \Rightarrow ab < 0$.**Loại được C.**

Chọn B.

Câu 32. Cho hàm $f : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$ là hàm liên tục thỏa mãn

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(f(x))^2 - 2f(x)(\sin x - \cos x) \right] dx = 1 - \frac{\pi}{2}$$

Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

A. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 0$.

B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = -1$.

C. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 1.$

D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 2.$

Lời giải. Ta có:

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) - (\sin x - \cos x)]^2 dx &= \int_0^{\frac{\pi}{2}} [(f(x))^2 - 2f(x)(\sin x - \cos x) + (\sin x - \cos x)^2] dx \\ &= 1 - \frac{\pi}{2} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x - \cos x)^2 dx = 0. \end{aligned}$$

Do đó:

$$f(x) = \sin x - \cos x$$

Từ đó ta được: $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 0.$

Câu 33. Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$ khi

A. $m > \frac{1}{4}.$

B. $m < \frac{1}{4}.$

C. $m \leq \frac{1}{4}.$

D. $m \geq \frac{1}{4}.$

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ xác định khi

$$4^x - 2^x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow g(t) = t^2 - t > -m, \forall t > 0$$

$$\Leftrightarrow \min_{t>0} g(t) = -\frac{1}{4} > -m \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$$

Chọn A.

Câu 34. Hỏi phương trình $3.2^x + 4.3^x + 5.4^x = 6.5^x$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 0.

Hướng dẫn giải

$$\text{Phương trình } 3.2^x + 4.3^x + 5.4^x = 6.5^x \Leftrightarrow 3.\left(\frac{2}{5}\right)^x + 4.\left(\frac{3}{5}\right)^x + 5.\left(\frac{4}{5}\right)^x - 6 = 0$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = 3.\left(\frac{2}{5}\right)^x + 4.\left(\frac{3}{5}\right)^x + 5.\left(\frac{4}{5}\right)^x - 6, \forall x \in \mathbb{R}$$

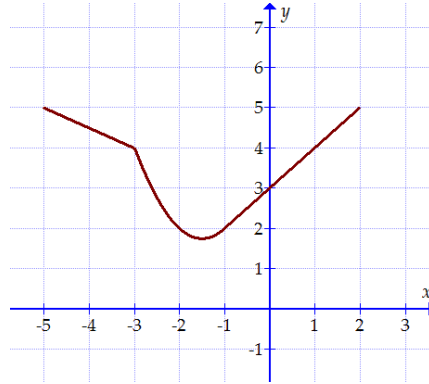
Ta có $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Nên phương trình $f(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm.

Mặc khác $f(1).f(2) < 0$ nên phương trình có nghiệm duy nhất thuộc khoảng $(1; 2)$

Chọn C.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục có đồ thị như hình bên dưới.



Biết $F'(x) = f(x), \forall x \in [-5; 2]$ và $\int_{-3}^{-1} f(x) dx = \frac{14}{3}$. Tính $F(2) - F(-5)$.

A. $-\frac{145}{6}$.

B. $-\frac{89}{6}$.

C. $\frac{145}{6}$.

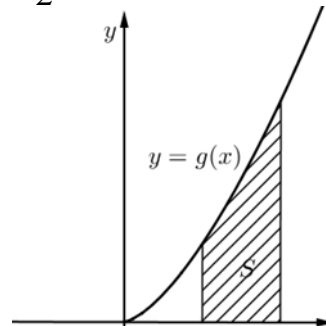
D. $\frac{89}{6}$.

Hướng dẫn giải

$$F(2) - F(-5) = \int_{-5}^2 f(x) dx = \int_{-5}^{-3} \frac{5-x}{2} dx + \int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^2 (x+3) dx = \frac{145}{6}.$$

Chọn C.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và hàm số $y = g(x) = xf(x^2)$ có đồ thị trên đoạn $[0; 2]$ như hình vẽ. Biết diện tích miền tô màu là $S = \frac{5}{2}$, tính tích phân $I = \int_1^4 f(x) dx$.



A. $I = 10$. B. $I = \frac{5}{2}$.

C. $I = \frac{5}{4}$. **D. $I = 5$.**

Hướng dẫn giải

$$S = \int_1^2 g(x)dx = \int_1^2 xf(x^2)dx$$

Đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2xdx$

Lúc đó $S = \frac{1}{2} \int_1^4 f(t)dt = \frac{5}{2}$.

Suy ra $I = 5$.

Chọn D.

Câu 37. Gọi S là tập hợp các số phức thỏa $|z - 3| + |z + 3| = 10$. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc S có mô đun nhỏ nhất. Giá trị biểu thức $P = z_1^2 + z_2^2$ là

A. 32. **B. -32.** C. 16. D. -16.

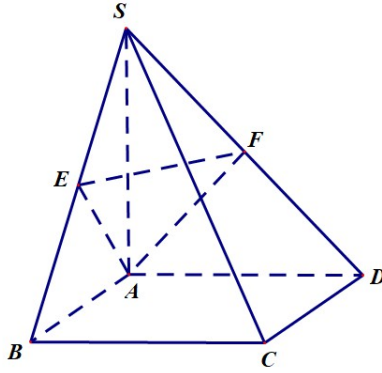
Hướng dẫn giải

Chọn B .

Tập hợp các số phức thỏa $|z - 3| + |z + 3| = 10$ là elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

$$\text{Nên } \begin{cases} z_1 = 4i \Rightarrow z_1^2 = -16 \\ z_2 = -4i \Rightarrow z_2^2 = -16 \end{cases} \Rightarrow P = -32.$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , SA vuông góc $(ABCD)$, $SA = a$. Gọi E và F lần lượt là trung điểm của SB, SD . Cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (AEF) và $(ABCD)$ là



A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\sqrt{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D .

Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của E, F lên (ABCD).

$$S_{AMN} = \frac{a^2}{8}$$

$$AE = AF = EF = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow S_{AEF} = \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$$

$$\cos[(AEF);(ABCD)] = \frac{S_{AMN}}{S_{AEF}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 39. Cho tứ diện $ABCD$ có DA vuông góc $mp(ABC)$, DB vuông góc BC ,

$AD = AB = BC = a$. Ký hiệu V_1, V_2, V_3 lần lượt là thể tích của hình tròn xoay sinh bởi tam giác ABD khi quay quanh AD , tam giác ABC khi quay quanh AB , tam giác DBC khi quay quanh BC . Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $V_1 + V_2 = V_3$.

B. $V_1 + V_3 = V_2$.

C. $V_2 + V_3 = V_1$.

D. $V_1 = V_2 = V_3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A .

$$V_1 = \frac{1}{3}\pi a^3;$$

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi a^3;$$

$$V_3 = 2 \cdot \frac{1}{3}\pi a^3$$

$$\Rightarrow V_1 + V_2 = V_3.$$

Câu 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu

$(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và điểm $A(1;1;-1)$. Ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo ba giao tuyến là các đường tròn (C_1) , (C_2) , (C_3) . Tổng bán kính của ba đường tròn (C_1) , (C_2) , (C_3) là

A. 6.

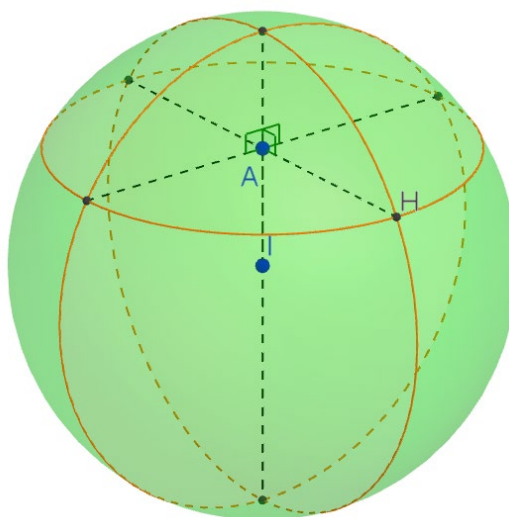
B. $3\sqrt{3}$.

C. $4 + \sqrt{3}$.

D. $2 + 2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm $I(1;1;-2)$ và bán kính $R = 2$.

Xét ba mặt phẳng thay đổi đi qua A và đôi một vuông góc với nhau, cắt mặt cầu (S) theo ba giao tuyến là các đường tròn (C_1) , (C_2) , (C_3) lần lượt là $(P_1): x = 1$, $(P_2): y = 1$, $(P_3): z = -1$.

Gọi r_1, r_2, r_3 lần lượt là bán kính của các đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) với ba mặt phẳng (P_1) , (P_2) , (P_3) .

Vì (P_1) , (P_2) đi qua tâm $I(1;1;-2)$ nên $r_1 = r_2 = R = 2$; $IA \perp (P_3)$ nên

$$r_3 = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P_3))} = \sqrt{R^2 - IA^2} = \sqrt{4 - 1} = \sqrt{3}$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = 4 + \sqrt{3}.$$

4. VẬN DỤNG CAO(10)

Câu 41. Giá trị k thỏa mãn đường thẳng $d : y = kx + k$ cắt đồ thị $(H) : y = \frac{x-4}{2x-2}$ tại 2 điểm phân biệt A, B cùng cách đều đường thẳng $y = 0$. Khi đó k thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm của (H) và (d) :

$$\frac{x-4}{2x-2} = kx+k \Leftrightarrow kx^2 - (k+1)x - 2k - 4 = 0$$

$$\Delta = 9k^2 - 2k + 1 > 0, \forall k.$$

Nên đường thẳng d luôn cắt (H) tại hai điểm phân biệt $A, B \forall k \neq 0$.

Gọi x_A, x_B lần lượt là hoành độ hai điểm A, B . Ta có $y_A = kx_A + k; y_B = kx_B + k$.

Để hai điểm A, B cùng cách đều trục hoành thì

$$|y_A| = |y_B| \Leftrightarrow (x_A + 1)^2 = (x_B + 1)^2 \Leftrightarrow x_A + x_B + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{k+1}{k} + 2 = 0 \Leftrightarrow k = -\frac{1}{3}$$

Câu 42. Các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}|x|^3 - mx^2 + (m+6)|x| + 2019$ có 5 điểm cực trị là

- A. $m < -2$. B. $-2 < m < 0$ C. $0 < m < 3$. D. $m > 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

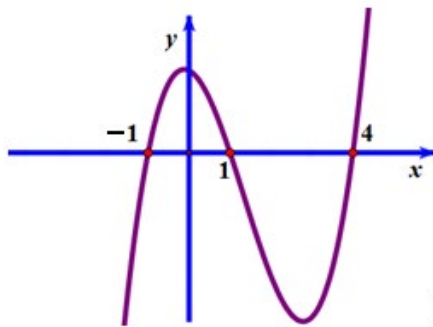
Xét hàm $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+6)x + 2019$ (**)

$$y' = x^2 - 2mx + m + 6.$$

Hàm số đã cho có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm (***) phải có hai điểm cực trị dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ P > 0 \\ S > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m - 6 > 0 \\ 2m > 0 \\ m + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 3.$$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $y = f(1-x^2)$ nghịch biến trên khoảng

- A.** $(0;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D .

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta có

$$\begin{cases} f'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ 1 < x < 4 \end{cases} \\ f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ x > 4 \end{cases} \end{cases}$$

Ta có $(f(1-x^2))' = -2xf'(1-x^2)$.

$$(f(1-x^2))' = -2xf'(1-x^2) < 0$$

Để hàm số $y = f(1-x^2)$ nghịch biến thì

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ f'(1-x^2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ f'(1-x^2) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-x < -1 \\ 1 < 2-x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ -2 < x < 1 \end{cases}$$

Câu 44. Cho đồ thị $(C): y = \sqrt{x}$. Gọi M là điểm thuộc (C) , $A(9;0)$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) , đường thẳng $x = 9$ và trục hoành; S_2 là diện tích tam giác OMA . Tọa độ điểm M để $S_1 = 2S_2$ là

- A.** $M(3;\sqrt{3})$. **B.** $M(4;2)$. **C.** $M(6;\sqrt{6})$. **D.** $M(9;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B .

$$S_1 = \int_0^9 \sqrt{x} dx = 18 = 2S_2 \Rightarrow S_2 = 9.$$

$$M(x; \sqrt{x}) \in (C)$$

$$S_{\Delta OMA} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot \sqrt{x} = 9 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow M(4; 2)$$

Câu 45. Cho các số phức z và w thỏa mãn $(3-i)|z| = \frac{z}{w-1} + 1 - i$. Tìm giá trị lớn nhất $T = |w+i|$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

C. 2.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B. Với $z=0$ không thỏa giả thiết đã cho.

$$\text{Ta có } \frac{z}{w-1} = (3|z|-1) + (1-|z|)i \Leftrightarrow \left| \frac{z}{w-1} \right| = \sqrt{10|z|^2 - 8|z| + 2} \Rightarrow |w-1| = \sqrt{\frac{|z|^2}{10|z|^2 - 8|z| + 2}}$$

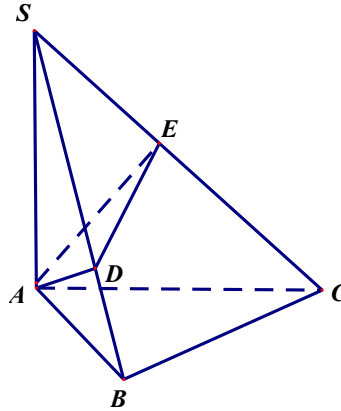
$$\text{Ta thấy } T = |w+i| \leq |w-1| + |1+i| = \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{|z|^2} - \frac{8}{|z|} + 10}} + \sqrt{2} \leq \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

(Khảo sát hàm số hoặc tách hằng đẳng thức)

$$\text{Đấu bằng xảy ra } \Leftrightarrow \begin{cases} |z| = \frac{1}{2} \\ w-1 = k(1+i) \\ (3-i)|z| = \frac{z}{w-1} + 1 - i \end{cases} \quad (k > 0) \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{1}{2}i \\ w = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } \max T = \frac{3\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc mặt đáy (ABC) , $BC = a$, góc hợp bởi (SBC) và (ABC) là 60° . Mặt phẳng (P) qua A vuông góc với SC cắt SB, SC lần lượt tại D, E . Thể tích khối đa diện $ABCED$ là



A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $\frac{3a^3\sqrt{3}}{40}$.

C. $\frac{11a^3\sqrt{3}}{60}$.

D. $\frac{11a^3\sqrt{3}}{120}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D .

$$V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}.$$

$$\Delta SAB: \frac{SA^2}{SB^2} = \frac{SD}{SB}$$

$$\Delta SAC: \frac{SA^2}{SC^2} = \frac{SE}{SC}$$

$$\frac{V_{SADE}}{V_{SABC}} = \frac{SD}{SB} \frac{SE}{SC} = \frac{3a^2}{4a^2} \frac{3a^2}{5a^2} = \frac{9}{20}$$

$$V_{ABCED} = \frac{11}{20} V_{SABC} = \frac{11a^3\sqrt{3}}{120}.$$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0), B(0;3;0); C(0;0;6)$ và $D(1;1;1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua D và thỏa mãn tổng khoảng cách từ các điểm A, B, C đến Δ là lớn nhất. Khi đó Δ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

A. $M(-1;-2;1)$

B. $(4;3;7)$

C. $(3;4;3)$

D. $(5;7;3)$

Hướng dẫn giải

Chọn B .

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1$

Ta thấy $D(1;1;1)$ thuộc mặt phẳng (ABC) nên đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (ABC) tại D

Gọi hình chiếu của A; B; C lên đường thẳng Δ là H; I; J thì ta luôn có $AH \leq AD$

Tương tự ta cũng có $BI \leq BD; CJ \leq CD$

Vậy để tổng khoảng cách từ A;B;C đến đường thẳng Δ là lớn nhất thì Δ phải vuông góc với (ABC) tại D

Phương trình đường thẳng Δ đi qua D và nhận VTPT của (ABC) làm VTCP là

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{6}$$

Khi đó thay lần lượt các đáp án A;B;C;D vào phương trình đường thẳng

Thấy $M(4;3;7)$ thỏa mãn.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đi qua điểm $M(2;5;-2)$ và tiếp xúc với các mặt phẳng $(\alpha): x = 1, (\beta): y = 1, (\gamma): z = -1$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

- A. 4. B. 1 C. $3\sqrt{2}$ **D. 3**

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Gọi $I(a;b;c)$ ta có $d(I;(\alpha)) = d(I;(\beta)) = d(I;(\gamma))$ suy ra $R = |a-1| = |b-1| = |c+1|$

Do điểm $M(2;5;-2)$ thuộc miền $x > 1; y > 1; z < -1$ nên $I(a;b;c)$ cũng thuộc miền $a > 1; b > 1; c < -1$.

Khi đó $I(R+1; R+1; -R-1)$. Mặt khác

$$IM = R \Rightarrow (R-1)^2 + (R-4)^2 + (R-1)^2 = R^2 \Leftrightarrow R = 3$$

Câu 49. Hai mươi lăm em học sinh lớp 12A được xếp ngồi vào một vòng tròn trong đêm lửa trại.

Ba em học sinh được chọn (xác suất được lựa chọn đối với mỗi em là như nhau) và cử tham gia một trò chơi. Xác suất để ít nhất hai trong ba em học sinh được chọn ngồi cạnh nhau là

- A.** $\frac{11}{46}$. B. $\frac{1}{92}$. C. $\frac{6}{23}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Có lẽ sẽ dễ hơn khi nghĩ về bài toán có n học sinh với $n \geq 4$.

Đầu tiên ta đếm các cách chọn ra ba em học sinh nếu không có giới hạn nào cả. Ta có thể dùng quy tắc nhân. Ta có n cách để chọn em thứ nhất, rồi $n - 1$ cách để chọn em thứ hai và $n - 2$ cách để chọn em thứ ba. Vậy có C_n^3 cách để chọn ra các bộ ba em học sinh khi không có giới hạn nào cả. Gọi S_n là số lượng bộ ba học sinh trong đó có ít nhất hai em ngồi cạnh nhau, và P_n là xác suất có ít nhất hai trong ba em học sinh ngồi cạnh nhau.

Trường hợp 1. Ba em học sinh ngồi cạnh nhau. Xét mỗi học sinh cùng hai học sinh ngồi ngay sát bên phải em đó, ta thấy có n cách để chọn ba em học sinh ngồi cạnh nhau.

- *Trường hợp 2.* Chính xác hai trong ba em học sinh ngồi cạnh nhau. Có n cách để chọn hai em học sinh ngồi cạnh nhau (giống như trường hợp chọn ba em học sinh ngồi cạnh nhau), và có $n - 4$ cách để chọn học sinh thứ ba không ngồi cạnh hai người đã được chọn. (Ta phải tránh cặp học sinh đã chọn và hai học sinh ngồi hai bên; nếu không thì cả ba em học sinh đều ngồi cạnh nhau). Do đó, có $n(n - 4)$ bộ ba chỉ có hai học sinh ngồi cạnh nhau.

Tổng hợp lại, có $n + n(n - 4) = n(n - 3)$ cách để có ít nhất hai trong ba em học sinh ngồi cạnh nhau, tức là $S_n = n(n - 3)$. Kéo theo:

$$P_n = \frac{n(n-3)}{C_n^3} = \frac{6(n-3)}{(n-1)(n-2)}$$

Vậy xác suất cần tìm là $P_{25} = \frac{11}{46}$.

Câu 50. Tập các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \ln(3x - 1) - \frac{m}{x} + 2$ đồng biến trên

khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

A. $\left[-\frac{7}{3}; +\infty\right)$

B. $\left[-\frac{1}{3}; +\infty\right)$

C. $\left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$

D. $\left[\frac{2}{9}; +\infty\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn C .

Xét hàm số $y = \ln(3x - 1) - \frac{m}{x} + 2$ trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$, ta có

$$y' = \frac{3}{3x-1} + \frac{m}{x^2} = \frac{3x^2 + m(3x-1)}{x^2(3x-1)}$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Leftrightarrow y' \geq 0; \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + m(3x-1) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3x^2}{3x-1} + m \geq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{3x^2}{1-3x}; \forall x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \Rightarrow m \geq \max_{\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)} \left\{ \frac{3x^2}{1-3x} \right\} \quad (1)$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{3x^2}{1-3x}$ trên $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$, có $f'(x) = \frac{3x(3x-2)}{(3x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

Tính các giá trị $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$; $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ suy ra $\max_{\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)} f(x) = -\frac{4}{3}$ (2)

Từ (1), (2) suy ra $m \geq -\frac{4}{3} \Rightarrow m \in \left[-\frac{4}{3}; +\infty\right)$ là giá trị cần tìm.