SỞ GD&ĐT ĐẮK LẮK	KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN NGUYỄN DU	NĂM HỌC 2020 - 2021
ĐỀ CHÍNH THỨC	Môn: **TOÁN** - Lớp: **12** – Vòng: **2**
*(Đề thi có: **01 trang**)*	*Thời gian làm bài: **180 phút** (không kể thời gian giao đề)*

Bài 1. *(4,0 điểm)*

Cho $(a_n);(b_n)$ thỏa mãn: $\begin{cases} a_1 = 2020; b_1 = \dfrac{1}{2020} \\ a_{n+1} = \sqrt{a_n + b_n + 2} \\ b_{n+1} = \sqrt{2a_n + b_n + 6} \end{cases}$. Tính giới hạn $(a_n);(b_n)$ nếu có.

Bài 2. *(4,0 điểm)*

Tìm các đa thức $P(x), Q(x) \in \mathbb{R}[x]$ khác đa thức không và có bậc bé nhất thỏa mãn:

$$P\left(x^2\right) + Q(x) = P(x) + x^5 Q(x),\ \forall x \in \mathbb{R}.$$

Bài 3. *(4,0 điểm)*

Tìm tất cả *n* tự nhiên để $A = \underbrace{2^{2^{2^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{2}}}}}}}_{n \text{ số } 2} - 2$ viết được thành $a^3 + b^3 + c^3$ với *a, b, c* nguyên.

Bài 4. *(4,0 điểm)*

Cho tam giác *ABC* $(AC > AB)$. Lấy hai điểm *M, N* lần lượt trên *AB* và *AC* sao cho *MN* song song với *BC*. Gọi *P* là giao điểm của hai đoạn thẳng *BN* và *CM*. Gọi *A'* là điểm đối xứng của *A* qua đường thẳng *BC*; (ω) là đường tròn ngoại tiếp tam giác *AMN*.

a) Gọi *E* là điểm thuộc đường tròn (ω) sao cho $AE // MN$. Chứng minh rằng: *E, P, A'* thẳng hàng.

b) Gọi *F* là giao điểm thứ hai của *A'P* với đường tròn (ω) và *I* là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *AA'F*. Chứng minh *IF* tiếp xúc với đường tròn ngoại tiếp tam giác *BFC*.

Bài 5. *(4,0 điểm)*

Cho tập hợp $A = \{1; 2; \ldots; 101\}$, tô màu ít nhất 50 phần tử của *A* sao cho: nếu $a, b \in A$ (*a, b* không nhất thiết phân biệt) được tô màu và $a + b \in A$ thì $a + b$ cũng được tô màu. Gọi *S* là tổng tất cả các số không được tô màu của *A*. Tìm giá trị lớn nhất của *S*.

-------------------- HẾT --------------------

+ Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

+ Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

+ Họ và tên thí sinh: . . . . Số báo danh: . . . .