SỞ GD VÀ ĐT HẢI DƯƠNG
TRƯỜNG THPT TỨ KỲ

ĐỀ THI THỬ THPTQG LẦN I NĂM HỌC 2018 - 2019
NĂM HỌC 2018-2019
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian giao đề

Câu 1. **[2D1.2-1]** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+5$ là điểm:

A. $M(1;3)$. **B.** $N(-1;7)$. **C.** $Q(3;1)$. **D.** $P(7;-1)$.

Câu 2. **[2D3.1-1]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-1$ là

A. x^3+C. **B.** $\dfrac{x^3}{3}+x+C$. **C.** $6x+C$. **D.** x^3-x+C.

Câu 3. **[2D1.2-2]** Tìm các số thực m để hàm số $y=(m+2)x^3+3x^2+mx-5$ có cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l} m\neq -2 \\ -3<m<1 \end{array}\right.$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right.$. **D.** $-2<m<1$.

Câu 4. **[2H1.2-1]** Khối bát diện đều là khối đa diện loại nào?

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{4;3\}$

Câu 5. **[2H1.3-2]** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=1$, $AC=2$, cạnh $AA'=\sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy (ABC) trùng với chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

A. $V=\dfrac{\sqrt{21}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{21}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{3\sqrt{21}}{4}$

Câu 6. **[2H1.2-2]** Cho hình bát diện đều cạnh 2. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Khi đó, S bằng

A. $S=32$. **B.** $S=8\sqrt{3}$. **C.** $S=4\sqrt{3}$. **D.** $S=16\sqrt{3}$.

Câu 7. **[1H1.5-2]** Phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k=3$ biến đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+1)^2=1$ thành đường tròn có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=9$. **B.** $(x+3)^2+(y-3)^2=1$.

C. $(x-3)^2+(y+3)^2=9$. **D.** $(x+3)^2+(y-3)^2=9$.

Câu 8. **[2D1.5-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2018$ tại bao nhiêu điểm?

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 9. **[1H3.3-2]** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB\perp CD$, $AC\perp BD$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 10. **[2H1.3-2]** Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $V = 3V_1$. **B.** $V = 4V_1$. **C.** $V = 6V_1$. **D.** $V = 2V_1$.

Câu 11. **[2D1.4-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x^2 - mx + 1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

A. $-2 < m < 2$. **B.** $\begin{cases} m > 2 \\ \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m \neq -\dfrac{5}{2} \end{array}\right. \end{cases}$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m > 2 \\ m \neq \dfrac{5}{2} \end{cases} \\ m < -2 \end{array}\right.$.

Câu 12. **[1D1.1-1]** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \dfrac{1}{\sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)}$.

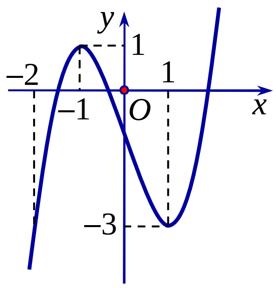
A. $D = \mathbb{R} \setminus \{(1+2k)\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{(1+2k)\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$ **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 13. **[2H1.3-1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 9, diện tích đáy bằng 5. Gọi M là trung điểm của cạnh SB và N thuộc cạnh SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích V của khối chóp $A.BMNC$ là

A. $V = 10$. **B.** $V = 30$. **C.** $V = 5$. **D.** $V = 15$.

Câu 14. **[2D1.5-1]** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình bên?



A. $y = x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 1$.

C. $y = \dfrac{1}{3}x^3 + 3x - 1$. **D.** $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

Câu 15. **[2H1.1-2]** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 3, 3, 4. Số mặt phẳng đối xứng của hình chữ nhật đó là

A. 4 **B.** 6 **C.** 5. **D.** 9.

Câu 16. **[1H2.3-2]** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $G_1G_2 = \dfrac{2}{3}AB$. **B.** $G_1G_2 \,//\, (ABD)$.

C. $G_1G_2 // (ABC)$. **D.** BG_1, AG_2 và CD đồng qui.

Câu 17. **[2H2.1-1]** Thể tích của khối nón có chiều cao $h = 6$ và bán kính đáy $R = 4$ bằng

A. $V = 32\pi$. **B.** $V = 96\pi$. **C.** $V = 16\pi$. **D.** $V = 48\pi$

Câu 18. **[2D2.3-2]** Rút gọn biểu thức $B=\log_{\frac{1}{a}}\dfrac{a.\sqrt[4]{a^3}.\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}.\sqrt[4]{a}}$, (Giả sử tất cả các điều kiện đều được thỏa mãn) ta được kết quả là

A. $\dfrac{60}{91}$. **B.** $-\dfrac{91}{60}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $-\dfrac{5}{3}$.

Câu 19. **[2D1.4-1]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2017x-2018}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x=2017$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2017$.

Câu 20. **[1D5.2-2]** Tiếp tuyến đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại điểm $A(3;1)$ là đường thẳng

A. $y=-9x-26$. **B.** $y=-9x-3$. **C.** $y=9x-2$. **D.** $y=9x-26$.

Câu 21. **[2D2.3-1]** Trong các hàm số sau, hàm số nào không xác định trên $\mathbb{R}$?

A. $y=3^x$. **B.** $y=\log\left(x^2\right)$. **C.** $y=\ln\left(|x|+1\right)$. **D.** $y=0,3^x$.

Câu 22. **[0H3.4-2]** Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M(3;-4)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-1=0$ bằng

A. $\dfrac{8}{5}$. **B.** $\dfrac{24}{5}$. **C.** $\dfrac{12}{5}$. **D.** $-\dfrac{24}{5}$.

Câu 23. **[2D1.3-2]** Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $\dfrac{65}{3}$. **B.** 6. **C.** 20. **D.** $\dfrac{52}{3}$.

Câu 24. **[2D2.5-2]** Số nghiệm của phương trình $9^x+2.3^{x+1}-7=0$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 25. **[1D1.3-3]** Cho phương trình $m\cos^2 x-4\sin x\cos x+m-2=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có đúng một nghiệm thuộc $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 26. **[1D3.2-2]** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $q=-2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

A. $S_{10}=-511$. **B.** $S_{10}=1023$. **C.** $S_{10}=1025$. **D.** $S_{10}=-1025$.

Câu 27. **[1H3.5-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD=2a$; $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 28. **[2H1.3-4]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S, gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA. Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 29. **[1D4.3-2]** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi} \quad x\neq 1\\ 3x+m & \text{khi} \quad x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=6$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Câu 30. **[2H1.3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\dfrac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 31. **[1D5.2-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{x^2-2x}$. Tập nghiệm S của bất phương trình $f'\left(x\right)\geq f\left(x\right)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 32. **[2D1.5-3]** Cho hàm số $y=mx^3-x^2-2x+8m$ có đồ thị $\left(C_m\right)$. Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị $\left(C_m\right)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $m\in\left[-\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $m\in\left(-\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $m\in\left(-\dfrac{1}{6};\dfrac{1}{2}\right)\setminus\left\{0\right\}$. **D.** $m\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)\setminus\left\{0\right\}$.

Câu 33. **[2D2.3-1]** Với giá trị nào của x thì biểu thức $B=\log_2\left(2x-1\right)$ xác định?

A. $x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $x\in\left(-1;+\infty\right)$. **C.** $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$. **D.** $x\in\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 34. **[2D2.2-1]** Tập xác định D của hàm số $y=\left(x+1\right)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $D=\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1\right\}$. **D.** $\left(-1;+\infty\right)$.

Câu 35. **[2D1.1-2]** Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-3\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

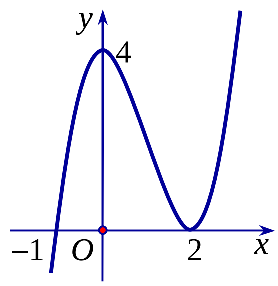
Câu 36. **[1H3.4-2]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, chiều cao của hình chóp bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. 60°. **B.** 75°. **C.** 30°. **D.** 45°

Câu 37. **[2D1.5-2]** Trên đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 38. **[2D1.2-1]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên khoảng $\left(-1;3\right)$ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có mấy điểm cực trị?

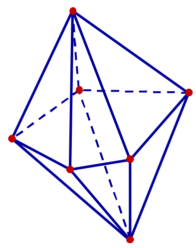


A. 0. **B.** 2.
C. 3. **D.** 1.

Câu 39. **[2D2.6-2]** Giải bất phương trình $\log_2\left(3x-2\right)>\log_2\left(6-5x\right)$ được tập nghiệm là $\left(a;b\right)$. Hãy tính tổng $S=a+b$.

A. $S=\dfrac{8}{3}$. **B.** $S=\dfrac{28}{15}$. **C.** $S=\dfrac{11}{5}$. **D.** $S=\dfrac{31}{6}$.

Câu 40. **[2H1.1-1]** Hình đa diện ở hình bên có bao nhiêu mặt?



A. 8. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 41. **[2H1.3-4]** Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $S_{ABC'}=\sqrt{3}$. Mặt phẳng $\left(ABC'\right)$ tạo với đáy một góc α. Tính $\cos\alpha$ để $V_{ABC.A'B'C'}$ lớn nhất.

A. $\cos\alpha=\dfrac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\cos\alpha=\dfrac{2}{3}$. **D.** $\cos\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 42. **[1D2.5-3]** Từ một hộp có 1000 thẻ được đánh số từ 1 đến 1000. Chọn ngẫu nhiên ra hai thẻ Tính xác suất để chọn được hai thẻ sao cho tổng của các số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 700.

A. $\dfrac{243250}{C_{1000}^2}$. **B.** $\dfrac{121801}{C_{1000}^2}$. **C.** $\dfrac{243253}{C_{1000}^2}$. **D.** $\dfrac{121975}{C_{1000}^2}$.

Câu 43. **[1H3.5-3]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có $AB=a$, $AC=2a$, $AA_1=2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC}=120°$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CC_1, BB_1. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng $\left(A_1BK\right)$ bằng

A. $a\sqrt{15}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{6}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Câu 44. **[2D1.1-3]** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $\left[-2018;2018\right]$ để hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

A. 2007. **B.** 2030. **C.** 2005. **D.** 2018.

Câu 45. **[2D2.2-3]** Do thời tiết ngày càng khắc nghiệt và nhà cách xa trường học, nên một thầy giáo muốn đúng 5 năm nữa có 500 triệu đồng để mua ô tô đi làm. Để đạt nguyện vọng, thầy có ý định mỗi đầu tháng dành ra một số tiền cố định gửi vào ngân hàng (hình thức lãi kép) với lãi suất 0,5%/tháng. Hỏi số tiền ít nhất cần cần dành ra mỗi tháng để gửi tiết kiệm là bao nhiêu. (Chọn đáp án gần nhất với số tiền thực)

A. $7.632.000$. **B.** $6.820.000$. **C.** $7.540.000$. **D.** $7.131.000$.

Câu 46. **[2D1.2-3]** Cho hàm số $y = x^4 - 2\left(1 - m^2\right)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị lập thành một tam giác có diện tích lớn nhất.

A. $m = \frac{1}{2}$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = -\frac{1}{2}$.

Câu 47. **[2D2.4-3]** Cho hàm số $y = f\left(x\right) = 2019\ln\left(e^{\frac{x}{2019}} + \sqrt{e}\right)$. Tính giá trị biểu thức $A = f'\left(1\right) + f'\left(2\right) + \cdots + f'\left(2018\right)$.

A. 2018. **B.** 1009. **C.** $\frac{2017}{2}$. **D.** $\frac{2019}{2}$.

Câu 48. **[2D1.3-3]** Một công ty cần xây dựng một cái kho chứa hàng dạng hình hộp chữ nhật (có nắp) bằng vật liệu gạch và xi măng có thể tích $2000\ \mathrm{m}^3$, đáy là hình chữ nhật có chiều dài bằng hai lần chiều rộng. Người ta cần tính toán sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất, biết giá xây dựng là 500.000 đồng$/\mathrm{m}^2$. Khi đó chi phí thấp nhất gần với số nào dưới đây?

A. 495969987. **B.** 495279087. **C.** 495288088. **D.** 495289087.

Câu 49. **[2D1-5-3]** Cho hàm số $f\left(x\right) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Nếu phương trình $f\left(x\right) = 0$ có ba nghiệm phân biệt thì phương trình $2f\left(x\right).f''\left(x\right) = \left[f'\left(x\right)\right]^2$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 1 nghiệm. **B.** 4 nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 2 nghiệm.

Câu 50. **[2D1-3-3]** Tìm m để hàm số $y = x + \sqrt{4 - x^2} + m$ có giá trị lớn nhất bằng $3\sqrt{2}$.

A. $m = 2\sqrt{2}$. **B.** $m = \sqrt{2}$. **C.** $m = -\sqrt{2}$. **D.** $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

----------HẾT----------

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	D	B	A	C	B	C	C	D	C	D	C	A	A	C	A	A	D	B	D	B	B	C	D	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	A	A	C	B	C	D	D	A	A	D	B	C	C	B	C	B	A	D	B	B	D	B	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. **[2D1.2-1]** Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+5$ là điểm:

A. $M(1;3)$. **B.** $N(-1;7)$. **C.** $Q(3;1)$. **D.** $P(7;-1)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $y'=3x^2-3$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$. Suy ra hàm số đạt cực trị tại $x=1$, $x=-1$.

$y''=6x$. Ta có $y''(1)=6.1=6>0$ và $y(1)=1^3-3.1+5=3$.

Do đó điểm cực tiểu của đồ thị là $M(1;3)$.

Câu 2. **[2D3.1-1]** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-1$ là

A. x^3+C. **B.** $\frac{x^3}{3}+x+C$. **C.** $6x+C$. **D.** x^3-x+C.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(3x^2-1\right)\mathrm{d}x=x^3-x+C$.

Câu 3. **[2D1.2-2]** Tìm các số thực m để hàm số $y=(m+2)x^3+3x^2+mx-5$ có cực trị.

A. $\left[\begin{array}{l}m\ne-2\\-3<m<1\end{array}\right.$. **B.** $-3<m<1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m<-3\\m>1\end{array}\right.$. **D.** $-2<m<1$.

Lời giải

Chọn B.

*Với $m=-2$, hàm số trở thành $y=3x^2+mx-5$

$y'=6x+m$, $y'=0\Rightarrow x=-\frac{m}{6}$. Vì $y'=0$ có nghiệm và đổi dấu khi đi qua nghiệm nên với $m=-2$ hàm số có cực trị.

* $m\ne-2$, $y'=3(m+2)x^2+6x+m$. Để hàm số có cực trị thì $\Delta'>0$ $\Rightarrow 9-3m(m+2)>0$ $\Leftrightarrow m^2+2m-3<0$ $\Leftrightarrow -3<m<1$.

Kết hợp cả hai trường hợp suy ra $-3<m<1$.

Câu 4. **[2H1.2-1]** Khối bát diện đều là khối đa diện loại nào?

A. $\{3;4\}$. **B.** $\{3;5\}$. **C.** $\{5;3\}$. **D.** $\{4;3\}$

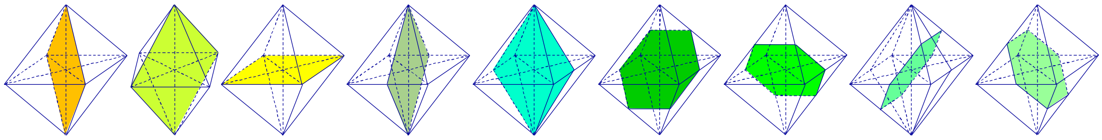
Lời giải

Chọn A.

Khối bát diện đều là khối đa diện loại $\{3;4\}$.

✍ Ghi nhớ thêm về **khối bát diện đều**:

- Có số đỉnh $(Đ)$; số mặt (M); số cạnh (C) lần lượt là $Đ = 6$, $M = 8$, $C = 12$.
- Diện tích tất cả các mặt của khối bát diện đều cạnh a là $S = 2a^2\sqrt{3}$.
- Thể tích khối bát diện đều cạnh a là $S = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.
- Bán kính mặt cầu ngoại tiếp là $R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.
- Gồm 9 mặt phẳng đối xứng:

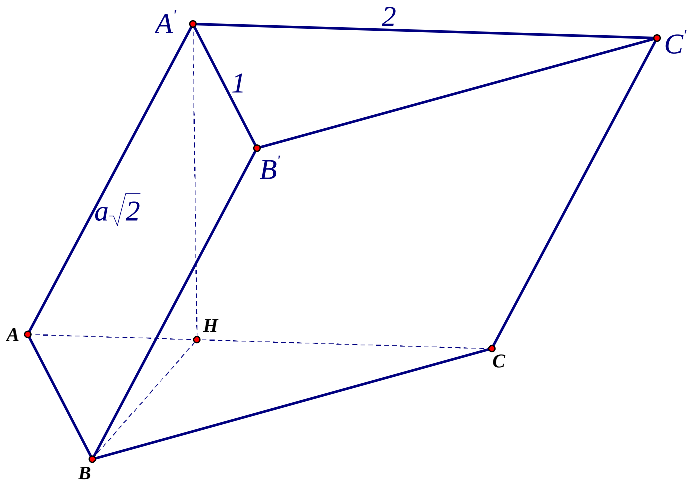


Câu 5. **[2H1.3-2]** Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 1$, $AC = 2$, cạnh $AA' = \sqrt{2}$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt đáy (ABC) trùng với chân đường cao hạ từ B của tam giác ABC. Thể tích V của khối lăng trụ đã cho là

A. $V = \dfrac{\sqrt{21}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{\sqrt{7}}{4}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{21}}{4}$. **D.** $V = \dfrac{3\sqrt{21}}{4}$.

Lời giải

Chọn C.



* Gọi H là chân đường cao hạ từ B trong tam giác ABC. Theo đề $A'H$ là đường cao của lăng trụ.

*Xét ΔABC:

$+ AB^2 = AH.AC \Rightarrow AH = \dfrac{AB^2}{AC} = \dfrac{1}{2}$

$+ BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{3}$

*Xét $\Delta AA'H$: $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \dfrac{\sqrt{7}}{2}$.

* Thể tích cần tìm: $V = S_{\Delta ABC}.AH = \left(\dfrac{1}{2}.AB.BC\right)AH = \dfrac{1}{2}.1.\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{7}}{2} = \dfrac{\sqrt{21}}{4}$.

Câu 6. **[2H1.2-2]** Cho hình bát diện đều cạnh 2. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Khi đó, S bằng

A. $S = 32$. **B.** $S = 8\sqrt{3}$. **C.** $S = 4\sqrt{3}$. **D.** $S = 16\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có hình bát diện đều có 8 mặt là 8 tam giác đều cạnh 2.

Do đó, $S=8.2^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}=8\sqrt{3}$.

Câu 7. **[1H1.5-2]** Phép vị tự tâm $O(0;0)$ tỉ số $k=3$ biến đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+1)^2=1$ thành đường tròn có phương trình:

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=9$. **B.** $(x+3)^2+(y-3)^2=1$.

C. $(x-3)^2+(y+3)^2=9$. **D.** $(x+3)^2+(y-3)^2=9$.

Lời giải

Chọn C.

Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y+1)^2=1$ có tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R=1$.

Gọi (C') là ảnh của đường tròn (C) qua $V_{(O;3)}$. Khi đó, ta có:

Tâm $I'(3;-3)$, bán kính $R'=3R=3$.

Phương trình $(C'):(x-3)^2+(y+3)^2=9$.

Câu 8. **[2D1.5-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-2018$ tại bao nhiêu điểm?

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

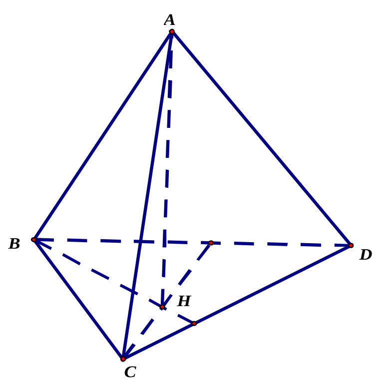
Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y=-2018$ nằm dưới điểm cực tiểu của đồ thị hàm số, suy ra đường thẳng $y=-2018$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm.

Câu 9. **[1H3.3-2]** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB\perp CD$, $AC\perp BD$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Chọn D.



Kẻ $AH\perp(BCD)$, $H\in(BCD)$.

Ta có: $\left.\begin{array}{l} CD \perp AH \\ CD \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (ABH)$, mà $BH \subset (ABH) \Rightarrow CD \perp BH$ (1).

Tương tự $\left.\begin{array}{l} BD \perp AH \\ BD \perp AC \end{array}\right\} \Rightarrow BD \perp (ACH)$, mà $CH \subset (ACH) \Rightarrow BD \perp CH$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra H là trực tâm tam giác BCD.

Ta có: $\left.\begin{array}{l} BC \perp AH \\ BC \perp DH \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (ADH)$, mà $AD \subset (ADH) \Rightarrow BC \perp AD$.

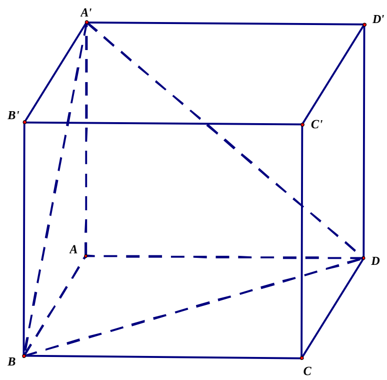
Vậy góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{BC}$ là $90°$.

Câu 10. **[2H1.3-2]** Gọi V là thể tích của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, V_1 là thể tích tứ diện $A'ABD$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $V = 3V_1$. **B.** $V = 4V_1$. **C.** $V = 6V_1$. **D.** $V = 2V_1$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi a là cạnh của hình lập phương.

Khi đó, ta có: $V = a^3$ và $V_1 = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}a^2.a = \frac{a^3}{6}$.

Vậy $V = 6V_1$.

Câu 11. **[2D1.4-3]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - mx + 1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

A. $-2 < m < 2$. **B.** $\left\{\begin{array}{l} m > 2 \\ \left[\begin{array}{l} m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{array}\right. \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \end{array}\right. \\ m < -2 \end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x^2 - mx + 1 \neq 0$

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{x-2}{x^2 - mx + 1} = 0 \Rightarrow$ đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - mx + 1}$ có đúng 3 đường tiệm cận

$\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - mx + 1}$ có 2 đường tiệm cận ngang

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2 - mx + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - 4 > 0 \\ 2^2 - 2m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right. \\ m \neq \dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m > 2 \\ m \neq \dfrac{5}{2} \end{cases} \\ m < -2 \end{array}\right. .$$

Câu 12. **[1D1.1-1]** Tìm tập xác định D của hàm số $y = \dfrac{1}{\sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{(1+2k)\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{(1+2k)\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$
D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Lời giải

Chọn C.

Hàm số $y = \dfrac{1}{\sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)}$ xác định khi $\sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) \neq 0 \Leftrightarrow x - \dfrac{\pi}{2} \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$.

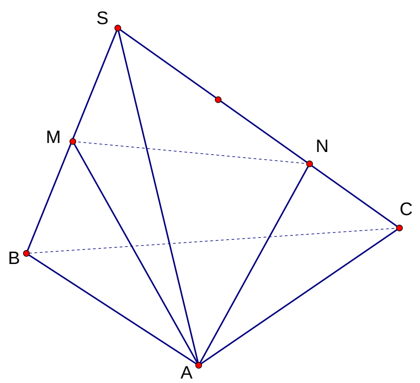
Vậy tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\sin\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{(1+2k)\dfrac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 13. **[2H1.3-1]** Cho hình chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 9, diện tích đáy bằng 5. Gọi M là trung điểm của cạnh SB và N thuộc cạnh SC sao cho $NS = 2NC$. Thể tích V của khối chóp $A.BMNC$ là

A. $V = 10$.
B. $V = 30$.
C. $V = 5$.
D. $V = 15$.

Lời giải

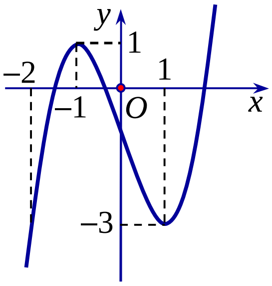
Chọn A.



Ta có: $\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SN}{SC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \dfrac{1}{3}V_{S.ABC}$

Suy ra: $V_{A.BMNC} = \dfrac{2}{3}V_{S.ABC} = \dfrac{2}{3}.\dfrac{1}{3}.5.9 = 10$

Câu 14. **[2D1.5-1]** Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình bên?



A. $y = x^3 - 3x - 1$.

B. $y = x^3 - 3x^2 - 3x - 1$.

C. $y = \frac{1}{3}x^3 + 3x - 1$.

D. $y = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn A.

- Đồ thị đi qua điểm $(0;-1)$ nên phương án D bị loại và đồ thị đi qua điểm $(2;1)$ nên B loại.

- Đồ thị có hai điểm cực trị nên phương án C bị loại (có $y' = x^2 + 3 > 0$)

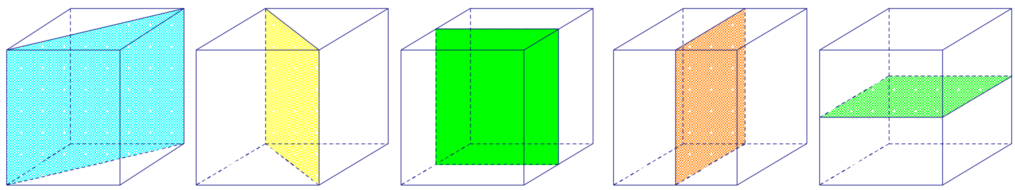
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;-3)$, thay vào phương án A thấy thỏa mãn.

Câu 15. **[2H1.1-2]** Hình hộp chữ nhật có ba kích thước là 3, 3, 4. Số mặt phẳng đối xứng của hình chữ nhật đó là

A. 4 B. 6 C. 5. D. 9.

Lời giải

Chọn C.



Có 5 mặt phẳng đối xứng.

Câu 16. **[1H2.3-2]** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $G_1G_2 = \frac{2}{3}AB$.

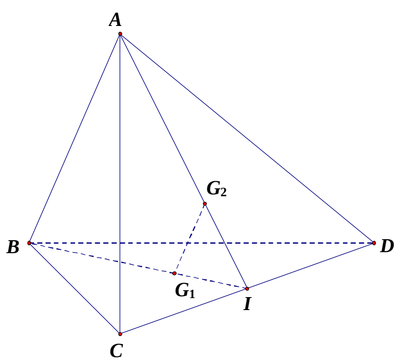
B. $G_1G_2 \,//\, (ABD)$.

C. $G_1G_2 // (ABC)$.

D. BG_1, AG_2 và CD đồng qui.

Lời giải

Chọn A.



Gọi I là trung điểm cạnh CD

Khi đó $\frac{IG_1}{IB} = \frac{1}{3} = \frac{IG_2}{IA}$ (vì G_1 và G_2 lần lượt là trọng tâm các tam giác BCD và ACD)

Suy ra $\frac{G_1G_2}{AB}=\frac{1}{3}$ và G_1G_2 // AB

Hay $G_1G_2=\frac{1}{3}AB$ nên A sai.

G_1G_2 // AB nên B và C đúng.

Dễ thấy BG_1, AG_2 và CD đồng qui tại điểm I nên D đúng.

Câu 17. **[2H2.1-1]** Thể tích của khối nón có chiều cao $h=6$ và bán kính đáy $R=4$ bằng

A. $V=32\pi$. **B.** $V=96\pi$. **C.** $V=16\pi$. **D.** $V=48\pi$

Lời giải

Chọn A.

Thể tích của khối nón $V=\frac{1}{3}\pi R^2.h=\frac{1}{3}\pi.4^2.6=32\pi$.

Câu 18. **[2D2.3-2]** Rút gọn biểu thức $B=\log_{\frac{1}{a}}\frac{a.\sqrt[4]{a^3}.\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}.\sqrt[4]{a}}$, (Giả sử tất cả các điều kiện đều được thỏa mãn) ta được kết quả là

A. $\frac{60}{91}$. **B.** $-\frac{91}{60}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có

$$B=\log_{\frac{1}{a}}\frac{a.\sqrt[4]{a^3}.\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a}.\sqrt[4]{a}}=\log_{a^{-1}}\frac{a.a^{\frac{3}{4}}.a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{2}}.a^{\frac{1}{4}}}=\log_{a^{-1}}\frac{a^{\frac{29}{12}}}{a^{\frac{3}{4}}}=\log_{a^{-1}}a^{\frac{5}{3}}=-\frac{5}{3}.$$

Câu 19. **[2D1.4-1]** Đồ thị hàm số $y=\frac{2017x-2018}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là

A. $x=2017$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2017$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có

$\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{2017x-2018}{x+1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{2017x-2018}{x+1}=+\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 20. **[1D5.2-2]** Tiếp tuyến đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại điểm $A(3;1)$ là đường thẳng

A. $y=-9x-26$. **B.** $y=-9x-3$. **C.** $y=9x-2$. **D.** $y=9x-26$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $y'=3x^2-6x\Rightarrow y'(3)=9$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $A(3;1)$ là $y=9(x-3)+1\Leftrightarrow y=9x-26$.

Câu 21. **[2D2.3-1]** Trong các hàm số sau, hàm số nào không xác định trên $\mathbb{R}$?

A. $y=3^x$. **B.** $y=\log(x^2)$. **C.** $y=\ln(|x|+1)$. **D.** $y=0,3^x$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y=\log\left(x^2\right)$ xác định khi $x^2>0 \Leftrightarrow x\neq 0$.

Câu 22. **[0H3.4-2]** Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $M\left(3;-4\right)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x-4y-1=0$ bằng

A. $\frac{8}{5}$. **B.** $\frac{24}{5}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $-\frac{24}{5}$.

Lời giải

Chọn B.

$$d=\frac{\left|3.3-4.\left(-4\right)-1\right|}{\sqrt{3^2+\left(-4\right)^2}}=\frac{24}{5}.$$

Câu 23. **[2D1.3-2]** Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $\left[1;3\right]$ bằng

A. $\frac{65}{3}$. **B.** 6. **C.** 20. **D.** $\frac{52}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $f'\left(x\right)=1-\frac{4}{x^2}=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Ta có $f\left(1\right)=5$; $f\left(2\right)=4$; $f\left(3\right)=\frac{13}{3}$.

Suy ra $\min\limits_{[1;3]} f\left(x\right)=4$; $\max\limits_{[1;3]} f\left(x\right)=5$.

Do đó tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số là $4.5=20$.

Câu 24. **[2D2.5-2]** Số nghiệm của phương trình $9^x+2.3^{x+1}-7=0$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D.

Đặt $t=3^x$, $t>0$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2+6t-7=0 \Leftrightarrow t=1$ (nhận) hoặc $t=-7$ (loại).

Với $t=1$ thì $3^x=1 \Leftrightarrow x=0$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=0$.

Câu 25. **[1D1.3-3]** Cho phương trình $m\cos^2 x-4\sin x\cos x+m-2=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có đúng một nghiệm thuộc $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $m\cos^2 x-4\sin x\cos x+m-2=0 \Leftrightarrow m\frac{1+\cos 2x}{2}-2\sin 2x+m-2=0$

$\Leftrightarrow m\cos 2x-4\sin 2x+3m-4=0 \Leftrightarrow m=\frac{4+4\sin 2x}{3+\cos 2x}$.

Xét M trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ ta có $f'\left(x\right)=\frac{8+24\cos 2x+8\sin 2x}{\left(3+\cos 2x\right)^2}$.

Nhận xét $f'(x)>0$ với mọi $x\in\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ nên để phương trình có nghiệm trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ thì

$f(0)\le m\le f\left(\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow 1\le m\le\frac{8}{3}$.

Khi đó phương trình $m\cos 2x-4\sin 2x+3m-4=0$ có đúng một nghiệm trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.

Câu 26. **[1D3.2-2]** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $q=-2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

A. $S_{10}=-511$. **B.** $S_{10}=1023$. **C.** $S_{10}=1025$. **D.** $S_{10}=-1025$.

Lời giải

Chọn B.

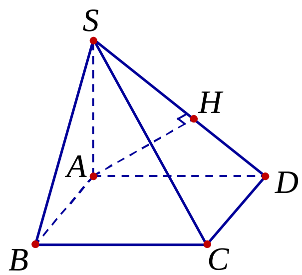
Ta có $S_{10}=u_1.\frac{1-q^{10}}{1-q}=-3.\frac{1-(-2)^{10}}{1-(-2)}=1023$.

Câu 27. **[1H3.5-2]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD=2a$; $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD) bằng

A. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow(SCD)\perp(SAD)$ theo giao tuyến SD.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SD $\Rightarrow AH\perp(SCD)\Rightarrow d\big(A,(SCD)\big)=AH$.

Xét ΔSAD vuông tại A đường cao AH

$\Rightarrow AH=\frac{SA.AD}{SD}=\frac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}=\frac{a.2a}{\sqrt{a^2+4a^2}}=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

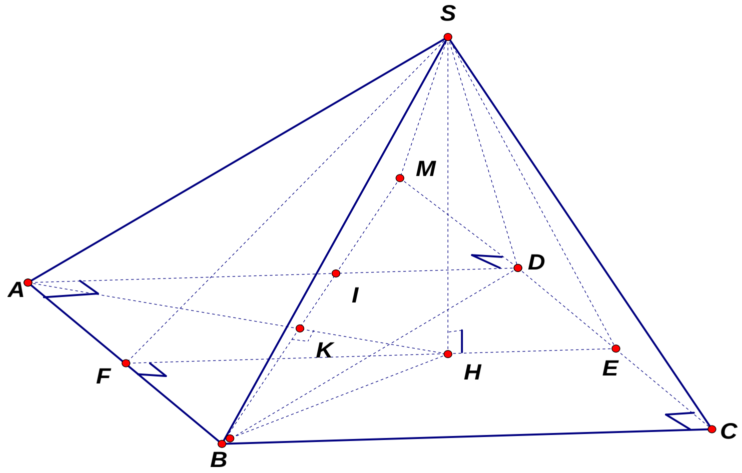
$\Rightarrow d\big(A,(SCD)\big)=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 28. **[2H1.3-4]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a mặt bên SAB là tam giác đều, mặt bên SCD là tam giác vuông cân tại S, gọi M là điểm thuộc đường thẳng CD sao cho BM vuông góc với SA. Tính thể tích V của khối chóp $S.BDM$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{32}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi E,F lần lượt là trung điểm của đoạn CD và AB, ta có:

ΔSAB đều $\Rightarrow AB\perp SF \Rightarrow CD\perp SF$ (do $CD\parallel AB$)(1)

ΔSCD vuông cân tại $S \Rightarrow CD\perp SE$ (2)

Từ $(1),(2)$ suy ra $CD\perp(SEF)\Rightarrow(SEF)\perp(ABCD)$ theo giao tuyến EF

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên $EF \Rightarrow SH\perp(ABCD)$

Dựng $BK\perp AH$ tại $K \Rightarrow BK\perp(SAH)\Rightarrow BK\perp SA$

Gọi $M=BK\cap CD$ ta có $SH\perp(ABCD)$ hay $SH\perp(BDM)$

$\Rightarrow V_{S.BDM}=\dfrac{1}{3}SH.S_{BDM}$

ΔSCD vuông cân tại $S \Rightarrow SE=\dfrac{CD}{2}=\dfrac{a}{2}$

ΔSAB đều cạnh $AB=a \Rightarrow SF=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $EF=a$

$\Rightarrow SE^2+SF^2=\dfrac{a^2}{4}+\dfrac{3a^2}{4}=a^2=EF^2 \Rightarrow \Delta SEF$ vuông tại $S \Rightarrow SH=\dfrac{SE.SF}{EF}=\dfrac{\frac{a}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a}=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow AH=\sqrt{SA^2-SH^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{3a^2}{16}}=\dfrac{a\sqrt{13}}{4}$ và $HF=\sqrt{SF^2-SH^2}=\sqrt{\dfrac{3a^2}{4}-\dfrac{3a^2}{16}}=\dfrac{3a}{4}$

Ta có $BK.AH=HF.AB \Rightarrow BK=\dfrac{HF.AB}{AH}=\dfrac{\frac{3a}{4}.a}{\frac{a\sqrt{13}}{4}}=\dfrac{3a}{\sqrt{13}}$

ΔKBA và ΔABI là hai tam giác vuông đồng dạng (với $I=BM\cap AD$)

$\Rightarrow \dfrac{BI}{AB}=\dfrac{AB}{BK}\Rightarrow BI=\dfrac{AB^2}{BK}=\dfrac{a^2}{\frac{3a}{\sqrt{13}}}=\dfrac{a\sqrt{13}}{3}$

$\Rightarrow AI=\sqrt{BI^2-AB^2}=\sqrt{\dfrac{13a^2}{9}-a^2}=\dfrac{2a}{3} \Rightarrow ID=\dfrac{a}{3}$

ΔDIM và ΔAIB là hai tam giác vuông đồng dạng

$$\Rightarrow \frac{DM}{AB}=\frac{DI}{AI}=\frac{\frac{a}{3}}{\frac{2a}{3}}=\frac{1}{2}\Rightarrow DM=\frac{AB}{2}=\frac{a}{2}\Rightarrow S_{\Delta BDM}=\frac{1}{2}BC.DM=\frac{1}{2}a.\frac{a}{2}=\frac{a^2}{4}$$

$$\Rightarrow V_{S.BDM}=\frac{1}{3}SH.S_{\Delta BDM}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{4}.\frac{a^2}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$$

Câu 29. **[1D4.3-2]** Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{x^3-x^2+2x-2}{x-1} & \text{khi } x\neq 1\\ 3x+m & \text{khi } x=1\end{cases}$ liên tục tại $x=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=6$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f(1)=m+3$

$$\lim_{x\to 1}f(x)=\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+2x-2}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x^2+2)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(x^2+2)=3$$

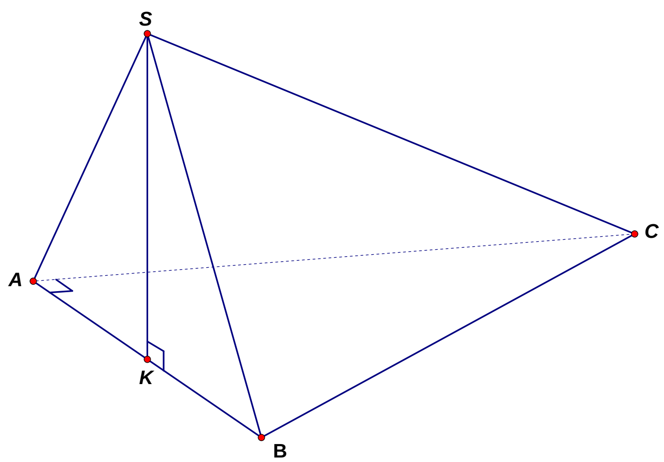
Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ khi: $\lim_{x\to 1}f(x)=f(1)\Leftrightarrow m+3=3\Leftrightarrow m=0$

Câu 30. **[2H1.3-2]** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=\frac{2a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Chọn C.



Gọi K là trung điểm của đoạn AB, ta có ΔSAB đều $\Rightarrow SK\perp AB$

Mà $(SAB)\perp(ABC)$ theo giao tuyến AB

$$\Rightarrow SK\perp(ABC)\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SK.S_{\Delta ABC}$$

Ta có ΔABC vuông tại A có $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=\sqrt{3a^2-a^2}=a\sqrt{2}$$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.AC=\frac{1}{2}.a.a\sqrt{2}=\frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

ΔSAB đều cạnh $AB=a$ $\Rightarrow$ Đường cao $SK=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2\sqrt{2}}{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$

Câu 31. **[1D5.2-2]** Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$. Tập nghiệm S của bất phương trình $f'(x)\ge f(x)$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B.

Đkxđ: $\left[\begin{array}{l}x\le 0\\x\ge 2\end{array}\right.$.

Ta có $f'(x)=\frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}$.

Khi đó $f'(x)\ge f(x)\Leftrightarrow \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x}}\ge\sqrt{x^2-2x}\Leftrightarrow x-1\ge x^2-2x\Leftrightarrow x^2-3x+1\le 0$

$\Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{5}}{2}\le x\le\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. Vì x là nghiệm nguyên nên $S=\{1;2\}$.

Câu 32. **[2D1.5-3]** Cho hàm số $y=mx^3-x^2-2x+8m$ có đồ thị (C_m). Tìm tất cả giá trị của tham số m để đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt.

A. $m\in\left[-\frac{1}{6};\frac{1}{2}\right]$. **B.** $m\in\left(-\frac{1}{6};\frac{1}{2}\right)$. **C.** $m\in\left(-\frac{1}{6};\frac{1}{2}\right)\setminus\{0\}$. **D.** $m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) với trục hoành là

$mx^3-x^2-2x+8m=0\Leftrightarrow(x+2)\left[mx^2-(2m+1)x+4m\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+2=0\\mx^2-(2m+1)x+4m=0(1)\end{array}\right.$

Để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì (1) có hai nghiệm phân biệt khác -2

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 0\\\Delta=-12m^2+4m+1>0\\m.4+(2m+1)2+4m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 0\\-\frac{1}{6}<m<\frac{1}{2}\end{cases}$.

Câu 33. **[2D2.3-1]** Với giá trị nào của x thì biểu thức $B=\log_2(2x-1)$ xác định?

A. $x\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $x\in(-1;+\infty)$. **C.** $x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $x\in\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn D.

Để biểu thức $B=\log_2(2x-1)$ xác định thì $2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Câu 34. **[2D2.2-1]** Tập xác định D của hàm số $y=(x+1)^{\frac{1}{3}}$ là

A. $D=(-\infty;-1)$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D.

Hàm số $y=(x+1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $x+1>0 \Leftrightarrow x>-1$.

Câu 35. **[2D1.1-2]** Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn A.

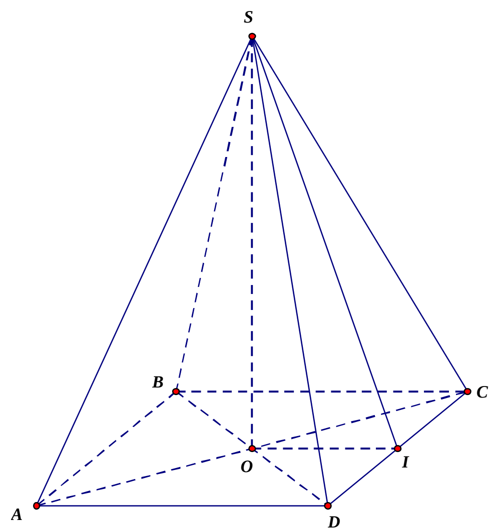
Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ nên đồng biến trên $(-\infty;-3)$.

Câu 36. **[1H3.4-2]** Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, chiều cao của hình chóp bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng

A. $60°$. **B.** $75°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$

Lời giải

Chọn A.



+) Gọi $O=AC\cap BD$, hạ $OI\perp CD \Rightarrow \left(\widehat{(SCD),(ABCD)}\right)=\widehat{SIO}=\alpha$

+) Ta có $OI=\frac{a}{2}; SO=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \tan\alpha=\frac{SO}{OI}=\sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SIO}=\alpha=60°$.

Câu 37. **[2D1.5-2]** Trên đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$.

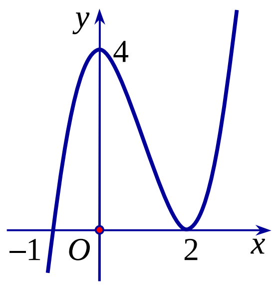
Ta có $y=\dfrac{2x-5}{3x-1}=1-\dfrac{x+4}{3x-1}$.

Để $x,y\in\mathbb{Z}\Rightarrow(x+4)\vdots(3x-1)\Rightarrow 3(x+4)\vdots(3x-1)\Rightarrow(3x-1+13)\vdots(3x-1)\Rightarrow 13\vdots(3x-1)$

Nên $\left[\begin{array}{l}3x-1=1\\3x-1=-1\\3x-1=13\\3x-1=-13\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2}{3}(L)\\x=0\\x=\dfrac{14}{3}(L)\\x=-4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}y=5\\y=1\end{array}\right.$

Vậy trên đồ thị hàm số có hai điểm có tọa độ nguyên là $(0;5)$, $(-4;1)$.

Câu 38. **[2D1.2-1]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Trên khoảng $(-1;3)$ đồ thị hàm số $y=f(x)$ có mấy điểm cực trị?



A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có trên khoảng $(-1;3)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 39. **[2D2.6-2]** Giải bất phương trình $\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a;b)$. Hãy tính tổng $S=a+b$.

A. $S=\dfrac{8}{3}$. **B.** $S=\dfrac{28}{15}$. **C.** $S=\dfrac{11}{5}$. **D.** $S=\dfrac{31}{6}$.

Lời giải

Chọn C.

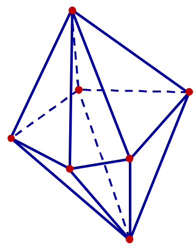
Điều kiện $\begin{cases}6-5x>0\\3x-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<\dfrac{6}{5}\\x>\dfrac{2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{2}{3}<x<\dfrac{6}{5}$.

$\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)\Leftrightarrow 3x-2>6-5x\Leftrightarrow x>1$.

Kết hợp với điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình là $1 < x < \frac{6}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = \frac{6}{5} \end{cases}$.

Vậy $S = a + b = 1 + \frac{6}{5} = \frac{11}{5}$.

Câu 40. **[2H1.1-1]** Hình đa diện ở hình bên có bao nhiêu mặt?



A. 8. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

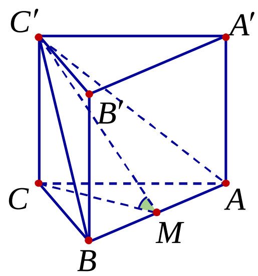
Chọn C.

Câu 41. **[2H1.3-4]** Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $S_{ABC'} = \sqrt{3}$. Mặt phẳng (ABC') tạo với đáy một góc α. Tính $\cos\alpha$ để $V_{ABC.A'B'C'}$ lớn nhất.

A. $\cos\alpha = \frac{1}{3}$. **B.** $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\cos\alpha = \frac{2}{3}$. **D.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $AB = a$. Gọi M là trung điểm của $AB \Rightarrow \widehat{C'MC} = \alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{MC}{MC'} \Rightarrow CC' = MC'.\sin\alpha$

$S_{ABC'} = \sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{AB.C'M}{2} = \sqrt{3} \Leftrightarrow a.CM.\cos\alpha = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow a.a\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow \cos\alpha = \frac{4}{a^2}$

$V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC}.CC' = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2.MC.\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2\frac{\sqrt{3}}{2}a.\tan\alpha = \frac{3}{8}a^3\sqrt{\frac{1}{16a^4} - 1} = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{a^2}{16} - a^6}$.

Xét $f(x) = 16x - x^3\,(0 \le x \le 4)$ $f'(x) = 16 - 3x^2\,(0 \le x \le 4)$;

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 16 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{\sqrt{3}}$; $f(0) = 0$; $f(4) = 0$; $f\left(\frac{4}{\sqrt{3}}\right) = \frac{128}{3\sqrt{3}}$.

vậy $V_{ABC.A'B'C'}$ lớn nhất khi $a = \sqrt{x} = \frac{2}{\sqrt[4]{3}}$ nên $\cos\alpha = \frac{4}{a^2} = \frac{4}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

Câu 42. **[1D2.5-3]** Từ một hộp có 1000 thẻ được đánh số từ 1 đến 1000. Chọn ngẫu nhiên ra hai thẻ Tính xác suất để chọn được hai thẻ sao cho tổng của các số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 700.

A. $\frac{243250}{C_{1000}^2}$. **B.** $\frac{121801}{C_{1000}^2}$. **C.** $\frac{243253}{C_{1000}^2}$. **D.** $\frac{121975}{C_{1000}^2}$.

Lời giải

Chọn C.

Gọi A là biến cố chọn được hai thẻ sao cho tổng của các số ghi trên hai thẻ nhỏ hơn 700

Ta có $n_\Omega = C_{1000}^2$

Gọi số thứ nhất là a; số thứ nhất là b, ta có

$a = 1 \Rightarrow b = 2 \to 698 \Rightarrow n_b = 697$

$a = 2 \Rightarrow b = 1;3 \to 697 \Rightarrow n_b = 696$

$a = 3 \Rightarrow b = 1;2;4 \to 696 \Rightarrow n_b = 695$

...

$a = 698 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow n_b = 1$

$n_A = 697 + 696 + 695 + ... + 1 = \dfrac{698.697}{2} = 243253$

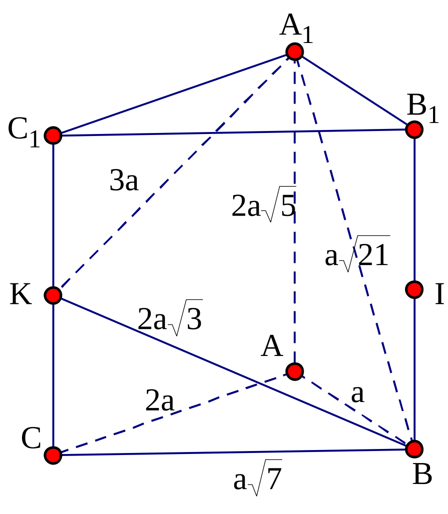
Vậy $P(A) = \dfrac{n_A}{n_\Omega} = \dfrac{243253}{C_{1000}^2}$.

Câu 43. **[1H3.5-3]** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A_1B_1C_1$ có $AB = a$, $AC = 2a$, $AA_1 = 2a\sqrt{5}$ và $\widehat{BAC} = 120°$. Gọi K, I lần lượt là trung điểm của các cạnh CC_1, BB_1. Khoảng cách từ điểm I đến mặt phẳng (A_1BK) bằng

A. $a\sqrt{15}$.   **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{6}$.   **C.** $\dfrac{a\sqrt{15}}{3}$.   **D.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{3}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2 - 2AC.AB.\cos 120°} = a\sqrt{7}$;

$A_1B = \sqrt{A_1A^2 + AB^2} = a\sqrt{21}$; $A_1K = \sqrt{A_1C_1^{\ 2} + C_1K^2} = 3a$, $KB = \sqrt{KC^2 + CB^2} = 2a\sqrt{3}$

$d\left(I,\left(A_1BK\right)\right) = \dfrac{1}{2} d\left(B_1,\left(A_1BK\right)\right) = \dfrac{1}{2}.\dfrac{3V_{B_1A_1BK}}{S_{\Delta A_1BK}}$

Mà $V_{B_1A_1BK} = \dfrac{1}{2} V_{K.A_1B_1BA} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{2}{3} V_{ABC.A_1B_1C_1} = \dfrac{1}{3}.2a\sqrt{5}.\dfrac{1}{2}.a.2a.\sin 120° = \dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$.

Theo công thưc Herong, diện tích tam giác A_1BK bằng

$S=\sqrt{p\left(p-2a\sqrt{3}\right)\left(p-3a\right)\left(p-a\sqrt{21}\right)}=3a^2\sqrt{3}$ với $p=\dfrac{2a\sqrt{3}+3a+a\sqrt{21}}{2}$.

Vậy $d\left(I,\left(A_1BK\right)\right)=\dfrac{3}{2}.\dfrac{\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}}{3a^2\sqrt{3}}=\dfrac{a\sqrt{5}}{6}$.

Câu 44. **[2D1.1-3]** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực m thuộc đoạn $\left[-2018;2018\right]$ để hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

A. 2007. **B.** 2030. **C.** 2005. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $y'=3x^2-12x+m$.

Hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x\in\left(0;+\infty\right)$.

$\Leftrightarrow m\ge -3x^2+12x,\forall x\in\left(0;+\infty\right)$ $\Leftrightarrow m\ge \underset{\left(0;+\infty\right)}{max}\left(-3x^2+12x\right)\Leftrightarrow m\ge 12$

Do $\begin{cases} m\in\mathbb{Z} \\ -2018\le m\le 2018 \end{cases}$ nên $m\in\left\{12,13,14,...,2018\right\}$.

Vậy có 2007 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. **[2D2.2-3]** Do thời tiết ngày càng khắc nghiệt và nhà cách xa trường học, nên một thầy giáo muốn đúng 5 năm nữa có 500 triệu đồng để mua ô tô đi làm. Để đạt nguyện vọng, thầy có ý định mỗi đầu tháng dành ra một số tiền cố định gửi vào ngân hàng (hình thức lãi kép) với lãi suất 0,5%/tháng. Hỏi số tiền ít nhất cần cần dành ra mỗi tháng để gửi tiết kiệm là bao nhiêu. (Chọn đáp án gần nhất với số tiền thực)

A. $7.632.000$. **B.** $6.820.000$. **C.** $7.540.000$. **D.** $7.131.000$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi số tiền ít nhất mà thầy giáo cần dành ra mỗi tháng để gửi tiết kiệm là x (đồng).

Số tiền tiết kiệm gửi vào ngân hàng sau 60 tháng là

$T_{60}=x\left(1,005^1+1,005^2+.....+1,005^{60}\right)=x.1,005.\dfrac{1,005^{60}-1}{0,005}$.

Theo bài ta có: $x.1,005.\dfrac{1,005^{60}-1}{0,005}=5.10^8\Leftrightarrow a=\dfrac{5.10^8.0,005}{1,005\left(1,005^{60}-1\right)}=7130747$ (đồng).

Câu 46. **[2D1.2-3]** Cho hàm số $y=x^4-2\left(1-m^2\right)x^2+m+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị lập thành một tam giác có diện tích lớn nhất.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4\left(1-m^2\right)x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=1-m^2 \end{array}\right.$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình $x^2=1-m^2$ có hai nghiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow \begin{cases}1-m^2>0\\1-m^2\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow -1<m<1$.

Khi đó gọi 3 điểm cực trị là

$A(0;1+m)$, $B\left(\sqrt{1-m^2};m+2m^2-m^4\right)$, $C\left(-\sqrt{1-m^2};m+2m^2-m^4\right)$.

Ta có: $BC=|x_C-x_B|=2\sqrt{1-m^2}$; $d(A;BC)=(1-m^2)^2$.

Lại có: $S_{ABC}=\frac{1}{2}BC.d(A,BC)=(1-m^2)^2\sqrt{1-m^2}\le 1 \Rightarrow S_{\max}=1$ khi $m=0$.

Câu 47. **[2D2.4-3]** Cho hàm số $y=f(x)=2019\ln\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}\right)$. Tính giá trị biểu thức $A=f'(1)+f'(2)+\cdots+f'(2018)$.

A. 2018. **B.** 1009. **C.** $\frac{2017}{2}$. **D.** $\frac{2019}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y'=f'(x)=2019.\dfrac{\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}\right)'}{\left(\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}\right)}=\dfrac{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}}{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}}$.

Do đó

$$f'(x)+f'(2019-x)=\frac{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}}{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}}+\frac{\mathrm{e}^{\frac{2019-x}{2019}}}{\mathrm{e}^{\frac{2019-x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}}=\frac{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}}{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}}+\frac{\mathrm{e}^{1-\frac{x}{2019}}}{\mathrm{e}^{1-\frac{x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}}$$

$$=\frac{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}}{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}}+\frac{\mathrm{e}}{\mathrm{e}+\sqrt{\mathrm{e}}.\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}}=\frac{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}}{\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}+\sqrt{\mathrm{e}}}+\frac{\sqrt{\mathrm{e}}}{\sqrt{\mathrm{e}}+\mathrm{e}^{\frac{x}{2019}}}=1.$$

Bởi vậy $2A=\left[f'(1)+f'(2018)\right]+\left[f'(2)+f'(2017)\right]+\cdots+\left[f'(2018)+f'(1)\right]=2018$

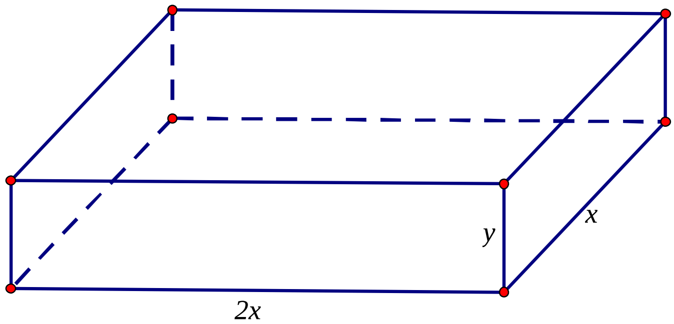
Nên $A=\frac{2018}{2}=1009$.

Câu 48. **[2D1.3-3]** Một công ty cần xây dựng một cái kho chứa hàng dạng hình hộp chữ nhật (có nắp) bằng vật liệu gạch và xi măng có thể tích $2000\ \mathrm{m}^3$, đáy là hình chữ nhật có chiều dài bằng hai lần chiều rộng. Người ta cần tính toán sao cho chi phí xây dựng là thấp nhất, biết giá xây dựng là 500.000 đồng/m^2. Khi đó chi phí thấp nhất gần với số nào dưới đây?

A. 495969987. **B.** 495279087. **C.** 495288088. **D.** 495289087.

Lời giải

Chọn D.



Gọi kích thước đáy của cái kho cần xây dựng là x (m) và $2x$ (m), chiều cao của kho là y (m), (với $x, y > 0$).

Ta có $V = 2x^2y = 2000 \Rightarrow y = \dfrac{1000}{x^2}$ (m)

Diện tích toàn phần của hình hộp chữ nhật là

$S_{tp} = 2\left(x.2x + x.y + 2x.y\right) = 4x^2 + 6xy = 4x^2 + \dfrac{6000}{x}$.

$= 4x^2 + \dfrac{3000}{x} + \dfrac{3000}{x} \geq 3\sqrt[3]{4x^2.\dfrac{3000}{x}.\dfrac{3000}{x}} = 300\sqrt[3]{36}$ $\left(\text{m}^2\right)$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $4x^2 = \dfrac{3000}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{750}$ (m).

Chi phí xây dựng thấp nhất khi đó sấp sỉ là $300\sqrt[3]{36}.500000 \approx 495289087$ đồng.

Câu 49. **[2D1-5-3]** Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Nếu phương trình $f(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt thì phương trình $2f(x).f''(x) = \left[f'(x)\right]^2$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 1 nghiệm. **B.** 4 nghiệm. **C.** 3 nghiệm. **D.** 2 nghiệm.

Lời giải

Chọn B.

Xét đa thức bậc bốn $g(x) = 2f(x).f''(x) - \left(f'(x)\right)^2$. Ta có $g'(x) = 2f(x).f'''(x) = 12f(x)$

Vì $g'(x) = 0$ có ba nghiệm phân biệt nên $g(x) = 0$ có tối đa bốn nghiệm.

Vậy phương trình $2f(x).f''(x) = \left[f'(x)\right]^2$ có tối đa bốn nghiệm. Giả sử $x_1 < x_2 < x_3$ là ba nghiệm của $f(x) = 0$. Mà các nghiệm này đều phân biệt nên ta có $f'(x_1), f'(x_2), f'(x_3)$ đều khác 0. Ta có

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(x_1)$	$\nearrow$	$g(x_2)$	$\searrow$	$g(x_3)$	$\nearrow$	$+\infty$

Nhận thấy

$g(x_1) = 2f(x_1).f''(x_1) - \left(f'(x_1)\right)^2 = -\left(f'(x_1)\right)^2 < 0$

$g\left(x_2\right)=2f\left(x_2\right).f''\left(x_2\right)-\left(f'\left(x_2\right)\right)^2=-\left(f'\left(x_2\right)\right)^2<0$

$g\left(x_3\right)=2f\left(x_3\right).f''\left(x_3\right)-\left(f'\left(x_3\right)\right)^2=-\left(f'\left(x_3\right)\right)^2<0$

Nên từ bảng biến thiên suy ra phương trình $g\left(x\right)=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt. Do đó phương trình $2f\left(x\right).f''\left(x\right)=\left[f'\left(x\right)\right]^2$ có đúng hai nghiệm phân biệt.

Câu 50. **[2D1-3-3]** Tìm m để hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}+m$ có giá trị lớn nhất bằng $3\sqrt{2}$.

A. $m=2\sqrt{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=-\sqrt{2}$. **D.** $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Tập xác định của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}+m$ là $D=\left[-2;2\right]$.

Ta có $y'=\dfrac{\sqrt{4-x^2}-x}{\sqrt{4-x^2}}$;

$y'=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}-x=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

Tính được $y\left(\sqrt{2}\right)=m+2\sqrt{2}$, $y\left(-2\right)=m-2$ và $y\left(2\right)=m+2$.

Để ý rằng $m-2<m+2<m+2\sqrt{2}$ nên $\max\limits_{[-2;2]}y=m+2\sqrt{2}\Leftrightarrow m+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}\Leftrightarrow m=\sqrt{2}$.

----------HẾT----------