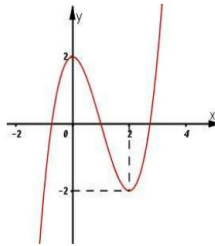


Họ và tên:.....SBD.....

Câu 1. Thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có cạnh bên bằng a , cạnh đáy bằng $2a$ bằng

- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $2a^3$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

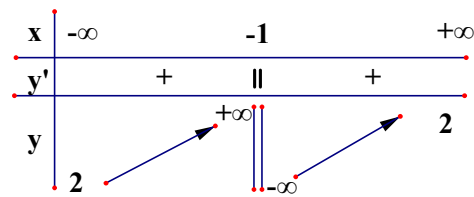
- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
 C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
 D. Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;-1)$, $N(1;3;2)$. Khoảng cách giữa 2 điểm M và N là

- A. $\sqrt{14}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 4. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$ B. $y = \frac{x-1}{2x+1}$
 C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ D. $y = \frac{x+2}{1+x}$



Câu 5. Gọi D là tập xác định của hàm số $y = (6 - x - x^2)^{\frac{1}{3}}$. Chọn đáp án đúng

- A. $\{3\} \in D$ B. $\{-3\} \in D$ C. $(-3;2) \subset D$ D. $D \subset (-2;3)$

Câu 6. Biết $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$. Hàm số $f(x)$ là

- A. $f(x) = x^2 + x$ B. $f(x) = x^2 + x + 8$ C. $f(x) = x^2 + x + 5$ D. $f(x) = x^2 + x + 3$

Câu 7. Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2}{2}$. C. πa^2 . D. $\frac{3\pi a^2}{4}$.

Câu 8. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

Câu 9. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = \sqrt{2}$

A. (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$

B. (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.

C. (S): $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$.

D. (S): $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + x$ là

A. $\sin x + x^2 + C$.

B. $\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

C. $-\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

D. $-\cos x + x^2 + C$.

Câu 11. Trong không gian, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có véc tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}(2; -1; 2)$.

B. $\vec{u}(-1; -2; -3)$.

C. $\vec{u}(1; 2; 3)$.

D. $\vec{u}(-2; 1; 2)$.

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

B. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$.

C. $A_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$.

D. $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Giá trị u_5 bằng

A. 20.

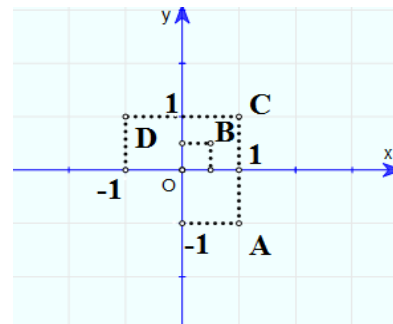
B. 80.

C. 40.

D. 25.

Câu 14.

Hình vẽ bên biểu diễn các số phức trên mặt phẳng tọa độ là các điểm A, B, C, D. Số phức liên hợp \bar{z} của số phức $z = 1 - i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm ở hình bên?



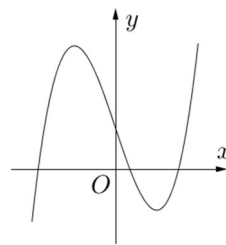
A. điểm A.

B. điểm B.

C. điểm C.

D. điểm D.

Câu 15. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = -x^3 + 3x + 1$.

C. $y = x^3 + x + 1$.

D. $y = x^3 + 1$.

Câu 16. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn

$[2; 4]$. Giá trị của $M - m$ bằng?

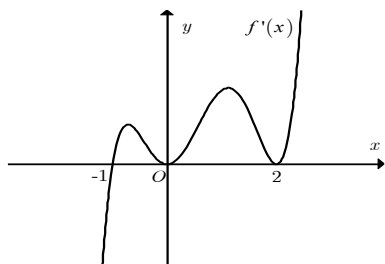
A. -2.

B. 2.

C. -8.

D. 8.

Câu 17. Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K . Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên khoảng K . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



- A. 3. B. 2. C. 5. D. 1.

Câu 18. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $x + 2i = 4 - yi$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = 2; y = 3$. B. $x = -2; y = 3$. C. $x = 4; y = -2$. D. $x = 3; y = -2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 5; 2)$ và mặt phẳng (P): $2x + y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của mặt cầu(S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- A. $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 16$. B. $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 12$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 14$ D. $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 10$

Câu 20. Đặt $\log_2 6 = a$. Khi đó $\log_3 18$ tính theo a là

- A. $\frac{2a-1}{a-1}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $2a + 3$. D. $2 - 3a$.

Câu 21. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{10}$. D. 20.

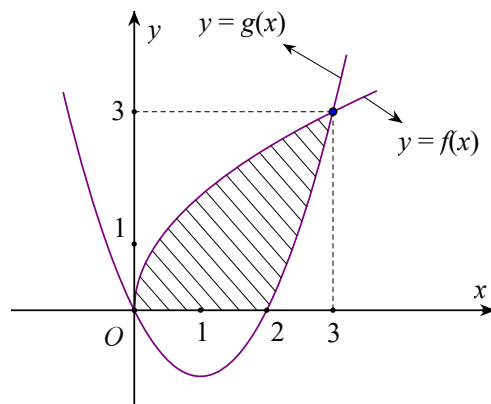
Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (P): $2z - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{4}$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3}$ là

- A. $(-4; +\infty)$. B. $(-\infty; -4)$. C. $[-4; +\infty)$. D. $(-\infty; -4]$.

Câu 24. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



- A. $S = \int_0^3 |f(x) - g(x)| dx$. B. $S = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 g(x) dx$.

$$\underline{C.} S = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 [f(x) - g(x)] dx.$$

$$\underline{D.} S = \int_0^2 |f(x)| dx + \int_2^3 |g(x)| dx.$$

Câu 25: Cho khối nón có bán kính đáy là $3a$, chiều cao là $4a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $15\pi a^3$.

B. $12\pi a^3$.

C. $36\pi a^3$.

D. $45\pi a^3$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	3		$+\infty$		-2		5

A. 3.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

Câu 27: Thể tích của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ là

A. $\frac{4a^3}{3}$.

B. $4a^3$.

C. $\frac{2a^3}{3}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 28: Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$?

A. $f'(1) = \frac{1}{2}$.

B. $f'(1) = \frac{1}{2\ln 2}$.

C. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

D. $f'(1) = 1$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2017.f(x) - 2018 = 0$ là

A. 0

B. 3

C. 1

D. 2

Câu 30: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Góc giữa hai mặt phẳng (MBD) và (SAC) bằng

A. 30°

B. 90°

C. 60°

D. 45°

Câu 31: Cho hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$ với $a > 0; b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

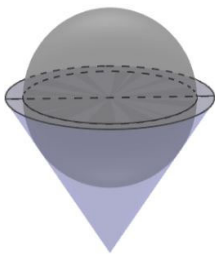
A. $2\log_2(a + b) = \log_2 a + \log_2 b$.

B. $2\log_2\left(\frac{a+b}{3}\right) = \log_2 a + \log_2 b$.

C. $2\log_2\left(\frac{a+b}{3}\right) = 2(\log_2 a + \log_2 b)$.

D. $4\log_2\left(\frac{a+b}{6}\right) = \log_2 a + \log_2 b$.

Câu 32: Một bình đựng nước dạng hình nón, đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu không thấm nước, có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là V . Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đúng một nửa của khối cầu chìm trong nước. Tính thể tích nước còn lại trong bình.



- A. $\frac{1}{6}V$. B. $\frac{1}{3}V$. C. V . D. $\frac{1}{\pi}V$.

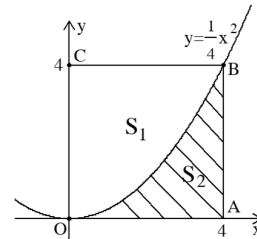
Câu 33: Bất phương trình: $x^2 - 6x + 5 \leq 7$ có tập nghiệm là

- A. $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 4\}$ B. $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 4, x \leq 5\}$ C. $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5\}$ D. $V = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 4, x \leq 5\}$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a\sqrt{3}$, góc BAD bằng 120° . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $h = 2a\sqrt{2}$. B. $h = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$. C. $h = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$. D. $h = a\sqrt{3}$.

Câu 35: Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong $y = \frac{4}{7}x^2$. Gọi S_1 là phần không gạch sọc và S_2 là phần gạch sọc như hình vẽ bên cạnh. Tỉ số diện tích S_1 và S_2 là



- A. $\frac{V_4}{V_5} = \frac{4}{5}$ B. $\frac{V_4}{V_5} = 41$ C. $\frac{V_4}{V_5} = 51$ D. $\frac{V_4}{V_5} = \frac{6}{5}$

Câu 36: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Số phần tử của S bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 37: Cho phương trình $x^5 - 6x + 8 = 3$ có hai nghiệm là z_1, z_2 có điểm biểu diễn là A và B. Độ dài đoạn AB là

- A. $\sqrt{441}$ B. $5\sqrt{441}$ C. 3. D. 5.

Câu 38: Biết $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ, tính giá trị của

$S = 2a + b^2 + c^2$.

- A. $S = 515$. B. $S = 164$. C. $S = 436$. D. $S = -9$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có bao nhiêu nghiệm.

- A. 4. B. 3. C. 6. D. 5.

Câu 40: Một cái hộp có 4 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên viên thứ nhất rồi viên thứ hai và viên thứ ba. Xác suất để được viên thứ nhất màu trắng, viên thứ hai và thứ ba màu xanh là:

- A. $\frac{42}{165}$ B. $\frac{28}{165}$ C. $\frac{84}{165}$ D. $\frac{42}{275}$

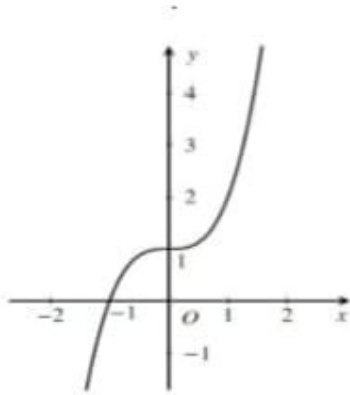
Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;1)$, $C(3;0;5)$ và $D(3;3;3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là:

- A. $M(0;1;-4)$. B. $M(2;1;0)$. C. $M(0;1;-2)$. D. $M(0;1;4)$.

Câu 42: Giá trị lớn nhất của $s = \left| \left\{ z^5 - \frac{1}{z} \right\} + \left\{ \frac{1}{z^5} + z \right\} + 4 \right|$ với z là số phức thỏa $|z|=4$ là

- A. $\text{pd}\{s = \frac{46}{7}\}$ B. $\text{pd}\{s = 61\}$ C. $\text{pd}\{s = 81\}$ D. $\text{pd}\{s = \sqrt{61}\}$

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị của n để phương trình $f(16 \cos^2 x + 6 \sin 2x - 8) = f(n(n+1))$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$?

- A. 10. B. 4. C. 8. D. 6.

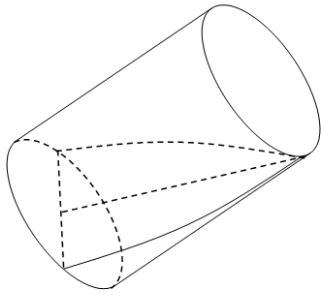
Câu 44: Một người muốn có 1 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách bắt đầu từ ngày 01/01/2019 đến 31/12/2024, vào ngày 01/01 hàng năm người đó gửi vào ngân hàng một số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 7% /1 năm (tính từ ngày 01/01 đến ngày 31/12) và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng hàng năm là bao nhiêu (với giá thiết lãi suất không thay đổi và số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?

- A. 130 650 280 (đồng) B. 30 650 000 (đồng)
C. 139 795 799 (đồng) D. 139 795 800 (đồng)

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$; $d_2: \frac{x-5}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z+5}{-5}$. Biết rằng có hai điểm A, B thuộc d_1 và hai điểm C, D thuộc d_2 sao cho AC, BD cùng song song với (P) đồng thời cách (P) một khoảng bằng 2. Tính $AC + BD$.

- A. $6 + 5\sqrt{2}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $5 + 5\sqrt{2}$. D. $6\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho hình trụ có đường kính đáy 6 cm, chiều cao 15 cm. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng qua một điểm trên đường tròn đáy và đường kính đáy của đường tròn đáy còn lại, ta được thiết diện là một nửa hình elip có diện tích bằng



- A. $9\sqrt{26}\pi \text{ cm}^2$. **B.** $\frac{9\sqrt{26}\pi}{2} \text{ cm}^2$. C. $\frac{9\sqrt{26}\pi}{5} \text{ cm}^2$. D. $\frac{9\sqrt{26}\pi}{10} \text{ cm}^2$.

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng d . M và N là trung điểm của AC và $B'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ là

- A. $\frac{d\sqrt{8}}{8}$ B. $3a$. **C.** $\frac{d}{6}$ D. $d\sqrt{81}$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $y = f(x) = 5\left\{5 - \frac{8}{5}\left\{-\frac{6}{5}\right\}\right\}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

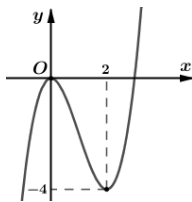
- A. $\left(-4; \frac{4}{7}\right)$ B. $\left(\frac{4}{7}; 4\right)$ **C.** $\left(4; \frac{8}{7}\right)$ D. $\left(\frac{8}{7}; +\infty\right)$

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị dương của tham số thực m để bất phương trình

$$\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2 (\log_4 x^2 - 3) \text{ có nghiệm duy nhất thuộc } [32; +\infty) ?$$

- A. 0 B. 2 **C.** 1 D. 3

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Hàm số $g(x) = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị?



- A. 3. **B.** 4. C. 5. D. 6.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	A	A	C	D	B	D	A	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	D	B	C	A	B	D	C	C	A
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	B	D	C	B	A	A	C	B	B
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	B	D	C	C	D	A	A	A	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	A	D	A	A	B	C	C	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có cạnh bên bằng a , cạnh đáy bằng $2a$ bằng

- A. $2a^3\sqrt{3}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $a^3\sqrt{3}$. D. $2a^3$.

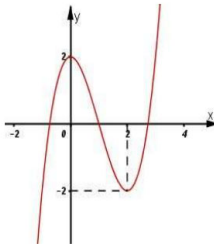
Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối lăng trụ đứng tam giác đều có cạnh bên bằng a , cạnh đáy bằng $2a$ là:

$$V = a(2a)^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = a^3\sqrt{3}.$$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2 .
D. Hàm số có ba điểm cực trị.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;-1)$, $N(1;3;2)$. Khoảng cách giữa 2 điểm M và N là

- A. $\sqrt{14}$. B. $\sqrt{6}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{2}$.

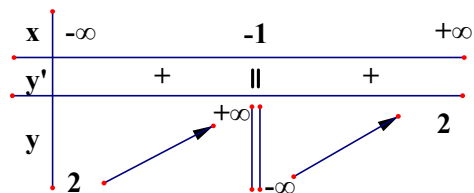
Lời giải

Chọn A

$$MN = \sqrt{14}.$$

Câu 4. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

- A. $y = \frac{2x+1}{x+1}$ B. $y = \frac{x-1}{2x+1}$
C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$ D. $y = \frac{x+2}{1+x}$



Lời giải

Chọn A

Nhìn vào bảng biến thiên đã cho, hàm số cần tìm là $y = \frac{2x+1}{x+1}$

Câu 5. Gọi D là tập xác định của hàm số $y = (6-x-x^2)^{-\frac{1}{3}}$. Chọn đáp án đúng:

- A. $\{3\} \in D$ B. $\{-3\} \in D$ C. $(-3;2) \subset D$ D. $D \subset (-2;3)$

Lời giải

Chọn C

Ta có $6-x-x^2 > 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2$. Tập xác định của hàm số là $D = (-3;2) \subset D$

Câu 6. Biết $f'(x) = 2x + 1$ và $f(1) = 5$. Hàm số $f(x)$ là

- A. $f(x) = x^2 + x$ B. $f(x) = x^2 + x + 8$ C. $f(x) = x^2 + x + 5$
D. $f(x) = x^2 + x + 3$

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = \int (2x+1) dx = x^2 + x + C$; Vì $f(1) = 5$ nên $C = 3$; Vậy: $f(x) = x^2 + x + 3$

Câu 7. Cho tam giác đều ABC cạnh a quay quanh đường cao AH tạo nên một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó là:

- A. $2\pi a^2$ B. $\frac{\pi a^2}{2}$ C. πa^2 D. $\frac{3\pi a^2}{4}$

Lời giải

Chọn B

Hình nón có bán kính $r = \frac{a}{2}$ đường sinh $l = a$ có diện tích xung quanh là $\frac{\pi a^2}{2}$

Áp dụng công thức với $R = a$, ta được $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 8. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là

- A. 0 B. 1 C. 3 D. 2

Lời giải

Chọn D

Ta có $2x^2 - 7x + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ x = 1 \end{cases}$

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $\{0;1\}$.

Câu 9. Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -2)$, bán kính $R = \sqrt{2}$

- A. (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$ B. (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$.
 C. (S): $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$. D. (S): $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 2$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm I(1 ; 0 ; -2) , bán kính $R = \sqrt{2}$ có phương trình là $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 2$

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + x$ là

- A.** $\sin x + x^2 + C$. **B.** $\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **C.** $-\cos x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **D.** $-\cos x + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int (\sin x + x) dx = -\cos x + \frac{x^2}{2} + C$.

Câu 11. Trong không gian , đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{2}$ có véc tơ chỉ phương là

- A.** $\vec{u}(2; -1; 2)$. **B.** $\vec{u}(-1; -2; -3)$. **C.** $\vec{u}(1; 2; 3)$. **D.** $\vec{u}(-2; 1; 2)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 12. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $1 \leq k \leq n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.** $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. **B.** $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. **C.** $A_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$. **D.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết công thức tính số các chỉnh hợp chập k của n : $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 13. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Giá trị u_5 bằng

- A.** 20. **B.** 80. **C.** 40. **D.** 25

Lời giải

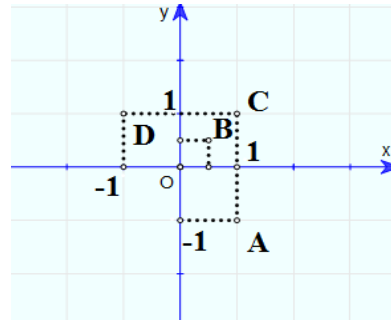
Chọn B

Ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 5 \cdot 16 = 80$.

Câu 14.

Hình vẽ bên biểu diễn các số phức trên mặt phẳng tọa độ là các điểm A, B, C, D. Số phức liên hợp \bar{z} của số phức $z = 1 - i$ được biểu diễn bởi điểm nào trong các điểm ở hình bên?

- A.** điểm A. **B.** điểm B.
C. điểm C. **D.** điểm D.

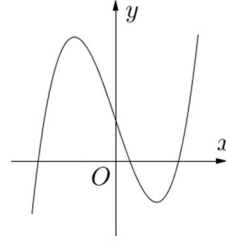


Lời giải

Chọn C

Vì $z=1-i \Rightarrow \bar{z}=1+i$ nên điểm biểu diễn số phức \bar{z} có tọa độ (1;1), đối chiếu hình vẽ ta thấy đó là điểm C.

Câu 15. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **C.** $y = x^3 + x + 1$. **D.** $y = x^3 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có: Hệ số $a > 0$, hàm số có 2 cực trị nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm.

A. Đúng vì Hệ số $a > 0$, phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm nên hàm số có 2 cực trị .

B. Sai vì $a < 0$

C và D Sai vì phương trình $y' = 0$ có 1 nghiệm

Câu 16. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2;4]$. Giá trị của $M - m$ bằng ?

A. -2.

B. 2.

C. -8.

D. 8.

Lời giải

Chọn B

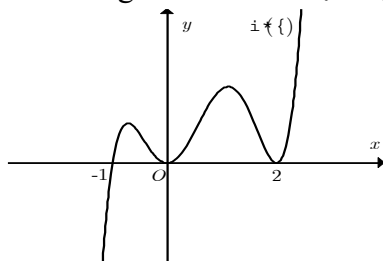
Hàm số liên tục trên $[2;4]$. $f'(x) = \frac{3}{(1-x)^2} > 0$ nên hàm số đồng biến trên $[2;4]$ nên:

Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $[2;4]$ bằng -3, đạt được tại $x = 4$ Suy ra $M = -3$.

Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[2;4]$ bằng -5, đạt được tại $x = 2$. Suy ra $m = -5$.

Vậy $M - m = -3 - (-5) = 2$.

Câu 17. Hàm số $i(t)$ có đạo hàm $i'(t)$ trên khoảng N . Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $i'(t)$ trên khoảng N . Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 3.

B. 2.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

Dựa đồ thị ta có $f'(x)$ đổi dấu 1 lần tại $x = -1$ nên hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị

Câu 18. Tìm hai số thực x và y thỏa mãn $x + 2i = 4 - yi$ với i là đơn vị ảo.

- A. $x = 2; y = 3$. B. $x = -2; y = 3$. C. $x = 4; y = -2$. D. $x = 3; y = -2$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } x + 2i = 4 - yi \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$$

Vậy $x = 4, y = -2$ là hai số cần tìm.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 5; 2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$. Phương trình của mặt cầu (S) có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- A. $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 16$. B. $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 12$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 14$ D. $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 10$

Lời giải

Chọn C

Vì mặt cầu (S) có tâm $I(1; 5; 2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$ nên mặt cầu (S) có bán kính là $R = IH = \sqrt{14}(IH \perp (P), H \in (P))$.

Suy ra phương trình mặt cầu (S) là: $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 2)^2 = 14$.

Câu 20. Đặt $\log_2 6 = a$. Khi đó $\log_3 18$ tính theo a là

- A. $\frac{2a-1}{a-1}$. B. $\frac{1}{a+b}$. C. $2a + 3$. D. $2 - 3a$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \log_3 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 3} = \frac{2a-1}{a-1}.$$

Câu 21. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị biểu thức $A = |z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. $2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{10}$. C. $2\sqrt{10}$. D. 20 .

Lời giải

Chọn D.

$$\text{Ta có: } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 - 3i \\ z = -1 + 3i \end{cases} \Rightarrow |z_1| = |z_2| = \sqrt{10} \Rightarrow |z_1|^2 + |z_2|^2 = 20.$$

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (Oxy) và $(P): 2z - 3 = 0$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Xét thấy (P) và (Oxy) là hai mặt phẳng song song với nhau.

Cách 1: Trên (Oxy) lấy $O(0;0;0)$

Khi đó, khoảng cách giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (P) là:

$$d((Oxy), (P)) = d(O, (Oxy)) = \frac{|2 \cdot 0 - 3|}{\sqrt{2^2}} = \frac{3}{2}$$

Vậy, ta chọn B.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3}$ là:

A. $(-4; +\infty)$.

B. $(-\infty; -4)$.

C. $[-4; +\infty)$.

D. $(-\infty; -4]$.

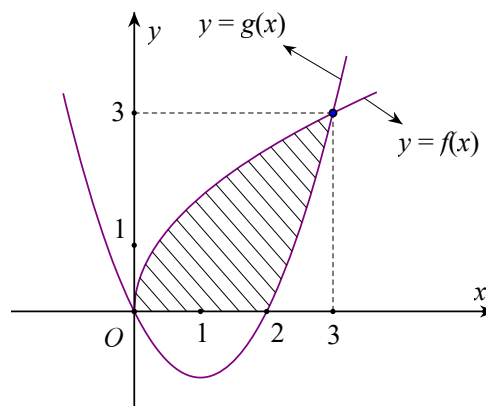
Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \Leftrightarrow x-1 \geq 2x+3 \Leftrightarrow x \leq -4$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3}$ là $S = (-\infty; -4]$.

Câu 24. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_0^3 |f(x) - g(x)| dx$.

B. $S = \int_0^2 |f(x)| dx + \int_2^3 |g(x)| dx$.

C. $S = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 [f(x) - g(x)] dx$.

D. $S = \int_0^2 |f(x)| dx + \int_2^3 |g(x)| dx$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và Ox cắt nhau tại O, $y = g(x)$ cắt Ox và $f(x)$ tại các điểm có hoành độ $x = 2$, $x = 3$, $f(x) \geq g(x) \forall x \in [2; 3]$ nên diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

$$S = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^3 [f(x) - g(x)] dx .$$

Câu 25. Cho khối nón có bán kính đáy là $3a$, chiều cao là $4a$. Thể tích của khối nón đã cho bằng
A. $15\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $36\pi a^3$. **D.** $45\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B

Thể tích của khối nón là: $V = \frac{1}{3} Bh = 12\pi a^3$.

Câu 26: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'			0	
y	3	$+\infty$	-2	5

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

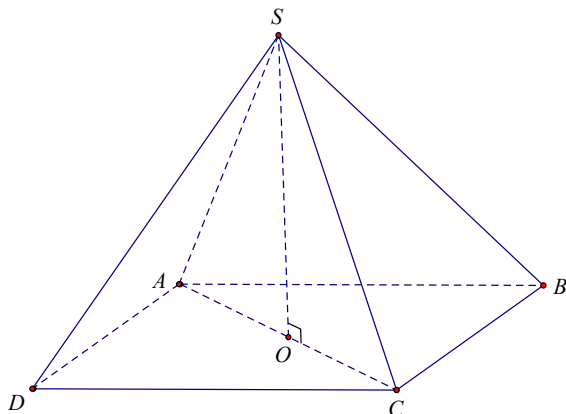
Nhìn bảng biến thiên ta thấy:

Vì $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \end{cases}$ nên đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận: có một tiệm cận đứng $x = 1$ và hai tiệm cận ngang $y = 3$ và $y = 5$.

Câu 27: Thể tích của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$ là:

A. $\frac{4a^3}{3}$. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{2a^3}{3}$. **D.** $\frac{3a^3}{2}$.

Lời giải



Có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = 2a\sqrt{2}$.

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = a$.

Vậy thể tích của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ là: $V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.(2a)^2 = \frac{4a^3}{3}$. **Câu 28:** Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 + 1)$, tính $f'(1)$?

- A. $f'(1) = \frac{1}{2}$. B. $f'(1) = \frac{1}{2\ln 2}$. C. $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$. D. $f'(1) = 1$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)\ln 2}, \forall x \in \mathbb{R}$

Khi đó $f'(1) = \frac{1}{\ln 2}$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		4		-2		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2017.f(x) - 2018 = 0$ là:

- A. 0 B. 3 C. 1 D. 2

Câu 30: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Các cạnh bên và các cạnh đáy đều bằng a . Gọi M là trung điểm SC . Góc giữa hai mặt phẳng (MBD) và (SAC) bằng:

- A. 30° B. 90° C. 60° D. 45°

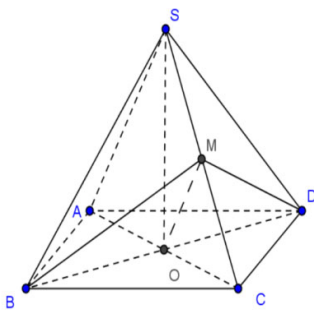
Lời giải

Chọn B.

Do $BD \perp AC$ và $BD \perp SO$ nên $BD \perp (SAC)$.

Suy ra: $(MBD) \perp (SAC)$

Vậy ta có: $((MBD), (SAC)) = 90^\circ$



Câu 31: Cho hệ thức $a^2 + b^2 = 7ab$ với $a > 0; b > 0$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $2\log_2(a+b) = \log_2 a + \log_2 b$. B. $2\log_2\left(\frac{a+b}{3}\right) = \log_2 a + \log_2 b$.
 C. $2\log_2\left(\frac{a+b}{3}\right) = 2(\log_2 a + \log_2 b)$. D. $4\log_2\left(\frac{a+b}{6}\right) = \log_2 a + \log_2 b$.

Đáp án B

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 - 2ab = 7ab$$

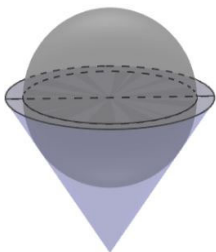
$$\Leftrightarrow 9ab = (a+b)^2 \Leftrightarrow ab = \left(\frac{a+b}{3}\right)^2$$

$$\log_2 a + \log_2 b = \log_2(ab) = \log_2\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = 2\log_2\left(\frac{a+b}{3}\right)$$

$$a^2 + b^2 = 7ab \Leftrightarrow (a+b)^2 - 2ab = 7ab \Leftrightarrow 9ab = (a+b)^2 \Leftrightarrow ab = \left(\frac{a+b}{3}\right)^2$$

$$\text{Ta có: } \log_2 a + \log_2 b = \log_2(ab) = \log_2\left(\frac{a+b}{3}\right)^2 = 2\log_2\left(\frac{a+b}{3}\right)$$

Câu 32: Một bình đựng nước dạng hình nón, đựng đầy nước. Người ta thả vào đó một khối cầu không thấm nước, có đường kính bằng chiều cao của bình nước và đo được thể tích nước tràn ra ngoài là V . Biết rằng khối cầu tiếp xúc với tất cả các đường sinh của hình nón và đứng một nửa của khối cầu chìm trong nước. Tính thể tích nước còn lại trong bình.



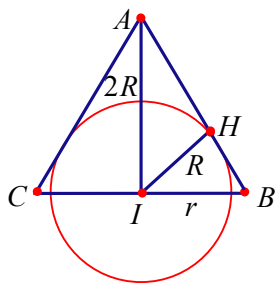
A. $\frac{1}{6}V$.

B. $\frac{1}{3}V$.

C. V .

D. $\frac{1}{\pi}V$.

Lời giải



Giả sử R, r lần lượt là bán kính mặt cầu, bán kính mặt nón.

$$\text{Xét } \triangle AHI \text{ vuông tại } H \text{ ta có: } \sin \widehat{HAI} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{HAI} = 30^\circ$$

$$\text{Xét } \triangle ABI \text{ vuông tại } I \text{ ta có: } \tan 30^\circ = \frac{r}{2R} \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{3}R}{3}$$

$$\text{Thể tích nước tràn ra ngoài là } V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3 = \frac{2\pi R^3}{3}$$

$$\text{Thể tích khối nón là } V_1 = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{2\sqrt{3}R}{3}\right)^2 \cdot 2R = \frac{8\pi R^3}{9}$$

Thể tích nước còn lại là $V_2 = \frac{8\pi R^3}{9} - \frac{2\pi R^3}{3} = \frac{2\pi R^3}{9} \Rightarrow V_2 = \frac{1}{3}V$.

Câu 33: Bất phương trình: $\alpha_j \{ +6\alpha_j \} 5 \leq 7$ có tập nghiệm là:

- A. $V = \{4; 6\}$ B. $V = \{+\infty; 4, \cup \{5; +\infty\}\}$ C. $V = \{5; +\infty\}$ **D. $V = \{3; 4, \cup \{5; +\infty\}\}$**

HD.

Điều kiện: $0 < x \neq 1$

Bpt $\Leftrightarrow \frac{\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3}{\log_2 x} \leq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x < 0 \\ 1 \leq \log_2 x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ 2 \leq x \leq 8 \end{cases}$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm bất phương trình là $V = \{3; 4, \cup \{5; +\infty\}\}$

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a\sqrt{3}$, góc \widehat{BAD} bằng 120° . Hai mặt phẳng (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 45° . Tính khoảng cách h từ A đến mặt phẳng (SBC) .

- A. $h = 2a\sqrt{2}$. B. $h = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$. **C. $h = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.** D. $h = a\sqrt{3}$.

Lời giải

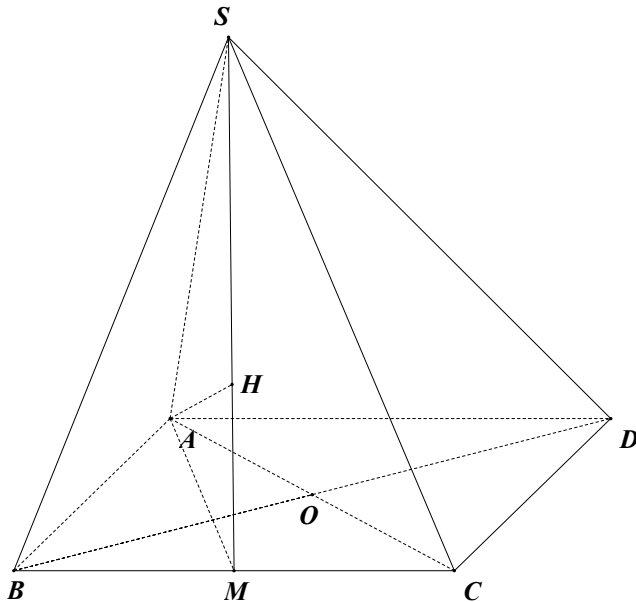
Ta có $SA \perp (ABCD)$, gọi M là trung điểm của cạnh BC . Do ΔABC đều nên $AM \perp BC$.

Do đó góc giữa mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ là $\widehat{SMA} = 45^\circ$.

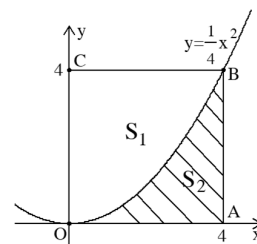
Ta có: $AM = AB \cdot \sin 60^\circ = 3a$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SM .

Do đó $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A; (SBC)) = AH$.

Ta có: $AH = AM \cdot \sin 45^\circ = \frac{3a\sqrt{2}}{2}$.



Câu 35: Cho hình vuông $OABC$ có cạnh bằng 4 được chia thành hai phần bởi đường cong $y = \frac{1}{4}x^2$. Gọi S_1 là phần không gạch sọc và S_2 là phần gạch sọc như hình vẽ bên cạnh. Tỉ số diện tích S_1 và S_2 là



A. $\frac{V_4}{V_5} = \frac{4}{5} \cdot 1$ B. $\frac{V_4}{V_5} = 4 \cdot 1$ C. $\frac{V_4}{V_5} = 5 \cdot 1$ D. $\frac{V_4}{V_5} = \frac{6}{5} \cdot 1$

HD: $V_5 = \int_3^{7\frac{4}{7}} \left\{ \frac{49}{6} \right\} > V_4 = 49 - V_5 = \frac{65}{6}$

Câu 36: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y = x^3 - 3(2m+1)x^2 + (12m+5)x + 2$ đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. Số phần tử của S bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3x^2 - 6(2m+1)x + 12m + 5.$$

Hàm số đồng biến trong khoảng $(2; +\infty)$ khi $y' \geq 0, \forall x \in (2; +\infty) \Leftrightarrow 3x^2 - 6(2m+1)x + 12m + 5 \geq 0, \forall x \in (2; +\infty)$.

$$3x^2 - 6(2m+1)x + 12m + 5 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{3x^2 - 6x + 5}{12(x-1)}$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{3x^2 - 6x + 5}{12(x-1)}$ với $x \in (2; +\infty)$.

$$g'(x) = \frac{3x^2 - 6x + 1}{12(x-1)^2} > 0 \text{ với } \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow \text{hàm số } g(x) \text{ đồng biến trên khoảng } (2; +\infty).$$

$$\text{Do đó } m \leq g(x), \forall x \in (2; +\infty) \Rightarrow m \leq g(2) \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{12}.$$

Vậy không có giá trị nguyên dương nào của m thỏa mãn bài toán.

Câu 37: Cho phương trình $\{^5 - 6\} + 8 = 3$ có hai nghiệm là z_1, z_2 có điểm biểu diễn là A và B. Độ dài đoạn AB là

- A. $\sqrt{441}$ B. $5\sqrt{441}$ C. 3. D. 5.

HD: $\{ = \frac{6}{5} \pm \frac{\sqrt{44}}{5} \cdot 1$

Câu 38: Biết $\int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỉ, tính giá trị của

$$S = 2a + b^2 + c^2.$$

- A. $S = 515$. B. $S = 164$. C. $S = 436$. D. $S = -9$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \int_0^1 \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx &= \int_0^1 \left(x - 3 + \frac{10x + 6}{x^2 + 3x + 2} \right) dx = \int_0^1 \left(x - 3 + \frac{10x + 6}{x^2 + 3x + 2} \right) dx \\ &= \left(\frac{x^2}{2} - 3x \right) \Big|_0^1 + \int_0^1 \left(\frac{14}{x+2} - \frac{4}{x+1} \right) dx = -\frac{5}{2} + (14 \ln|x+2| - 4 \ln|x+1|) \Big|_0^1 = -\frac{5}{2} + 14 \ln 3 - 18 \ln 2. \\ \Rightarrow a &= -\frac{5}{2}, b = -18; c = 14. \text{ Vậy } S = 2a + b^2 + c^2 = 515. \end{aligned}$$

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(1-3x)+1|=3$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 4.

B. 3.

C. 6.

D. 5.

Lời giải

Chọn A Đặt $g(x) = f(1-3x)+1 \Rightarrow g'(x) = -3.f'(1-3x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-3x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \\ 1-3x = 3 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \end{cases}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$			
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$g(x)$	$+\infty$	-2	6	$-\infty$			
$ g(x) $	$+\infty$	0	2	0	6	0	$+\infty$

Vậy $|g(x)|=3$ có bốn nghiệm.

Câu 40: Một cái hộp có 4 viên bi màu trắng và 7 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên viên thứ nhất rồi viên thứ hai và viên thứ ba. Xác suất để được viên thứ nhất màu trắng, viên thứ hai và thứ ba màu xanh là:

A. $\frac{42}{165}$

B. $\frac{28}{165}$

C. $\frac{84}{165}$

D. $\frac{42}{275}$

Hướng dẫn:

* Chọn 1 viên bi trong 11 viên bi có $C_{11}^1 = 11$ cách

Chọn viên bi thứ nhất màu trắng có $C_4^1 = 4$ cách

Vậy xác suất chọn viên bi thứ nhất màu trắng là $\frac{C_4^1}{C_{11}^1} = \frac{4}{11}$

* Chọn 1 viên bi thứ hai màu xanh có $C_7^1 = 7$ cách.

Bây giờ còn 10 viên bi nên xác suất chọn viên bi thứ hai màu xanh là $\frac{C_7^1}{C_{10}^1} = \frac{7}{10}$

* Chọn 1 viên bi thứ ba màu xanh có $C_6^1 = 6$ cách.

Bây giờ còn 9 viên bi nên xác suất chọn viên bi thứ ba màu xanh là $\frac{C_6^1}{C_9^1} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

Do đó xác suất cần tìm là: $\frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} \cdot \frac{2}{3} = \frac{28}{165}$

Câu 41: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;-3;7)$, $B(0;4;1)$, $C(3;0;5)$ và $D(3;3;3)$. Gọi M là điểm nằm trên mặt phẳng (Oyz) sao cho biểu thức $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó tọa độ của M là:

- A. $M(0;1;-4)$. B. $M(2;1;0)$. C. $M(0;1;-2)$. D. $M(0;1;4)$.

Lời giải

Ta có: $\overline{AB} = (-2; 7; -6)$, $\overline{AC} = (1; 3; -2)$, $\overline{AD} = (1; 6; -4)$ nên $[\overline{AB}, \overline{AC}] \cdot \overline{AD} = -4 \neq 0$.

Suy ra: \overline{AB} , \overline{AC} , \overline{AD} không đồng phẳng.

Gọi G là trọng tâm tứ diện $ABCD$. Khi đó $G(2;1;4)$.

Ta có: $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD}| = |4\overline{MG}| = 4MG$.

Do đó $|\overline{MA} + \overline{MB} + \overline{MC} + \overline{MD}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi MG ngắn nhất.

Vậy M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oyz) nên $M(0;1;4)$.

Câu 42: Giá trị lớn nhất của $s = \left| \{^5 - \} \right| + \left| \{^5 + \} + 4 \right|$ với z là số phức thỏa $|\{ \} = 4$ là

- A. $\text{pd}\{s = \frac{46}{7}\}$ B. $\text{pd}\{s = 61\}$ C. $\text{pd}\{s = 81\}$ D. $\text{pd}\{s = \sqrt{61}\}$

$$|\{ \} = 4 \Rightarrow \{^5 + \{^5 = 4 \Rightarrow -1 \leq x, y \leq 1$$

$$\left| \{^5 - \} \right| = \left| \{ \} - 4 \right| = \left| \{ \} - 4 \right| = \sqrt{\{^5 - 4\}^2 + \{^5\}^2} = \sqrt{5 - 5\{ \}}$$

C1: $\left| \{^5 + \} + 4 \right| = \left| \left(\{^5 - \{^5 + \{ + 4 \right) + 5\{ \{ + \{ \} \right) \right| = \sqrt{\left(\{^5 - \{^5 + \{ + 4 \right)^2 + 5\{ \{ + \{ \} \right)^2} = \sqrt{\left(5\{^5 + \{ \right)^2 + \left(\{ + 5\{ + 4 \right)^2}$
 $= \sqrt{5\{ + 4\}^2 + \left(\{^5 + \{^5 \right)^2} = 5\{ + 4$

C2: $\left| \{^5 + \} + 4 \right| = \left| \left\{ \frac{\{ \} + 4}{4} \right\} \right| = \left| \{ \} + 4 + \frac{\{ \}^5}{\{ \}^4} \right| = \left| \{ \} + 4 + \{ \} \right| = 5\{ + 4$

$$\Rightarrow s = \left| \{^5 - \} \right| + \left| \{^5 + \} + 4 \right| = \sqrt{5 - 5\{ \} + 5\{ + 4} \text{ với } -1 \leq x \leq 1$$

$$\left[\text{h} \right] \text{kv} = i + \{ \} = \sqrt{5 - 5\{ \} + 5\{ + 4} = \begin{cases} \sqrt{5 - 5\{ \} + 5\{ + 4} \text{ khi } -\frac{4}{5} \leq \{ \} \leq 4 \\ \sqrt{5 - 5\{ \} - 5\{ - 4} \text{ khi } -4 \leq \{ \} < -\frac{4}{5} \end{cases}$$

$$i^2 + \{ \} = \begin{cases} \frac{-4}{\sqrt{5 - 5\{ \} + 5\{ + 4} - \frac{4}{5} \leq \{ \} < 4 \\ \frac{-4}{\sqrt{5 - 5\{ \} - 5\{ - 4} - 4 < \{ \} < -\frac{4}{5} \end{cases} \left| \begin{array}{l} \circ -1 \leq x < -\frac{1}{2} \\ i \{ \} = \frac{-4}{\sqrt{5 - 5\{ \}} - 5 < 3 \\ \text{pd}\{ i + \{ \} = i + 4 = 6 \\ \circ -\frac{1}{2} \leq x \leq 1 \\ i^2 + \{ \} = 3 \Leftrightarrow \frac{-4}{\sqrt{5 - 5\{ \}} + 5 = 3 \Leftrightarrow \{ \} = \frac{\dot{\}}{i} \Rightarrow \{ \} = \pm \frac{\sqrt{48}}{i} \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} i+4, = i+4, = 6/i \left(-\frac{4}{5} \right) = \sqrt{6} \quad i \left(\frac{4}{5} \right) = \frac{46}{7} \\ \Rightarrow p d \{ S = \frac{46}{7} / \dots \} = \frac{46}{7} \pm \frac{\sqrt{48}}{7} \end{array} \right.$$

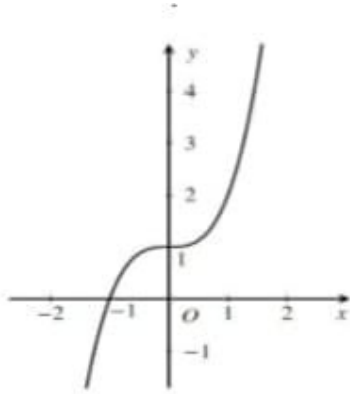
$$|z|=4 \Leftrightarrow \{^5 + |^5 = 4 \Rightarrow | = \sqrt{4 - \{^5}$$

$$S = | \{ -4 + | \{^5 + \} + 4 |$$

$$\begin{aligned} \text{C3: (MTCT)} &= \sqrt{(\{-4\}^5 + |^5 + \sqrt{(\{^5 - |^5 + \{+4\}^5 + (5\{|+|)^5)} \\ &= \sqrt{(\{-4\}^5 + 4 - \{^5 + \sqrt{(5\{^5 - 4) + (5\{\sqrt{4 - \{^5 + \sqrt{4 - \{^5})^5}} \end{aligned}$$

Mode 7, start -1; end 1; step 0,1

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} có đồ thị như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị của n để phương trình $f(16 \cos^2 x + 6 \sin 2x - 8) = f(n(n+1))$ có nghiệm $x \in \mathbb{R}$?

A. 10.

B. 4.

C. 8.

D. 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

$$\text{Do đó: } f(16 \cos^2 x + 6 \sin 2x - 8) = f(n(n+1)) \Leftrightarrow 16 \cos^2 x + 6 \sin 2x - 8 = n(n+1)$$

$$\Leftrightarrow 16 \cdot \frac{1 + \cos 2x}{2} + 6 \sin 2x - 8 = n(n+1) \Leftrightarrow 8 \cos 2x + 6 \sin 2x = n(n+1)$$

$$\text{Phương trình có nghiệm } x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 8^2 + 6^2 \geq n^2 (n+1)^2 \Leftrightarrow n^2 (n+1)^2 \leq 100$$

$$\begin{cases} n(n+1) \geq -10 \\ n(n+1) \leq 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 + n + 10 \geq 0 \\ n^2 + n - 10 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow n^2 + n - 10 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-1 - \sqrt{41}}{2} \leq n \leq \frac{-1 + \sqrt{41}}{2}.$$

Vì $n \in \mathbb{Z}$ nên $n \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$.

Câu 44: Một người muốn có 1 tỉ tiền tiết kiệm sau 6 năm gửi ngân hàng bằng cách bắt đầu từ ngày 01/01/2019 đến 31/12/2024, vào ngày 01/01 hàng năm người đó gửi vào ngân hàng một số tiền bằng nhau với lãi suất ngân hàng là 7% /1 năm (tính từ ngày 01/01 đến ngày 31/12) và lãi suất hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi số tiền mà người đó phải gửi vào ngân hàng hàng năm là bao nhiêu (với giá thiết lãi suất không thay đổi và số tiền được làm tròn đến đơn vị đồng)?

A. 130 650 280 (đồng)

B. 30 650 000 (đồng)

C. 139 795 799 (đồng)

D. 139 795 800 (đồng)

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi T_0 là số tiền người đó gửi vào ngân hàng vào ngày 01/01 hàng năm, T_n là tổng số tiền cả vốn lẫn lãi người đó có được ở cuối năm thứ n , với $n \in \mathbb{N}^*$, r là lãi suất ngân hàng mỗi năm.

Ta có: $T_1 = T_0 + rT_0 = T_0(1+r)$

Đầu năm thứ 2, người đó có tổng số tiền là:

$$T_0(1+r) + T_0 = T_0[(1+r) + 1] = \frac{T_0}{[(1+r) - 1]} [(1+r)^2 - 1] = \frac{T_0}{r} [(1+r)^2 - 1]$$

$$\text{Do đó: } T_2 = \frac{T_0}{r} [(1+r)^2 - 1] + \frac{T_0}{r} [(1+r)^2 - 1] r = \frac{T_0}{r} [(1+r)^2 - 1] (1+r)$$

$$\text{Tổng quát: Ta có: } T_n = \frac{T_0}{r} [(1+r)^n - 1] (1+r)$$

$$\text{Áp dụng vào bài toán, ta có: } 10^9 = \frac{T_0}{0,07} [(1+0,07)^6 - 1] (1+0,07) \Rightarrow T_0 \approx 130650280 \text{ đồng}$$

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$; $d_2: \frac{x-5}{6} = \frac{y}{4} = \frac{z+5}{-5}$. Biết rằng có hai điểm A, B thuộc d_1 và hai điểm C, D thuộc d_2 sao cho AC, BD cùng song song với (P) đồng thời cách (P) một khoảng bằng 2. Tính $AC + BD$.

A. $6 + 5\sqrt{2}$.

B. $5\sqrt{2}$.

C. $5 + 5\sqrt{2}$.

D. $6\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Các điểm A, B, C, D đều nằm trên các mặt phẳng song song và cách (P) một khoảng bằng 2.

Mặt phẳng (α) song song và cách (P) một khoảng bằng 2 có phương trình dạng: $x - 2y + 2z + c = 0$.

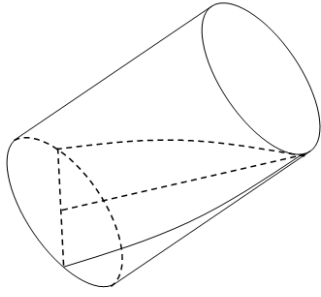
$$\text{Điểm } M(1; 0; 0) \in (P), \text{ ta có } d(M; (\alpha)) = 2 \Leftrightarrow \frac{|c+1|}{3} = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ c = -7 \end{cases}$$

Các điểm A, B là giao của đường thẳng d_1 và 2 mặt phẳng $x - 2y + 2z + 5 = 0$, $x - 2y + 2z - 7 = 0$ nên có tọa độ $A(1; 3; 0)$, $B(3; 0; 2)$

Các điểm C, D là giao của đường thẳng d_2 và mặt phẳng $x - 2y + 2z + 5 = 0$, $x - 2y + 2z - 7 = 0$ nên có tọa độ $C(5; 0; -5)$, $D(-1; -4; 0)$

$$\text{Vậy } AC + BD = 6 + 5\sqrt{2}.$$

Câu 46: Cho hình trụ có đường kính đáy 6 cm , chiều cao 15 cm . Cắt hình trụ bởi mặt phẳng qua một điểm trên đường tròn đáy và đường kính đáy của đường tròn đáy còn lại, ta được thiết diện là một nửa hình elip có diện tích bằng



- A. $9\sqrt{26}\pi \text{ cm}^2$. **B.** $\frac{9\sqrt{26}\pi}{2} \text{ cm}^2$. C. $\frac{9\sqrt{26}\pi}{5} \text{ cm}^2$. D. $\frac{9\sqrt{26}\pi}{10} \text{ cm}^2$.

Hướng dẫn giải

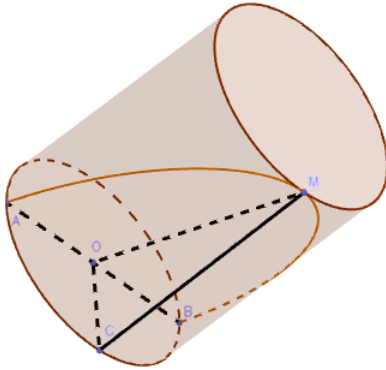
Chọn B.

Ta có: Diện tích bề mặt nước (S) trong cốc bằng một nửa diện tích elip có hai trục là 6 cm và $2\sqrt{15^2 + 3^2} = 6\sqrt{26} \text{ cm}$.

Khi đó phương trình chính tắc của elip (E) là $\frac{x^2}{234} + \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{26}} \sqrt{234 - x^2}$.

$$\text{Do đó } S = \frac{2}{\sqrt{26}} \int_0^{3\sqrt{26}} \sqrt{234 - x^2} dx = \frac{2}{\sqrt{26}} \cdot \frac{117\pi}{2} = \frac{9\sqrt{26}\pi}{2} (\text{cm}^2).$$

Cách 2:



Ta có nửa độ dài trục bé là $OA = 3 \text{ cm}$ và nửa độ dài trục lớn là $OM = \sqrt{OC^2 + CM^2} = 3\sqrt{26}$.

$$\text{Vậy diện tích nửa hình Elip là } S = \frac{\pi ab}{2} = \frac{9\sqrt{26}\pi}{2}.$$

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng d . M và N là trung điểm của AC và $B'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và $B'D'$ là

- A. $\frac{d\sqrt{8}}{8}$ B. $3a$. **C.** $\frac{d}{6}$ D. $d\sqrt{81}$

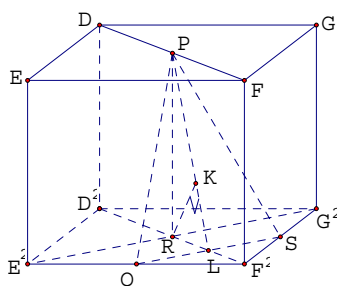
HD.

<u>C1:</u>	<u>C2:</u>
------------	------------

$P\left(\frac{4}{5} > \frac{4}{5} > 3\right) > Q\left(4 > \frac{4}{5} > 4\right) > E\left(4 > 3 > 4\right) > G\left(3 > 4 > 4\right)$
 $g(E \neq P Q) = \frac{4}{6}d$

$B'D' \parallel (NBD) \Rightarrow d(B'D', MN) = d(B', (NBD)) = d(I, (NBD)) = IH$
 $IK = \frac{1}{2}CM = \frac{d\sqrt{5}}{7} \Rightarrow IK = \frac{4}{6}d$

C3:



Gọi P là trung điểm của $C'D'$, $L = D^2F^2 \cap QS$, $R = D^2F^2 \cap E^2G^2$

$$QS \perp E^2G^2 \Rightarrow g+P Q / E^2G^2 = g+E^2G^2 / P QS, = g+R / P QS, = RK$$

$$= \frac{P R R L}{P L} = \frac{d \frac{d\sqrt{5}}{7}}{\sqrt{d^5 + \left(\frac{d\sqrt{5}}{7}\right)^5}} = \frac{d}{6}$$

Câu 48: Cho hàm số $y = i(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	-2	$+\infty$	

Hàm số $y = i(x) = 5\left\{5 - \frac{8}{5}\left\{-\frac{6}{5}\right\}\right\}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-\frac{4}{7}; \frac{4}{7}\right)$

B. $\left(\frac{4}{7}; 4\right)$

C. $\left(4; \frac{8}{7}\right)$

D. $\left(\frac{8}{7}; +\infty\right)$

Lời giải

Chọn C Dựa vào bảng biến thiên, suy ra $i'(x) > 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -5 \\ x > 6 \end{cases}$ và $i'(x) < 3 \Leftrightarrow -5 < x < 6$

Ta có $i'(x) = \begin{cases} 7\left\{-\frac{8}{5}\right\} \\ 5\left\{5 - \frac{8}{5}\left\{-\frac{6}{5}\right\}\right\} \end{cases}$ Xét $i'(x) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 7\left\{-\frac{8}{5}\right\} < 3 \\ 5\left\{5 - \frac{8}{5}\left\{-\frac{6}{5}\right\}\right\} < 3 \end{cases}$

$$\bullet \begin{cases} 7\{-\frac{8}{5} > 3 \\ i'(5\{-\frac{8}{5} - \frac{6}{5}\} < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \{ > \frac{8}{5} \\ -5 < 5\{-\frac{8}{5} - \frac{6}{5}\} < 6 \end{cases} \Leftrightarrow 4 < \{ < \frac{1}{7}$$

$$\bullet \begin{cases} 7\{-\frac{8}{5} < 3 \\ i'(5\{-\frac{8}{5} - \frac{6}{5}\}) > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \{ < \frac{8}{5} \\ 5\{-\frac{8}{5} - \frac{6}{5}\} > 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \{ < -4 \\ \frac{4}{7} < \{ < \frac{8}{5} \end{cases}$$

Đổi chiều các đáp án, ta chọn C

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị dương của tham số thực m để bất phương trình $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2(\log_4 x^2 - 3)$ có nghiệm duy nhất thuộc $[32; +\infty)$?

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Ta có: $\sqrt{\log_2^2 x + \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 3} \geq m^2(\log_4 x^2 - 3) \Leftrightarrow \sqrt{\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3} \geq m^2(\log_2 x - 3)$ (vì có điều kiện $x \in [32; +\infty)$)

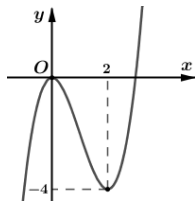
$$\Rightarrow \sqrt{(\log_2 x + 1)(\log_2 x - 3)} \geq m^2(\log_2 x - 3) \Leftrightarrow \sqrt{\frac{\log_2 x + 1}{\log_2 x - 3}} \geq m^2 \Leftrightarrow \frac{\log_2 x + 1}{\log_2 x - 3} \geq m^4 \quad (1)$$

Với điều kiện $x \in [32; +\infty)$ thì $\log_2 x + 1 > 0, \log_2 x - 3 > 0$

Với $x \in [32; +\infty)$, đặt $\log_2 x = X$ suy ra $X \in [5; +\infty)$. YCBT tương đương với bpt $\frac{X+1}{X-3} \geq m^4$ có

duy nhất nghiệm thuộc $[5; +\infty)$. Dễ thấy $\max_{[5; +\infty)} \left(\frac{X+1}{X-3}\right) = \sqrt{3}$, với điều kiện tham số m dương, suy ra $m = \sqrt[4]{3}$ thì bpt có nghiệm duy nhất.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Hàm số $g(x) = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị ?



A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

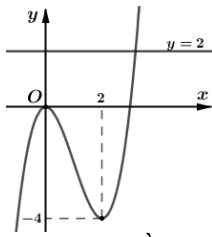
Lời giải

Chọn B Cách 1: Dựa vào đồ thị ta thấy $i(\cdot)$ đạt cực trị tại $\{ = 3 \} = 51$

Suy ra $i'(\cdot) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \{ = 3 \\ \{ = 5 \end{cases}$. Ta có $j'(\cdot) = i'(\cdot) \cdot i'[\cdot] \Leftrightarrow j'(\cdot) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} i'(\cdot) = 3 \\ i'[\cdot] = 3 \end{cases}$

$$\bullet i'(\cdot) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \{ = 3 \\ \{ = 5 \end{cases}$$

$$\bullet i'[\cdot] = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} i(\cdot) = 3 \\ i(\cdot) = 5 \end{cases}$$



Dựa vào đồ thị suy ra:

- ✓ Phương trình (4) có hai nghiệm $\{=3$ (nghiệm kép) và $\{=d(d>5)$
- ✓ Phương trình (5) có một nghiệm $\{=e(e>d)$

Vậy phương trình $j'(t)=3$ có 7 nghiệm bội lẻ là $\{=3/\# = 5/\# = d$ và $\{=e$ Suy ra hàm số $j(t) = i[i(t)]$ có 7 điểm cực trị. Chọn B

Cách 2:

$$+) \text{ Ta có với } u = f(x) \text{ thì } f'(f(x))_x = f'_u u_x = f'_u \cdot f'_x \Rightarrow f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'_u = 0 \\ f'_x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u = f(x) = 0 \\ u = f(x) = 2 \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

+) Ta thấy $f(x)=0$ có hai nghiệm $x_{1,2} = 0 \vee x_3 > 2$.

+) Ta thấy $f(x)=2$ có hai nghiệm $x_4 > x_3$

$\Rightarrow f'(f(x))=0$ có nghiệm $x=0$ bậc 3, $x=2, x_3, x_4$ bậc 1 \Rightarrow hàm số có 4 cực trị.