SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀOTẠO HẢI DƯƠNG ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12 THPT NĂM HỌC 2020 - 2021 Môn thi: TOÁN. Ngày thi: 21/10/2020 *Thời gian làm bài: 180 phút, không kể thời gian giao đề* *(Đề thi có 01 trang)*

Câu I (2,0 điểm)

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (m+1)x^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có ba góc nhọn.

2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - (m+3)x + m^2 - 1$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu II (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} xy(xy-1)^2 + x^2y^2 = (x+1)(x^2+x+1) \\ 2x + xy\sqrt{x^2y^2+2} + (xy+1)\sqrt{x^2+4x+6} + 3 = 0 \end{cases}$.

2. Xác định các giá trị của tham số m để phương trình sau có 2 nghiệm thực phân biệt: $5\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} - 2\sqrt[4]{x^2-1} = 0$.

Câu III (2,0 điểm)

1. Kết thúc đợt Hội học chào mừng ngày Nhà giáo Việt Nam, lớp 12A có 10 bạn được trao thưởng trong đó có An và Bình. Phần thưởng để trao cho 10 bạn gồm 5 quyển sách Hóa, 7 quyển sách Toán, 8 quyển sách Tiếng Anh (trong đó các quyển sách cùng môn là giống nhau). Mỗi bạn sẽ được nhận 2 quyển sách khác loại. Tìm xác suất để An và Bình có phần thưởng giống nhau.

2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B(-1;4)$. Gọi D, $E(-1;2)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, B và M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Biết $I\left(-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEM. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC.

Câu IV (3,0 điểm)

1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{BAD} = 120°$.

a) Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $SA = SB = SC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3a}{4}$.

b) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết góc giữa 2 mặt phẳng (ABC), (SBC) bằng $45°$ và tam giác SAB vuông cân tại A.

2. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Gọi N là trung điểm của DD', M nằm trên cạnh BB' sao cho $MB' = 2MB$, P là giao điểm của CC' và (AMN). Biết rằng góc $\widehat{ABC} = \varphi$ và $AA' = a$. Tìm $\cos\varphi$ để góc giữa hai đường thẳng $A'P$ và AN bằng $45°$.

Câu V (1,0 điểm)

Cho x, y, z là các số dương nhỏ hơn 1 thỏa mãn

$$\frac{4(3x+1)+6(y+z)}{\left[2(x+y)+x+z+1\right]\left[2(x+z)+x+y+1\right]} - x(y+z) = x^2 + yz.$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \frac{2(x+3)^2 + y^2 + z^2 - 16}{2x^2 + y^2 + z^2}$.

--------------Hết--------------

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh:...............................

Cán bộ coi thi số 1:.. Cán bộ coi thi số 2: ....

https://hdgmvietnam.org

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀOTẠO **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12 THPT**

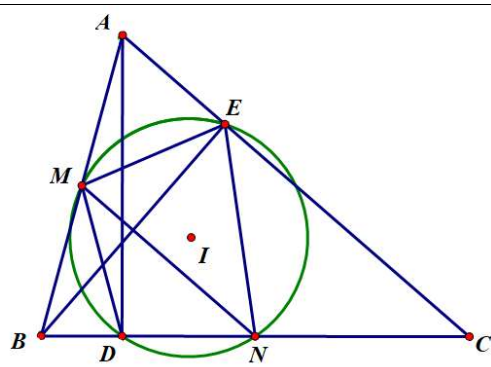
HẢI DƯƠNG **NĂM HỌC: 2020 - 2021. Ngày thi: 21/10/2020**

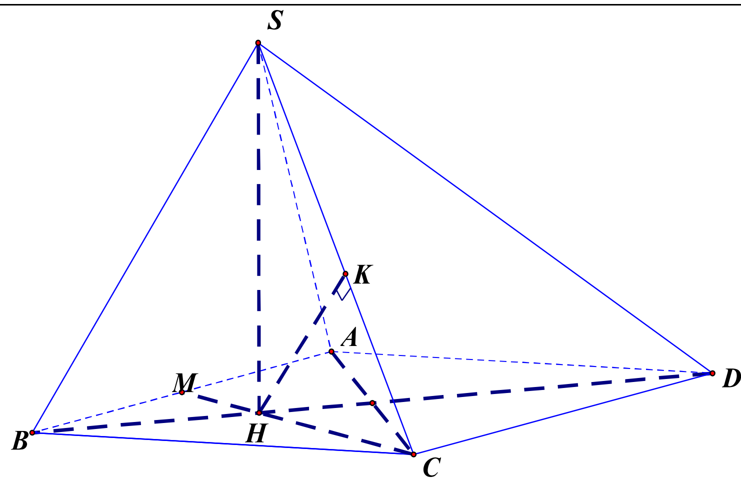
Môn thi: TOÁN

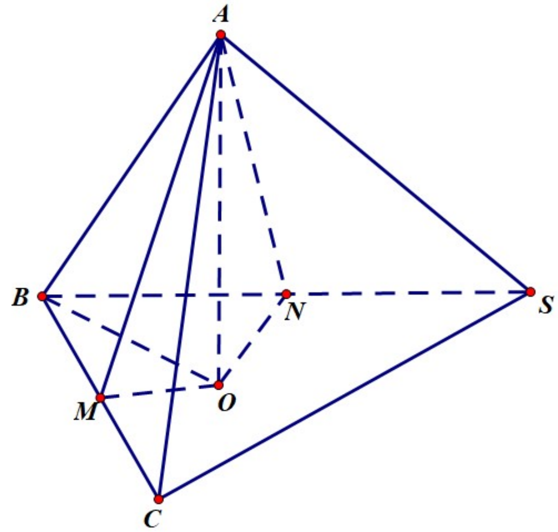
HƯỚNG DẪN CHẤM *(Hướng dẫn chấm gồm có 07 trang)*

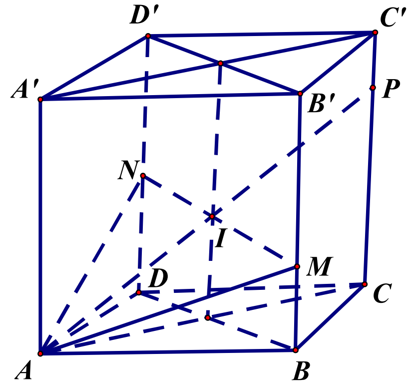
<table>
<tr><th>Câu</th><th>Đáp án</th><th>Điểm</th></tr>
<tr><td rowspan="12">I
(2,0 điểm)</td><td>1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (m+1)x^2 + 1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có ba góc nhọn.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Ta có $y' = 4x^3 - 2(m+1)x = 2x(2x^2 - m - 1)$.
Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Khi đó ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;1)$, $B\left(\sqrt{\frac{m+1}{2}};1-\frac{(m+1)^2}{4}\right)$,
$C\left(-\sqrt{\frac{m+1}{2}};1-\frac{(m+1)^2}{4}\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\sqrt{\frac{m+1}{2}};-\frac{(m+1)^2}{4}\right)$, $\overrightarrow{AC} = \left(-\sqrt{\frac{m+1}{2}};-\frac{(m+1)^2}{4}\right)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Tam giác ABC luôn cân tại A. Do đó, tam giác ABC nhọn khi và chỉ khi góc $\widehat{BAC}$ nhọn $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}>0 \Leftrightarrow -\frac{m+1}{2}+\frac{(m+1)^4}{16}>0 \Leftrightarrow (m+1)\left[(m+1)^3-8\right]>0$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right.$. Kết hợp với điều kiện, ta được $m>1$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>2. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số
$y = \frac{1}{3}x^3 - (m-1)x^2 - (m+3)x + m^2 - 1$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Ta có $y' = x^2 - 2(m-1)x - (m-3)$ có $\Delta' = (m-1)^2 + m + 3 = m^2 - m + 4 > 0,\ \forall m$ nên y' luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$ với mọi m.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Bảng biến thiên của hàm số như sau:
<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>x_1</td><td></td><td>x_2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>−</td><td>0</td><td>+</td><td></td></tr>
<tr><td>y</td><td></td><td>↗</td><td></td><td>↘</td><td></td><td>↗</td><td></td></tr>
</table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$ thì $\begin{cases} y'(-1)\le 0 \\ y'(0)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-4\le 0 \\ -m-3\le 0 \end{cases}$</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>$\Leftrightarrow -3\le m\le 4$. Vậy tập hợp tất cả các giá trị của m là $[-3;4]$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td colspan="2" style="display:none"></td></tr>
<tr><td colspan="2" style="display:none"></td></tr>
<tr><td rowspan="2"></td><td>1. Giải hệ phương trình sau: $\begin{cases} xy(xy-1)^2 + x^2y^2 = (x+1)(x^2+x+1) \\ 2x + xy\sqrt{x^2y^2+2} + (xy+1)\sqrt{x^2+4x+6} + 3 = 0 \end{cases}$.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Hệ phương trình: $\begin{cases} xy(xy-1)^2 + x^2y^2 = (x+1)(x^2+x+1) & (1) \\ 2x + xy\sqrt{x^2y^2+2} + (xy+1)\sqrt{x^2+4x+6} + 3 = 0 & (2) \end{cases}$.</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="9">II
(2,0 điểm)</td><td>Từ phương trình (1) ta có: $xy\left(x^2y^2-xy+1\right)=\left(x+1\right)\left[\left(x+1\right)^2-\left(x+1\right)+1\right]$ (3) .
Đặt $f\left(t\right)=t\left(t^2-t+1\right)$, $t\in\mathbb{R}$. Ta có: $f'\left(t\right)=3t^2-2t+1>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$ nên $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Do đó $(3)\Leftrightarrow xy=x+1$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Thay vào (2), ta được $2x+\left(x+1\right)\sqrt{x^2+2x+3}+\left(x+2\right)\sqrt{x^2+4x+6}+3=0$
$\left(x+1\right)\left(1+\sqrt{x^2+2x+3}\right)+\left(x+2\right)\left(1+\sqrt{x^2+4x+6}\right)=0$ (4)</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Đặt $\begin{cases}a=\sqrt{x^2+2x+3}>0\\ b=\sqrt{x^2+4x+6}>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2+2x+3=a^2\\ x^2+4x+6=b^2\end{cases}\Rightarrow b^2-a^2=2x+3\Rightarrow x=\dfrac{b^2-a^2-3}{2}$
Phương trình (4) trở thành $\dfrac{b^2-a^2-1}{2}\left(1+a\right)+\dfrac{b^2-a^2+1}{2}\left(1+b\right)=0$
$\Leftrightarrow\left(b-a\right)\left[\left(a+b\right)\left(a+b+2\right)+1\right]=0\Leftrightarrow a=b$ (do $a>0,\ b>0$).</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Với $a=b\Rightarrow\sqrt{x^2+2x+3}=\sqrt{x^2+4x+6}\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}\Rightarrow y=\dfrac{1}{3}$.
Vậy nghiệm của hệ là $\begin{cases}x=-\dfrac{3}{2}\\ y=\dfrac{1}{3}\end{cases}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>2. Xác định các giá trị của tham số m để phương trình sau có 2 nghiệm thực phân biệt:
$5\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}-2\sqrt[4]{x^2-1}=0$.</td><td>1,0</td></tr>
<tr><td>Điều kiện: $x\ge 1$.
Chia 2 vế cho $\sqrt{x+1}$ ta được phương trình $-5\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}+2\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}=m$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Đặt $t=\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}$ là hàm số đồng biến trên $\left[1;+\infty\right)$.
Ta có $t\ge 0$ và $t=\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}=\sqrt[4]{1-\dfrac{2}{x+1}}\Rightarrow t<1$.
Khi đó ta có phương trình $m=-5t^2+2t$ (1) với $t\in\left[0;1\right)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Bảng biến thiên hàm số $f(t)=-5t^2+2t$ trên $[0;1)$:
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\dfrac{1}{5}$</td><td>1</td></tr><tr><td>y</td><td>0 $\nearrow$</td><td>$\dfrac{1}{5}$</td><td>$\searrow$ -3</td></tr></table></td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>Ycbt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[0;1\right)\Leftrightarrow m\in\left[0;\dfrac{1}{5}\right)$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td>III
(2,0 điểm)</td><td>1. Kết thúc đợt hội học hội giảng chào mừng ngày Nhà giáo Việt Nam, lớp 12A có 10 bạn được trao thưởng trong đó có An và Bình. Phần thưởng để trao cho 10 bạn gồm 5 quyển sách Hóa, 7 quyển sách Toán, 8 quyển sách Tiếng Anh (trong đó các quyển</td><td>1,0</td></tr>
</table>

	sách cùng môn là giống nhau). Mỗi bạn sẽ được nhận 2 quyển sách khác loại. Tìm xác suất để An và Bình có phần thưởng giống nhau.	
	Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh được nhận phần thưởng là: sách Hóa và sách Toán, sách Hóa và sách Tiếng Anh, sách Toán và sách Tiếng Anh $\Rightarrow \begin{cases} x+y=5 \\ x+z=7 \\ y+z=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=5 \end{cases}.$	0,25
	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^2.C_8^3.C_5^5=2520$.	0,25
	Gọi A là biến cố "An và Bình có phần thưởng giống nhau" Có các khả năng xảy ra là: - Khả năng 1: An và Bình cùng nhận sách Hóa và sách Toán, chọn 3 người trong 8 người còn lại để nhận sách Hóa và sách Tiếng Anh có C_8^3 cách, 5 người còn lại nhận sách Toán và sách Tiếng Anh có C_5^5 cách, nên Khả năng 1 có $C_8^3.C_5^5=56$ cách chọn thỏa mãn biến cố A. - Khả năng 2: An và Bình cùng nhận sách Hóa và sách Tiếng Anh, bằng cách chọn tương tự Khả năng 1, ta có $C_8^1.C_7^2.C_5^5=168$ cách chọn thỏa mãn biến cố A. - Khả năng 3: An và Bình cùng nhận sách Toán và sách Tiếng Anh, bằng cách chọn tương tự Khả năng 1, ta có $C_8^3.C_5^3.C_2^2=560$ cách chọn thỏa mãn biến cố A. $\Rightarrow n(A)=C_8^3.C_5^5+C_8^1.C_7^2.C_5^5+C_8^3.C_5^3.C_2^2=784$.	0,25
	Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_8^3.C_5^5+C_8^1.C_7^2.C_5^5+C_8^3.C_5^3.C_2^2}{C_{10}^2.C_8^3.C_5^5}=\dfrac{14}{45}$.	0,25
	2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $B(-1;4)$. Gọi D, $E(-1;2)$ lần lượt là chân đường cao kẻ từ A, B và M là trung điểm của đoạn thẳng AB. Biết $I\left(-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác DEM. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC.	**1,0**
	 Phương trình $BE: x=-1$. Phương trình đường thẳng AC qua $E(-1;2)$ vuông góc với BE là $y=2$. Gọi N là trung điểm của BC và giả sử $C(c;2)\in AC \Rightarrow N\left(\frac{c-1}{2};3\right)$.	0,25
	Ta chứng minh: Tứ giác $MEND$ nội tiếp đường tròn tâm I. Thật vậy: Ta có $\widehat{MAE}=\widehat{MEA}$ vì EM là đường trung tuyến của tam giác EAB vuông tại E. $\widehat{NME}=\widehat{MEA}$ vì ở vị trí so le (do $MN \parallel AC$) $\Rightarrow \widehat{MAE}=\widehat{NME}$ (1) Mặt khác D, E cùng nhìn $\overset{\frown}{AB}$ dưới 1 góc vuông nên $ABDE$ nội tiếp đường tròn	0,25

	$\Rightarrow \widehat{MAE} = \widehat{EDN}$ (cùng bù với $\widehat{BDE}$) (2) Từ (1), (2) $\Rightarrow \widehat{NME} = \widehat{EDN} \Rightarrow MEND$ nội tiếp đường tròn.	
	Ta có tứ giác $MEND$ nội tiếp đường tròn tâm I $\Rightarrow IN = IE \Leftrightarrow IN^2 = IE^2 \Leftrightarrow \left(\frac{c+2}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=1 \\ c=-5 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} C(1;2) \\ C(-5;2) \end{array}\right.$.	0,25
IV (2,0 điểm)	**1.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và góc $\widehat{BAD} = 120°$. **a)** Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết $SA = SB = SC$ và khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{3a}{4}$.	**1,0**
	 Do $ABCD$ là hình thoi canh a và có góc $\widehat{BAD} = 120°$ nên ΔABC đều cạnh a. Gọi H là hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$. Do $SA = SB = SC \Rightarrow HA = HB = HC \Rightarrow HC \perp AB \Rightarrow HC \perp CD.$ Dựng $HK \perp SC, K \in SC \Rightarrow HK \perp (SCD) \Rightarrow d(H,(SCD)) = HK$.	0,25
	Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow M, H, C$ thẳng hàng. Do $AB // (SCD)$ suy ra: $d(A,(SCD)) = d(M,(SCD)) = \frac{3}{2} d(H,(SCD)) = \frac{3}{2} HK$ $\Rightarrow \frac{3}{2} HK = \frac{3}{4} a \Rightarrow HK = \frac{a}{2}$.	0,25
	Ta có $\frac{1}{SH^2} = \frac{1}{HK^2} - \frac{1}{HC^2} = \frac{1}{a^2} \Rightarrow SH = a$	0,25
	$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.a^2\frac{\sqrt{3}}{2}.a = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.	0,25
	b) Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ biết góc giữa 2 mặt phẳng (ABC), (SBC) bằng $45°$ và tam giác SAB vuông cân tại A.	**1,0**

	 Do ΔSAB vuông cân tại A, $AB = a \Rightarrow SA = a,\ SB = a\sqrt{2}$. Xét hình chóp $A.SBC$ có $SA = AB = AC$, suy ra $AO \perp (SBC)$ với O là tâm đường tròn ngoại tiếp $\Delta SBC \Rightarrow OM \perp BC$. Gọi M là trung điểm của BC, ΔABC đều suy ra $AM \perp BC$. Suy ra góc giữa 2 mặt phẳng (ABC), (SBC) bằng $\widehat{AMO} = 45^\circ$.	0,25
	Xét tam giác ABC đều cạnh a có AM là đường cao $\Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Xét tam giác AMO vuông cân tại O nên $AO = OM = AM \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$. $\Rightarrow OB = \sqrt{OM^2 + MB^2} = \sqrt{\dfrac{6a^2}{16} + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{10}}{4}$. Gọi N là trung điểm của $SB \Rightarrow ON \perp SB \Rightarrow ON = \sqrt{OB^2 - NB^2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.	0,25
	$\sin\widehat{SBO} = \dfrac{ON}{OB} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$, $\cos\widehat{SBO} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin\widehat{OBM} = \dfrac{OM}{OB} = \dfrac{\sqrt{15}}{5}$, $\cos\widehat{OBM} = \dfrac{\sqrt{10}}{5}$ $\Rightarrow \sin\widehat{SBC} = \sin\left(\widehat{SBO} + \widehat{OBM}\right) = \dfrac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{5}$ $\Rightarrow S_{SBC} = \dfrac{1}{2} \cdot SB \cdot BC \cdot \sin\widehat{SBC} = \dfrac{1}{2} \cdot a\sqrt{2} \cdot a \cdot \dfrac{\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{5} = \dfrac{1 + \sqrt{6}}{5} a^2$	0,25
	$\Rightarrow V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \dfrac{1}{3} \cdot S_{SBC} \cdot d\left(A, (SBC)\right) = \dfrac{1}{3} \cdot S_{SBC} \cdot AO = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1 + \sqrt{6}}{5} a^2 \cdot \dfrac{a\sqrt{6}}{4} = \dfrac{6 + \sqrt{6}}{60} a^3$.	0,25
	2. Cho hình lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$, đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Gọi N là trung điểm của DD', M nằm trên cạnh BB' sao cho $MB' = 2MB$, P là giao điểm của CC' và (AMN). Biết rằng góc $\widehat{ABC} = \varphi$ và $AA' = a$. Tìm $\cos\varphi$ để góc giữa hai đường thẳng $A'P$ và AN bằng 45°.	**1,0**

	 Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\ \overrightarrow{AD}=\vec{b},\ \overrightarrow{AA'}=\vec{c},\ \widehat{BAD}=\alpha$. Ta có $\vec{a}\cdot\vec{c}=\vec{b}\cdot\vec{c}=0,\ \vec{a}.\vec{b}=a^2\cdot\cos\alpha,\ \left\|\vec{a}\right\|=\left\|\vec{b}\right\|=\left\|\vec{c}\right\|=a$. Ta có $\overrightarrow{AN}=\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c},\ \overrightarrow{AM}=\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{c}$.	0,25
	Gọi $O,\ O'$ lần lượt là tâm của hai đáy $ABCD,\ A'B'C'D'$, I là giao điểm của OO' và MN, P là giao điểm của AI và CC'. Ta có $P=(AMN)\cap CC'$ và $AMPN$ là hình bình hành. Ta có $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}=\vec{a}+\vec{b}+\frac{5}{6}\vec{c}$ và $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CP}=\vec{a}+\vec{b}+\frac{CP}{CC'}\vec{c}$. Vậy $\frac{CP}{CC'}=\frac{5}{6}$.	0,25
	Ta có: $\overrightarrow{A'P}=\vec{a}+\vec{b}-\frac{1}{6}\vec{c}\Rightarrow AP=\sqrt{\left(\vec{a}+\vec{b}-\frac{1}{6}\vec{c}\right)^2}=\frac{a}{6}\sqrt{73+72\cos\alpha}$; $\overrightarrow{AN}=\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}\Rightarrow AN=\frac{a\sqrt{5}}{2}$. Theo giả thiết, ta có: $\cos 45^\circ=\frac{\left\|\overrightarrow{A'P}\cdot\overrightarrow{AN}\right\|}{A'P\cdot AN}=\frac{\|11+12\cos\alpha\|}{\sqrt{5(73+72\cos\alpha)}}\Rightarrow 288\cos^2\alpha+168\cos\alpha-123=0.$	0,25
	Giải phương trình, tìm được $\cos\alpha=\frac{-7+\sqrt{295}}{24}$. Vậy $\cos\varphi=\cos\left(180^0-\alpha\right)=-\cos\alpha=\frac{7-\sqrt{295}}{24}$.	0,25
V (1,0 điểm)	Cho $x,\ y,\ z$ là các số dương nhỏ hơn 1 thỏa mãn $\frac{4(3x+1)+6(y+z)}{\left[2(x+y)+x+z+1\right]\left[2(x+z)+x+y+1\right]}-x(y+z)=x^2+yz$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{2(x+3)^2+y^2+z^2-16}{2x^2+y^2+z^2}$.	**1,0**
	Từ giả thiết ta có $\frac{2}{3x+2y+z+1}+\frac{2}{3x+2z+y+1}=(x+y)(x+z)$. Sử dụng bất đẳng thức $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\ge\frac{4}{x+y};\forall x,y>0\Rightarrow(x+y)(y+z)\ge 2\cdot\frac{4}{6x+3y+3z+2}$. Mặt khác $(x+y)(x+z)\le\left(\frac{x+y+x+z}{2}\right)^2=\frac{(2x+y+z)^2}{4}$	0,25

<table>
<tr><td></td><td>$\Rightarrow \dfrac{(2x+y+z)^2}{4} \ge \dfrac{8}{6x+3y+3z+2}$. Đặt $t = 2x+y+z$, ta được $\dfrac{t^2}{4} \ge \dfrac{8}{3t+2}$
$\Leftrightarrow 3t^3 + 2t^2 - 32 \ge 0 \Leftrightarrow (t-2)(3t^2 - 4t + 16) \ge 0 \Leftrightarrow t \ge 2 \Rightarrow 2x+y+z \ge 2$
$\Rightarrow y+z \ge 2-2x$.</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Ta có $y^2 + z^2 \ge \dfrac{(y+z)^2}{2} \ge 2(1-x)^2$
$\Rightarrow P = 1 + \dfrac{12x+2}{2x^2+y^2+z^2} \le 1 + \dfrac{12x+2}{2x^2+2(1-x)^2} = 1 + \dfrac{6x+1}{x^2+(1-x)^2} = 1 + \dfrac{6x+1}{2x^2-2x+1}$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Xét hàm số $f(x) = \dfrac{6x+1}{2x^2-2x+1}$ với $x \in (0;1)$.
Ta có $f'(x) = \dfrac{-12x^2-4x+8}{(2x^2-2x+1)^2}$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.</td><td>0,25</td></tr>
<tr><td></td><td>Bảng biến thiên của hàm số trên $(0;1)$:
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td></td><td>$\dfrac{2}{3}$</td><td></td><td>1</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>1</td><td>$\nearrow$</td><td>9</td><td>$\searrow$</td><td>7</td></tr></table>Từ bảng biến thiên, ta có $f(x) \le 9, \forall x \in (0;1) \Rightarrow P \le 1 + f(x) \le 10$.
Dấu bằng xảy ra khi $x = \dfrac{2}{3}, y = \dfrac{1}{3}, z = \dfrac{1}{3}$. Vậy $\max P = 10$.</td><td>0,25</td></tr>
</table>