

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Bài 1: (2 điểm)** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(5m+2)x - 20$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số nghịch biến trong khoảng  $(-3; 2)$ .

**Bài 2: (3 điểm)** Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi 
$$\begin{cases} u_1 = a > 1 \\ 2u_{n+1} = u_n^2 + 2u_n, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Đặt  $S_n = \frac{1}{u_1+2} + \frac{1}{u_2+2} + \dots + \frac{1}{u_n+2}$ . Tính  $\lim S_n$ .

**Bài 3: (5 điểm)** Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a)  $9\sin x + 6\cos x - 3\sin 2x + \cos 2x = 8$ .

b) 
$$\begin{cases} xy^4 + y^3 + y^2 + 5x = y^5 + xy^2 + y(x+5) \\ \sqrt{2y^2 - 6x + 8} + 2 = \sqrt{x} + 2021x - 2020y \end{cases}, x, y \in \mathbb{R}.$$

**Bài 4: (2 điểm)** Cho một đa giác đều có 170 đường chéo. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh từ các đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để tam giác tạo ra từ các đỉnh được chọn là tam giác vuông không cân.

**Bài 5: (5 điểm)**

a) Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB', BC'$  theo  $a$ .

b) Cho tam giác nhọn  $ABC$  nội tiếp đường tròn tâm  $O$ . Gọi  $B_1, C_1, O_1$  lần lượt là điểm đối xứng với  $B, C, O$  qua  $AC, AB, BC$ ;  $K$  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác  $AB_1C_1$ . Chứng minh rằng  $K, A, O_1$  thẳng hàng.

**Bài 6: (2 điểm)** Có bao nhiêu số nguyên dương  $n$ , ( $n \leq 2021$ ) để đa thức  $x^{2^n} + x + 1$  chia hết cho đa thức  $x^2 + x + 1$ ?

**Bài 7: (1 điểm)** Trên bảng có ghi mười số 1; 2; 3; 4; ...; 10. Ở mỗi bước ta xóa đi hai số  $a, b$  rồi thêm vào số mới  $a + b + \frac{ab}{f(a,b)}$  với  $f(a,b)$  là tổng tất cả các số còn ghi trên bảng trừ hai số  $a, b$ . Cứ làm như thế cho đến khi trên bảng chỉ còn hai số  $x, y$  ( $x \geq y$ ).

a) Gọi  $S_k$  là tổng của tất cả các tích của các cặp số còn ghi trên bảng ở bước thứ  $k$ . Chứng minh rằng  $S_i = S_k$  với mọi  $i, k$ .

b) Tìm giá trị lớn nhất có thể có của  $x$ .

.....HẾT.....

**Ghi chú:** Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.