SỞ GD & ĐT QUẢNG TRỊ
TRƯỜNG THPT TX QUẢNG TRỊ
ĐỀ THI THỬ LẦN 1
(Đề thi có 06 trang)

KỲ THI TRUNG HỌC PHỔ THÔNG QUỐC GIA NĂM 2019
Bài thi: MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:.. Số báo danh: .... **Mã đề thi 132**

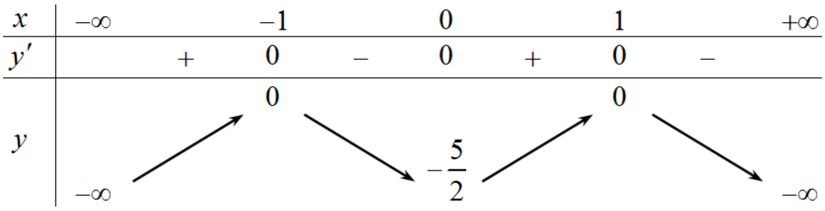
Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{-x}+1$ là

A. $-e^{x}+x+C$. **B.** $-e^{-x}+x+C$. **C.** $e^{-x}+x+C$. **D.** $e^{x}+x+C$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $z=0$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. $-\frac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

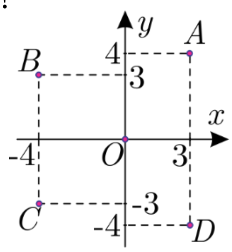
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-2+t\\y=-1-2t\\z=3+t\end{cases}$, có véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(-2;-1;3)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;1)$. **C.** $\vec{u}=(0;-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(-1;-3;4)$.

Câu 5: Điểm nào trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức $z=3-4i$?

A. Điểm D. **B.** Điểm B.

C. Điểm A. **D.** Điểm C.



Câu 6: Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k=\frac{n!}{k!}$. **B.** $A_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $A_n^k=n!k!$. **D.** $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 7: Cho phương trình $\log_2(x+a)=3$, với a là tham số thực. Biết phương trình có nghiệm $x=2$, giá trị của a bằng

A. 1. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1), B(-3;3;1)$. Trung điểm M của đoạn thẳng AB có tọa độ là

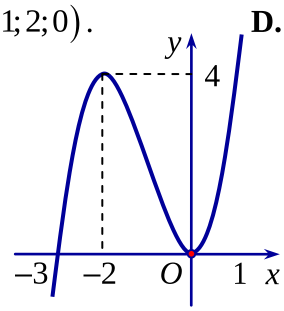
A. $(-2;4;0)$. **B.** $(-2;1;1)$. **C.** $(-1;2;0)$. **D.** $(-4;2;2)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(-\infty;-2)$.

C. $(-2;0)$. **D.** $(0;4)$.



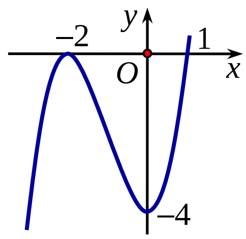
Câu 10: Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(a^3b\right)$ bằng

A. $3(\log a+\log b)$. **B.** $\log a+3\log b$. **C.** $3\log a+\log b$. **D.** $\dfrac{1}{3}\log a+\log b$.

Câu 11: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{x-4}{x+1}$. **B.** $y=x^3+3x^2-4$.

C. $y=x^4+3x^2-4$. **D.** $y=-x^3+3x^2-4$.



Câu 12: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao h, đường sinh l và bán kính đường tròn đáy bằng R. Diện tích toàn phần của hình nón bằng

A. $2\pi R(l+R)$. **B.** $\pi R(l+R)$. **C.** $\pi R(2l+R)$. **D.** $\pi R(l+2R)$.

Câu 13: Thể tích khối nón có bán kính đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $3a$ là

A. $4\pi a^3$ **B.** $12\pi a^3$ **C.** $2\pi a^3$ **D.** πa^3

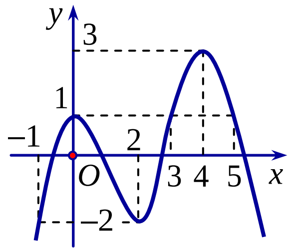
Câu 14: Biết $\log_6 2=a$, $\log_6 5=b$. Tính $I=\log_3 5$ theo a và b.

A. $I=\dfrac{b}{1+a}$. **B.** $I=\dfrac{b}{1-a}$. **C.** $I=\dfrac{b}{a-1}$. **D.** $I=\dfrac{b}{a}$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1;5]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 1. **B.** 6.

C. 5. **D.** 4.



Câu 16: Cho $\int\limits_1^3 f(x)dx=3$ và $\int\limits_1^3 g(x)dx=4$. Giá trị $\int\limits_1^3\left[4f(x)+g(x)\right]dx$ bằng

A. 16. **B.** 11. **C.** 19. **D.** 7.

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{4}$, $d=-\dfrac{1}{4}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S_5=-\dfrac{9}{4}$. **B.** $S_5=-\dfrac{3}{4}$. **C.** $S_5=-\dfrac{5}{4}$. **D.** $S_5=-\dfrac{15}{4}$.

Câu 19: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(3+2i)+y(1-4i)=1+24i$. Giá trị $x+y$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -3.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;4;-1)$ và $A(0;2;3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua điểm A là

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=2\sqrt{6}$. **B.** $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=24$.

C. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=2\sqrt{6}$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=24$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$ và $(\beta): 2x-y+mz-m+1=0$, với m là tham số thực. Giá trị của m để $(\alpha)\perp(\beta)$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -4.

Câu 22: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	1	$\nearrow$	$+\infty \parallel 2$	$\nearrow$	5

Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 23: Biết phương trình $z^2+az+b=0$ với $a,b\in\mathbb{R}$ có một nghiệm $z=1+2i$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 1. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 24: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x+e^x\right)$.

A. $y'=\dfrac{1+e^x}{\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{1+e^x}{\left(x+e^x\right)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1+e^x}{x+e^x}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\left(x+e^x\right)\ln 2}$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(0{,}125\right)^{x^2}>\left(\dfrac{1}{8}\right)^{5x-6}$ là

A. $\left(-\infty;2\right)\cup\left(3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(2;3\right)$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh SB vuông góc với mặt đáy và mặt phẳng $\left(SAD\right)$ tạo với mặt đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27: Cho hình trụ có diện tích toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông. Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{9}$.

Câu 28: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2+2}{x}\ln x$ là

A. $2\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C.$ **B.** $\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C.$

C. $\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{2}+C.$ **D.** $\dfrac{\ln^2 x}{2}+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C.$

Câu 29: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường $y=\dfrac{x-1}{x+1}$, $y=0$, $x=0$ bằng

A. $-1+\ln 3$. **B.** $1+\ln 4$. **C.** $-1+\ln 4$. **D.** $1+\ln 2$.

Câu 30: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB=2$, $AD=3$, $AA'=4$. Gọi $\left(N\right)$ là hình nón có đỉnh là tâm của mặt $ABB'A'$ và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $CDD'C'$. Thể tích của khối nón $\left(N\right)$ bằng

A. 5π. **B.** $\dfrac{13}{3}\pi$. **C.** 8π. **D.** $\dfrac{25}{6}\pi$.

Câu 31: Ông A vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách sau: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó và sau đúng hai năm kể từ ngày vay ông A trả hết nợ. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. 9,85 triệu đồng. **B.** 9,44 triệu đồng. **C.** 9,5 triệu đồng. **D.** 9,41 triệu đồng.

Câu 32: Từ các số $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau trong đó các chữ số $1, 2, 3$ luôn có mặt và đứng cạnh nhau?

A. 96. **B.** 480. **C.** 576. **D.** 144.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB = 2a$, SA vuông góc với mặt đáy và góc giữa SB với mặt đáy bằng 60^0. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Giá trị $\cos\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{7}}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(10.\left(\sqrt{2019}\right)^x - 2019^x\right) = 4$ bằng

A. $\log_{2019}16$. **B.** $2\log_{2019}16$. **C.** $\log_{2019}10$. **D.** $2\log_{2019}10$.

Câu 35: Cho $\int_1^2 \dfrac{\ln x}{(x+1)^2}dx = \dfrac{a}{b}\ln 2 - \ln c$ với a, b, c là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $S = \dfrac{a+b}{c}$.

A. $S = \dfrac{5}{3}$. **B.** $S = \dfrac{8}{3}$. **C.** $S = \dfrac{6}{5}$. **D.** $S = \dfrac{10}{3}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1 : \dfrac{x-4}{3} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z+5}{-2}$ và $\Delta_2 : \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+3}{3} = \dfrac{z}{1}$. Trong tất cả các mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $\sqrt{12}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{24}$. **D.** $\sqrt{3}$.

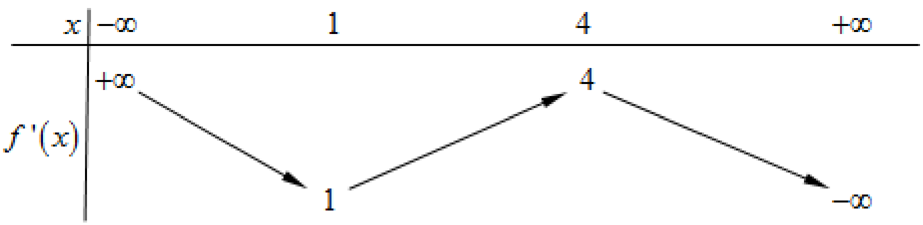
Câu 37: Xếp ngẫu nhiên tám học sinh gồm bốn học sinh nam (trong đó có Hoàng và Nam) cùng bốn học sinh nữ (trong đó có Lan) thành một hàng ngang. Xác suất để trong tám học sinh trên không có hai học sinh cùng giới đứng cạnh nhau, đồng thời Lan đứng cạnh Hoàng và Nam là

A. $\dfrac{1}{560}$. **B.** $\dfrac{1}{1120}$. **C.** $\dfrac{1}{35}$. **D.** $\dfrac{1}{280}$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $|z-2i| = m^2 + 4m + 6$ với m là số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = (4-3i)z + 2i$ là đường tròn. Bán kính của đường tròn đó có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 2. **C.** 10. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Bất phương trình $f(e^x) < e^{2x} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (\ln 2; \ln 4)$ khi và chỉ khi

A. $m \ge f(2) - 4$. **B.** $m \ge f(4) - 16$. **C.** $m > f(2) - 4$. **D.** $m \ge f(4) - 16$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\left(m^2-9\right)x^3+\left(m-3\right)x^2-x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;0;0)$, $B(0;3;0)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z=0$. Gọi d là đường thẳng đi qua $M(2;2;0)$, song song với (P) và tổng các khoảng cách từ A, B đến đường thẳng d đạt giá trị nhỏ nhất. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

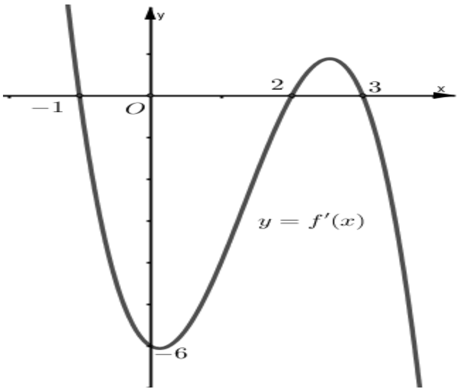
A. $\overrightarrow{u_1}=(-10;3;8)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(14;-1;-8)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(22;3;-8)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-18;-1;8)$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là (C), hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên . Tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x=2$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là a,b.

Giá trị $(a-b)^2$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;9)$. **B.** $(12;16)$.

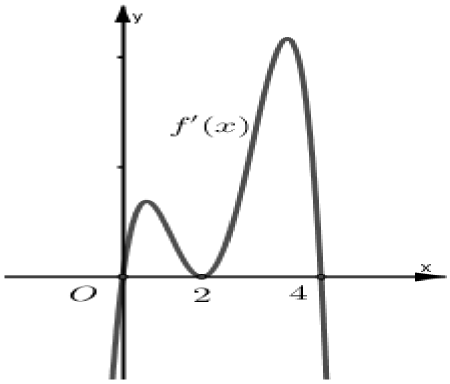
C. $(16;+\infty)$. **D.** $(9;12)$.



Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(x^2-m\right)$ có ba điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2.

C. 3. **D.** 1.

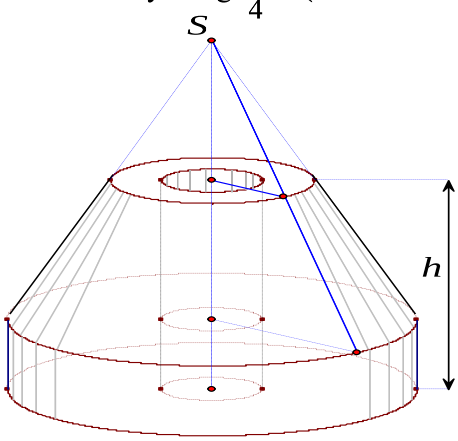


Câu 44: Để định vị một trụ điện, người ta cần đúc một khối bê tông có chiều cao $h=1{,}5$ m gồm:

- Phần dưới có dạng hình trụ bán kính đáy $R=1$m và có chiều cao bằng $\frac{1}{3}h$;

- Phần trên có dạng hình nón bán kính đáy bằng R đã bị cắt bỏ bớt một phần hình nón có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ ở phía trên (*người ta thường gọi hình đó là hình nón cụt*);

- Phần ở giữa rỗng có dạng hình trụ, bán kính đáy bằng $\frac{1}{4}R$ (*tham khảo hình vẽ bên dưới*).



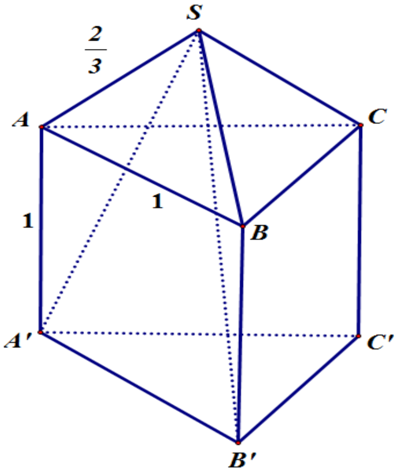
Thể tích của khối bê tông (*làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba*) bằng

A. $2{,}815\text{m}^3$. **B.** $2{,}814\text{ m}^3$. **C.** $3{,}403\text{ m}^3$. **D.** $3{,}109\text{ m}^3$.

Câu 45: Cho hai số phức z, w thỏa mãn $z+3w=2+2\sqrt{3}i$ và $|z-w|=2$.Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z|+|w|$ bằng

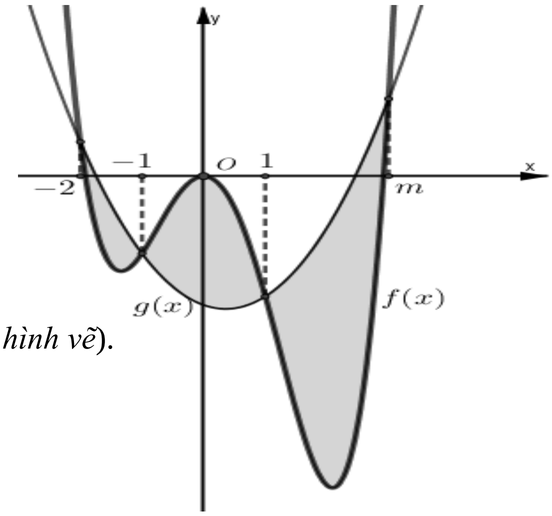
A. $2\sqrt{21}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

Câu 46: Cho khối đa diện như hình vẽ bên. Trong đó $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 1, $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều có cạnh bên $SA=\frac{2}{3}$. Mặt phẳng $(SA'B')$ chia khối đa diện đã cho thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A, V_2 là thể tích phần khối đa diện **không** chứa đỉnh A. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $72V_1=5V_2$. **B.** $3V_1=V_2$.
C. $24V_1=5V_2$. **D.** $4V_1=V_2$.

Câu 47: Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với $a\neq 0$ và $g(x)=px^2+qx-3$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua gốc tọa độ và cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại bốn điểm có hoành độ lần lượt là $-2;-1;1$ và m; tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)-g(x)$ tại điểm có hoành độ $x=-2$ có hệ số góc bằng $-\frac{15}{2}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ (*phần được tô đậm trong hình vẽ*). Diện tích của hình (H) bằng



A. $\frac{1553}{120}$. **B.** $\frac{1553}{240}$.
C. $\frac{1553}{60}$. **D.** $\frac{1553}{30}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(1;+\infty)$ và thỏa mãn $(xf'(x)-2f(x)).\ln x=x^3-f(x),\ \forall x\in(1;+\infty)$; biết $f(\sqrt[3]{e})=3e$. Giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(12;\frac{25}{2}\right)$. **B.** $\left(13;\frac{27}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{23}{2};12\right)$. **D.** $\left(14;\frac{29}{2}\right)$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2019;2019]$ để phương trình $2019^x+\frac{2x-1}{x+1}+\frac{mx-2m-1}{x-2}=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt ?

A. 4038. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** 4039.

Câu 50: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2\log_3\sqrt{x}+x(x+y)\geq\log_{\sqrt{3}}\sqrt{8-y}+8x$. Biểu thức $P=3x+2y+\frac{6}{x}+\frac{18}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=a,\ y=b$. Tính $S=3a+2b$.

A. $S=19$. **B.** $S=20$. **C.** $S=18$. **D.** $S=17$.

----------- HẾT ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG THPT TXQT

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM ĐỀ THI THỬ MÔN TOÁN LẦN 1 - 2019

Câu \ Mã đề	132	209	357	485
1	B	D	D	B
2	D	C	B	B
3	A	C	D	C
4	B	A	D	C
5	A	B	C	D
6	D	A	A	D
7	D	D	C	A
8	C	D	A	C
9	C	C	B	B
10	C	B	A	D
11	B	A	C	A
12	B	A	A	B
13	A	B	B	A
14	B	D	D	B
15	C	D	B	A
16	A	A	C	B
17	B	A	A	D
18	C	C	B	C
19	D	B	A	D
20	D	A	D	D
21	A	B	C	D
22	D	C	C	C
23	D	A	D	A
24	B	C	B	A
25	C	A	A	C
26	D	A	C	A
27	A	B	D	B
28	B	D	B	D
29	C	D	B	B
30	A	B	B	D
31	D	C	D	B
32	C	D	C	C
33	B	A	C	A
34	B	A	A	B
35	B	D	C	B
36	B	C	B	A
37	D	B	A	C
38	C	A	D	A
39	A	D	A	D
40	D	D	A	A
41	B	C	C	A
42	C	A	B	C
43	A	B	D	D
44	D	D	A	B
45	D	C	C	B
46	B	C	B	A
47	A	D	A	D
48	C	C	A	C
49	C	A	B	A
50	C	B	D	A

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.B	5.A	6.D	7.D	8.C	9.C	10.C
11.B	12.B	13.A	14.B	15.C	16.A	17.B	18.C	19.D	20.D
21.A	22.D	23.D	24.B	25.C	26.D	27.A	28.B	29.C	30.A
31.D	32.C	33.B	34.B	35.B	36.B	37.D	38.C	39.A	40.D
41.B	42.C	43.A	44.D	45.D	46.B	47.A	48.C	49.C	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{-x}+1$ là

A. $-e^{x}+x+C$. **B.** $-e^{-x}+x+C$. **C.** $e^{-x}+x+C$. **D.** $e^{x}+x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int f(x)dx=\int(e^{-x}+1)dx=-e^{-x}+x+C$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $x+y+z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $z=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Suy ra mặt phẳng (Oxy) có phương trình là: $z+d=0$.

Vì mặt phẳng (Oxy) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ suy ra $d=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (Oxy) là: $z=0$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\frac{5}{2}$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. $-\frac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$, $y_{CT}=y(0)=-\frac{5}{2}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d song song với đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-2+t\\y=-1-2t\\z=3+t\end{cases}$, có vectơ chỉ phương là

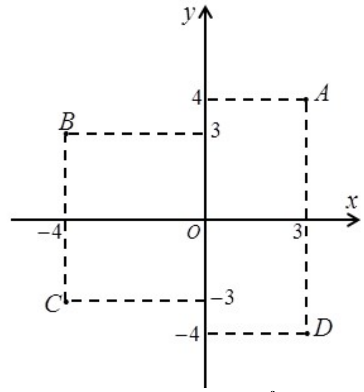
A. $\vec{u}=(-2;-1;3)$. **B.** $\vec{u}=(1;-2;1)$. **C.** $\vec{u}=(0;-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(-1;-3;4)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d song song với đường thẳng Δ nên vectơ chỉ phương của Δ là vectơ chỉ phương của d. Vậy d có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Câu 5: Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu diễn số phức $z=3-4i$?



A. Điểm D. **B.** Điểm B. **C.** Điểm A. **D.** Điểm C.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn số phức $z=3-4i$ là $D(3;-4)$.

Câu 6: Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $A_n^k=n!k!$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có công thức $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 7: Cho phương trình $\log_2(x+a)=3$, với a là tham số thực. Biết phương trình có nghiệm $x=2$. Giá trị của a bằng

A. 1. **B.** 10. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

$\log_2(x+a)=3\Rightarrow x+a=8$.

Vì phương trình có nghiệm $x=2$ nên $2+a=8\Rightarrow a=6$.

Vậy $a=6$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$, $B(-3;3;1)$. Trung điểm M của đoạn thẳng AB có tọa độ là

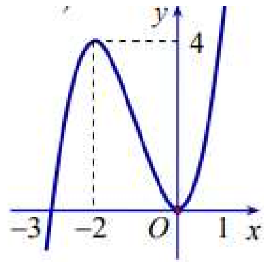
A. $(-2;4;0)$. **B.** $(-2;1;1)$. **C.** $(-1;2;0)$. **D.** $(-4;2;2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{1+(-3)}{2}=-1 \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{1+3}{2}=2 \\ z_M=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{-1+1}{2}=0 \end{cases}$. Vậy $M(-1;2;0)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;1)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 10: Với a và b là hai số thực dương tùy ý, $\log\left(a^3b\right)$ bằng

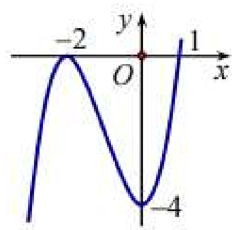
A. $3(\log a+\log b)$. **B.** $\log a+3\log b$. **C.** $3\log a+\log b$. **D.** $\frac{1}{3}\log a+\log b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log\left(a^3b\right)=\log a^3+\log b=3\log a+\log b.$

Câu 11: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\frac{x-4}{x+1}$. **B.** $y=x^3+3x^2-4$. **C.** $y=x^4+3x^2-4$. **D.** $y=-x^3+3x^2-4$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a>0$.

Vậy đáp án B đúng.

Câu 12: Cho hình nón tròn xoay có chiều cao h, đường sinh ℓ và bán kính đường tròn đáy bằng R. Diện tích toàn phần của hình nón bằng

A. $2\pi R(\ell+R)$. **B.** $\pi R(\ell+R)$. **C.** $\pi R(2\ell+R)$. **D.** $\pi R(\ell+2R)$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích toàn phần của hình nón $S_{tp}=S_{xq}+S_d=\pi R\ell+\pi R^2=\pi R(\ell+R)$.

Câu 13: Thể tích khối nón có bán kính đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng $3a$ là

A. $4\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $2\pi a^3$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối nón là: $V=\frac{1}{3}\pi R^2h=\frac{1}{3}\pi(2a)^2 3a=4\pi a^3$.

Câu 14: Biết $\log_6 2=a$, $\log_6 5=b$. Tính $I=\log_3 5$ theo a,b.

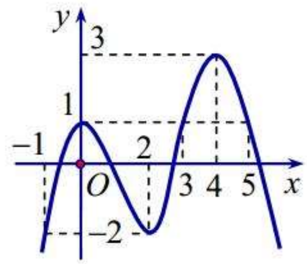
A. $I=\frac{b}{1+a}$. **B.** $I=\frac{b}{1-a}$. **C.** $I=\frac{b}{a-1}$. **D.** $I=\frac{b}{a}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I=\log_3 5=\dfrac{\log_6 5}{\log_6 3}=\dfrac{\log_6 5}{\log_6 \frac{6}{2}}=\dfrac{\log_6 5}{1-\log_6 2}=\dfrac{b}{1-a}$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;5]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra $M=3$ khi $x=4$ và $m=-2$ khi $x=-1$ hoặc $x=2$. Do đó $M-m=5$. Vậy chọn **C.**

Câu 16: Cho $\int\limits_1^3 f(x)dx=3$ và $\int\limits_1^3 g(x)dx=4$. Giá trị $\int\limits_1^3 [4f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. 16. **B.** 11. **C.** 19. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_1^3 [4f(x)+g(x)]dx=4\int\limits_1^3 f(x)dx+\int\limits_1^3 g(x)dx=4.3+4=16$. Vậy chọn A

Câu 17: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3, \forall x\in R$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=R$.

$$f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$			$\searrow$			$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{4}; d=-\dfrac{1}{4}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S_5=-\dfrac{9}{4}$. **B.** $S_5=-\dfrac{3}{4}$. **C.** $S_5=-\dfrac{5}{4}$. **D.** $S_5=-\dfrac{15}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_5=\dfrac{(u_1+u_5).5}{2}=\dfrac{(2u_1+4d).5}{2}=\dfrac{\left(2.\dfrac{1}{4}+4.\dfrac{-1}{4}\right).5}{2}=-\dfrac{5}{4}$.

Câu 19: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(3+2i)+y(1-4i)=1+24i$. Giá trị $x+y$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $x(3+2i)+y(1-4i)=1+24i$

$\Leftrightarrow 3x+y+(2x-4y)i=1+24i \Leftrightarrow \begin{cases}3x+y=1\\2x-4y=24\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=-5\end{cases}$

Vậy $x+y=-3$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(2;\,4;-1)$ và $A(0;\,2;\,3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là

A. $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=2\sqrt{6}$. **B.** $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=24$.

C. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=2\sqrt{6}$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=24$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu có tâm I và đi qua A nên có bán kính $R=IA=\sqrt{(0-2)^2+(2-4)^2+(3+1)^2}=2\sqrt{6}$.

Vậy phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=24$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-1=0$ và $(\beta): 2x-y+mz-m+1=0$, với m là tham số thực. Giá trị của m để $(\alpha)\perp(\beta)$ là

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Một vectơ pháp tuyến của (α) là: $\overrightarrow{n_1}=(1;1;1)$.

Một vectơ pháp tuyến của (β) là: $\overrightarrow{n_2}=(2;-1;m)$.

$(\alpha)\perp(\beta)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 2-1+m=0\Leftrightarrow m=-1$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y	1	$\nearrow$	$+\infty$ || 2	$\nearrow$	5

Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=1\Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=5\Rightarrow y=5$ là đường tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang.

Câu 23: Biết phương trình $z^2+az+b=0$ với a, $b\in\mathbb{R}$ có một nghiệm $z=1+2i$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 1. **B.** -5. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình bậc hai với hệ số thực có một nghiệm là $z=1+2i$ thì sẽ có một nghiệm kia là $\overline{z}=1-2i$. Ta có: $\begin{cases} z+\overline{z}=2 \\ z.\overline{z}=5 \end{cases}$, suy ra $\begin{cases} -\dfrac{a}{1}=2 \\ \dfrac{b}{1}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=5 \end{cases}$.

Vậy $a+b=3$.

Câu 24: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2\left(x+e^x\right)$.

A. $y'=\dfrac{1+e^x}{\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{1+e^x}{\left(x+e^x\right)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1+e^x}{x+e^x}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\left(x+e^x\right)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $y'=\dfrac{\left(x+e^x\right)'}{\left(x+e^x\right)\ln 2}=\dfrac{1+e^x}{\left(x+e^x\right)\ln 2}$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $(0{,}125)^{x^2}>\left(\dfrac{1}{8}\right)^{5x-6}$ là

A. $(-\infty;2)\cup(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

$(0{,}125)^{x^2}>\left(\dfrac{1}{8}\right)^{5x-6} \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{8}\right)^{x^2}>\left(\dfrac{1}{8}\right)^{5x-6} \Leftrightarrow x^2<5x-6 \Leftrightarrow x^2-5x+6<0 \Leftrightarrow 2<x<3$.

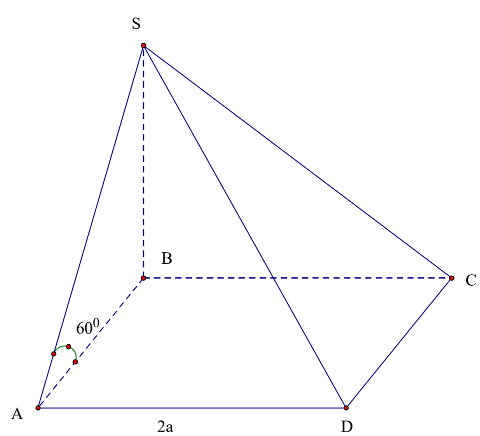
Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(2;3)$.

Câu 26: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SB vuông góc với mặt đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với mặt đáy một góc bằng 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



$\left.\begin{array}{l} AD\perp AB \\ AD\perp SB \end{array}\right\} \Rightarrow AD\perp(SAB) \Rightarrow AD\perp SA$.

$$\left.\begin{array}{l}(SAD)\cap(ABCD)=AD\\ AB\subset(ABCD),AB\perp AD\\ SA\subset(SAD),SA\perp AD\end{array}\right\}\Rightarrow \widehat{((SAD),(ABCD))}=\widehat{(AB,SA)}=\widehat{SAB}=60^0$$ (vì $\widehat{SBA}=90^0$).

Trong tam giác vuông SAB, $\tan 60^0=\dfrac{SB}{AB}\Rightarrow SB=\tan 60^0.AB=2a\sqrt{3}$.

$S_{ABCD}=AB^2=(2a)^2=4a^2$.

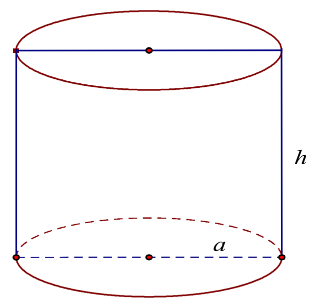
Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.S_{ABCD}.SB=\dfrac{1}{3}.4a^2.2a\sqrt{3}=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27: Cho hình trụ có diện tich toàn phần là 4π và có thiết diện cắt bởi mặt phẳng qua trục là hình vuông.Thể tích khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{4\pi\sqrt{6}}{9}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{12}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{9}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi B là diện tích đường tròn đáy của hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.
Gọi cạnh của hình vuông là $2a$
Vì thiết diện đi qua trục là hình vuông nên ta có $h=2a$, $r=a$.

$S_{tp}=2\pi r^2+2\pi rh\Leftrightarrow 4\pi=2\pi a^2+2\pi.a.2a\Leftrightarrow a=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

Vậy thể tích của khối trụ là: $V=B.h=\pi a^2.2a=2\pi a^3=\dfrac{4\pi\sqrt{6}}{9}$.

Câu 28: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+2}{x}\ln x$ là

A. $2\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C$. **B.** $\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C$.

C. $\ln^2 x+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{2}+C$. **D.** $\dfrac{\ln^2 x}{2}+\dfrac{x^2}{2}\ln x-\dfrac{x^2}{4}+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int\dfrac{x^2+2}{x}\ln xdx=\int x\ln xdx+\int\dfrac{2}{x}\ln xdx$

Tính $I_1=\int x\ln xdx$

Đặt $\begin{cases}xdx=dv\\ \ln x=u\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}v=\dfrac{1}{2}x^2\\ du=\dfrac{1}{x}dx\end{cases}$.

Suy ra $\int x\ln x dx=\frac{1}{2}x^2\ln x-\int\frac{1}{2}x dx=\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{1}{4}x^2+C_1$.

Tính $I_2=\int\frac{2}{x}\ln x dx$

Đặt $t=\ln x\Rightarrow dt=\frac{dx}{x}$.

$\int\frac{2\ln x}{x}dx=\int 2t dt=t^2+C_2=\ln^2 x+C_2$.

Vậy $\int\frac{x^2+2}{x}\ln x dx=\ln^2 x+\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{x^2}{4}+C$

Câu 29: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đường $y=\frac{x-1}{x+1}$, $y=0$ và $x=0$ là:

A. $-1+\ln 3$. **B.** $1+\ln 4$. **C.** $-1+\ln 4$. **D.** $1+\ln 2$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của 2 đường $y=\frac{x-1}{x+1}$, $y=0$ là:

$\frac{x-1}{x+1}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x-1=0\\x\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.

Diện tích hình phẳng là $S=\int_0^1\left|\frac{x-1}{x+1}\right|dx=\int_0^1\frac{1-x}{x+1}dx$ (vì $\frac{1-x}{x+1}\geq 0\quad\forall x\in[0;1]$)

$=\int_0^1\left(\frac{2}{x+1}-1\right)dx=\left(2\ln(x+1)-x\right)\Big|_0^1=-1+2\ln 2=-1+\ln 4$.

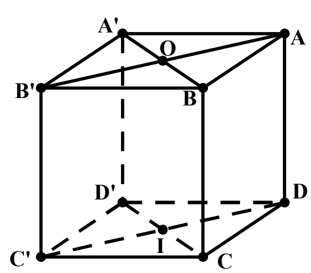
Câu 30: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có các kích thước là $AB=2,\ AD=3,\ AA'=4$. Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt $ABB'A'$ và đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $CDD'C'$. Thể tích của khối nón (N) là

A. 5π. **B.** $\frac{13\pi}{3}$. **C.** 8π. **D.** $\frac{25\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $O,\ I$ lần lượt là tâm của các hình chữ nhật $ABB'A'$ và $CDD'C'$.



Có $OI=AD=3,\quad ID=\frac{1}{2}DC'=\frac{1}{2}\sqrt{DC^2+CC'^2}=\sqrt{5}$.

Khối nón (N) có chiều cao $h=OI=3$, bán kính hình tròn đáy $r=ID=\sqrt{5}$ nên có thể tích là:

$V=\frac{1}{3}\pi r^2h=5\pi$.

Câu 31: Ông A vay ngân hàng 200 triệu đồng với lãi suất 1%/tháng. Ông ta muốn hoàn nợ cho ngân hàng theo cách sau: Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, ông bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ liên tiếp cách nhau đúng một tháng, số tiền hoàn nợ ở mỗi tháng là như nhau. Biết rằng mỗi tháng ngân hàng chỉ tính lãi trên số dư nợ thực tế của tháng đó và sau đúng hai năm kể từ ngày vay ông A trả hết nợ. Hỏi số tiền mỗi tháng ông ta cần trả cho ngân hàng gần nhất với số tiền nào dưới đây?

A. $9,85$ triệu đồng. **B.** $9,44$ triệu đồng. **C.** $9,5$ triệu đồng. **D.** $9,41$ triệu đồng.

Lời giải

Chọn D

Vay vốn trả góp: Vay ngân hàng số tiền là P đồng với lãi suất $r\%$ trên tháng. Sau đúng một tháng kể từ ngày vay, bắt đầu hoàn nợ; hai lần hoàn nợ cách nhau đúng một tháng, mỗi tháng hoàn nợ số tiền là X đồng và trả hết tiền nợ sau đúng n tháng.

Cách tính số tiền còn lại sau n tháng là: $S_n = P(1+r)^n - X.\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$

Chứng minh

Gọi X là số tiến phải trả phải trả hàng tháng

- Cuối tháng thứ nhất số tiền nợ là: $P(1+r)$. Đã trả X đồng nên còn nợ: $T_1 = P(1+r) - X$

- Cuối tháng thứ hai, còn nợ: $T_2 = \left[P(1+r) - X\right](1+r) = P(1+r)^2 - X(1+r)$

- Cuối tháng thứ ba, còn nợ: $T_3 = \left(P(1+r)^2 - X(1+r) - X\right)(1+r) - X$

$= P(1+r)^3 - X(1+r)^2 - X(1+r) - X$

……………………………………………………

- Cuối tháng thứ n, còn nợ: $T_n = P(1+r)^n - X(1+r)^{n-1} - X(1+r)^{n-2} - ... - X(1+r) - X$

$= P(1+r)^n - X\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}$

Từ đó ta có công thức tổng quát số tiền còn nợ sau n tháng là

$$\boxed{S_n = P(1+r)^n - X\dfrac{(1+r)^n - 1}{r}}$$

Để sau đúng n tháng trả hết nợ thì $S_n = 0$

Khi đó: $P(1+r)^n - X.\dfrac{(1+r)^n - 1}{r} = 0 \Rightarrow X = P\dfrac{r(1+r)^n}{(1+r)^n - 1}$

Theo đề ta có 2 năm ứng với 24 tháng:

Vậy số tiền mỗi tháng ông A cần trả cho ngân hàng là:

$X = 200\dfrac{1(1+1\%)^{24}}{(1+1\%)^{24} - 1} \approx 9,41$ triệu đồng.

Câu 32: Từ các số $1,2,3,4,5,6,7$ lập được bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số đôi một khác nhau trong đó các chữ số $1,2,3$ luôn có mặt và đứng cạnh nhau?

A. 96. **B.** 480. **C.** 576. **D.** 144.

Lời giải

Chọn C

Ta xem 3 chữ số 1;2;3 đứng cạnh nhau là một phần tử X.

Chọn ra 3 chữ số còn lại có C_4^3 cách chọn.

Xếp phần tử X và 3 chữ số vừa chọn ta có: 4! cách.

Các chữ số 1;2;3 trong X có thể hoán vị cho nhau có: 3! cách.

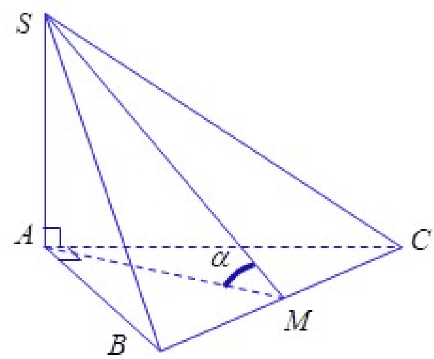
Vậy có tất cả $C_4^3.4!.\,3! = 576$ (số)

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2a$, SA vuông góc với mặt đáy và góc giữa SB với mặt đáy bằng $60°$. Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC). Giá trị $\cos\alpha$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{7}}$. **C.** $\dfrac{2}{5}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{7}}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có giao tuyến của (SBC) và (ABC) là BC. Từ A kẻ $AM\perp BC$, M là trung điểm BC (do ΔABC vuông cân tại A)

Ta có $BC\perp AM$, $BC\perp SA$ (gt), do đó $BC\perp(SAM)$ suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc giữa hai đường thẳng SM và AM. Ta tính góc $\widehat{SMA}$

Xét tam giác SMA có $AM=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{1}{2}\sqrt{AB^2+AC^2}=a\sqrt{2}$. Góc giữa SB và (ABC) là góc $\widehat{SBA}=60°$ do đó $SA=AB.\tan 60°=2a\sqrt{3}$, từ đó ta có $SM=\sqrt{SA^2+AM^2}=a\sqrt{14}$

Vậy $\cos\alpha=\dfrac{AM}{SM}=\dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{14}}=\dfrac{1}{\sqrt{7}}$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(10\left(\sqrt{2019}\right)^x-2019^x\right)=4$ bằng

A. $\log_{2019}16$. **B.** $2\log_{2019}16$. **C.** $\log_{2019}10$. **D.** $2\log_{2019}10$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2\left(10\left(\sqrt{2019}\right)^x-2019^x\right)=4 \Leftrightarrow 10\left(\sqrt{2019}\right)^x-2019^x=16$ (1)

Đặt $t=2019^{\frac{x}{2}}\ (t>0)$ ta có PT (1) trở thành $10t-t^2=16 \Leftrightarrow t^2-10t+16=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=2\\t=8\end{array}\right.$

Với $t=2$ ta có $2019^{\frac{x}{2}}=2 \Leftrightarrow \dfrac{x}{2}=\log_{2019}2 \Leftrightarrow x=2\log_{2019}2$

Với $t=8$ ta có $2019^{\frac{x}{2}}=8 \Leftrightarrow \dfrac{x}{2}=\log_{2019}8 \Leftrightarrow x=2\log_{2019}8$. Do đó tổng tất cả các nghiệm bằng $2\log_{2019}2+2\log_{2019}8=2\left(\log_{2019}2+\log_{2019}8\right)=2\left(\log_{2019}2.8\right)=2\log_{2019}16$.

Câu 35: Cho $\displaystyle\int_1^2\frac{\ln x}{(x+1)^2}dx=\frac{a}{b}\ln 2-\ln c$ với a,b,c là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $S=\dfrac{a+b}{c}$

A. $S=\dfrac{5}{3}$. **B.** $S=\dfrac{8}{3}$. **C.** $S=\dfrac{6}{5}$. **D.** $S=\dfrac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính tích phân từng phần: $\int\limits_a^b u(x).v'(x)\mathrm{d}x = u(x).v(x)\Big|_a^b - \int\limits_a^b u'(x).v(x)\mathrm{d}x$.

Ta có: $\int\limits_1^2 \dfrac{\ln x}{(x+1)^2}\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 \ln x.\dfrac{1}{(x+1)^2}\mathrm{d}x$.

$= \int\limits_1^2 \ln x.\left(\dfrac{-1}{(x+1)}\right)'\mathrm{d}x = \left[\ln x.\left(\dfrac{-1}{(x+1)}\right)\right]\Bigg|_1^2 - \int\limits_1^2 (\ln x)'.\dfrac{-1}{(x+1)}\mathrm{d}x = \dfrac{-1}{3}\ln 2 + \int\limits_1^2 \dfrac{1}{x}.\dfrac{1}{(x+1)}\mathrm{d}x$.

$= \dfrac{-1}{3}\ln 2 + \int\limits_1^2 \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{(x+1)}\right)\mathrm{d}x = \dfrac{-1}{3}\ln 2 + \ln|x|\Big|_1^2 - \ln|x+1|\Big|_1^2 = 2\ln 2 - \dfrac{1}{3}\ln 2 - \ln 3 = \dfrac{5}{3}\ln 2 - \ln 3$

.

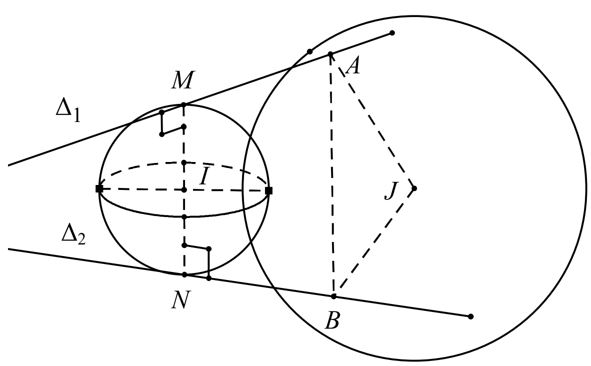
Vậy nên $a=5; b=3; c=3 \Rightarrow S=\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{8}{3}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z+5}{-2}$ và $\Delta_2: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+3}{3}=\dfrac{z}{1}$. Trong tất cả mặt cầu tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. Bán kính của mặt cầu (S) là

A. $\sqrt{12}$. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{24}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\Delta_1: \begin{cases} x = 4+3t_1 \\ y = 1-t_1 \\ z = -5-2t_1 \end{cases}$, $\Delta_2: \begin{cases} x = 2+t_2 \\ y = -3+3t_2 \\ z = t_2 \end{cases}$ $(t_1, t_2 \in \mathbb{R})$, gọi $\vec{u}_1(3;-1;-2), \vec{u}_2(1;3;1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng.

Gọi $M \in \Delta_1 \Rightarrow M(4+3t_1; 1-t_1; -5-2t_1); N \in \Delta_2 \Rightarrow N(2+t_2; 3t_2-3; t_2)$.

Suy $\overrightarrow{MN} = (t_2-3t_1-2; 3t_2+t_1-4; t_2+2t_1+5)$.

MN là đoạn vuông góc chung khi và chỉ khi: $\begin{cases} \overrightarrow{MN}.\vec{u}_1 = 0 \\ \overrightarrow{MN}.\vec{u}_2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7t_1+t_2=-6 \\ 2t_1+11t_2=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1=-1 \\ t_2=1 \end{cases}$.

$\overrightarrow{MN} = (2;-2;4) \Rightarrow MN = 2\sqrt{6}$.

Giả sử (S) là mặt cầu tâm J đường kính d tiếp xúc với lần lượt Δ_1, Δ_2 tại A, B. Khi đó $JA + JB \ge AB$. Hay $d \ge AB \ge MN \Rightarrow d \ge MN$. Vậy đường kính d nhỏ nhất khi $d = MN$.

Suy ra mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất $r = \dfrac{MN}{2} = \sqrt{6}$.

Cách khác

Hai mặt phẳng song song và lần lượt chứa Δ_1, Δ_2 là (P), (Q). Mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 sẽ tiếp xúc với $(P), (Q)$ nên đường kính cầu là khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P), (Q)$ hay là khoảng cách từ Δ_2 đến (P).

Gọi $\vec{u}_1(3;-1;-2), \vec{u}_2(1;3;1)$ lần lượt là véc tơ chỉ phương của hai đường thẳng, $N(2;-3;0) \in \Delta_2$.

$\left[\vec{u}_1, \vec{u}_2\right] = (5;-5;10) \Rightarrow \vec{n}_P = (1;-1;2)$, phương trình $(P): x - y + 2z + 7 = 0$.

$d((P),(Q)) = d(\Delta_2,(P)) = d(N,(P)) = \dfrac{|2+3+7|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2}} = 2\sqrt{6}$. Suy ra bán kính cần tìm là $\sqrt{6}$

Câu 37: Xếp ngẫu nhiên tám học sinh gồm bốn học sinh nam (trong đó có Hoàng và Nam) cùng bốn học sinh nữ (trong đó có Lan) thành một hàng ngang. Xác suất để trong tám học sinh trên không có hai học sinh cùng giới đứng cạnh nhau, đồng thời Lan đứng cạnh Hoàng và Nam là

A. $\dfrac{1}{560}$. **B.** $\dfrac{1}{1120}$. **C.** $\dfrac{1}{35}$. **D.** $\dfrac{1}{280}$.

Lời giải

Chọn D

Xếp ngẫu nhiên 8 học sinh có $8!$ cách.

"Buộc" Hoàng, Lan, Nam thành một nhóm. Khi đó vì hai bên nhóm này bắt buộc là nữ nên ta xem nhóm ba người này là một nam. Vậy có ba nam và ba nữ.

Trường hợp 1: nam ngồi vị trí lẻ.

Xếp ba nam vào ba vị trí lẻ: $3!$.

Xếp ba nữ vào ba vị trí chẵn: $3!$.

Hoán vị hai học sinh nam trong nhóm: $2!$.

Suy ra số cách xếp trong trường hợp này là: $3!.3!.2! = 72$ cách.

Trường hợp 2: nam ngồi vị trí chẵn.

Tương tự, có 72 cách.

Vậy có $72 + 72 = 144$ cách xếp tám học sinh không có hai học sinh cùng giới đứng cạnh nhau, đồng thời Lan đứng cạnh Hoàng và Nam.

Suy ra xác suất cần tìm là $P = \dfrac{144}{8!} = \dfrac{1}{280}$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = m^2 + 4m + 6$ với m là số thực. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = (4 - 3i)z + 2i$ là đường tròn. Bán kính của đường tròn đó có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 2. **C.** 10. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$w = (4 - 3i)z + 2i \Rightarrow z = \dfrac{w - 2i}{4 - 3i}$.

Suy ra $|z - 2i| = m^2 + 4m + 6 \Leftrightarrow |w - 6 - 10i| = 5(m^2 + 4m + 6)$.

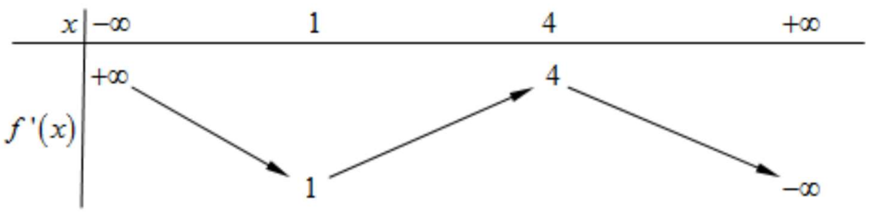
Suy ra số phức w thuộc đường tròn tâm $I(6;10)$ bán kính $R = 5(m^2 + 4m + 6)$.

Ta có $R = 5(m^2 + 4m + 6) = 5\left[(m+2)^2 + 2\right] \ge 10$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $m = -2$.

Vậy Bán kính của đường tròn đó có giá trị nhỏ nhất bằng 10.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau



Bất phương trình $f(e^x) < e^{2x} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (\ln 2; \ln 4)$ khi và chỉ khi

A. $m \geq f(2) - 4$. **B.** $m \geq f(4) - 16$. **C.** $m > f(2) - 4$. **D.** $m \geq f(4) - 16$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(e^x) < e^{2x} + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (\ln 2; \ln 4)$ khi và chỉ khi

$m > f(e^x) - e^{2x}, \forall x \in (\ln 2; \ln 4).(*)$.

Với $x \in (\ln 2; \ln 4) \Rightarrow t = e^x \in (2;4)$.

(*) trở thành: $f(t) - t^2 \leq m$, $\forall t \in (2;4)$.

Xét hàm số $g(t) = f(t) - t^2$ trên $(2;4)$

Ta có: $g'(t) = f'(t) - 2t < 0$ (do $f'(t) < 4, \forall t \in (2;4)$) $\Rightarrow g(t)$ nghịch biến trên $(2;4)$.

Suy ra: $g(t) < g(2) = f(2) - 4, \forall t \in (2;4)$

Do đó: $(*) \Leftrightarrow m \geq f(2) - 4$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (m^2 - 9)x^3 + (m-3)x^2 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3(m^2 - 9)x^2 + 2(m-3)x - 1$.

Hàm số $y = (m^2 - 9)x^3 + (m-3)x^2 - x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow$

$3(m^2 - 9)x^2 + 2(m-3)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}.(*)$ (dấu $"="$ xãy ra tại hữu hạn $x \in \mathbb{R}$)

TH1: $m^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

+ Với $m = 3$ ta có (*) trở thành: $-1 \leq 0$ đúng $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Với $m = -3$ ta có (*) trở thành: $-6x - 1 \leq 0 \Leftrightarrow x \geq -\dfrac{1}{6}$ (không thỏa với mọi $x \in \mathbb{R}$).

TH2: $m^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq \pm 3$.

$$3(m^2 - 9)x^2 + 2(m-3)x - 1 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ (m-3)^2 + 3(m^2 - 9) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ (m-3)(4m+6) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < m < 3 \\ -\dfrac{3}{2} \leq m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2} \leq m < 3 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-1; 0; 1; 2\}.$$

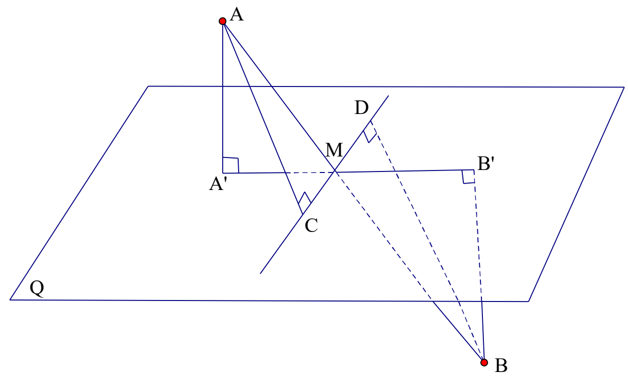
Vậy $m \in \{-1; 0; 1; 2; 3\}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(6;0;0)$, $B(0;3;0)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z=0.$ Gọi d là đường thẳng đi qua $M(2;2;0)$, song song với (P) và tổng các khoảng cách từ A, B đến đường thẳng d đạt giá trị nhỏ nhất. Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}(-10;3;8)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}(14;-1;-8)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}(22;3;-8)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}(-18;-1;8)$.

Lời giải

Chọn B



Gọi (Q) là mặt phẳng qua M và song song với mặt phẳng (P) suy ra phương trình của (Q) là $x-2y+2z+2=0$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(6;0;0)$ và có một véctơ chỉ phương là

$\overrightarrow{AB}=(-6;3;0)=-3(2;-1;0)$ nên có phương trình $\begin{cases} x=6+2t \\ y=-t \\ z=0 \end{cases}$.

Gọi $I=AB\cap(Q) \Rightarrow I(6+2t;-t;0)$, $I\in(Q)\Rightarrow I(2;2;0)\equiv M \Rightarrow A, B, M$ thẳng hàng.

Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A, B trên $(Q) \Rightarrow AA', BB'$ không đổi

Gọi C, D lần lượt là hình chiếu của A, B trên d $\Rightarrow d(A,d)=AC$; $d(B,d)=BD$.

Vì $d(A,d)+d(B,d)=AC+BD\geq AA'+BB'$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $C\equiv A'; B'\equiv D$

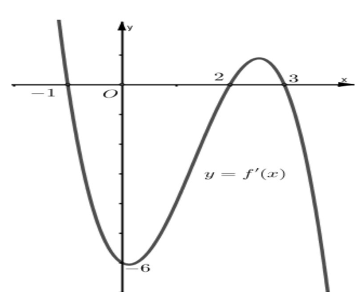
$\Leftrightarrow d$ đi qua A', B' hay d là hình chiếu của AB trên (Q).

Gọi (R) là mặt phẳng chứa AB và d $\Rightarrow (R)\perp(Q)$. (R) có một véctơ pháp tuyến

$\overrightarrow{n_R}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_Q}\right]=(6;12;9)$. Ta có $d=(R)\cap(Q)\Rightarrow d$ có một véctơ chỉ phương là

$\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_R},\overrightarrow{n_Q}\right]=(42;-3;-24)=3(14;-1;-8)$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là (C), hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x=2$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là a, b.



Giá trị $(a-b)^2$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;\,9)$. **B.** $(12;16)$. **C.** $(16;+\infty)$. **D.** $(9;12)$.

Lời giải

Chọn C

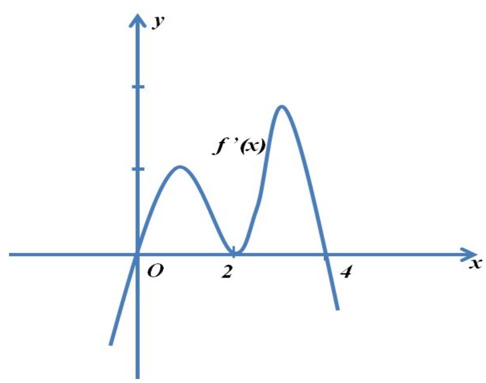
Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$f(-1)$	$\searrow$	$f(2)$	$\nearrow$	$f(3)$	$\searrow$	

Vì $f'(2) = 0$ nên phương trình tiếp tuyến với (C) tại điểm có hoành độ $x = 2$ là $y = f(2)$.

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy đường thẳng $y = f(2)$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn: $a < -1$ và $b > 3$ do đó $(a-b)^2 > 16$.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left(x^2 - m\right)$ có ba điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = f\left(x^2 - m\right)$ có $y' = 2x.f\left(x^2 - m\right)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - m = 0 \\ x^2 - m = 2 \\ x^2 - m = 4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \\ x^2 = m + 2 \\ x^2 = m + 4 \end{array}\right. .$$

Nhận xét: Số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^2 - m\right)$ tương ứng với số nghiệm bội lẻ của phương trình $y' = 0$

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $x = 2$ là nghiệm bội chẵn của phương trình $f'(x) = 0$. Do đó số điểm cực trị của hàm số $y = f\left(x^2 - m\right)$ không phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình $x^2 - m = 2$. Suy ra hàm số $y = f\left(x^2 - m\right)$ có đúng ba điểm cực trị khi hệ $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m \qquad (*) \\ x^2 = m + 4 \end{array}\right.$ có ba nghiệm đơn hoặc có ba nghiệm trong đó có nghiệm đơn và nghiệm bội lẻ. Từ đó ta tìm được

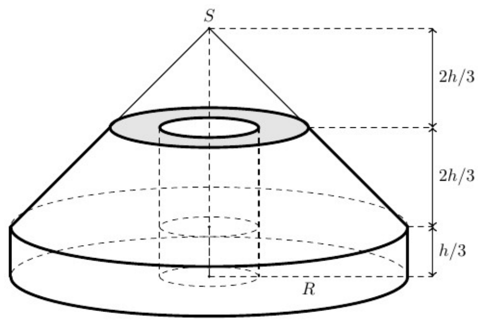
$-4 < m \leq 0$ thị hệ $(*)$ có ba nghiệm đơn hoặc có ba nghiệm trong đó có nghiệm đơn và nghiệm bội lẻ. Vậy có 4 giá trị m nguyên thỏa yêu cầu bài toán là $m = \{-3;-2;-1;0\}$

Câu 44: Để định vị một trụ điện, người ta cần đúc một khối bê tông có chiều cao $h = 1,5\,\text{m}$ gồm:

- Phần dưới có dạng hình trụ bán kính đáy $R = 1\,\text{m}$ và có chiều cao bằng $\frac{1}{3}h$;

- Phần trên có dạng hình nón bán kính đáy bằng R đã bị cắt bỏ bớt một phần hình nón có bán kính đáy bằng $\frac{1}{2}R$ ở phía trên (*người ta thường gọi hình đó là hình nón cụt);*

- Phần ở giữa rỗng có dạng hình trụ bán kính đáy bằng $\frac{1}{4}R$ *(tham khảo hình vẽ bên dưới).*



Thể tích của khối bê tông *(làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba)* bằng

A. $2,815\,\text{m}^3$. **B.** $2,814\,\text{m}^3$. **C.** $3,403\,\text{m}^3$. **D.** $3,109\,\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích hình trụ bán kính đáy R và có chiều cao bằng $\frac{h}{3}$:

$$V_1 = \pi R^2.\frac{h}{3} = \frac{1}{3}\pi R^2 h.$$

Thể tích hình nón cụt bán kính đáy lớn R, bán kính đáy bé $\frac{R}{2}$ và có chiều cao bằng $\frac{2h}{3}$:

$$V_2 = \frac{1}{3}\pi R^2.\frac{4h}{3} - \frac{1}{3}\pi\frac{R^2}{4}.\frac{2h}{3} = \frac{7}{18}\pi R^2 h.$$

Thể tích hình trụ bán kính đáy $\frac{R}{4}$ và có chiều cao bằng h *(phần rỗng ở giữa)*:

$$V_3 = \pi\frac{R^2}{16}.h = \frac{1}{16}\pi R^2 h.$$

Thể tích của khối bê tông bằng:

$$V = V_1 + V_2 - V_3 = \pi R^2 h.\left(\frac{1}{3} + \frac{7}{18} - \frac{1}{16}\right) = \frac{95}{144}\pi R^2.h \approx 3,109\,\text{m}^3.$$

Câu 45: Cho hai số phức z, w thỏa mãn $z + 3w = 2 + 2\sqrt{3}i$ và $|z - w| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z| + |w|$ bằng

A. $2\sqrt{21}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M,N,A lần lượt là điểm biểu diễn hai số phức z, w và $2+2\sqrt{3}i$ trên mặt phẳng phức.

Từ giả thiết $z+3w=2+2\sqrt{3}i \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}+3\overrightarrow{ON}=\overrightarrow{OA}$

$OM^2+9.ON^2+6.\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=OA^2=16$ (1).

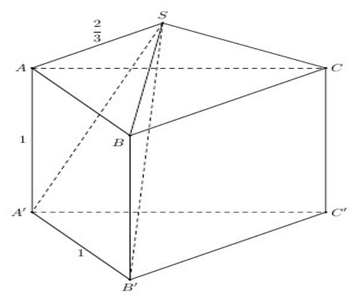
Mặt khác $|z-w|=2 \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{OM}-\overrightarrow{ON}\right)^2=4 \Leftrightarrow OM^2+ON^2-2\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=4$ (2).

Từ (1) và (2): $4.OM^2+12.ON^2=28$. Ta có $P=|z|+|w| \Leftrightarrow P^2=(OM+ON)^2$

$=\left(\frac{1}{2}.2OM+\frac{1}{2\sqrt{3}}.2\sqrt{3}ON\right)^2 \le \left(\frac{1}{4}+\frac{1}{12}\right)\left(4OM^2+12ON^2\right)=\frac{28}{3}$

$\Rightarrow P\le\frac{2\sqrt{21}}{3}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow OM=3ON=\frac{3\sqrt{7}}{2}$.

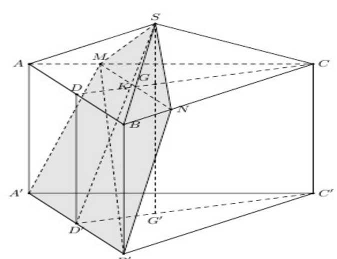
Câu 46: Cho khối đa diện như hình vẽ bên. Trong đó $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng 1, $S.ABC$ là khối chóp tam giác đều có cạnh bên $SA=\frac{2}{3}$. Mặt phẳng $(SA'B')$ chia khối đa diện đã cho thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A, V_2 là thể tích phần khối đa diện không chứa đỉnh A. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $72V_1=5V_2$. **B.** $3V_1=V_2$. **C.** $24V_1=5V_2$. **D.** $4V_1=5V_2$.

Lời giải

Chọn B



Dựng thiết diện $SMA'B'N$ tạo bởi mặt phẳng $(SA'B')$ và khối đa diện đã cho như hình vẽ.

$SG=\sqrt{SC^2-GC^2}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\frac{1}{3}$; $GD=G'D'=\frac{1}{3}CD=\frac{\sqrt{3}}{6}$; $GK=\frac{1}{4}G'D'=\frac{\sqrt{3}}{24}$

$DK=GD-GK=\frac{\sqrt{3}}{6}-\frac{\sqrt{3}}{24}=\frac{\sqrt{3}}{8}$; $MN=\frac{3}{4}$.

Gọi V là thể tích toàn bộ khối đa diện: $V=V_{ABC.A'B'C'}+V_{S.A'B'C'}=\frac{\sqrt{3}}{4}.1+\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{5\sqrt{3}}{18}$.

$V_{B'.ABNM}=\frac{1}{3}BB'.S_{ABNM}=\frac{1}{3}.1.\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{4}\right).\frac{\sqrt{3}}{8}=\frac{7\sqrt{3}}{192}$.

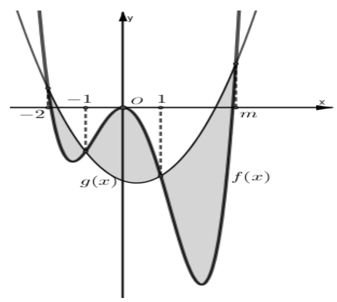
$V_{B'.AA'M}=\frac{1}{3}d\left(B;(ACC'A')\right).S_{AA'M}=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{1}{2}.1.\frac{1}{4}=\frac{\sqrt{3}}{48}$.

$V_{S.ABNM}=\frac{1}{3}SG.S_{ABNM}=\frac{1}{3}.\frac{1}{3}.\frac{1}{2}\left(1+\frac{3}{4}\right).\frac{\sqrt{3}}{8}=\frac{7\sqrt{3}}{576}$.

$V_1=\frac{7\sqrt{3}}{192}+\frac{\sqrt{3}}{48}+\frac{7\sqrt{3}}{576}=\frac{5\sqrt{3}}{72}$ => $V_2=V-V_1=\frac{5\sqrt{3}}{18}-\frac{5\sqrt{3}}{72}=\frac{5\sqrt{3}}{24}$.

Suy ra $3V_1=V_2$.

Câu 47: Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với $a\neq 0$ và $g(x)=px^2+qx-3$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua gốc tọa độ và cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại bốn điểm có hoành độ lần lượt là -2; -1; 1 và m. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)-g(x)$ tại điểm có hoành độ $x=-2$ có hệ số góc bằng $-\frac{15}{2}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ (phần được tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của hình (H) bằng



A. $\frac{1553}{120}$. **B.** $\frac{1553}{240}$. **C.** $\frac{1553}{60}$. **D.** $\frac{1553}{30}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $h(x)=f(x)-g(x)=ax^4+bx^3+(c-p)x^2+(d-q)x+(e+3)$.

$h'(x)=4ax^3+3bx^2+2(c-p)x+(d-q)$.

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là:

$f(x)=g(x)\Leftrightarrow h(x)=0\Leftrightarrow ax^4+bx^3+(c-p)x^2+(d-q)x+e+3=0$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua gốc tọa độ và cắt đồ thị hàm số $y=g(x)$ tại bốn điểm có hoành độ lần lượt là -2; -1; 1 và m nên $f(0)=h(-2)=h(-1)=h(1)=h(m)=0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}e=0\\16a-8b+4(c-p)-2(d-q)=-3\ (1)\\a-b+(c-p)-(d-q)=-3\ (2)\\a+b+(c-p)+(d-q)=-3\ (3)\\am^4+bm^3+(c-p)m^2+(d-q)m+3=0\ (4)\end{cases}$$

Mặt khác, tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=h(x)$ tại điểm có hoành độ $x=-2$ có hệ số góc bằng $-\frac{15}{2}$ nên $h'(-2)=-\frac{15}{2}\Leftrightarrow -32a+12b-4(c-p)+(d-q)=-\frac{15}{2}$ (5).

Từ (1), (2), (3), (5), ta tìm được: $\begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=-\dfrac{1}{2} \\ c-p=-\dfrac{7}{2} \\ d-q=\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Thay vào (4): $\frac{1}{2}m^4-\frac{1}{2}m^3-\frac{7}{2}m^2+\frac{1}{2}m+3=0 \Leftrightarrow (m-3)(m-1)(m+1)(m+2)=0$

$\Leftrightarrow m=3$ (vì theo hình vẽ thì $m>1$).

Ngoài ra, ta cũng có: $h(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{1}{2}x^3-\frac{7}{2}x^2+\frac{1}{2}x+3$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int\limits_{-2}^{3}|h(x)|\,\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{-1}|h(x)|\,\mathrm{d}x+\int\limits_{-1}^{1}|h(x)|\,\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3}|h(x)|\,\mathrm{d}x$

$=\left|\int\limits_{-2}^{-1}h(x)\,\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_{-1}^{1}h(x)\,\mathrm{d}x\right|+\left|\int\limits_{1}^{3}h(x)\,\mathrm{d}x\right|=\left|-\frac{113}{120}\right|+\left|\frac{58}{15}\right|+\left|-\frac{122}{15}\right|=\frac{1553}{120}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $(1;+\infty)$ và thỏa mãn $\left(xf'(x)-2f(x)\right).\ln x=x^3-f(x)$, $\forall x\in(1;+\infty)$; biết $f\left(\sqrt[3]{\mathrm{e}}\right)=3\mathrm{e}$. Giá trị $f(2)$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(12;\frac{25}{2}\right)$. **B.** $\left(13;\frac{27}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{23}{2};12\right)$. **D.** $\left(14;\frac{29}{2}\right)$.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $\left(xf'(x)-2f(x)\right).\ln x=x^3-f(x)$ (1) trên khoảng $(1;+\infty)$:

$(1)\Leftrightarrow x\ln x.f'(x)+(1-2\ln x).f(x)=x^3 \Leftrightarrow f'(x)+\frac{1-2\ln x}{x\ln x}\cdot f(x)=\frac{x^2}{\ln x}$ (2).

Đặt $g(x)=\frac{1-2\ln x}{x\ln x}$. Ta tìm một nguyên hàm $G(x)$ của $g(x)$.

Ta có $\int g(x)\,\mathrm{d}x=\int\frac{1-2\ln x}{x\ln x}\,\mathrm{d}x=\int\frac{1-2\ln x}{\ln x}\,\mathrm{d}(\ln x)=\int\left(\frac{1}{\ln x}-2\right)\mathrm{d}(\ln x)$

$=\ln(\ln x)-2\ln x+C=\ln\left(\frac{\ln x}{x^2}\right)+C$.

Ta chọn $G(x)=\ln\left(\frac{\ln x}{x^2}\right)$.

Nhân cả 2 vế của (2) cho $\mathrm{e}^{G(x)}=\frac{\ln x}{x^2}$, ta được: $\frac{\ln x}{x^2}\cdot f'(x)+\frac{1-2\ln x}{x^3}\cdot f(x)=1$

$\Leftrightarrow\left(\frac{\ln x}{x^2}\cdot f(x)\right)'=1\Leftrightarrow\frac{\ln x}{x^2}\cdot f(x)=x+C$ (3).

Theo giả thiết, $f\left(\sqrt[3]{\mathrm{e}}\right)=3\mathrm{e}$ nên thay $x=\sqrt[3]{\mathrm{e}}$ vào (3), ta được:

$\frac{\ln\left(\sqrt[3]{\mathrm{e}}\right)}{\sqrt[3]{\mathrm{e}^2}}.f\left(\sqrt[3]{\mathrm{e}}\right)=\sqrt[3]{\mathrm{e}}+C\Leftrightarrow C=\frac{1}{3\sqrt[3]{\mathrm{e}^2}}\cdot3\mathrm{e}-\sqrt[3]{\mathrm{e}}=0$.

Từ đây, ta tìm được $f(x)=\dfrac{x^3}{\ln x}\Rightarrow f(2)=\dfrac{2^3}{\ln 2}$.Vậy $f(2)\in\left(\dfrac{23}{2};12\right)$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in\left[-2019;2019\right]$ để phương trình $2019^x+\dfrac{2x-1}{x+1}+\dfrac{mx-2m-1}{x-2}=0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt?

A. 4038. **B.** 2019. **C.** 2017. **D.** 4039.

Lời giải

Chọn C

Ta có phương trình $2019^x+\dfrac{2x-1}{x+1}+\dfrac{mx-2m-1}{x-2}=0\Leftrightarrow 2019^x+\dfrac{2x-1}{x+1}+\dfrac{m(x-2)-1}{x-2}=0$

$\Leftrightarrow 2019^x+\dfrac{2x-1}{x+1}+m-\dfrac{1}{x-2}=0\Leftrightarrow m=\dfrac{1}{x-2}-2019^x-\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Xét hàm số

$y=\dfrac{1}{x-2}-2019^x-\dfrac{2x-1}{x+1}\Rightarrow y'=-\dfrac{1}{(x-2)^2}-2019^x\ln(2019)-\dfrac{3}{(x+1)^2}<0;\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-1;2\right\}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	||	$-$	
y	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Vậy để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $m\in(-\infty;-2)$ mà $m\in\left[-2019;2019\right];m\in\mathbb{Z}$.

Vậy ta có 2017 số nguyên m cần tìm. ***Chọn đáp án C***

Câu 50: Xét các số thực dương $x;y$ thỏa mãn $2\log_3\sqrt{x}+x(x+y)\ge\log_{\sqrt{3}}\sqrt{8-y}+8x$. Biểu thức $P=3x+2y+\dfrac{6}{x}+\dfrac{18}{y}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=a;y=b$. Tính $S=3a+2b$.

A. 19. **B.** 20. **C.** 18. **D.** 17.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2\log_3\sqrt{x}+x(x+y)\ge\log_{\sqrt{3}}\sqrt{8-y}+8x\Leftrightarrow\log_3 x+x(x+y)\ge\log_3(8-y)+8x$, điều kiện $0<y<8$

$\Leftrightarrow\log_3 x+x^2\ge\log_3(8-y)+x(8-y)$

$\Leftrightarrow x.3^{x^2}\ge(8-\mathrm{y}).3^{x(8-y)}$

Nhận xét vì hàm số $y=x;y=3^x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên bất phương trình tương đương $x\ge 8-y\Leftrightarrow x+y\ge 8$.

Khi đó

$P=3x+2y+\dfrac{6}{x}+\dfrac{18}{y}=\left(\dfrac{6}{x}+\dfrac{3x}{2}\right)+\left(\dfrac{18}{y}+\dfrac{y}{2}\right)+\dfrac{3}{2}(x+y)\ge 6+6+12=24$.

Dâu $"="$ xảy ra khi và chỉ khi $x=2;y=6\Rightarrow S=3.2+2.6=18$.***Chọn đáp án C***