

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn: TOÁN

Ngày thi: 17/09/2020

Thời gian làm bài: **180 phút** (không kể thời gian phát đề)

**Câu 1.** (4 điểm)

Giải hệ phương trình: 
$$\begin{cases} x^4 + 5y = 6 \\ x^2y^2 + 5x = 6 \end{cases}$$
 với  $x, y \in \mathbb{R}$ .

**Câu 2.** (4 điểm)

Cho đa thức  $P(x; y)$  không phải là đa thức hằng, thỏa mãn:  $P(x; y).P(z; t) = P(xz + yt; xt + yz)$ ,  $\forall x, y, z, t \in \mathbb{R}$ .

Chứng minh rằng:  $P(x; y)$  chia hết cho ít nhất một trong hai đa thức  $Q(x; y) = x + y$ ,  $H(x; y) = x - y$ .

**Câu 3.** (4 điểm)

Tìm tất cả các hàm số  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  thỏa mãn:  $f(x + xy + f(y)) = \left(f(x) + \frac{1}{2}\right)\left(f(y) + \frac{1}{2}\right)$  với mọi  $x, y \in \mathbb{R}$ .

**Câu 4.** (4 điểm)

Cho tam giác  $ABC$  nhọn có  $\widehat{BAC} = 30^\circ$ . Hai đường phân giác trong và ngoài của  $\widehat{ABC}$  lần lượt cắt đường thẳng  $AC$  tại  $B_1$  và  $B_2$ ; hai đường phân giác trong và ngoài của  $\widehat{ACB}$  lần lượt cắt đường thẳng  $AB$  tại  $C_1$  và  $C_2$ . Giả sử đường tròn đường kính  $B_1B_2$  và đường tròn đường kính  $C_1C_2$  cắt nhau tại một điểm  $P$  nằm bên trong tam giác  $ABC$ . Chứng minh rằng  $\widehat{BPC} = 90^\circ$ .

**Câu 5.** (4 điểm)

Cho dãy số  $(u_n)$  được xác định bởi: 
$$\begin{cases} u_1 = 20; u_2 = 30 \\ u_{n+2} = 3u_{n+1} - u_n \text{ với } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Tìm tất cả các số nguyên dương  $n$  sao cho  $(1 + 5.u_n.u_{n+1})$  là một số chính phương.

----- **HẾT** -----