

**Câu 1 (2,5 điểm).**

- a) Tìm tất cả các giá trị  $m$  để  $y = \frac{m}{3}x^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{3}$  đồng biến trên  $[2, +\infty)$
- b) Cho hàm số  $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$  ( $C_m$ ), với  $m$  là tham số thực. Xác định tất cả các giá trị của  $m$  để hàm số ( $C_m$ ) có ba điểm cực trị đồng thời các điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác có một góc tù.

**Câu 2 (2,0 điểm).**

- a) Giải phương trình  $\sqrt{3} \sin 2x + \sqrt{3} + 1 = 2 \cos^2 x$
- b) Cho A là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau lập được từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A. Tính xác suất để số lấy được có chữ số 0 và chữ số 5 không đứng cạnh nhau.

**Câu 3 (1,5 điểm).** Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 6x^2 - 3y^2 + 14x - 5y = -9 \\ \sqrt{1-x^2} - \sqrt{y} = \sqrt{2-y} - 1 \end{cases} \quad (x, y \in \mathbb{R})$$

**Câu 4 (1,5 điểm).** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho hình chữ nhật  $ABCD$  có  $A(5, -7)$ , điểm  $C$  thuộc đường thẳng có phương trình  $(d_1): x - y + 4 = 0$ . Đường thẳng đi qua  $D$  và trung điểm của đoạn  $AB$  có phương trình  $(d_2): 3x - 4y - 23 = 0$ . Tìm tọa độ của  $B$  và  $C$ , biết điểm  $B$  có hoành độ dương.

**Câu 5 (1,5 điểm).** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh  $a$  góc  $\widehat{BAD} = 60^\circ$ , hình chiếu vuông góc của  $S$  trên mặt phẳng  $(ABCD)$  trùng với điểm  $G$  là trọng tâm tam giác  $BCD$ . Góc giữa  $SA$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$  và khoảng cách giữa hai đường thẳng  $DC$  và  $SA$  theo  $a$ .

**Câu 6 (1,0 điểm).** Cho các số thực dương  $x, y, z$ . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$S = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 1}} - \frac{2}{(x+1)(y+1)(z+1)}$$

-----Hết-----

**Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.**

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

**I. LƯU Ý CHUNG:**

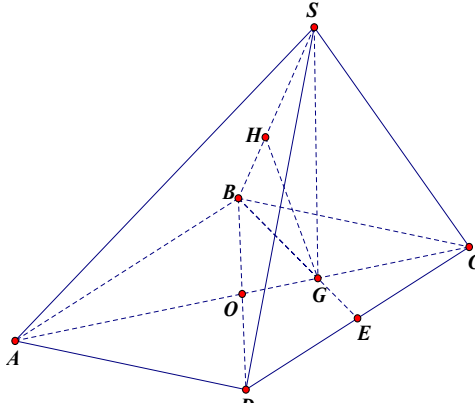
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học không gian nếu thí sinh không vẽ hình phân nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

**II. ĐÁP ÁN:**

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm												
1	a	Hàm số đồng biến / $[2, +\infty) \Leftrightarrow y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2) \geq 0 \forall x \geq 2$ (1)	1,25												
		$\Leftrightarrow m[(x-1)^2 + 2] \geq -2x + 6 \forall x \geq 2 \Leftrightarrow g(x) = \frac{-2x+6}{(x-1)^2 + 2} \leq m \forall x \geq 2$	0,25												
		Ta có: $g'(x) = \frac{2(x^2 - 6x + 3)}{(x^2 - 2x + 3)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_1 = 3 - \sqrt{6}; \\ x = x_2 = 3 + \sqrt{6}; \end{cases} \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$	0,25												
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td>2</td> <td><math>3 + \sqrt{6}</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>g'(x)</math></td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>g(x)</math></td> <td><math>\frac{2}{3}</math></td> <td colspan="2" style="text-align: center;">CT</td> <td>0</td> </tr> </table>	$x$	2	$3 + \sqrt{6}$	$+\infty$	$g'(x)$	-	0	+	$g(x)$	$\frac{2}{3}$	CT		0
	$x$	2	$3 + \sqrt{6}$	$+\infty$											
$g'(x)$	-	0	+												
$g(x)$	$\frac{2}{3}$	CT		0											
Từ BBT $\Rightarrow \max_{x \geq 2} g(x) = g(2) = \frac{2}{3}$ . Vậy $m \geq \frac{2}{3}$															
b			1,25												
	Tập xác định $D = \mathbb{R}$														
	Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$ . Khi đó hàm số $(C_m)$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow x^2 - m = 0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0 $\Leftrightarrow m > 0$		0,25												
Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = \pm\sqrt{m}$ . Giả sử 3 điểm cực trị của đồ thị hàm số $(C_m)$ là $A, B, C$ . Khi đó $A(0; m-1), B(-\sqrt{m}; -m^2 + m - 1), C(\sqrt{m}; -m^2 + m - 1)$ .		0,25													

		$\overline{AB}(-\sqrt{m}; -m^2); \overline{AC}(\sqrt{m}; -m^2)$ . Tam giác ABC cân tại A, nên nó sẽ có góc tù khi $90^\circ < (\overline{AB}; \overline{AC}) \Leftrightarrow \cos(\overline{AB}; \overline{AC}) < 0$	0,5
		$\Leftrightarrow \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC}}{ \overline{AB}   \overline{AC} } < 0 \Leftrightarrow \frac{-m+m^4}{ m+m^4 } < 0 \Leftrightarrow -1+m^3 < 0 \Leftrightarrow m < 1$ (Do $m > 0$ ).	0,25
		Kết luận: $0 < m < 1$ .	
<b>2</b>	<b>a</b>		<b>1</b>
		Phương trình tương đương: $\sqrt{3} \sin 2x + \sqrt{3} + 1 = 1 + \cos 2x$ .	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \cos 2x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .	0,25
		$\Leftrightarrow \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$	0,25
		Vậy phương trình có nghiệm là $x = -\frac{\pi}{12} + k\pi$ hoặc $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$ ( $k \in \mathbb{Z}$ ).	
	<b>b</b>		<b>1</b>
		$n(\Omega) = 5.5!$	0,25
		Gọi số cần tìm là $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$ (trong đó các $a_i \in \{0, 2, 3, 5, 6, 8\}$ ).	0,25
		TH1: 5 và 0 đứng cạnh nhau ở vị trí $a_1, a_2$ có 4! số.	
		TH2: 5 và 0 đứng cạnh nhau ở vị trí còn lại có 4.2!4! số.	0,25
		Vậy xác suất để số lấy được có chữ số 0 và chữ số 5 không đứng cạnh nhau là:	0,25
		$P = \frac{5.5! - (4! + 4.2.4!)}{5.5!} = \frac{16}{25}$	
<b>3</b>			<b>1,5</b>
		Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1; 0 \leq y \leq 2$ . Ta có	0,5
		(1) $\Leftrightarrow (y+1)^3 + 2(y+1) = (x+2)^3 + 2(x+2)$	

	<p>Xét hàm số <math>f(t) = t^3 + 2t</math>, ta có <math>f'(t) = 3t^2 + 2 &gt; 0, \forall t \in \mathbb{R} \Rightarrow f(t)</math> đồng biến trên <math>\mathbb{R}</math>.</p> <p>Vậy (1) <math>\Leftrightarrow f(y+1) = f(x+2) \Leftrightarrow y = x+1</math></p>	0,25
	<p>Thế vào (2) ta được <math>\sqrt{1-x^2} - \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x} + 1 = 0</math> (3)</p> <p>Đặt <math>t = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}, t &gt; 0 \Rightarrow \sqrt{1-x^2} = \frac{t^2 - 2}{2}</math></p> <p>Khi đó (3) <math>\Leftrightarrow \frac{t^2 - 2}{2} - t + 1 = 0 \Leftrightarrow t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 (l) \\ t = 2 \end{cases}</math></p> <p>Với <math>t = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1-x^2} = 1 \Leftrightarrow x = 0</math></p>	0,5
	<p>Với <math>x = 0</math> suy ra <math>y = 1</math>. Vậy hệ có nghiệm duy nhất <math>\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases}</math></p>	0,25
<b>4</b>		<b>1,5</b>
	<p>The diagram shows a coordinate system with x and y axes. A rectangle ABCD is drawn with vertices A(5; -7), B, C, and D. A line d1: x - y + 4 = 0 passes through D and C. A line d2: 3x - 4y - 23 = 0 passes through M (midpoint of AB) and I (intersection of AC and d2).</p>	
	<p>Gọi <math>C(c; c+4) \in d_1</math>, M là trung điểm AB, I là giao điểm của AC và <math>(d_2)</math></p> <p>Ta có <math>\triangle AIM</math> đồng dạng <math>\triangle CID \Rightarrow CI = 2AI \Rightarrow \overline{CI} = 2\overline{IA} \Rightarrow I\left(\frac{c+10}{3}; \frac{c-10}{3}\right)</math></p>	0,5
	<p>Mà <math>I \in d_2</math> nên ta có: <math>3 \cdot \frac{c+10}{3} - 4 \cdot \frac{c-10}{3} - 23 = 0 \Leftrightarrow c = 1</math></p> <p>Vậy <math>C(1;5)</math>.</p>	0,25
	<p>Ta có: <math>M \in d_2 \Rightarrow M\left(t; \frac{3t-23}{4}\right) \Rightarrow B\left(2t-5; \frac{3t-9}{2}\right)</math></p> <p><math>\overline{AB} = \left(2t-10; \frac{3t+5}{2}\right), \overline{CB} = \left(2t-6; \frac{3t-19}{2}\right)</math></p>	0,25
	<p>Do <math>\overline{AB} \cdot \overline{CB} = 0 \Leftrightarrow 4(t-5)(t-3) + \frac{1}{4}(3t+5)(3t-19) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = \frac{29}{5} \end{cases}</math></p>	0,5

	$\Rightarrow \begin{cases} B(-3; -3) \text{ (loại)} \\ B\left(\frac{33}{5}; \frac{21}{5}\right) \Rightarrow B\left(\frac{33}{5}; \frac{21}{5}\right) \end{cases}$	
5	<p>Gọi O là tâm của đáy. Theo bài ra ta có :</p> <p>Góc <math>\widehat{SAC} = 60^\circ</math>,</p> $AO = \frac{\sqrt{3}}{2}a \rightarrow AC = \sqrt{3}a, AG = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$ <p>Suy ra <math>SG = AG \cdot \tan 60^\circ = 2a</math></p>	 <p style="text-align: right;">0,5</p>
	<p>Diện tích hình thoi ABCD <math>S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} \sqrt{3}a \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2</math></p> <p>Vậy <math>V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SG = \frac{\sqrt{3}}{3} a^3</math></p>	0,25
	<p>Gọi <math>E = BG \cap CD</math></p> <p>Ta có <math>CD // AB \Rightarrow CD // mp(SAB) \Rightarrow d(CD, SA) = d(CD, (SAB))</math></p> $= d(E, (SAB)) = \frac{3}{2} d(G, (SAB))$ <p>Do tam giác BDC đều nên <math>BE \perp CD \Rightarrow BE \perp AB</math>. Do đó khi kẻ <math>GH \perp SB, H \in SB</math></p> <p>Suy ra <math>GH \perp (SAB) \Rightarrow d(G, (SAB)) = GH</math></p>	0,5
	<p>Trong tam giác vuông <math>SBG</math> ta có <math>\frac{1}{GH^2} = \frac{1}{GB^2} + \frac{1}{GS^2} = \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{13}{4a^2} \rightarrow GH = \frac{2a}{\sqrt{13}}</math></p> <p>Vậy <math>d(CD, SA) = \frac{3a}{\sqrt{13}}</math></p>	0,25
6		<b>1</b>
	<p>Sử dụng BĐT cô-si cho 3 số dương ta có:</p> $(a+1)(b+1)(c+1) \leq \left(\frac{a+b+c+3}{3}\right)^3, \text{ dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } a=b=c$ <p>Mặt khác <math>a^2 + b^2 + c^2 + 1 \geq \frac{1}{4}(a+b+c+1)^2</math>, dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi</p> $a=b=c=1$	0,25

	Đặt $t = x + y + z + 1 > 1$ , ta có $S \leq \frac{2}{t} - \frac{54}{(t+2)^3} = f(t)$	0,25
	$f(t) = \frac{2}{t} - \frac{54}{(t+2)^3}, \forall t > 1, f'(t) = -\frac{2}{t^2} + \frac{162}{(t+2)^4}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4$	0,25
	Suy ra $f_{\max} = f(4) = \frac{1}{4}$ . Vậy ta có $S_{\max} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow a = b = c = 1$	0,25

-----**Hết**-----