SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
BẾN TRE

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI HỌC SINH GIỎI QUỐC GIA LỚP 12 TRUNG HỌC PHỔ THÔNG
NĂM HỌC 2019 – 2020
Môn: TOÁN
Ngày thi: 22/8/2019
Thời gian: 180 phút (không kể phát đề)

Câu 1 (6 điểm)

a) Giải phương trình : $x^3 + x^2 - 3x - 2 = 2\sqrt{x+2}$ trên $[-2;2]$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1 \\ 2y^2 - 3z^2 = 1 \\ xy + yz + zx = 1 \end{cases}$ ($với\ x, y, z \in \mathbb{R}$).

Câu 2 (3 điểm)

Sắp xếp 1650 học sinh (cả nam và nữ) thành 22 hàng ngang và 75 hàng dọc. Biết rằng với hai hàng dọc bất kì, số lần xảy ra hai học sinh trong cùng hàng ngang có cùng giới tính không vượt quá 11. Chứng minh rằng số học sinh nam không vượt quá 928 em.

Câu 3 (3 điểm)

Tìm số nguyên nhỏ nhất n sao cho với n số thực phân biệt $a_1, a_2, \dots, a_n$ lấy từ đoạn $[1;1000]$ luôn tồn tại a_i, a_j thỏa $0 < a_i - a_j < 1 + 3\sqrt[3]{a_i a_j}$ với $i, j \in \{1; 2; \dots; n\}$.

Câu 4 (5 điểm)

Gọi các điểm I, H lần lượt là tâm đường tròn nội tiếp, trực tâm của tam giác nhọn ABC; B_1, C_1 lần lượt là trung điểm của AC, AB; tia $B_1 I$ cắt cạnh AB tại B_2 ($B_2 \neq B$), tia $C_1 I$ cắt phần kéo dài của AC tại C_2, B_2C_2 cắt BC tại K, A_1 là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC. Chứng minh rằng: ba điểm I, A, A_1 thẳng hàng khi và chỉ khi $S_{\Delta BKB_2} = S_{\Delta CKC_2}$.
(trong đó: $S_{\Delta BKB_2}, S_{\Delta CKC_2}$ lần lượt là diện tích tam giác BKB_2, CKC_2)

Câu 5 (3 điểm)

Tìm tất cả các hàm $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sao cho:

$$f(f(x) + y) = f(x^2 - y) + 4f(x)y \quad (\forall x, y \in \mathbb{R}).$$

HẾT

https://hdgmvietnam.org