SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TỈNH QUẢNG NINH**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2020** Môn thi : **TOÁN** – Bảng **A**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	Ngày thi : **01/12/2020** *Thời gian làm bài : **180 phút**, không kể thời gian giao đề* *(Đề thi này có 01 trang)*

Câu 1. (5 điểm)

a) Cho hàm số $y=\dfrac{x^2}{x+m}$ (*m là tham số*). Tìm tất cả các giá trị thực của *m* để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+4x}+\dfrac{x^3+2}{x^2+3x}$ (1). Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số (1).

Câu 2. (3 điểm)

Lớp 12B lập Kế hoạch tiết kiệm 5 triệu đồng tiền tiêu vặt trong 5 tháng để ủng hộ đồng bào bị thiên tai như sau: Vào các ngày mùng 1 của các tháng 1, 2, 3, 4, 5 của năm 2021 mỗi học sinh trong lớp tiết kiệm số tiền giống nhau là A đồng và nộp lại cho lớp trưởng để lớp trưởng gửi vào ngân hàng theo hình thức lãi kép *(lãi nhập vào gốc để tính lãi ở tháng tiếp theo)* với lãi suất $r\ (r>0)$ trên một tháng (*lãi suất không đổi trong suốt thời gian gửi*). Hãy xây dựng công thức tính A theo r biết rằng lớp có 40 học sinh và ngày rút tiền ủng hộ là ngày 01/6/2021 (*chỉ rút duy nhất một lần*).

Câu 3. (3 điểm)

Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A+2\sin B=3\sin C$ và $AC=2BC\cos C$. Tính tỷ số $\dfrac{R}{r}$ với R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB với I là trung điểm AC.

Câu 4. (5 điểm)

a) Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, biết hình chóp $A'.ABC$ là hình chóp tam giác đều cạnh đáy bằng a, $(A'BC)\perp(AB'C')$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

b) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB=2a, BC=a$, tam giác SAB vuông đỉnh A, tam giác SBC vuông đỉnh C, $d(A;(SBC))=a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SB và AC theo a.

Câu 5. (2 điểm) Cho hệ phương trình $\begin{cases}(x-2)^3+8y^3+2y+x-2=0\\ m\log_{\sqrt{2}}(x+1)-\log_2 y+1=0\end{cases}$ (m là tham số; $x,y\in\mathbb{R}$). Tìm giá trị thực lớn nhất của m để hệ phương trình có nghiệm $(x;y)$ với $x>0, y>0$.

Câu 6. (2 điểm). Tìm số nghiệm thực của bất phương trình $(x^3+x-2)\sqrt{2x\log_2 x+\sqrt{1-x^2}}\ge 0$.

------------------------- Hết -------------------------

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Chữ ký của giám 1:..*Chữ ký của giám thị 2*: ....

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH QUẢNG NINH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2020

Môn thi: **Toán -** Bảng **A**

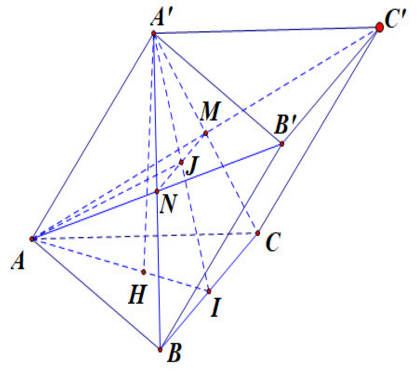
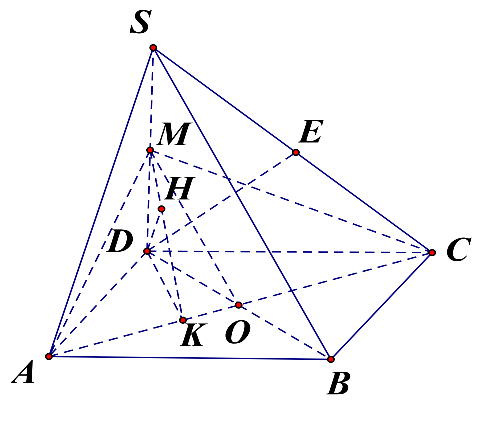
Ngày thi: **01/12/2020**

Thời gian làm bài: ***180 phút,*** *không kể thời gian giao đề*

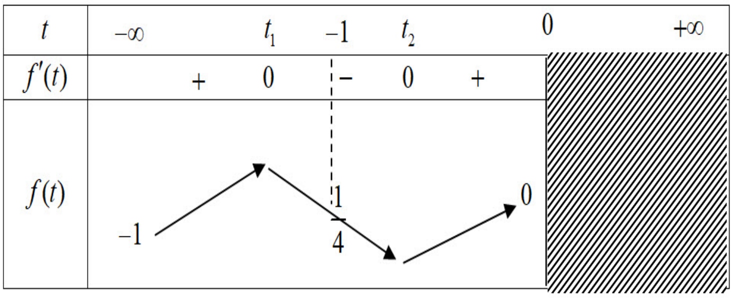
(Hướng dẫn chấm này có 05 trang)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a	**Cho hàm số** $y=\frac{x^2}{x+m}$ **(*m là tham số*). Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số đồng biến trên khoảng** $(-\infty;-2)$.	**2,5**
		TXĐ: $D=R\setminus\{-m\}$ nên để hàm số xác định trên $(-\infty;-2)\Leftrightarrow -\mathrm{m}\geq -2 \quad \Leftrightarrow \mathrm{m}\leq 2 \quad (1)$;	0,5
		$y'=\frac{x^2+2mx}{(x+m)^2}$	0,5
		$y'=\frac{x^2+2mx}{(x+m)^2}$ Để hs đồng biến trên $(-\infty;-2)\Leftrightarrow y'\geq 0,\forall x<-2$	0,5
		$\Leftrightarrow x^2+2mx\geq 0,\forall x<-2\Leftrightarrow x\leq -2m,\forall x<-2$	0,5
		$\Leftrightarrow -2\leq -2m\Leftrightarrow m\leq 1$ kết hợp (1) suy ra $m\leq 1$	0,5
	b	**Cho hàm số** $y=\sqrt{x^2+4x}+\frac{x^3+2}{x^2+3x}$. **Tìm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó.**	**2,5**
		Tập xác định: $\mathrm{D}=(-\infty;-4]\cup(0;+\infty)$	0,5
		$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ (*học sinh không cần lý giải*)	0,5
		$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[(\sqrt{x^2+4x}+x)+(\frac{x^3+2}{x^2+3x}-x)\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\frac{4x}{\sqrt{x^2+4x}-x}+\frac{-3x^2+2}{x^2+3x}\right]$	0,5
		$=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\frac{4}{-\sqrt{1+\frac{4}{x}}-1}+\frac{-3+\frac{2}{x^2}}{1+\frac{3}{x}}\right]=-5$ suy ra $y=-5$ là tiệm cận ngang	0,5
		$\lim\limits_{x\to0^+} y=+\infty$ (*học sinh không cần lý giải*) suy ra $x=0$ là tiệm cận đứng Vậy ĐTHS có tiệm cận ngang là $y=-5$ và tiệm cận đứng là $x=0$.	0,5
2		**Lớp 12B tiết kiệm 5 triệu đồng trong 5 tháng như sau: Vào các ngày mùng 1 của các tháng 1, 2, 3, 4, 5 năm 2021 mỗi hs tiết kiệm số tiền là** A **đồng, nộp gửi vào ngân hàng theo hình thức lãi kép với lãi suất** r **/ 1 tháng** $(r>0)$**. Hãy xây dựng công thức tính** A **theo** r **biết rằng lớp có 40 học sinh và ngày rút tiền ủng hộ là ngày 01/6/2021 (*chỉ rút duy nhất 1 lần).***	**3,0**

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Ngày 1/1 lớp trưởng thu được và gửi vào ngân hàng được $40A$ đồng	0,5
		Ngày 1/2 số tiền gốc và lãi gửi ngân hàng là: $40A(1+r)=40Aq$ (với $q=1+r$)	0,5
		Cộng số tiền hs tiết kiệm thêm nên tổng số tiền là: $40A(1+q)$	0,5
		Ngày 1/3 tổng gốc cộng lãi cộng thu từ hs được $40A(1+q+q^2)$	0,5
		… đến ngày 1/5 tổng gốc cộng lãi cộng thu từ hs là $40A(1+q+q^2+q^3+q^4)$ đến ngày 1/6 tổng số tiền gốc và lãi thu được là $40Aq(1+q+q^2+q^3+q^4)$	0,5
		Dự định tổng số tiền ủng hộ là 5 triệu nên $40Aq(1+q+q^2+q^3+q^4)=5$ $A=\dfrac{1}{8q(1+q+q^2+q^3+q^4)}$ (*triệu đồng*) với $q=1+r$.	0,5
3		**Cho tam giác ABC thỏa mãn** $\sin A+2\sin B=3\sin C$ **và** $AC=2BC\cos C$. **Tính tỷ số** $\dfrac{R}{r}$ **với** R **và** r **lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác** IAB **với** I **là trung điểm** AC	**3,0**
		Áp dụng định lý cosin với tam giác ABC ta có: $AC=2BC\cos C\Leftrightarrow b=2a.\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\Leftrightarrow a=c$ nên tam giác ABC cân đỉnh $B\Rightarrow A=C$ (1)	0,5
		Do $A=C$ nên $\sin A+2\sin B=3\sin C\Leftrightarrow\sin B=\sin C\Leftrightarrow B=C$ (vì B và C là 2 góc trong tam giác) và do (1) nên tam giác ABC đều	0,5
		I là trung điểm AC nên $BI\perp AC$ tam giác IAB vuông đỉnh $I\Rightarrow R=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{a}{2}$	0.5
		tam giác ABC đều nên $BI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; nửa chu vi ΔIAB là $p=\dfrac{a(3+\sqrt{3})}{4}$; $S_{ABI}=\dfrac{1}{2}BI.AI=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$;	0,5
		do $r=\dfrac{S}{p}\Rightarrow r=\dfrac{a}{2(1+\sqrt{3})}$	0,5
		$\Rightarrow\dfrac{R}{r}=1+\sqrt{3}$	0,5
	a	**Cho lăng trụ tam giác** $ABC.A'B'C'$**, biết hình chóp** $A'.ABC$ **là hình chóp đều cạnh đáy bằng** a **và** $(A'BC)\perp(AB'C')$**. Tính thể tích khối lăng trụ** $ABC.A'B'C'$ **theo** a**.**	**2,5**

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
4		Gọi H là hình chiếu của A' do $A'.ABC$ là hình chóp đều nên H là trọng tâm ΔABC; Gọi $N = AB' \cap A'B$ và $M = AC' \cap A'C$; I là trung điểm BC ; trong (BCA’) kẻ $A'I$ cắt MN tại J. ta có $AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; AH = \dfrac{2}{3}AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$  	0,5
		Do tính chất đường trung bình nên J là trung điểm $A'I$ và J cũng là trung điểm MN. Do $\Delta A'AB = \Delta A'AC \Rightarrow AM = AN \Rightarrow AJ \perp MN; MN = (A'BC) \cap (AB'C')$ Mà $(A'BC) \perp (AB'C') \Rightarrow AJ \perp (A'BC) \Rightarrow AJ \perp A'I$	0,5
		$\Delta AA'I$ có AJ đồng thời là đường cao và là đường trung tuyến $\Rightarrow \Delta AA'I$ cân đỉnh A $\Rightarrow AA' = AI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$	0,5
		$\Delta A'AH$ vuông tại H nên ta có $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \dfrac{a\sqrt{15}}{6}$	0,5
		$S_{\Delta ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\Delta ABC}.A'H = \dfrac{a^3\sqrt{5}}{8}$	0,5
	b	**Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 2a, BC = a$, tam giác SAB vuông đỉnh A, tam giác SBC vuông đỉnh C, $d(A;(SBC)) = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa SB và AC theo a.**	**2,5**
		$AB \perp SA\,(gt)$ và $AB \perp AD$ nên $AB \perp SD$ (1) $BC \perp CD, BC \perp SC$ $\Rightarrow BC \perp (SCD)$ $\Rightarrow SD \perp BC$ (2) (1), (2) $\Rightarrow SD \perp (ABCD)$  	0,5
		Kẻ $DE \perp SC$ tại E kết hợp $DE \perp BC \Rightarrow DE \perp (SBC)$ $AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = d(D,(SBC)) = DE = a\sqrt{2}$ ΔSCD vuông tại $D \Rightarrow \dfrac{1}{DE^2} = \dfrac{1}{DC^2} + \dfrac{1}{DS^2} \Rightarrow DS = \dfrac{DE.DC}{\sqrt{DC^2 - DE^2}} = 2a$	0,5

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		Gọi M là trung điểm SD , O là giao của AC và $DB \Rightarrow OM \parallel SB$ (*tính chất đường trung bình*) $\Rightarrow SB \parallel (MAC) \Rightarrow \mathrm{d}(SB, AC) = \mathrm{d}(SB,(MAC)) = \mathrm{d}(B,(MAC)) = \mathrm{d}(D,(MAC))$ (vì DB cắt (MAC) tại O là trung điểm DB)	0,5
		Kẻ $DK \perp AC$ tại K, kẻ $DH \perp MK$ tại H, do $AC \perp (MKD) \Rightarrow DH \perp AC$ mà $DH \perp MK \Rightarrow DH \perp (MAC) \Rightarrow \mathrm{d}(D,(MAC)) = \mathrm{DH}$	0,5
		ΔDAC vuông tại $D \Rightarrow DK = \dfrac{DA.DC}{\sqrt{DA^2 + DC^2}} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$, $MD = \dfrac{1}{2}SD = a$ ΔMDK vuông tại D nên ta có $DH = \dfrac{DM.DK}{\sqrt{DM^2 + DK^2}} = \dfrac{2a}{3} \Rightarrow d(SB; AC) = \dfrac{2a}{3}$	0,5
5		**Cho hệ phương trình** $\begin{cases} (x-2)^3 + 8y^3 + 2y + x - 2 = 0 \quad (1) \\ m\log_{\sqrt{2}}(x+1) - \log_2 y + 1 = 0 \quad (2) \end{cases}$ **(** m **là tham số). Hãy tìm giá trị lớn nhất của tham số** m **để hệ phương trình có nghiệm** $(x;y)$ **với** $x > 0,\ y > 0$.	**2,0**
		Hệ xác định với $x > 0,\ y > 0$; giả sử hệ có nghiệm $(x;y)$ với $x > 0,\ y > 0$ ta có $(\mathrm{x}-2)^3 + 8y^3 + 2y + x - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^3 + (x-2) = (-2y)^3 + (-2y)$	0,5
		Xét hàm số $f(t) = t^3 + t \Rightarrow f'(t) = 3t^2 + 1 > 0, \forall t \in R$ suy ra $f(t)$ đồng biến trên $R \Rightarrow (1) \Leftrightarrow f(x-2) = f(-2y) \Leftrightarrow \quad x - 2 = -2y$	0,5
		$\Leftrightarrow 3 = x + 2y + 1 = \dfrac{x+1}{2} + \dfrac{x+1}{2} + 2y \geq 3\sqrt[3]{(x+1)^2 . \dfrac{y}{2}}$ $\Rightarrow (x+1)^2 \leq \dfrac{2}{y} \Leftrightarrow \log_{x+1}(\dfrac{y}{2}) \leq -2$ (vì $x+1 > 1,\ y > 0$)	0,5
		$(2) \Leftrightarrow m = \dfrac{\log_2 y - 1}{\log_{\sqrt{2}}(x+1)} = \dfrac{\log_2(\frac{y}{2})}{2\log_2(x+1)} = \dfrac{1}{2}\log_{x+1}(\dfrac{y}{2}) \leq -1$. Khi $m = -1$ ta thấy hệ có nghiệm $(x;y) = (1;\dfrac{1}{2})$ vậy giá trị lớn nhất của tham số m để hệ có nghiệm là $m = -1$.	0,5
6		**Tìm số nghiệm của bất phương trình** $(x^3 + x - 2)\sqrt{2x\log_2 x + \sqrt{1-x^2}} \geq 0.$	**2,0**
		ĐKXĐ $\begin{cases} 0 < x \leq 1 \\ 2x\log_2 x + \sqrt{1-x^2} \geq 0 \end{cases}$ suy ra $0 < x \leq 1$ Ta thấy $x = 1$ là một nghiệm của bpt khi $0 < \mathrm{x} < 1 \Rightarrow x^3 + x - 2 < 0$ nên bpt $\Leftrightarrow \sqrt{2x\log_2 x + \sqrt{1-x^2}} \leq 0 \Leftrightarrow 2x\log_2 x + \sqrt{1-x^2} = 0\ (*)$	0,5

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
		$(*) \Leftrightarrow 1-x^2 = 4x^2 \log_2^2 x$, đặt $t = \log_2 x \Rightarrow x = 2^t$ $(0 < x < 1 \Leftrightarrow t < 0,$ mỗi $t < 0$ ứng với một giá trị $x \in (0;1)$ PT trở thành $4^t(1+4t^2)-1=0$ xét hàm số $f(t) = 4^t(1+4t^2)-1, t \in (-\infty;0) \Rightarrow f'(t) = 4^t(4\ln 4.t^2 + 8t + \ln 4)$.	0,5
		pt $f'(t)=0$ có 2 nghiệm âm phân biệt t_1, t_2 $(t_1 < t_2 < 0)$, $f'(-1) < 0$ $\Rightarrow t_1 < -1 < t_2$ và $\lim_{x \to 0} f(t) = 0;$ $\lim_{x \to -\infty} f(t) = -1$ $f(-1) = \frac{1}{4}$ nên ta có BBT 	0,5
		Căn cứ BBT ta có trên khoảng $(-\infty;0)$ pt $f(t)=0$ có đúng 2 nghiệm âm phân biệt tương ứng pt (*) có đúng 2 nghiệm thuộc (0;1). Vậy bpt đã cho có đúng 3 nghiệm.	0,5

<u>Chú ý:</u> *Thí sinh làm theo các cách khác cách trong HDC nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.*

------------------------- Hết --------------------------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO **TỈNH QUẢNG NINH**	**KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2020** Môn thi : **TOÁN** – Bảng **B**
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	Ngày thi : **01/12/2020** *Thời gian làm bài : **180 phút**, không kể thời gian giao đề* *(Đề thi này có 01 trang)*

Câu 1. (4 điểm)

a) Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+a}$ (*a* là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của *a* để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$.

b) Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+1$ (1). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị A, B sao cho tam giác *ABE* có diện tích bằng 32 với $E(2;1)$.

Câu 2. (3 điểm) Cho đa giác đều *(H)* có 24 đỉnh. Gọi *S* là tập hợp các tam giác có 3 đỉnh lấy từ 24 đỉnh của *(H)*. Chọn ngẫu nhiên một tam giác từ *S*, tính xác suất để tam giác chọn được không phải là tam giác vuông.

Câu 3. (3 điểm) Cho tam giác *ABC* thỏa mãn $\sin A+\sin B=2\sin C$ và $b=2a\cos C$ trong đó $AB=c, BC=a, CA=b$. Tính tỷ số $\dfrac{R}{r}$, trong đó R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB với I là trung điểm AC.

Câu 4. (3 điểm)

Cho hệ phương trình $\begin{cases} x^3+8y^3+3x^2+4x+2y=-2 \\ \log_4\left[2x^2-(m+2)x-4y+11\right]+1=\log_2\left(2x-4\right) \end{cases}$ $\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* để hệ phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 5. (5 điểm) Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình chữ nhật, biết $AB=2a, BC=a\sqrt{5}$, hình chiếu vuông góc của đỉnh *S* xuống mặt phẳng đáy là điểm *H* thuộc đoạn thẳng *AC* sao cho $CH=2AH$, tam giác *SAC* vuông tại *S*. Gọi *I* và *K* lần lượt là trung điểm của các cạnh *SA* và *BC.*

a) Tính theo *a* thể tích khối chóp *S.ABCD.*

b) Tính theo *a* khoảng cách giữa hai đường thẳng *IK* và *AC.*

Câu 6. (2 điểm) Ở một thành phố biển *Q* có một hòn đảo, trên đảo có điểm *O* cố định. Người ta cần xây dựng các con đường nối từ hai ga xe *X* và *Y* trên đất liền tới một điểm *T* cách điểm *O* một khoảng $r=6\left(km\right)$. Cho biết $OX=12\left(km\right)$, $OY=15\left(km\right)$, $\widehat{XOY}=\varphi$ với φ là góc nhọn thỏa mãn $\cos\varphi=\dfrac{13}{18}$. Dự kiến đường đi từ *X* tới *T* là đường thẳng hai làn xe, còn đường đi từ *Y* tới *T* là đường thẳng bốn làn xe. Chi phí xây dựng cho một ki-lô-mét đường hai làn xe và bốn làn xe lần lượt là *1 triệu USD* và *2 triệu USD*. Tìm vị trí điểm *T* sao cho tổng chi phí xây dựng cả hai con đường là nhỏ nhất và tính chi phí này.

------------------------- **Hết** --------------------------

- *Thí sinh không được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.*
- *Giám thị không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh : . . . . Số báo danh: . . . .

Chữ ký của giám 1: . . . . *Chữ ký của giám thị 2:* . . . .

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH QUẢNG NINH ĐỀ THI CHÍNH THỨC	HƯỚNG DẪN CHẤM THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH THPT NĂM 2020 Môn thi: **Toán - Bảng B** Ngày thi: **01/12/2020** *Thời gian làm bài: **180 phút**, không kể thời gian giao đề* *(Hướng dẫn chấm này có 05 trang)*

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a	**Cho hàm số** $y=\dfrac{x+2}{x+a}$ **(*a* là tham số). Tìm tất cả các giá trị thực của *a* để hàm số đồng biến trên khoảng** $(-\infty;-4)$.	**2,0**
		TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-a\}$ và $y'=\dfrac{a-2}{(x+a)^2}$	0,5
		Để hàm số xác định trên $(-\infty;-4)$ thì $-a\ge -4 \Leftrightarrow a\le 4$ (1)	0,5
		Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;-4)$ thì $y'>0,\forall x<-4$ $\Leftrightarrow \dfrac{a-2}{(x+a)^2}>0,\forall x<-4 \Leftrightarrow a-2>0 \Leftrightarrow a>2$ (2)	0,5
		Từ (1) và (2) suy ra $2<a\le 4$	0,5
	b	**Cho hàm số** $y=x^3-3mx^2+1\ (C)$ **với *m* là tham số và điểm** $E(2;1)$**. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* để đồ thị hàm số *(C)* có hai điểm cực trị là *A* và *B* sao cho tam giác *ABE* có diện tích bằng 32.**	**2,0**
		TXĐ $D=\mathbb{R}$ và $y'=3x^2-6mx$	0,5
		Ta có $y'=0 \Leftrightarrow 3x(x-2m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2m\end{array}\right.$ Để đồ thị hàm số (C) có 2 điểm cực trị thì $2m\ne 0 \Leftrightarrow m\ne 0$	0,5
		Giả sử $A(0;1)$ và $B(2m;-4m^3+1)$ Phương trình đường thẳng AE là $y-1=0$; $AE=2$	0,5
		Ta có $d(B;AE)=\left\|4m^3\right\|$ và $S_{\Delta ABE}=\dfrac{1}{2}AE.d(B;AE)=4\left\|m^3\right\|$ $S_{\Delta ABE}=32 \Leftrightarrow 4\left\|m^3\right\|=32 \Leftrightarrow m=\pm 2$ (thỏa mãn)	0,5
2		**Cho đa giác đều *(H)* có 24 đỉnh. Gọi *S* là tập hợp các tam giác lập từ 3 đỉnh trong 24 đỉnh của *(H)*. Chọn ngẫu nhiên một tam giác từ *S*, tính xác suất để tam giác chọn được không phải là tam giác vuông.**	**3,0**
		Số cách chọn 3 đỉnh bất kỳ từ 24 đỉnh của (H) là C_{24}^3 cách, suy ra $n(\Omega)=C_{24}^3$	0,5
		Gọi A là biến cố: " chọn được tam giác không vuông ", ta tính $n(A)$ như sau: Giả sử đường tròn ngoại tiếp đa giác đều (H) là (O), khi đó từ 24 đỉnh của (H) có 24 : 2 = 12 đường kính là đường chéo;	0,5
		Chọn hai đường kính bất kỳ trong 12 đường kính trên có C_{12}^2 cách chọn khác nhau;	0,5

		Hai đường kính này sinh ra một hình chữ nhật nội tiếp (O), ứng với một hình chữ nhật như vậy cho ta 4 tam giác vuông, do đó số tam giác vuông sinh ra là $4C_{12}^2$ tam giác vuông;	0,5
		Suy ra số tam giác không vuông là $n(A)=C_{24}^3-4.C_{12}^2$	0,5
		Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{24}^3-4.C_{12}^2}{C_{24}^3}=\dfrac{20}{23}$ *(thí sinh không cần tính ra số cụ thể vẫn cho điểm tối đa)*	0,5
3		**Cho tam giác ABC thỏa mãn $\sin A+\sin B=2\sin C$ và $b=2a\cos C$. Tính tỷ số $\dfrac{R}{r}$ với R và r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB với I là trung điểm AC.**	**3,0**
		Áp dụng định lý cosin với tam giác ABC ta có: $b=2a\cos C \Leftrightarrow b=2a\left(\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}\right)\Leftrightarrow a=c$ nên tam giác ABC cân đỉnh $B\Rightarrow A=C$ (1)	0,5
		Do $A=C$ nên $\sin A+\sin B=2\sin C\Leftrightarrow \sin B=\sin C\Leftrightarrow B=C$ (vì B và C là 2 góc trong tam giác) và do (1) nên tam giác ABC đều	0,5
		I là trung điểm AC nên $BI\perp AC$ tam giác IAB vuông đỉnh $I\Rightarrow R=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{a}{2}$	0.5
		Do tam giác ABC đều nên $BI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; nửa chu vi tam giác IAB là $p=\dfrac{a(3+\sqrt{3})}{4}$; $S_{ABI}=\dfrac{1}{2}BI.AI=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{8}$;	0,5
		Vì $r=\dfrac{S_{\Delta ABI}}{p}\Rightarrow r=\dfrac{a}{2(1+\sqrt{3})}$	0,5
		$\Rightarrow \dfrac{R}{r}=1+\sqrt{3}$	0,5
4		**Cho hệ phương trình** $\begin{cases} x^3+8y^3+3x^2+4x+2y=-2 \\ \log_4\left[2x^2-(m+2)x-4y+11\right]+1=\log_2(2x-4) \end{cases}$ $(x,y\in\mathbb{R})$ **Tìm tất cả các giá trị thực của tham số *m* để hệ phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt.**	**3.0**
		ĐK: $x>2$ và $2x^2-(m+2)x-4y+11>0$ Ta có $(1)\Leftrightarrow\left(x^3+3x^2+3x+1\right)+\left(x+1\right)=-8y^3-2y$	0,5
		$\Leftrightarrow (x+1)^3+(x+1)=(-2y)^3+(-2y)$ (3) Xét hàm số $f(t)=t^3+t$ trên R và $(3)\Leftrightarrow f(x+1)=f(-2y)$	0,5
		Ta có $f'(t)=3t^2+1>0\ \ \forall t\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)=t^3+t$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ do đó ta được $x+1=-2y\Leftrightarrow 2y=-x-1$ (4)	0,5

Thay (4) vào (2) suy ra $\log_4\left(2x^2-mx+13\right)+1=\log_2\left(2x-4\right)$

Với ĐK $x>2$ ta được:

$\log_2\sqrt{2x^2-mx+13}=\log_2\left(x-2\right)\Leftrightarrow\sqrt{2x^2-mx+13}=x-2$

0,5

$\Leftrightarrow\dfrac{x^2+9}{x}=m-4$ (5)

Hệ đã cho có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi PT (5) có hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(2;+\infty\right)$

0,5

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{x^2+9}{x}$ trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$. Ta có

$g'(x)=\dfrac{x^2-9}{x^2}=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-3\ (L)\end{array}\right.$

BBT:

x	2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$\frac{13}{2}$	$\searrow$	6	$\nearrow$	$+\infty$

Từ BBT ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 6<m-4<\dfrac{13}{2}\Leftrightarrow 10<m<\dfrac{21}{2}$

0,5

5

Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy là hình chữ nhật, biết $AB=2a, BC=a\sqrt{5}$, hình chiếu vuông góc của đỉnh *S* xuống mặt phẳng đáy là điểm *H* thuộc đoạn thẳng *AC* sao cho $CH=2AH$, tam giác *SAC* vuông tại *S*. Gọi *I* và *K* lần lượt là trung điểm của các cạnh *SA* và *BC*.

a) Tính theo *a* thể tích khối chóp *S.ABCD*.

b) Tính theo *a* khoảng cách giữa hai đường thẳng *IK* và *AC*.

5,0

a

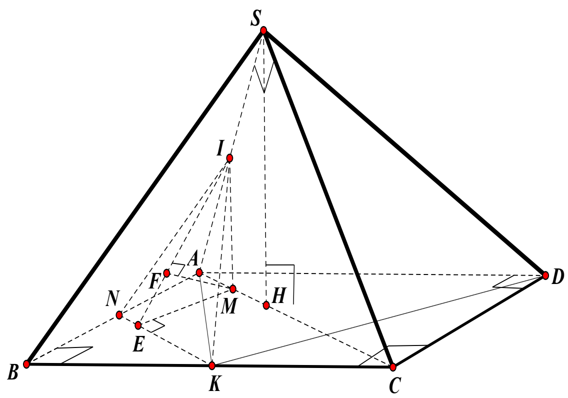
Vì *ABCD* là hình chữ nhật nên

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=3a$

$\Rightarrow AH=a; HC=2a$

Vì $SH\perp(ABCD)$

$\Rightarrow SH\perp AC$



0,5

Do tam giác *SAC* vuông tại *S* và có *SH* là đường cao nên $HS^2=HA.HC=2a^2$

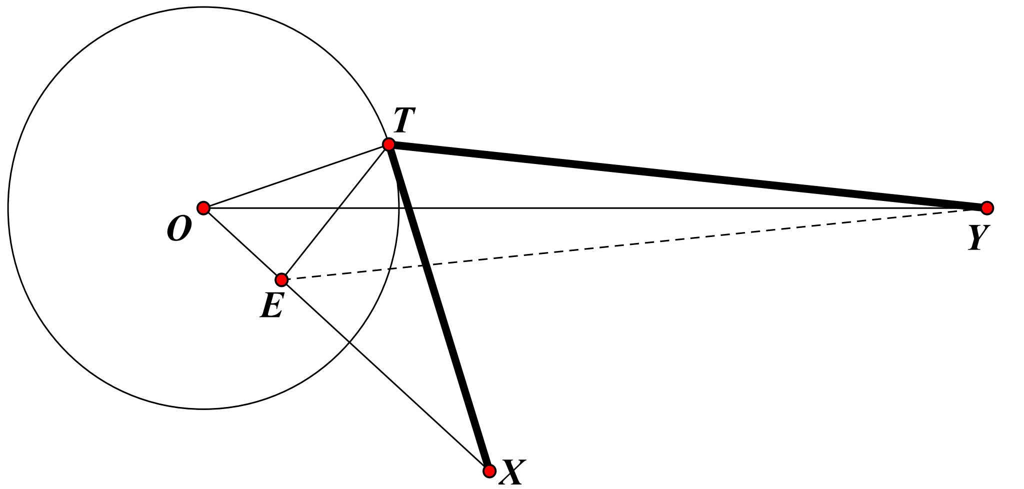
$\Rightarrow SH=a\sqrt{2}$

0,5

Diện tích của hình chữ nhật *ABCD* là $S_{\Delta ABCD}=AB.BC=a\sqrt{5}.2a=2a^2\sqrt{5}$

0,5

		Thể tích khối chóp *S.ABCD* là $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABCD}=\frac{1}{3}a\sqrt{2}.2a^2\sqrt{5}=\frac{2a^3\sqrt{10}}{3}$	0,5
	b	Gọi *M* là trung điểm của đoạn *AH*, trong tam giác *SHA* có *IM* là đường trung bình nên $IM\parallel SH\Rightarrow IM\perp(ABCD)$ và $IM=\frac{SH}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$	0.5
		Trong (*ABCD*) lấy *N* là trung điểm của cạnh *AB* thì *NK* là đường trung bình của tam giác *ABC* nên $NK\parallel AC$ và $IM\perp NK$ Kẻ $ME\perp NK$ tại *E* và $MF\perp IE$ tại *F* khi đó $MF\perp(INK)$	0,5
		Vì $AC\parallel KN\Rightarrow AC\parallel(IKN)\Rightarrow d(IK,AC)$ $=d\left(AC,(IKN)\right)=d\left(M,(IKN)\right)=MF$	0,5
		Trong tam giác vuông *ABC* có $ME=\frac{1}{2}d\left(B;AC\right)$ mà $d\left(B,AC\right)=\frac{BA.BC}{AC}=\frac{2a\sqrt{5}}{3}\Rightarrow ME=\frac{a\sqrt{5}}{3}$	0,5
		Tam giác *IFM* vuông tại *M* có *MF* là đường cao nên $MF=\frac{MI.ME}{\sqrt{MI^2+ME^2}}=\frac{a\sqrt{95}}{19}$	0,5
		Vậy $d\left(IK,AC\right)=\frac{a\sqrt{95}}{19}$	0,5
6		**Ở một thành phố biển *Q* có một hòn đảo, trên đảo có điểm *O* cố định. Người ta cần xây dựng các con đường nối từ hai ga xe *X* và *Y* trên đất liền tới một điểm *T* cách điểm *O* một khoảng $r=6(km)$. Cho biết $OX=12(km)$, $OY=15(km)$, $\widehat{XOY}=\varphi$ với φ là góc nhọn thỏa mãn $\cos\varphi=\frac{13}{18}$. Dự kiến đường đi từ *X* tới *T* là đường thẳng hai làn xe, còn đường đi từ *Y* tới *T* là đường thẳng bốn làn xe. Chi phí xây dựng cho một ki-lô-mét đường hai làn xe và bốn làn xe lần lượt là *1 triệu USD* và *2 triệu USD*. Tìm vị trí điểm *T* sao cho tổng chi phí xây dựng cả hai con đường là nhỏ nhất và tính chi phí này.**	**2,0**

			
		Do T cách O một khoảng $r = 6(km)$ nên T thuộc đường tròn $(O;r)$ Gọi E là điểm thuộc đoạn thẳng OX sao cho $OE = \frac{r}{2} = 3 < r$, suy ra E nằm bên trong đường tròn $(O;r)$	0,5
		Hai tam giác OET và OTX đồng dạng do $\frac{OE}{OT} = \frac{OT}{OX} = \frac{1}{2}$ và $\widehat{EOT} = \widehat{TOX} \Rightarrow XT = 2ET$ (Trường hợp nếu O, T, X thẳng hàng ta vẫn có $XT = 2ET$)	0,5
		Theo giả thiết chi phí xây dựng cả hai con đường là $P = 1.XT + 2.YT = 2ET + 2YT = 2(ET + YT)$ (*triệu USD*) Vì E và Y cố định và lần lượt nằm trong và ngoài đường tròn $(O;r)$ nên $ET + YT \geq EY$ (*không đổi*) $\Rightarrow P \geq 2EY$	0,5
		Vậy giá trị nhỏ nhất của P đạt được bằng $2EY$ khi T là giao điểm của đoạn thẳng EY với $(O;r)$ Áp dụng định lý cosin cho tam giác EOY ta có $2EY = 2\sqrt{OE^2 + OY^2 - 2OE.OY\cos\varphi} = 26$ (*triệu USD*)	0,5

__Chú thích__: *Thí sinh làm theo cách khác HDC nếu đúng vẫn cho điểm tối đa.*

------------------------ Hết -------------------------