SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẾN TRE
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẾN TRE
Năm học: 2018 - 2019

ĐỀ THI THỬ LẦN 1
Môn: Toán - Khối 12
Thời gian làm bài: 90 phút

MÃ ĐỀ: 123

Câu 1. Công thức tính thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng h là:

A. $V=\pi R^2h$.
B. $V=\frac{1}{3}\pi R^2h$.
C. $V=\pi Rh^2$.
D. $V=\pi Rh$

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Đường thẳng d không đi qua điểm nào sau đây?

A. $Q(-1;-1;6)$
B. $N(2;3;-1)$
C. $P(3;5;4)$.
D. . $M(1;2;5)$

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\int x^3\ln x dx$ là:

A. $\frac{1}{4}x^4.\ln x-\frac{1}{16}x^4+C$.
B. $\frac{1}{4}x^4.\ln x-\frac{1}{16}x^3$.
C. $\frac{1}{4}x^4.\ln x+\frac{1}{16}x^4+C$
D. $\frac{1}{4}x^4.\ln x-\frac{1}{16}x^4$

Câu 4. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^2+3, y=4x$. Xác định mệnh đề đúng?

A. $S=\int_1^3\left|x^2+4x+3\right|dx$
B. $S=\int_1^3\left(x^2+4x+3\right)dx$
C. $S=\int_1^3\left|x^2-4x+3\right|dx$
D. $S=\int_1^3\left(\left|x^2+3\right|-\left|4x\right|\right)dx$

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(DA'B')$ và $(DC'B')$ bằng

A. $45°$
B. $30°$
C. $60°$
D. $90°$.

Câu 6. Hàm số $y=x^3+3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$.
B. $(0;+\infty)$
C. $(-\infty;-2)$
D. $(-2;0)$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tâm và bán kính của mặt cầu có phương trình là $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$

A. $I(-1;-4;3), R=\sqrt{18}$.
B. $I(1;-4;-3), R=\sqrt{18}$
C. $I(1;4;3), R=\sqrt{18}$
D. $I(1;-4;3), R=\sqrt{18}$

Câu 8. Cho $\log_{14}2=a$. Giá trị của $\log_{14}49$ tính theo a là

A. $2(1-a)$
B. $2a$
C. $\frac{1}{2(1-a)}$
D. $\frac{2}{1+a}$

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x}<27$ là

A. $(-\infty;1)$ **B.** $(3;+\infty)$ **C.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$ **D.** $(1;3)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\mathrm{P}): 2\mathrm{x}+3\mathrm{y}+6\mathrm{z}-6=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(3;2;1)$ **B.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **C.** $\vec{n}=\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\vec{n}=(6;3;2)$

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0)=3$, $f'(2)=-2019$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x+2018)+2019x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-2018)$. **C.** $(-2018;0)$. **D.** $(2018;+\infty)$.

Câu 12. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}+2m\sqrt{x(1-x)}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=m^3$ có nghiệm duy nhất. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. 0 **B.** -6 **C.** 10. **D.** -1.

Câu 13. Sinh viên B được gia đình gửi tiết kiệm số tiền 300 triệu đồng vào ngân hàng theo mức kì hạn 1 tháng với lãi suất tiết kiệm là $0,4\%$/ tháng. Mỗi tháng, vào ngày ngân hàng tính lãi, sinh viên B rút ra một số tiền như nhau để trang trải chi phí cho cuộc sống. Hỏi hàng tháng sinh viên này rút số tiền xấp sỉ bao nhiêu để sau 5 năm học đại học, số tiền tiết kiệm vừa hết?

A. $5.363.922$ đồng **B.** $5.633.923$ đồng **C.** $5.633.922$ đồng. **D.** $5.336.932$ đồng.

Câu 14. Thể tích khối cầu bán kính $2a$ bằng

A. $\frac{32\pi a^3}{3}$ **B.** $2\pi a^3$ **C.** $4\pi a^3$ **D.** $\frac{4\pi a^3}{3}$

Câu 15. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh *a*, *SA* vuông góc với mặt phẳng (*ABCD*), góc giữa đường thẳng *SC* và mặt phẳng (*ABCD*) bằng 45^0. Tính khoảng cách giữa hai đường *SB* và *AC* theo *a*.

A. a **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$ **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{5}$

Câu 16. Số các hoán vị của một tập hợp có 6 phần tử là:

A. 6 **B.** 120 **C.** 46656 **D.** 720.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và $B(2;3;4)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(1;2;5)$ **B.** $(3;5;1)$ **C.** $(3;4;1)$ **D.** $(1;2;3)$

Câu 18. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Hàm số $y=a^x$ $(a>1)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị các hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x$ $(0<a\neq 1)$ đối xứng với nhau qua trục tung.

C. Đồ thị hàm số $y=a^x$ $(0<a\neq 1)$ luôn đi qua điểm có tọa độ $(a;1)$.

D. Hàm số $y=a^x$ $(0<a<1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 19. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ **B.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ **C.** $2\sqrt{3}a^3$ **D.** $\frac{8a^3}{3}$

Câu 20. Trong kỳ thi chọn học sinh giỏi tỉnh có 105 em dự thi, có 10 em tham gia buổi gặp mặt trước kỳ thi. Biết các em đó có số thứ tự trong danh sách lập thành một cấp số cộng. Các em ngồi ngẫu nhiên vào hai dãy bàn đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế và mỗi ghế chỉ ngồi được một học sinh. Tính xác suất để tổng các số thứ tự của hai em ngồi đối diện nhau là bằng nhau.

A. $\frac{1}{126}$ **B.** $\frac{1}{945}$ **C.** $\frac{1}{954}$ **D.** $\frac{1}{252}$

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+7=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. 10 **B.** 14 **C.** $\sqrt{7}$ **D.** $2\sqrt{7}$

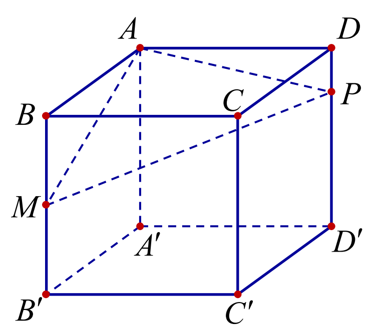
Câu 22. Tìm phần ảo của số phức $z=3-4i$.

A. -4 **B.** 4 **C.** 3 **D.** -3.

Câu 23. Hàm số $y=\log_5\left(4x-x^2\right)$ có tập xác định là:

A. $(0;6)$ **B.** $(0;4)$ **C.** $\mathbb{R}$ **D.** $(0;+\infty)$

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP=\frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N. Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng



A. $V=\frac{9a^3}{4}$. **B.** $V=\frac{11a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$ **D.** $V=3a^3$.

Câu 25. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho $\sin^3 x+\cos^3 x\le m$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m=1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $m\le 1$.

Câu 26. Bất phương trình $\log_2 x<3$ có nghiệm là:

A. $(8;+\infty)$ **B.** $(-\infty;8)$ **C.** $(0;8)$ **D.** $(-\infty;6)$

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10}.

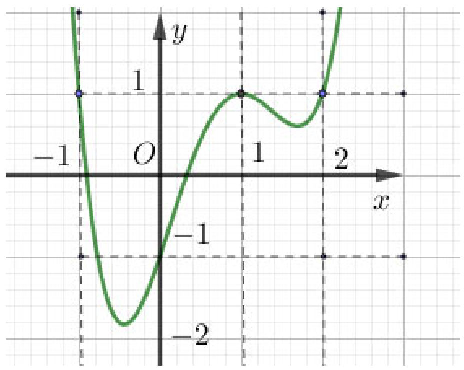
A. $u_{10} = 28$ **B.** $u_{10} = -2.3^9$ **C.** $u_{10} = 25$ **D.** $u_{10} = -29$

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y’		+	0	−	||	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1 || -1	↗	3	↘	2

A. Có bốn điểm **B.** Có hai điểm **C.** Có ba điểm. **D.** Có một điểm

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình sau



Đặt $g(x) = f(x) - x$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 30. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 2$ trên đoạn $[0;2]$

A. $\max\limits_{[0;2]} y = -2$ **B.** $\max\limits_{[0;2]} y = 1$ **C.** $\max\limits_{[0;2]} y = 0$ **D.** $\max\limits_{[0;2]} y = -\dfrac{50}{27}$

Câu 31. Cho hình nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng.

A. $2\sqrt{5}\pi a^2$ **B.** $\sqrt{3}\pi a^2$ **C.** $\sqrt{5}\pi a^2$ **D.** $\dfrac{2\pi a^3}{3}$

Câu 32. Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		−		+	0	+	0	−	
y	$+\infty$	↘	-2	↗		↗	2	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$
C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$ **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ và $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ biết $F(0)=2$ và $F(1)=5$.

A. $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-3$ **B.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=7$. **C.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$. **D.** $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(5-2^x\right)=2-x$ bằng:

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 2

Câu 35. Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ bằng

A. $9a^3$ **B.** $2a^3$ **C.** a^3 **D.** $27a^3$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M, cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB.

A. $S=4$. **B.** $S=\sqrt{7}$. **C.** $S=2\sqrt{2}$. **D.** $S=2\sqrt{7}$.

Câu 37. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60^0. Diện tích của thiết diện này bằng:

A. $\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$ **B.** $2a^2$ **C.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $\frac{a^2\sqrt{2}}{4}$

Câu 38. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(2x+1)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos(2x+1)+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos(2x+1)+C$.

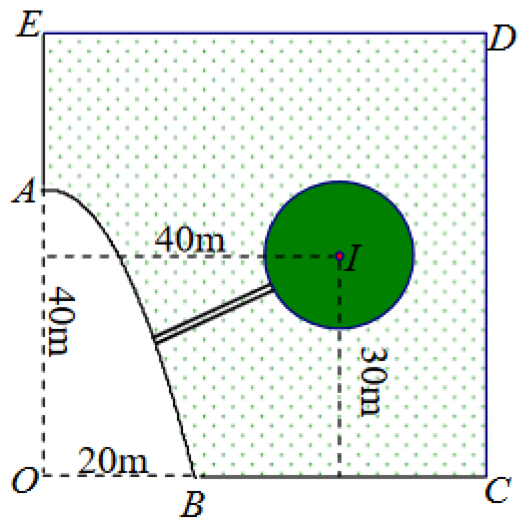
Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là

A. 2 **B.** 4 **C.** 1. **D.** 3

Câu 40. Một cái ao hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính $10\,\text{m}$. Người ta muốn bắc một câu cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu biết : Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40\,\text{m}$ và $20\,\text{m}$;Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt $40\,\text{m}$ và $30\,\text{m}$.



A. $l \approx 17,7\,\text{m}$ **B.** $l \approx 15,7\,\text{m}$ **C.** $l \approx 25,7\,\text{m}$ **D.** $l \approx 27,7\,\text{m}$

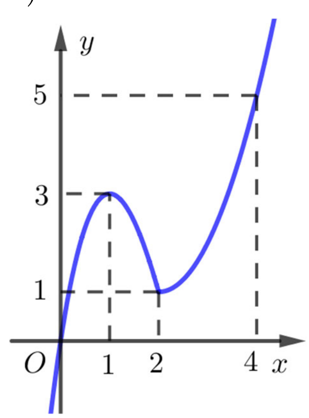
Câu 41. Cho $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = 5$ và $\int\limits_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x = 3$ khi đó $\int\limits_0^1 \left[3f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -9 **B.** 12 **C.** 9 **D.** 2

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\dfrac{z}{z-4}$ là số thuần ảo.

A. 0 **B.** 2 **C.** 1 **D.** Vô số

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $f\left(4 - 2\sin^2 2x\right) = m$ có nghiệm.



A. 5 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0;-1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1) = 2\ln 2$ và $x(x+1).f'(x) + f(x) = x^2 + 3x + 2$. Giá trị $f(2) = a + b\ln 3$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a^2 + b^2$.

A. $\dfrac{9}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{25}{4}$ **D.** $\dfrac{13}{4}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA^2 + MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + c$?

A. 2 **B.** -2 **C.** -3 **D.** 3

Câu 46. Trong không gian hệ toạ độ *Oxyz*, cho đường thẳng Δ : $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (*P*). Tìm tọa độ điểm *M* thuộc (*P*) sao cho *MI* Vuông góc với Δ và $MI=4\sqrt{14}$.

A. $M(4;7;-11), M(-3;-7;13)$. **B.** $M(5;9;-11), M(-3;-7;13)$.

C. $M(5;9;-11), M(3;7;-13)$. **D.** $M(5;9;-11)$

Câu 47. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+10=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=i^{2019}z_0$?

A. $M(3;\ -1)$ **B.** $M(-3;\ 1)$. **C.** $M(3;\ 1)$. **D.** $M(-3;\ -1)$.

Câu 48. Phương trình $\log\left(x^2-6x+7\right)=\log\left(x-3\right)$ có tập nghiệm là

A. $\{5\}$. **B.** $\{2;\ 5\}$ **C.** $\varnothing$ **D.** $\{4;\ 8\}$

Câu 49. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ là

A. $x=1$ **B.** $x=2$ **C.** $y=1$ **D.** $x=-1$

Câu 50. Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (*ABC*) bằng:

A. $\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{3}{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** 3

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN:

MÃ ĐỀ: 123	MÃ ĐỀ: 209	MÃ ĐỀ: 305	MÃ ĐỀ: 487
1. A	1. B	1. C	1. A
2. B	2. B	2. A	2. C
3. A	3. A	3. C	3. D
4. C	4. D	4. D	4. A
5. C	5. A	5. A	5. A
6. D	6. D	6. B	6. A
7. D	7. C	7. D	7. D
8. A	8. A	8. B	8. B
9. C	9. C	9. C	9. D
10. B	10. A	10. B	10. B
11. B	11. D	11. B	11. A
12. D	12. D	12. A	12. A
13. B	13. B	13. A	13. A
14. A	14. C	14. B	14. C
15. C	15. A	15. B	15. D
16. D	16. B	16. D	16. B
17. A	17. C	17. C	17. A
18. B	18. B	18. B	18. D
19. A	19. C	19. C	19. B
20. B	20. C	20. D	20. C
21. D	21. C	21. D	21. C
22. A	22. B	22. A	22. B
23. B	23. A	23. A	23. C
24. D	24. D	24. C	24. C
25. A	25. A	25. A	25. D
26. C	26. C	26. A	26. A
27. C	27. D	27. D	27. C
28. B	28. C	28. C	28. D
29. B	29. D	29. D	29. B
30. C	30. A	30. C	30. B
31. C	31. D	31. B	31. C
32. B	32. A	32. D	32. C
33. D	33. B	33. B	33. D
34. D	34. B	34. D	34. B
35. D	35. B	35. B	35. D
36. B	36. B	36. D	36. D
37. C	37. D	37. C	37. D
38. A	38. D	38. A	38. B
39. D	39. B	39. A	39. B
40. A	40. B	40. D	40. A
41. C	41. B	41. C	41. A
42. C	42. A	42. D	42. B

43. A	43. C	43. A	43. C
44. A	44. D	44. A	44. A
45. D	45. A	45. D	45. C
46. B	46. A	46. B	46. C
47. C	47. D	47. C	47. A
48. A	48. C	48. A	48. D
49. A	49. C	49. C	49. B
50. D	50. D	50. B	50. B

TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẾN TRE | **ĐỀ THI THỬ LẦN 1 NĂM HỌC 2018 - 2019**

Bài thi môn: TOÁN

ĐỀ THI CHÍNH THỨC | *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề).*

Câu 1. Thể tích khối lập phương có cạnh $3a$ bằng

A. $27a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** a^3. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số có ba điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;-1\right)$ và $B\left(2;3;4\right)$. Véctơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $\left(1;2;5\right)$. **B.** $\left(1;2;3\right)$. **C.** $\left(3;5;1\right)$. **D.** $\left(3;4;1\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(1;2;5\right)$.

Câu 4. Cho $\log_{14}2=a$. Giá trị của $\log_{14}49$ tính theo a là

A. $\dfrac{1}{2(1-a)}$. **B.** $2a$. **C.** $\dfrac{2}{1+a}$. **D.** $2(1-a)$.

Lời giải

Chọn D.

$$\log_{14}49=2\log_{14}7=2\log_{14}\frac{14}{2}=2(1-a).$$

Câu 5. Hàm số $y=x^3+3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-2;0\right)$. **D.** $\left(0;4\right)$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+6x,\ y'=0\Leftrightarrow 3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$

y'		+	0	−	0	+		
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$	

Câu 6. Bất phương trình $\log_2 x < 3$ có nghiệm là:

A. $(-\infty;6)$. **B.** $(-\infty;8)$. **C.** $(0;8)$. **D.** $(8;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$

$\log_2 x < 3 \Leftrightarrow x < 8$

Kết hợp điều kiện chọn **C**

Câu 7. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 5$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = 3$ khi đó $\int_0^1 \left[3f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -9. **B.** 12. **C.** 9. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 5 \Leftrightarrow 3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 15 \Leftrightarrow \int_0^1 3f(x)\mathrm{d}x = 15$

Ta có $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = 3 \Leftrightarrow 2\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = 6 \Leftrightarrow \int_0^1 2g(x)\mathrm{d}x = 6$

Xét $\int_0^1 \left[3f(x) - 2g(x)\right]\mathrm{d}x = 15 - 6 = 9$.

Câu 8. Thể tích khối cầu bán kính $2a$ bằng

A. $\frac{32\pi a^3}{3}$. **B.** $4\pi a^3$. **C.** $\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn A

$$V = \frac{4\pi(2a)^3}{3} = \frac{32\pi a^3}{3}$$

Câu 9. Phương trình $\log\left(x^2 - 6x + 7\right) = \log(x - 3)$ có tập nghiệm là

A. $\varnothing$. **B.** $\{4;\, 8\}$. **C.** $\{5\}$. **D.** $\{2;\, 5\}$.

Lời giải

Chọn C.

ĐK: $x > 3 + \sqrt{2}$

$\log\left(x^2 - 6x + 7\right) = \log(x - 3)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 3 > 0 \\ x^2 - 6x + 7 = x - 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = 2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x = 5$$

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+3y+6z-6=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}=(6;3;2)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;6)$. **C.** $\vec{n}=\left(1;\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;1)$

Lời giải

Chọn B

Câu 11. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin(2x+1)$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos(2x+1)+C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos(2x+1)+C$.

Lời giải:

Chọn B

Ta có: $\int\sin(2x+1)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\sin(2x+1)\mathrm{d}(2x+1)=-\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$

Câu 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=5-t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Đường thẳng d không đi qua điểm nào sau đây?

A. $M(1;2;5)$. **B.** $N(2;3;-1)$. **C.** $P(3;5;4)$. **D.** $Q(-1;-1;6)$

Lời giải:

Thay tọa độ điểm N(2;3;-1) vào phương trình đờng thẳng d ta được:

$$\begin{cases}2=1+2t\\3=2+3t\\-1=5-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=\frac{1}{2}\\t=\frac{1}{3}\\t=6\quad\text{(vô lí)}\end{cases}$$

Vậy điểm N(2;3;-1) không thuộc đường thẳng d

Câu 13. Số các hoán vị của một tập hợp có 6 phần tử là:

A. 46656. **B.** 6. **C.** 120. **D.** 720.

Lời giải

Chọn D

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d = 3$.

Tìm số hạng u_{10}.

A. $u_{10}=-2.3^9$. **B.** $u_{10}=25$. **C.** $u_{10}=28$. **D.** $u_{10}=-29$.

Lời giải

Chọn B

$u_{10}=u_1+9d=-2+9.3=25$.

Câu 15. Công thức tính thể tích khối trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng h là:

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$ **B.** $V=\pi Rh^2$. **C.** $V=\pi Rh$ **D.** $V=\pi R^2h$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. Hàm số $y=a^x$ $(a>1)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị các hàm số $y=a^x$ và $y=\left(\dfrac{1}{a}\right)^x$ $(0<a\neq 1)$ đối xứng với nhau qua trục tung.

C. Đồ thị hàm số $y=a^x$ $(0<a\neq 1)$ luôn đi qua điểm có tọa độ $(a;1)$.

D. Hàm số $y=a^x$ $(0<a<1)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 17. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-2x^2+x-2$ trên đoạn $[0;2]$

A. $\max\limits_{[0;2]} y=-2$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} y=-\dfrac{50}{27}$. **C.** $\max\limits_{[0;2]} y=1$. **<u>D</u>.** $\max\limits_{[0;2]} y=0$.

Lời giải:

Chọn D

Ta có: $f'(x)=3x^2-4x+1$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=\dfrac{1}{3}$.

Ta có: $f(0)=-2$, $f(1)=-2$, $f(2)=0$, $f\left(\dfrac{1}{3}\right)=-\dfrac{50}{27}$ nên $\max\limits_{[0;2]} y=0$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		+	0	−	||	+	0	−	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1 || -1	↗	3	↘	2

A. Có một điểm. **<u>B</u>.** Có hai điểm. **C.** Có ba điểm. **D.** Có bốn điểm.

Lời giải:

Chọn B

Tại $x=-1$, $x=1$ hàm số $y=f(x)$ xác định và $f'(x)$ có sự đổi dấu nên là hai điểm cực trị

Tại $x=0$ hàm số $y=f(x)$ không xác định nên không đạt cực trị tại đó.

Câu 19. Tìm phần ảo của số phức $z=3-4i$

A. 3. **<u>B</u>.** $z=-4$. **C.** 4. **D.** -3.

Lời giải:

Chọn **B**

Câu 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tâm và bán kính của mặt cầu có phương trình

là $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$

A. $I(1;4;3), \mathrm{R}=\sqrt{18}$. **B.** $I(-1;-4;3), \mathrm{R}=\sqrt{18}$.

C. $I(1;-4;-3), \mathrm{R}=\sqrt{18}$. **<u>D</u>.** $I(1;-4;3), \mathrm{R}=\sqrt{18}$.

Lời giải:

Chọn D

Câu 21. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2-2z+7=0$. Giá trị của $|z_1|+|z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{7}$. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** 14. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $z^2-3z+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=1+\sqrt{6}i \\ z_2=1-\sqrt{6}i \end{array}\right.$. Suy ra $|z_1|=|z_2|=\sqrt{7} \Rightarrow |z_1|+|z_2|=2\sqrt{7}$.

Câu 22. Trong không gian với hệ toạ độ *Oxyz*, cho $A(1;1;3), B(-1;3;2), C(-1;2;3)$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (ABC) bằng:

A. $\sqrt{3}$ **B.** 3 **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$ **D.** $\frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn B

Mp(ABC) đi qua $A(1;1;3)$, nhận vectơ $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;2;2)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình:

(ABC): $x+2y+2z-9=0$

$\mathrm{d}\left(O,\left(ABC\right)\right)=\dfrac{|0+2.0+2.0-9|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=3$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x}<27$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình tương đương với $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x}<\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \Leftrightarrow x^2-4x>-3$

$\Leftrightarrow x^2-4x+3>0 \Leftrightarrow x<1 \vee x>3$.

Câu 24. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=x^2+3, y=4x$. Xác định mệnh đề đúng?

A. $S=\int\limits_1^3 \left|x^2+4x+3\right| dx$. **B.** $S=\int\limits_1^3 \left(x^2+4x+3\right) dx$.

C. $S=\int\limits_1^3 \left(\left|x^2+3\right|-\left|4x\right|\right) dx$. **D.** $S=\int\limits_1^3 \left|x^2-4x+3\right| dx$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2+3=4x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Diện tích hình phẳng là $S=\int\limits_1^3 \left|x^2-4x+3\right| dx$

Câu 25. Cho hình nón có chiều cao bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $\sqrt{5}\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{5}\pi a^2$. **C.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **D.** $\frac{2\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có độ dài đường sinh của khối nón bằng $l=\sqrt{h^2+r^2}$ với $\begin{cases} h=2a \\ r=a \end{cases}$. Suy ra $l=a\sqrt{5}$.

Vậy diện tích xung quanh của khối nón là $S=\pi rl=\pi.a.a\sqrt{5}=\pi a^2\sqrt{5}$.

Câu 26. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$ là

A. $x=-1$ **B.** $x=1$ **C.** $y=1$ **D.** $x=2$

Lời giải

Chọn B

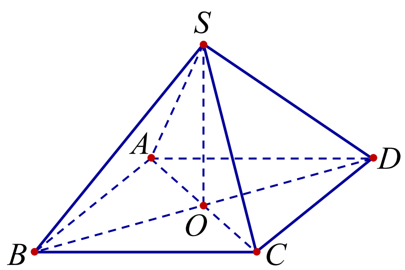
Vì $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty; \lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng $2a$, góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi khối chóp tứ giác đều là $S.ABCD$, tâm O, khi đó $\begin{cases} SO\perp(ABCD) \\ SA=2a, \widehat{SAO}=60^0 \end{cases}$.

Ta có:

$\sin 60^0=\frac{SO}{SA}\Rightarrow SO=SA.\sin 60^0=a\sqrt{3}$

$\cos 60^0=\frac{OA}{SA}\Rightarrow OA=SA.\cos 60^0=a\Rightarrow AB=a\sqrt{2}$

Vậy $V_{SABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{3}.2a^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 28. Hàm số $y = \log_5\left(4x - x^2\right)$ có tập xác định là:

A. $\mathbb{R}$ **B.** (2; 6) **C.** (0; 4) **D.** (0; +∞)

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \log_5\left(4x - x^2\right)$ xác định khi: $4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 4$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$+\infty$
y		$\nearrow$	0	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$				-4		

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right) + 3 = 0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f\left(x\right) + 3 = 0 \Leftrightarrow f\left(x\right) = -3$.

Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và đường thẳng $y = -3$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $y_{CT} = -4 < -3 < 0 = y_{CD}$.

Vậy phương trình $f\left(x\right) + 3 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(DA'B'\right)$ và $\left(DC'B'\right)$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn B

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A \equiv O, AB \in Ox, AD \in Oy, AA' \in Oz$.

Khi đó: $D\left(0;1;0\right), A'\left(0;0;1\right), B'\left(1;0;1\right), C'\left(1;1;1\right)$.

Vectơ pháp tuyến của $\left(DA'B'\right)$ là $\vec{n}_1 = \left[\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{DB'}\right] = \left(0;1;1\right)$

Vectơ pháp tuyến của $\left(DC'B'\right)$ là $\vec{n}_1 = \left[\overrightarrow{DC'}, \overrightarrow{DB'}\right] = \left(1;0;-1\right)$.

Gọi góc giữa hai mặt phẳng $\left(DA'B'\right)$ và $\left(DC'B'\right)$ là α. Ta có

$$\cos\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^0$$

Do đó: góc giữa hai mặt phẳng $\left(DA'B'\right)$ và $\left(DC'B'\right)$ bằng $60°$.

Câu 31. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(5-2^x\right)=2-x$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện xác định của phương trình là $5-2^x>0$.

$\log_2\left(5-2^x\right)=2-x \Leftrightarrow 5-2^x=2^{2-x} \Leftrightarrow 5-2^x=\dfrac{4}{2^x} \Leftrightarrow 2^{2x}-5.2^x+4=0.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=1 \\ 2^x=4 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ (thỏa điều kiện).

Vậy tổng tất cả các nghiệm của phương trình đã cho bằng 2.

Câu 32. Thiết diện qua trục của một hình nón là một tam giác vuông cân có cạnh góc vuông bằng a. Một thiết diện qua đỉnh tạo với đáy một góc 60^0. Diện tích của thiết diện này bằng

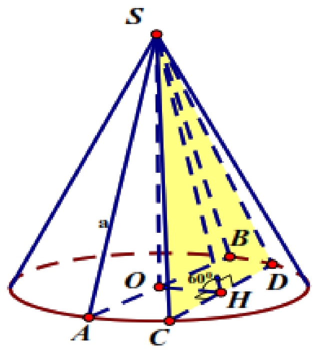
A. $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{3}$. **C.** $2a^2$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích thiết diện là $S_{\Delta SCD}=\dfrac{1}{2}SH.CD$.

Ta có $AB=a\sqrt{2} \Rightarrow R=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=SO$.



$SH=\dfrac{SO}{\sin 60^0}=\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$CD=2CH=2\sqrt{R^2-OH^2}=2\sqrt{\dfrac{a^2}{2}-(SO.\tan 30^0)^2}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$

Vậy diện tích thiết diện là $S_{\Delta SCD}=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}.\dfrac{2\sqrt{3}}{3}a=\dfrac{\sqrt{2}a^2}{3}$.

Câu 33. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\int x^3\ln x dx$ là

A. $\dfrac{1}{4}x^4.\ln x-\dfrac{1}{16}x^4$. **B.** $\dfrac{1}{4}x^4.\ln x-\dfrac{1}{16}x^4+C$.

C. $\dfrac{1}{4}x^4.\ln x-\dfrac{1}{16}x^3$. **D.** $\dfrac{1}{4}x^4.\ln x+\dfrac{1}{16}x^4+C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \\ dv = x^3 dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \dfrac{1}{x}dx \\ v = \dfrac{x^4}{4} \end{cases}$

Suy ra $\int x^3 \ln x dx = \frac{1}{4}x^4.\ln x - \int \frac{1}{4}x^3 dx = \frac{1}{4}x^4.\ln x - \frac{1}{16}x^4 + C$

Câu 34. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình vuông cạnh *a*, *SA* vuông góc với mặt phẳng (*ABCD*), góc giữa đường thẳng *SC* và mặt phẳng (*ABCD*) bằng 45^0 . Tính khoảng cách giữa hai đường *SB* và *AC* theo *a*.

A. $\frac{a\sqrt{10}}{5}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$ **C.** $\frac{a\sqrt{21}}{5}$ **D.** a

Lời giải

Chọn A

Kẻ đường thẳng d qua B và song song với AC. Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên d ; H là hình chiếu vuông góc của A trên SM. Ta có $SA \perp BM, MA \perp BM \Rightarrow AH \perp BM \Rightarrow AH \perp (SBM)$.

Suy ra $d\left(AC, SB\right) = d\left(A, \left(SBM\right)\right) = AH$.

Tam giác SAM vuông tại A, AH là đường cao, suy sa:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AS^2} = \frac{5}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{10}}{5}$$

Vậy $d\left(AC, SB\right) = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 35. Trong không gian hệ toạ độ *Oxyz*, cho đường thẳng $\Delta : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-3=0$. Gọi I là giao điểm của Δ và (*P*). Tìm tọa độ điểm *M* thuộc (*P*) sao cho *MI* Vuông góc với Δ và $MI = 4\sqrt{14}$.

A. $M\left(5;9;-11\right)$.

B. $M\left(5;9;-11\right), M\left(3;7;-13\right)$.

C. $M\left(5;9;-11\right), M\left(-3;-7;13\right)$.

D. $M\left(4;7;-11\right), M\left(-3;-7;13\right)$.

Lời giải

Chọn C

Tọa độ điểm I là nghiệm của hệ: $\begin{cases} \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+1}{-2} = \dfrac{z}{-1} \\ x+y+z-3=0 \end{cases} \Rightarrow I(1;1;1)$.

Gọi $M\left(a;b;c\right)$, ta có:

$$M \in (P), MI \perp \Delta, MI = 4\sqrt{14} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c-3=0 \\ a-2b-c+2=0 \\ (a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2 = 224 \end{cases}$$

Giải hệ ta được $M\left(5;9;-11\right), M\left(-3;-7;13\right)$.

Câu 36. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho $\sin^3 x+\cos^3 x\le m$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m=1$. **C.** $m\le 1$. **D.** $-1\le m\le 1$.

Lời giải

Chọn A.

Đặt $f\left(x\right)=\sin^3 x+\cos^3 x$

$\sin^3 x+\cos^3 x\le m$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ $\Leftrightarrow \max\limits_{\mathbb{R}} f\left(x\right)\le m$

Ta có: $\begin{cases}\sin^3 x\le\sin^2 x\\ \cos^3 x\le\cos^2 x\end{cases}$, $\forall x$

Suy ra $\begin{cases}f\left(x\right)\le 1,\forall x\\ f\left(0\right)=1\end{cases}\Rightarrow \max\limits_{\mathbb{R}} f\left(x\right)=1$

Vậy $m\ge 1$.

Câu 37. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình $z^2+2z+10=0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w=i^{2019}z_0$?

A. $M\left(3;\ -1\right)$. **B.** $M\left(3;\ 1\right)$. **C.** $M\left(-3;\ 1\right)$. **D.** $M\left(-3;\ -1\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $z^2+2z+10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=-1+3i\\ z=-1-3i\end{array}\right.$. Suy ra $z_0=-1+3i$.

$w=i^{2019}z_0=-i.\left(-1+3i\right)=3+i$.

Suy ra : Điểm $M\left(3;1\right)$ biểu diễn số phức w.

Câu 38. Cho hàm số $f\left(x\right)$ và $F\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $F'\left(x\right)=f\left(x\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ biết $F\left(0\right)=2$ và $F\left(1\right)=5$.

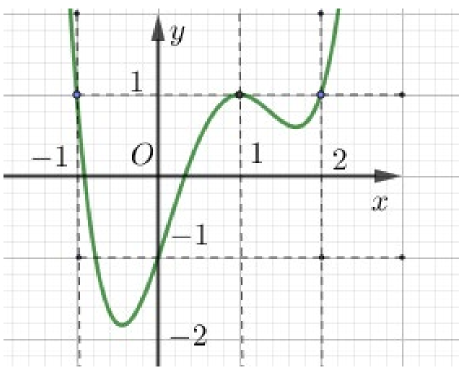
A. $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$. **B.** $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=7$. **C.** $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$. **D.** $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=F\left(1\right)-F\left(0\right)=3$.

Câu 39. Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'\left(x\right)$ như hình sau



Đặt $g(x)=f(x)-x$, hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $g'(x)=f'(x)-1$.

Dựa vào đồ thị đã cho ta thấy $\forall x\in(-1;2)$ thì $f'(x)<1\Leftrightarrow g'(x)<0$ và $g'(x)=0\Leftrightarrow x=1$ nên hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 40. Trong kỳ thi chọn học sinh giỏi tỉnh có 105 em dự thi, có 10 em tham gia buổi gặp mặt trước kỳ thi. Biết các em đó có số thứ tự trong danh sách lập thành một cấp số cộng. Các em ngồi ngẫu nhiên vào hai dãy bàn đối diện nhau, mỗi dãy có năm ghế và mỗi ghế chỉ ngồi được một học sinh. Tính xác suất để tổng các số thứ tự của hai em ngồi đối diện nhau là bằng nhau.

A. $\frac{1}{126}$ **B.** $\frac{1}{252}$ **C.** $\frac{1}{945}$ **D.** $\frac{1}{954}$

Lời giải

Chọn C.

Mỗi cách xếp 10 học sinh vào 10 chiếc ghế là một hoán vị của 10 phần tử, vì vậy số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega|=10!=3628800$.

Gọi A là biến cố: "Tổng số thứ tự của các học sinh ngồi đối diện nhau là bằng nhau".

Giả sử số vị trí của 10 học sinh trên là $u_1,u_2,....,u_{10}$. Theo tính chất của cấp số cộng, ta có các cặp số có tổng sau đây: $u_1+u_{10}=u_2+u_9=u_3+u_8=u_4+u_7=u_5+u_6$

10 cách	8 cách	6 cách	4 cách	2 cách
1 cách	1 cách	1 cách	1 cách	1 cách

Theo cách này có $|A|=10.8.6.4.2=3840$

Do đó xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{3840}{3628800}=\frac{1}{945}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;4;5)$, $B(3;4;0)$, $C(2;-1;0)$ và mặt phẳng $(P):3x-3y-2z-12=0$. Gọi $M(a;b;c)$ thuộc (P) sao cho $MA^2+MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn A.

Gọi $I(x;y;z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}$.

Ta có: $\overrightarrow{IA}=(1-x;4-y;5-z)$, $\overrightarrow{IB}=(3-x;4-y;-z)$

và $3\overrightarrow{IC}=(6-3x;-3-3y;-3z)$.

Từ ta có hệ phương trình: $\begin{cases}1-x+3-x+6-3x=0\\4-y+4-y-3-3y=0\\5-z-z-3z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=1\\z=1\end{cases}\Rightarrow I(2;1;1)$.

Khi đó: $MA^2 = \overrightarrow{MA}^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 = MI^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA} + IA^2$.

$MB^2 = \overrightarrow{MB}^2 = \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 = MI^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IB} + IB^2$.

$3MC^2 = 3\overrightarrow{MC}^2 = 3\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}\right)^2 = 3\left(MI^2 + 2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IC} + IC^2\right)$.

Do đó: $S = MA^2 + MB^2 + 3MC^2 = 5MI^2 + IA^2 + IB^2 + 3IC^2$.

Do $IA^2 + IB^2 + 3IC^2$ không đổi nên S đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi MI đạt giá trị nhỏ nhất. Tức là M là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(P): 3x - 3y - 2z - 12 = 0$.

Vectơ chỉ phương của IM là $\vec{n} = (3;-3;-2)$.

Phương trình tham số của IM là: $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, \left(t \in \mathbb{R}\right)$.

Gọi $M(2 + 3t; 1 - 3t; 1 - 2t) \in (P)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

Khi đó: $3(2 + 3t) - 3(1 - 3t) - 2(1 - 2t) - 12 = 0 \Leftrightarrow 22t - 11 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}$.

Suy ra: $M\left(\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$. Vậy $a + b + c = \frac{7}{2} - \frac{1}{2} = 3$.

Câu 42. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo.

A. 0. **B.** Vô số. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C.

+ Điều kiện $z \neq 4$. Đặt $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

Cách 1:

+ Ta có $|z - 3i| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + (y-3)^2} = 5 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 6y = 16 \ (1)$.

$$\frac{z}{z-4} = \frac{x + yi}{x - 4 + yi} = \frac{(x + yi).[(x-4) - yi]}{(x-4)^2 + y^2} = \frac{x^2 - 4x + y^2}{(x-4)^2 + y^2} - \frac{4yi}{(x-4)^2 + y^2}$$

+ $\frac{z}{z-4}$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow \frac{x^2 - 4x + y^2}{(x-4)^2 + y^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + y^2 = 0 \ (2) \\ (x-4)^2 + y^2 \neq 0 \end{cases}$.

Từ (1), (2) ta có hệ: $\begin{cases} x^2 + y^2 - 6y = 16 \\ x^2 + y^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} x = \frac{16}{13} \\ y = \frac{-24}{13} \end{cases} \end{array}\right.$

$\Rightarrow z = \frac{16}{13} - \frac{24}{13}i$. Vậy chỉ có 1 số phức z thỏa mãn.

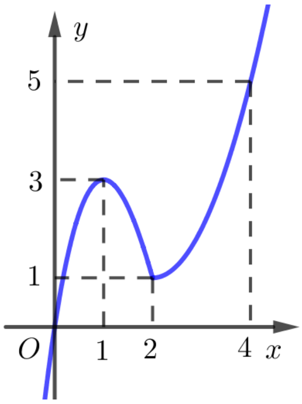
Nhận xét: Học sinh thường mắc sai lầm là thiếu điều kiện $z \neq 4$ dẫn đến không loại được nghiệm.

Cách 2: Vì $\dfrac{z}{z-4}$ là số thuần ảo$\Rightarrow \dfrac{z}{z-4}=bi,\left(b\in R\right)\ \Rightarrow z=\dfrac{4bi}{-1+bi}$.

$\left|z-3i\right|=5\Leftrightarrow \left|\dfrac{4bi}{-1+bi}-3i\right|=5\Leftrightarrow \left|\dfrac{4bi-3i.\left(-1+bi\right)}{-1+bi}\right|=5\Leftrightarrow \dfrac{\left|3b+\left(3+4b\right)i\right|}{\left|-1+bi\right|}=5$

$\Leftrightarrow 9b^2+\left(3+4b\right)^2=25\cdot\left(1+b^2\right)\Leftrightarrow b=\dfrac{2}{3}$.Vậy chỉ có 1 số phức z thỏa mãn.

Câu 43. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $f\left(4-2\sin^2 2x\right)=m$ có nghiệm.



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=4-2\sin^2 2x\Rightarrow t\in\left[2;4\right]$.

Do đó phương trình $f\left(4-2\sin^2 2x\right)=m$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ phương trình $f\left(t\right)=m$ có nghiệm trên đoạn $\left[2;4\right]$.

Dựa vào đồ thị đã cho ta thấy: phương trình $f\left(t\right)=m$ có nghiệm t với $t\in\left[2;4\right]\Leftrightarrow 1\le m\le 5$. Vậy $m\in\left\{1;2;3;4;5\right\}$.

Câu 44. Sinh viên B được gia đình gửi tiết kiệm số tiền 300 triệu đồng vào ngân hàng theo mức kì hạn 1 tháng với lãi suất tiết kiệm là $0,4\%$/ tháng. Mỗi tháng, vào ngày ngân hàng tính lãi, sinh viên B rút ra một số tiền như nhau để trang trải chi phí cho cuộc sống. Hỏi hàng tháng sinh viên này rút số tiền xấp sỉ bao nhiêu để sau 5 năm học đại học, số tiền tiết kiệm vừa hết?

A. $5.633.922$ đồng. **B.** $5.363.922$ đồng. **C.** $5.633.923$ đồng. **D.** $5.336.932$ đồng.

Lời giải

Chúng ta cùng làm rõ bài toán gốc sau đây:

Bài toán: Ông A vay ngân hàng số tiền S (triệu đồng) với lãi suất $r\%$ / tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau và ông A trả hết nợ sau đúng n năm kể từ ngày vay. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi x là số tiền ông A hoàn nợ mỗi tháng, sau đúng một tháng kể từ ngày vay.

Số tiền ông A nợ ngân hàng sau một tháng là: $S+S.r=S\left(1+r\right)$ (triệu đồng).

Sau khi hoàn nợ lần thứ 1 thì số tiền ông A còn nợ là: $S\left(1+r\right)-x$ (triệu đồng).
Sau khi hoàn nợ lần thứ 2 thì số tiền ông A còn nợ là:
$S\left(1+r\right)-x+\left[S\left(1+r\right)-x\right]r-x=S\left(1+r\right)^2-x\left[\left(1+r\right)+1\right]$ (triệu đồng).
Sau khi hoàn nợ lần thứ 3 thì số tiền ông A còn nợ là:

$$S\left(1+r\right)^2-x\left[\left(1+r\right)+1\right]+\left\{S\left(1+r\right)^2-x\left[\left(1+r\right)+1\right]\right\}r-x$$

$$=S\left(1+r\right)^3-x\left[\left(1+r\right)^2+\left(1+r\right)+1\right]$$ (triệu đồng).

…
Lý luận tương tự, sau khi hoàn nợ lần thứ n thì số tiền ông A còn nợ ngân hàng là:

$$S\left(1+r\right)^n-x\left[\left(1+r\right)^{n-1}+\left(1+r\right)^{n-2}+...+1\right]$$

$$=S\left(1+r\right)^n-x\frac{\left(1+r\right)^n-1}{\left(1+r\right)-1}=S\left(1+r\right)^n-\frac{x}{r}\left[\left(1+r\right)^n-1\right]$$

Vì sau n tháng ông A trả hết nợ, cho nên:

$$S\left(1+r\right)^n-\frac{x}{r}\left[\left(1+r\right)^n-1\right]=0\Leftrightarrow x=\frac{S.r\left(1+r\right)^n}{\left(1+r\right)^n-1}.$$

Vậy số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng là $x=\dfrac{S.r\left(1+r\right)^n}{\left(1+r\right)^n-1}$.

Chọn C
Áp dụng công thức đã thiết lập, với $S=3.10^8$; $r=0,004$; $n=60$.
Khi đó, số tiền hàng tháng mà sinh viên B rút ra là:

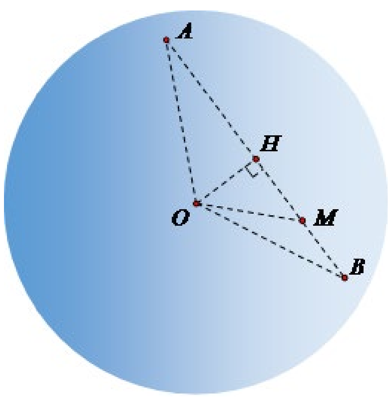
$$x=\frac{S.r\left(1+r\right)^n}{\left(1+r\right)^n-1}\approx 5.633.923$$ đồng.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$ và mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2=8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M, cắt mặt cầu $\left(S\right)$ tại hai điểm phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB.

A. $S=\sqrt{7}$. **B.** $S=4$. **C.** $S=2\sqrt{7}$. **D.** $S=2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A.



Mặt cầu (S) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Vì $OM = 1 < R$ nên M thuộc miền trong của mặt cầu (S). Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng với mặt cầu. Gọi H là chân đường cao hạ từ O của tam giác OAB.

Đặt $x = OH$, ta có $0 < x \le OM = 1$, đồng thời $HA = \sqrt{R^2 - OH^2} = \sqrt{8 - x^2}$. Vậy diện tích tam giác OAB là

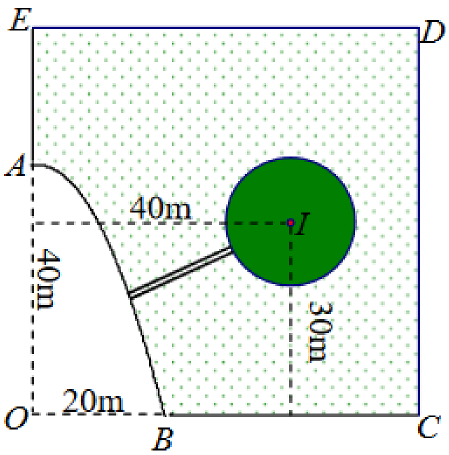
$$S_{OAB} = \frac{1}{2}OH.AB = OH.HA = x\sqrt{8 - x^2}.$$

Khảo sát hàm số $f(x) = x\sqrt{8 - x^2}$ trên $(0;1]$, ta được $\max\limits_{(0;1]} f(x) = f(1) = \sqrt{7}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $S_{\Delta OAB} = \sqrt{7}$, đạt được khi $x = 1$ hay $H \equiv M$, nói cách khác là $d \perp OM$.

Câu 46: Một cái ao hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính $10\,\text{m}$. Người ta muốn bắc một câu cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiếu l của cây cầu biết :

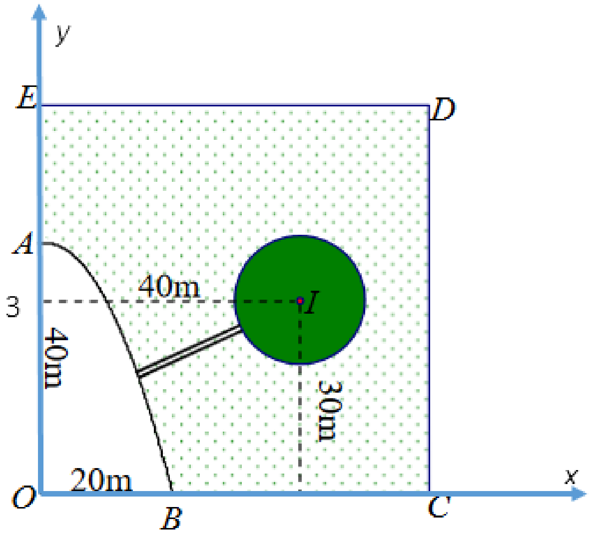
- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40\,\text{m}$ và $20\,\text{m}$;
- Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt $40\,\text{m}$ và $30\,\text{m}$.



A. $l \approx 17,7\,\text{m}$. **B.** $l \approx 25,7\,\text{m}$. **C.** $l \approx 27,7\,\text{m}$. **D.** $l \approx 15,7\,\text{m}$.

Lời giải :

Chọn A



Gán trục tọa độ Oxy sao cho $\begin{cases} A \in Oy \\ B \in Ox \end{cases}$ cho đơn vị là $10\,\text{m}$.

Khi đó mảnh vườn hình tròn có phương trình $(C):(x-4)^2+(y-3)^2=1$ có tâm $I(4;3)$

Bờ AB là một phần của Parabol $(P): y=4-x^2$ ứng với $x\in[0;2]$

Vậy bài toán trở thành tìm MN nhỏ nhất với $\begin{cases} M \in (P) \\ N \in (C) \end{cases}$.

Đặt trường hợp khi đã xác định được điểm N thì $MN+MI \ge IM$, vậy MN nhỏ nhất khi $MN+MI=IM \Leftrightarrow N$; M; I thẳng hàng.

Bây giờ, ta sẽ xác định điểm N để IN nhỏ nhất

$N\in(P) \Leftrightarrow N(x;4-x^2)$ $IN=\sqrt{(4-x)^2+(1-x^2)^2} \Leftrightarrow IN^2=(4-x)^2+(1-x^2)^2$

$\Leftrightarrow IN^2=x^4-x^2-8x+17$

Xét $f(x)=x^4-x^2-8x+17$ trên $[0;2]$ $\Leftrightarrow f'(x)=4x^3-2x-8$

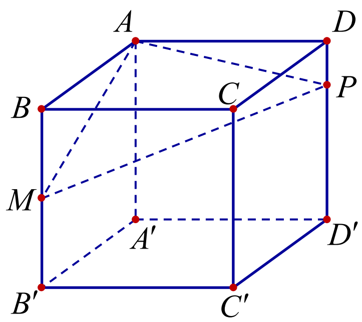
$f'(x)=0 \Leftrightarrow x\approx 1,3917$ là nghiệm duy nhất và $1,3917\in[0;2]$

Ta có $f(1,3917)=7,68$; $f(0)=17$; $f(2)=13$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0;2]$ gần bằng $7,68$ khi $x\approx 1,3917$

Vậy $\min IN \approx \sqrt{7,68}\approx 2,77 \Leftrightarrow IN=27,7\,\text{m} \Leftrightarrow MN=IN-IM=27,7-10=17,7\,\text{m}$.

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh $2a$, gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP=\frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N. Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng



A. $V=2a^3$. **B.** $V=3a^3$.

C. $V=\dfrac{9a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{11a^3}{3}$.

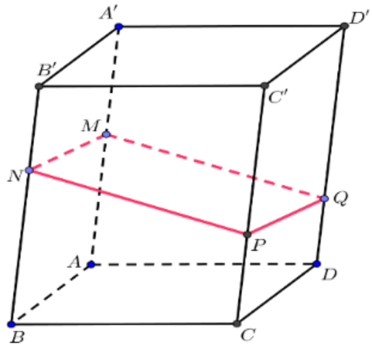
Lời giải

Chọn B

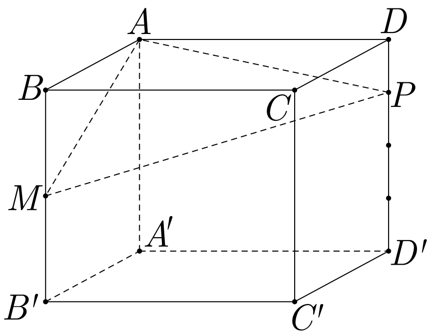
Cách 1: Sử dụng công thức tỉ số thể tích khối hộp

Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, gọi M, N, P lần lượt là các điểm thuộc các cạnh AA', BB', CC'. Mặt phẳng (MPN) cắt cạnh DD' tại Q. Khi đó:

$$\frac{V_{MNPQ.A'B'C'D'}}{V_{ABCD.A'B'C'D'}}=\frac{1}{2}\left(\frac{MA'}{AA'}+\frac{PC'}{CC'}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{NB'}{BB'}+\frac{QD'}{DD'}\right).$$



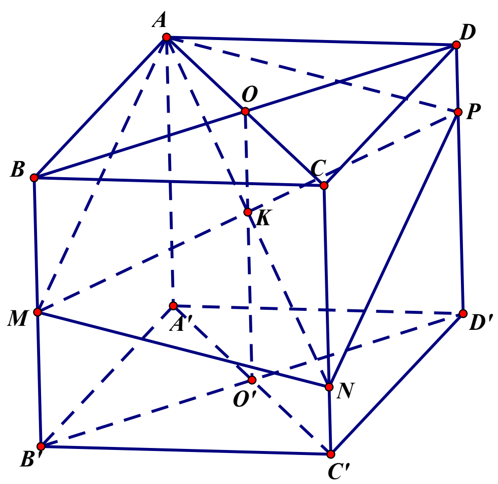
Áp dụng, xem khối đa diện $AMNPBCD \equiv AMNP.ABCD$ ta có:



$$\frac{V_{AMNP.ABCD}}{V_{A'B'C'D'.ABCD}}=\frac{1}{2}\left(\frac{MB}{B'B}+\frac{PD}{D'D}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=\frac{3}{8}.$$

Vậy $V_{AMNPBCD}=V_{AMNP.ABCD}=\frac{3}{8}V_{A'B'C'D'.ABCD}=\frac{3}{8}(2a)^3=3a^3$

Cách 2:



Thể tích khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=(2a)^3=8a^3$.

Gọi O, O' lần lượt là tâm hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$, gọi $K=OO'\cap MP$, khi đó $N=AK\cap CC'$.

Ta có $OK = \dfrac{1}{2}(DP + BM) = \dfrac{1}{2}\left(a + \dfrac{a}{2}\right) = \dfrac{3a}{4}$. Do đó $CN = 2OK = \dfrac{3a}{2}$.

Diện tích hình thang $BMNC$ là

$$S_{BMNC} = \frac{1}{2}(BM + CN).BC = \frac{1}{2}\left(a + \frac{3a}{2}\right).2a = \frac{5a^2}{2}.$$

Thể tích khối chóp $A.BMNC$ là

$$V_{A.BMNC} = \frac{1}{3}.S_{BMNC}.AB = \frac{1}{3}.\frac{5a^2}{2}.2a = \frac{5a^3}{3}.$$

Diện tích hình thang $DPNC$ là

$$S_{DPNC} = \frac{1}{2}(DP + CN).CD = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{2} + \frac{3a}{2}\right).2a = 2a^2.$$

Thể tích khối chóp $A.DPNC$ là

$$V_{A.DPNC} = \frac{1}{3}.S_{DPNC}.AD = \frac{1}{3}.2a^2.2a = \frac{4a^3}{3}.$$

Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ bằng

$$V = V_{A.BMNC} + V_{A.DPNC} = \frac{5a^3}{3} + \frac{4a^3}{3} = 3a^3.$$

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = -2019$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(x + 2018) + 2019x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -2018)$. **B.** $(2018; +\infty)$. **C.** $(0; 2)$. **D.** $(-2018; 0)$.

Lời giải

Chọn A

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		$\nearrow$	3	$\searrow$	-2019	$\nearrow$	

$y = f(x + 2018) + 2019x \Rightarrow y' = f'(x + 2018) + 2019$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow f'(x + 2018) = -2019 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + 2018 = 2 \\ x + 2018 = a < 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2016 \\ x = a - 2018 < -2018 \end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$a-2018$		-2016		$+\infty$
$f'(x+2018)+2019$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x+2018)+2019x$	$\searrow$		$f(a)+2019(a-2018)$		$\nearrow$		

Hàm số $y=f(x+2018)+2019x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0=a-2018\in(-\infty;-2018)$.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{1-x}+2m\sqrt{x(1-x)}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=m^3$ có nghiệm duy nhất. Tổng giá trị của tất cả các phần tử thuộc S bằng

A. 0. **B.** -1 **C.** -6 **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

$\sqrt{x}+\sqrt{1-x}+2m\sqrt{x(1-x)}-2\sqrt[4]{x(1-x)}=m^3$ (1)

Nếu $x_0\in[0;1]$ là nghiệm của (1) thì $1-x_0$ cũng cũng là nghiệm của (1) nên để (1) có nghiệm duy nhất

thì **điều kiện cần** $x_0=1-x_0 \Leftrightarrow x_0=\frac{1}{2}$.

Điều kiện đủ thay $x_0=\frac{1}{2}$ vào pt (1) ta được $m=0; m=\pm1$

+) với $m=0$; ta có (1) trở thành $\left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}\right)^2=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

+) với $m=-1$; ta có (1) trở thành $\left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}\right)^2+\left(\sqrt{x}-\sqrt{1-x}\right)^2=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$

+) với $m=1$; ta có (1) trở thành $\left(\sqrt[4]{x}-\sqrt[4]{1-x}\right)^2=\left(\sqrt{x}-\sqrt{1-x}\right)^2 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}; x=0$. do đó $m=1$ không thỏa.

Vậy $m=0; m=-1$ là giá trị cần tìm

Lưu ý : đối với điều kiện đủ ta có thể dùng MTBT

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0;-1\}$ thỏa mãn điều kiện $f(1)=2\ln 2$ và $x(x+1).f'(x)+f(x)=x^2+3x+2$. Giá trị $f(2)=a+b\ln 3$, với $a,b\in\mathbb{Q}$. Tính a^2+b^2.

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{13}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ giả thiết, ta có $x(x+1).f'(x)+f(x)=x^2-3x+2 \Leftrightarrow$

$\frac{x}{x+1}.f'(x)+\frac{1}{(x+1)^2}f(x)=\frac{x+2}{x+1}$

$\Leftrightarrow \left[\frac{x}{x+1}.f\left(x\right)\right]' = \frac{x+2}{x+1}$, với $\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{0;\,-1\}$.

Suy ra $\frac{x}{x+1}.f\left(x\right) = \int \frac{x+2}{x+1}\mathrm{d}x = \int\left(1+\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x =$ hay $\frac{x}{x+1}.f\left(x\right) = x + \ln\left|x+1\right| + C$.

Mặt khác, ta có $f\left(1\right) = 2\ln 2$ nên $C = -1$. Do đó $\frac{x}{x+1}.f\left(x\right) = x + \ln\left|x+1\right| - 1$.

Với $x = 2$ thì $\frac{2}{3}.f\left(2\right) = 1 + \ln 3 \Leftrightarrow f\left(2\right) = \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\ln 3$. Suy ra $a = \frac{3}{2}$ và $b = \frac{3}{2}$.

Vậy $a^2 + b^2 = \frac{9}{2}$.