SỞ GD&ĐT HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT KIM LIÊN

(Đề gồm 6 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 01
NĂM HỌC 2018 – 2019
Môn: Toán 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi 601

Câu 1. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{2}}.\sqrt[8]{x}$ (với $x > 0$).

A. $x^{\frac{5}{16}}$. **B.** $x^{\frac{5}{8}}$. **C.** $x^{\frac{1}{16}}$. **D.** x^4.

Câu 2. Với a,b là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln(a^2b^4)$ bằng:

A. $2\ln a + 4\ln b$. **B.** $4\ln a + 2\ln b$. **C.** $2\ln|a| + 4\ln|b|$. **D.** $4(\ln|a| + \ln|b|)$.

Câu 3. Cho đường thẳng Δ. Xét một đường thẳng l cắt Δ tại một điểm. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ được gọi là

A. hình trụ **B.** hình nón. **C.** mặt trụ. **D.** mặt nón.

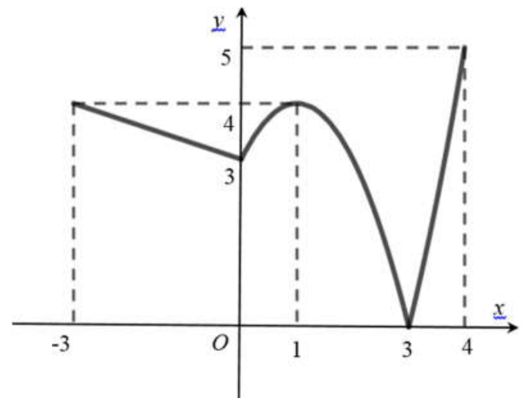
Câu 4. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SB tạo với mặt phẳng đáy góc 45^o . Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-3;4]$ và có đồ thị như hình vẽ bên.

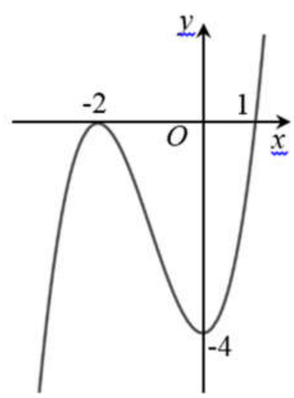
Gọi M và m lần lượt là các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;4]$. Tính $M + m$.

A. 1. **B.** 5.
C. 8. **D.** 7.



Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-4;+\infty)$.
C. $(-1;+\infty)$. **D.** $(-2;0)$.



Câu 7. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3(x^2 - 3x + 9) = 2$ bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 8. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai?***

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số mặt.
B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh gấp đôi số mặt.
C. Số đỉnh của một hình đa diện bất kỳ luôn lớn hơn hoặc bằng 4.
D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh bằng số mặt.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_7 bằng:

A. 15. **B.** 17. **C.** 19. **D.** 13.

Câu 10. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và diện tích toàn phần bằng $3\pi a^2$. Độ dài đường sinh l của hình nón bằng:

A. $l = 2a$. **B.** $l = a$. **C.** $l = 4a$. **D.** $l = a\sqrt{3}$.

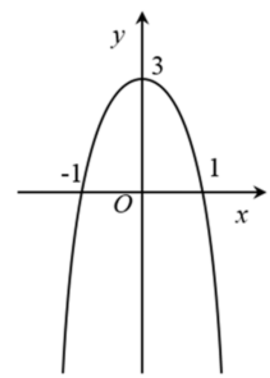
Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 bằng:

A. -3. **B.** -4. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 12. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



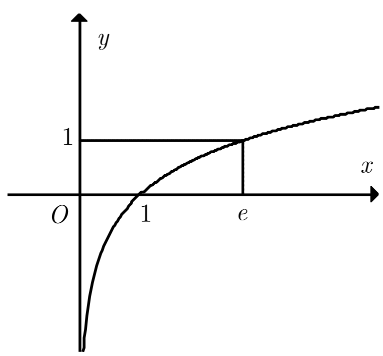
A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$.

C. $y = -x^2 + 3$.

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 13. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = |\ln x|$. **B.** $y = e^x$. **C.** $y = \ln x$. **D.** $y = -e^x$.

Câu 14. Cho khối tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng:

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 15. Mặt cầu bán kính a có diện tích bằng:

A. $\dfrac{4}{3}\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ *ABC. A'B'C'* có diện tích đáy *ABC* bằng *S* và chiều cao bằng *h*. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $2S.h$. **B.** $\dfrac{1}{3}S.h$. **C.** $\dfrac{2}{3}S.h$. **D.** $S.h$.

Câu 17. Tập hợp các điểm M trong không gian cách đều đường thẳng Δ cố định một khoảng R không đổi $(R>0)$ là:

A. hai đường thẳng song song. **B.** một mặt cầu.

C. một mặt nón. **D.** một mặt trụ.

Câu 18. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 10. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 19. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ có hệ số góc bằng:

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** 5. **C.** $-\dfrac{1}{5}$. **D.** -5.

Câu 20. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k=n!$ **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n+k)!}$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!}$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(\cos 2x)-2m-1=0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(\dfrac{-\pi}{3};\dfrac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $\left(\dfrac{-2+\sqrt{2}}{4};\dfrac{1}{4}\right)$. **C.** $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Câu 22. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị *(C)*. Có bao nhiêu điểm M thuộc *(C)* có tung độ là số nguyên dương sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng 3 lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của đồ thị *(C)*.

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 23. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(6-5^x)=1-x$ bằng:

A. 1 **B.** 0. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=4$ bằng:

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 25. Giá trị còn lại của một chiếc xe ôtô loại X thuộc hãng xe Toyota sau t năm kể từ khi mua đã được các nhà kinh tế nghiên cứu và ước lượng bằng công thức $G(t) = 600.e^{-0,12t}$ (triệu đồng). Ông A mua một chiếc xe ôtô loại X thuộc hãng xe đó từ khi xe mới xuất xưởng và muốn bán sau một thời gian sử dụng với giá từ 300 triệu đến 400 triệu đồng. Hỏi ông A phải bán trong khoảng thời gian nào gần nhất với kết quả dưới đây kể từ khi mua ?

A. Từ 2,4 năm đến 3,2 năm. **B.** Từ 3,4 năm đến 5,8 năm.

C. Từ 3 năm đến 4 năm. **D.** Từ 4,2 năm đến 6,6 năm.

Câu 26. Tính đạo hàm của hàm số $y = \left(x^2 - x + 1\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y' = \dfrac{2x-1}{\sqrt[3]{(x^2-x+1)^2}}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{(x^2-x+1)^2}}$. **C.** $y' = \dfrac{2x-1}{3\sqrt[3]{x^2-x+1}}$. **D.** $y' = \dfrac{2x-1}{3\sqrt[3]{(x^2-x+1)^2}}$.

Câu 27. Cho hàm số: $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx - 8$ có đồ thị là *(C)*. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn [-5;5] để đồ thị *(C)* cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số nhân?

A. 8. **B.** 7. **C.** 9 **D.** 11.

Câu 28. Hàm số $f(x) = \log_3(\sin x)$ có đạo hàm là:

A. $f'(x) = \dfrac{\tan x}{\ln 3}$. **B.** $f'(x) = \cot x.\ln 3$. **C.** $f'(x) = \dfrac{1}{\sin x.\ln 3}$. **D.** $f'(x) = \dfrac{\cot x}{\ln 3}$.

Câu 29. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2(m-1)x^2 + m - 2$ đồng biến trên khoảng (1;5) là:

A. $1 < m < 2$. **B.** $m \le 2$. **C.** $1 \le m \le 2$. **D.** $m < 2$.

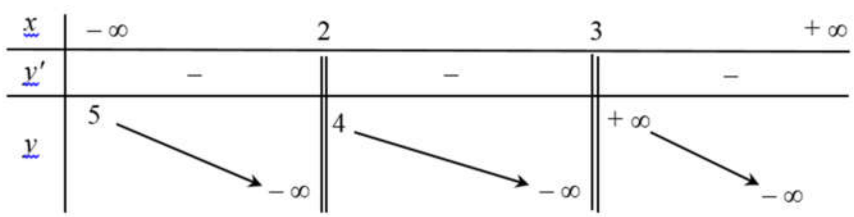
Câu 30. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng d: $y = -x + m$ cắt đồ thị *(C)* hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt *A, B* sao cho $AB \le 2\sqrt{2}$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng:

A. -27. **B.** -6. **C.** 0. **D.** 9.

Câu 31. Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác đều cạnh *a*. Mặt bên *(SBC)* vuông góc với đáy và $\widehat{CSB} = 90^0$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 33. Người ta xếp bảy viên bi là các khối cầu có cùng bán kính R vào một cái lọ hình trụ. Biết rằng các viên bi đều tiếp xúc với hai đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với sáu viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Tính theo R thể tích lượng nước cần dùng để đổ đầy vào lọ sau khi đã xếp bi.

A. $6\pi R^3$. **B.** $18\pi R^3$. **C.** $\dfrac{28\pi R^3}{3}$. **D.** $\dfrac{26\pi R^3}{3}$.

Câu 34. Cho $\log_5 a = 5$ và $\log_3 b = \dfrac{2}{3}$. Tính giá trị biểu thức $I = 2\log_6\left[\log_5(5a)\right] + \log_{\frac{1}{9}} b^3$.

A. $I = 3$. **B.** $I = -2$. **C.** $I = 1$. **D.** $I = 2\log_6 5 + 1$.

Câu 35. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ bằng:

A. 5. **B.** 35. **C.** 45. **D.** 7.

Câu 36. Cho hàm số $y = 7^{\frac{x}{2}}$ có đồ thị *(C)*. Hàm số nào sau đây có đồ thị đối xứng với *(C)* qua đường thẳng có phương trình $y = x$?

A. $y = \log_7 x^2$. **B.** $y = \log_7 \dfrac{x}{2}$. **C.** $y = \dfrac{1}{2}\log_7 x$. **D.** $y = \log_{\sqrt{7}} x$.

Câu 37. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [0;2018]$ để bất phương trình: $m + e^{\frac{x}{2}} \geq \sqrt{e^{2x} + 1}$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$.

A. 2017. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 2016.

Câu 38. Xét các số thực *x,y* thoả mãn $x^2 + y^2 \geq 4$ và $\log_{x^2+y^2}(4x - 2y) \geq 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 3x + 4y - 5$ là $a + b\sqrt{5}$ với *a, b* là các số nguyên. Tính $T = a^3 + b^3$.

A. $T = 152$. **B.** $T = 98$. **C.** $T = 0$. **D.** $T = 250$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^3(2-x)$ $\forall x \in R$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng:

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 40. Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$. Giá trị của $\left(\underset{x\in[2;3]}{Min}\, y\right)^2 + \left(\underset{x\in[2;3]}{Max}\, y\right)^2$ bằng:

A. 16. **B.** $\dfrac{45}{4}$. **C.** $\dfrac{25}{4}$. **D.** $\dfrac{89}{4}$.

Câu 41. Tập nghiệm *S* của bất phương trình $\left(\tan\dfrac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \tan\left(\dfrac{\pi}{7}\right)^{x-1}$ là:

A. $S = (-\infty;-2] \cup [4;+\infty)$. **B.** $S = \left[-2\sqrt{2};2\sqrt{2}\right]$.

C. $S = \left(-\infty;-2\sqrt{2}\right] \cup \left[2\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $S = [-2;4]$.

Câu 42. Cho hình chóp *S.ABC* có đáy là tam giác *ABC* vuông tại *C*, *CH* vuông góc với *AB* tại *H*, *I* là trung điểm của đoạn *HC*. Biết *SI* vuông góc với mặt phẳng đáy, $\widehat{ASB} = 90^0$. Gọi *O* là trung điểm của đoạn *AB*, *O'* là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *ABSI*, α là góc giữa đường thẳng *OO'* và mặt phẳng *(ABC)*. Tính $cos\alpha$.

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 43. Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* với *O* là tâm của đáy và chiều cao $SO = \dfrac{\sqrt{3}}{2}AB$. Tính góc giữa mặt phẳng *(SAB)* và mặt phẳng đáy.

A. 45^0. **B.** 90^0. **C.** 60^0. **D.** 30^0.

Câu 44. Cho hàm số *f(x)* có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-6		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(2x-2) - 2e^x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 45. Cho khối chóp *S.ABC* có thể tích *V*. *M* là một điểm trên cạch *SB*. Thiết diện qua *M* song song với đường thẳng *SA* và *BC* chia khối chóp *S.ABC* thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích phần khối chóp *S.ABC* chứa cạnh *SA*. Biết $\frac{V_1}{V} = \frac{20}{27}$. Tính tỷ số $\frac{SM}{SB}$.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 46. Gọi *n* là số các giá trị của tham số *m* để bất phương trình
$(2m-4)(x^3+2x^2)+(m^2-3m+2)(x^2+2x)-(m^3-m^2-2m)(x+2)<0$ vô nghiệm. Giá trị của *n* bằng:

A. $n=1$. **B.** $n=4$. **C.** $n=2$. **D.** $n=5$.

Câu 47. Cho khối hộp *ABCD. A'B'C'D'* có thể tích bằng 1. Gọi *E, F* lần lượt là các điểm thuộc các cạnh *BB'* và *DD'* sao cho $BE = 2EB', DF = 2FD'$. Tính thể tích khối tứ diện *ACEF*.

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

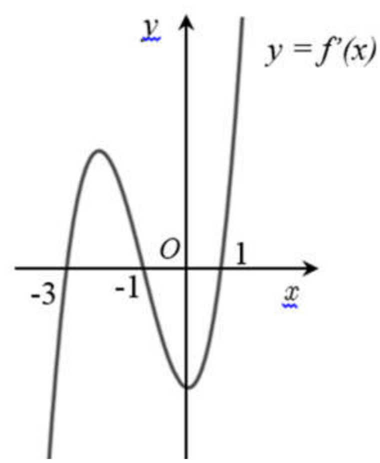
Câu 48. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + 2bx^3 - 3cx^2 - 4dx + 5h \ (a,b,c,d,h \in \mathbb{Z})$.

Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Tập nghiệm thực của phương trình $f(x) = 5h$ có số phần tử bằng:

A. 2. **B.** 1.

C. 3. **D.** 4.



Câu 49. Một đề kiểm tra trắc nghiệm 45 phút môn Tiếng Anh của lớp 10 là một đề gồm 25 câu hỏi độc lập, mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,4 điểm, câu trả lời sai không được điểm. Bạn Bình vì học rất kém môn Tiếng Anh nên làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 25 câu. Gọi *A* là biến cố "Bình làm đúng *k* câu", biết xác suất của biến cố *A* đạt giá trị lớn nhất. Tính *k*.

A. $k=1$. **B.** $k=25$. **C.** $k=6$. **D.** $k=5$.

Câu 50. Cho hình chóp *S.ABCD* có đáy *ABCD* là hình thang vuông tại *C* và *D*, $\widehat{ABC} = 30^0$. Biết $AC = a, CD = \frac{a}{2}, SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và cạnh *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ *B* đến mặt phẳng *(SCD)* bằng:

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

------------- **HẾT** -------------

SỞ GD&ĐT HÀ NỘI	KỲ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
TRƯỜNG THPT KIM LIÊN	NĂM 2018-2019
(*Đề thi có 07 trang*)	Môn thi: Toán 12
	Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mục tiêu: *Đề thi thử Toán THPT Quốc Gia 2019 trường THPT Kim Liên – Hà Nội lần 1 mã đề 606 được biên soạn nhằm giúp các em học sinh khối 12 của trường làm quen và thử sức với kỳ thi tương tự thi THPT Quốc gia môn Toán, để các em có sự chuẩn bị về mặt tâm lý lẫn kiến thức trước khi bước vào kỳ thi chính thức dự kiến được diễn ra vào tháng 06/2019, đề thi có cấu trúc đề khá giống với đề minh họa Toán 2019 mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã từng công bố.*

Câu 1. Với *a, b* là hai số thực khác 0 tùy ý, $\ln\left(a^2b^4\right)$ bằng:

A. $2\ln|a|+4\ln|b|$. **B.** $4\left(\ln|a|+\ln|b|\right)$. **C.** $2\ln a+4\ln b$. **D.** $4\ln a+2\ln b$.

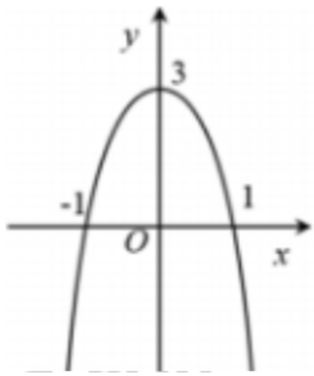
Câu 2. Với k và n là hai số nguyên dương tùy ý thỏa mãn $k\le n$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **C.** $A_n^k=n!$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n+k)!}$

Câu 3. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a và diện tích toàn phần bằng $3\pi a^2$. Độ dài đường sinh l của hình nón bằng:

A. $l=4a$. **B.** $l=a\sqrt{3}$. **C.** $l=2a$. **D.** $l=a$.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^4-2x^2+3$.

B. $y=x^4+2x^2-3$.

C. $y=-x^4+2x^2+3$.

D. $y=-x^2+3$.

Câu 5. Mặt cầu bán kính a có diện tích bằng:

A. $\dfrac{4}{3}\pi a^2$. **B.** πa^2.

C. $4\pi a^2$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy ABC bằng S và chiều cao bằng h. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng:

A. $2S.h$. **B.** $\dfrac{1}{3}S.h$. **C.** $\dfrac{2}{3}S.h$. **D.** $S.h$.

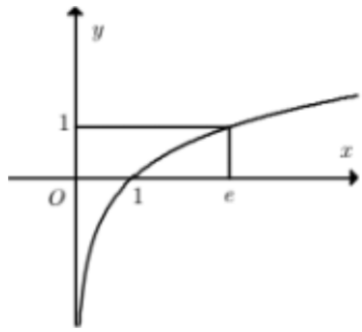
Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 bằng:

A. 0. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 8. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\ln x$. **B.** $y=-e^{x}$.

C. $y=\left|\ln x\right|$. **D.** $y=e^{x}$.

Câu 9. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và cạnh bên SB tạo với đáy một góc $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

C. $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** a^3.

Câu 10. Rút gọn biểu thức $P=x^{\frac{1}{2}}\sqrt[8]{x}$.

A. x^4. **B.** $x^{\frac{5}{16}}$. **C.** $x^{\frac{5}{8}}$. **D.** $x^{\frac{1}{16}}$.

Câu 11. Cho khối tứ diện đều có tất cả các cạnh bằng $2a$. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 12. Tập hợp các điểm M trong không gian cách đường thẳng Δ cố định một khoảng R không đổi $\left(R>0\right)$ là:

A. hai đường thẳng song song. **B.** một mặt cầu.

C. một mặt nón. **D.** một mặt trụ.

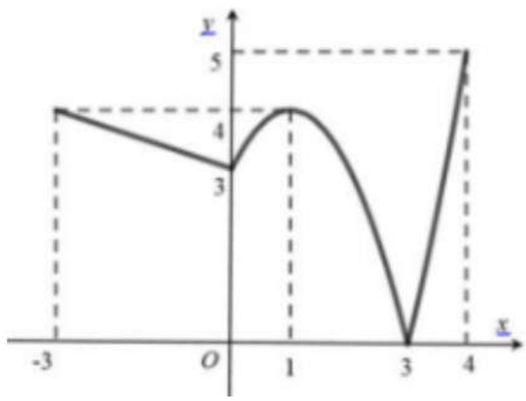
Câu 13. Số nghiệm thực của phương trình $\log_3\left(x^2-3x+9\right)=2$ bằng:

A. 3. **B.** 0 **C.** 1. **D.** 2.

Câu 14. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu $u_1=3$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_7 bằng:

A. 15. **B.** 17. **C.** 19. **D.** 13.

Câu 15. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-3;4\right]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là các giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-3;4\right]$. Tính $M+m$.



A. 5. **B.** 8.

C. 7. **D.** 1

Câu 16. Hình bát diện đều có bao nhiêu đỉnh?

A. 10. **B.** 8.

C. 12. **D.** 6.

Câu 17. Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-3}$ tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ có hệ số góc bằng:

A. 5. **B.** $-\dfrac{1}{5}$. **C.** -5. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 18. Cho đường thẳng Δ. Xét một đường thẳng l cắt Δ tại một điểm. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ được gọi là:

A. mặt trụ. **B.** mặt nón. **C.** hình trụ. **D.** hình nón.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?

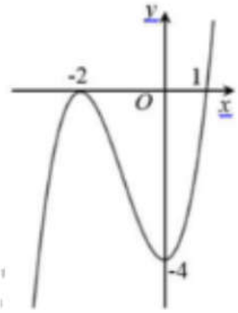
A. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh bằng số mặt.

B. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh gấp đôi số mặt.

C. Số đỉnh của một hình đa diện bất kì luôn lớn hơn hoặc bằng 4.

D. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số mặt.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$.

C. $(-2;0)$. **D.** $(-4;+\infty)$.

Câu 21. Giá trị còn lại của một chiếc xe ô tô loại X thuộc hàng xe Toyota sau r năm kể từ khi mua được các nhà kinh tế nghiên cứu và ước lượng bằng công thức $G(t) = 600.e^{-0,12t}$ (triệu đồng). Ông A mua một chiếc xe ô tô loại X thuộc hãng xe đó từ khi xe mới xuất xưởng và muốn bán sau một thời gian sử dụng với giá từ 300 triệu đến 400 triệu đồng. Hỏi ông A phải bán trong khoảng thời gian nào gần nhất với kết quả dưới đây kể từ khi mua?

A. Từ 2,4 năm đến 3,2 năm. **B.** Từ 3,4 năm đến 5,8 năm.

C. Từ 3 năm đến 4 năm. **D.** Từ 4,2 năm đến 6,6 năm.

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in [0;2018]$ để bất phương trình $m + e^{\frac{\pi}{2}} \geq \sqrt[4]{e^{2x}+1}$ có nghiệm với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 2016. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 2019.

Câu 23. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7$ bằng:

A. 5. **B.** 35. **C.** 45. **D.** 7.

Câu 24. Cho hàm số $y = 7^{\frac{x}{2}}$ có đồ thị (C). Hàm số nào sau đây có đồ thị đối xứng với (C) qua đường thẳng có phương trình $y = x$.

A. $\log_7 x^2$. **B.** $\log_7 \frac{x}{2}$. **C.** $y = \frac{1}{2}\log_7 x$. **D.** $y = \log_{\sqrt{7}} x$.

Câu 25. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_5(6-5^x) = 1-x$ bằng:

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 6.

Câu 26. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \leq \left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x-1}$ là:

A. $S = \left[-2\sqrt{2};2\sqrt{2}\right]$. **B.** $S = \left(-\infty;-2\sqrt{2}\right] \cup \left[2\sqrt{2};+\infty\right)$.

C. $[-2;4]$. **D.** $(-\infty;2] \cup [4;+\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-1)(x+2)^3(2-x)$ $\forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho bằng:

A. 7. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 28. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 6mx - 8$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số nhân?

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 29. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	||	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f\left(x\right)=4$ bằng:

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 30. Cho $\log_3 a=5$ và $\log_3 b=\frac{2}{3}$. Tính giá trị của biểu thức $I=2\log_6\left[\log_5\left(5a\right)\right]+\log_{\frac{1}{9}} b^3$.

A. $I=3$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=1$. **D.** $I=\log_6 5+1$.

Câu 31. Người ta xếp bảy viên bi là các khối cầu có cùng bán kính R vào một cái lọ hình trụ. Biết rằng các viên bi đều tiếp xúc với hai đáy, viên bi nằm chính giữa tiếp xúc với sáu viên bi xung quanh và mỗi viên bi xung quanh đều tiếp xúc với các đường sinh của lọ hình trụ. Tính theo R thể tích lượng nước cần dùng để đổ đầy vào lọ sau khi đã xếp bi.

A. $6\pi R^3$. **B.** $\frac{26\pi R^3}{3}$. **C.** $18\pi R^3$. **D.** $\frac{28\pi R^3}{3}$.

Câu 32. Hàm số $f\left(x\right)=\log_3\left(\sin x\right)$ có đạo hàm là:

A. $f'\left(x\right)=\frac{\cot x}{\ln 3}$. **B.** $f'\left(x\right)=\frac{\tan x}{\ln 3}$. **C.** $f'\left(x\right)=\cot x\ln 3$. **D.** $f'\left(x\right)=\frac{1}{\sin x\ln 3}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(\cos 2x\right)-2m-1=0$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right)$ là:

A. $\left[0;\frac{1}{2}\right]$. **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]$. **C.** $\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$. **D.** $\left(\frac{-2+\sqrt{2}}{4};\frac{1}{4}\right)$.

Câu 34. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị $\left(C\right)$. Có bao nhiêu điểm M thuộc $\left(C\right)$ có tung độ nguyên dương sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng 3 lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của đồ thị $\left(C\right)$.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 35. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $d: y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB \le 2\sqrt{2}$. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng:

A. -6. **B.** 0. **C.** 9. **D.** -27.

Câu 36. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. Giá trị $\left(\min\limits_{x\in[2;3]} y\right)^2+\left(\max\limits_{x\in[2;3]} y\right)^2$ bằng:

A. 16. **B.** $\dfrac{45}{4}$. **C.** $\dfrac{25}{4}$. **D.** $\dfrac{89}{4}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Mặt bên (SBC) vuông góc với đáy và $\angle CSB=90°$. Tính theo a bán kính mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$?

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 38. Tính đạo hàm của hàm số $y=\left(x^2-x+1\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $y'=\dfrac{2x-1}{3\sqrt[3]{x^2-x+1}}$. **B.** $y'=\dfrac{2x-1}{3\sqrt[3]{\left(x^2-x+1\right)^2}}$.

C. $y'=\dfrac{2x-1}{\sqrt[3]{\left(x^2-x+1\right)^2}}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{3\sqrt[3]{\left(x^2-x+1\right)^2}}$.

Câu 39. Xét các số thực x, y thỏa mãn $x^2+y^2\ge 4$ và $\log_{x^2+y^2}(4x-2y)\ge 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=3x+4y-5$ là $a+b\sqrt{5}$ với a, b là các số nguyên. Tính $T=a^3+b^3$.

A. $T=0$. **B.** $T=250$. **C.** $T=152$. **D.** $T=98$.

Câu 40. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m-2$ đồng biến trên $(1;5)$ là

A. $m<2$. **B.** $1<m<2$. **C.** $m\le 2$. **D.** $1\le m\le 2$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	||	$-$	
y	5 ↘		$-\infty$ || 4	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	$-\infty$

Số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 42. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi *E, F* lần lượt là các điểm thuộc các cạnh BB' và DD' sao cho $BE = 2EB'$, $DF = 2FD'$. Tính thể tích khối tứ diện $ACEF$.

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 43. Cho hình chóp *S.ABC* có đáy là tam giác *ABC* vuông tại *C, CH* vuông góc với *AB* tại *H, I* là trung điểm của đoạn *HC*. Biết *SI* vuông góc với mặt phẳng đáy, $\angle ASB = 90°$. Gọi *O* là trung điểm của đoạn *AB, O'* là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện *ABSI, α* là góc giữa OO' và mặt phẳng (ABC). Tính $\cos\alpha$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 44. Gọi *n* là số các giá trị của tham số *m* để bất phương trình $(2m-4)(x^3+2x^2)+(m^2-3m+2)(x^2+2x)-(m^3-m^2-2m)(x+2)<0$ vô nghiệm. Giá trị của *n* bằng:

A. $n=5$. **B.** $n=1$. **C.** $n=4$. **D.** $n=2$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-6		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$		$-$		$+$	

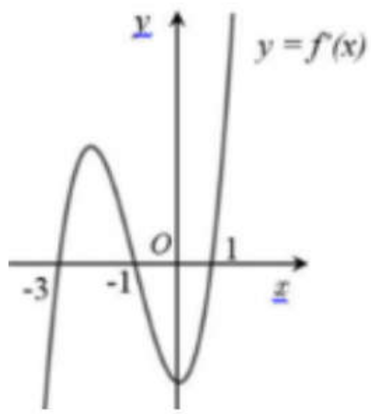
Hàm số $f(2x-2)-2e^x$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* với *O* là tâm của đáy và chiều cao $SO=\frac{\sqrt{3}}{2}AB$. Tính góc giữa mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng đáy.

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)=ax^4+2bx^3-3cx^2-4dx+5h$ $(a,b,c,d,h\in\mathbb{Z})$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm thực của phương trình $f(x)=5h$ có số phần tử bằng:



A. 3. **B.** 4.

C. 2. **D.** 1.

Câu 48. Một đề kiểm tra trắc nghiệm 45 phút môn Tiếng Anh của lớp 10 là một đề gồm 25 câu hỏi độc lập, mỗi câu có 4 đáp án trả lời trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,4 điểm, câu trả lời sai không được điểm. Bạn Bình vì học kém môn Tiếng Anh nên làm bài theo cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 25 câu. Gọi *A* là biến cố "Bình làm đúng *k* câu", biết xác suất của biến cố *A* đạt giá trị lớn nhất. Tính *k*.

A. $k=5$. **B.** $k=1$. **C.** $k=25$. **D.** $k=6$.

Câu 49. Cho khối chóp *S.ABC* có thể tích *V. M* là một điểm trên cạnh *SB*. Thiết diện qua *M* song song với đường thẳng *SA* và *BC* chia khối chóp thành hai phần. Gọi V_1 là thể tích phần khối chóp *S.ABC* chứa cạnh *SA*. Biết $\frac{V_1}{V}=\frac{20}{27}$. Tính tỉ số $\frac{SM}{SB}$.

A. $\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại C và D, $\angle ABC = 30°$. Biết $AC = a, CD = \frac{a}{2}, SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) bằng:

A. $a\sqrt{6}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

ĐÁP ÁN

1. A	**2. A**	**3. C**	**4. A**	**5. C**	**6. D**	**7. A**	**8. A**	**9. C**	**10. C**
11. D	**12. D**	**13. D**	**14. A**	**15. A**	**16. D**	**17. B**	**18. B**	**19. D**	**20. B**
21. B	**22. D**	**23. B**	**24. D**	**25. B**	**26. D**	**27. D**	**28. A**	**29. C**	**30. C**
31. B	**32. A**	**33. A**	**34. C**	**35. A**	**36. D**	**37. C**	**38. B**	**39. D**	**40. C**
41. C	**42. B**	**43. A**	**44. B**	**45. A**	**46. B**	**47. B**	**48. D**	**49. B**	**50. B**

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng các công thức:

$\log_a f(x)+\log_a g(x)=\log_a\left[f(x)g(x)\right]\ \left(0<a\neq 1, f(x)>0, g(x)>0\right)$

$\log_{a^n} b^m=\dfrac{m}{n}\log_a b\ \ (0<a\neq 1, b>0)$

Cách giải

Ta có: $\ln\left(a^2b^4\right)=\ln a^2+\ln b^4=2\ln|a|+4\ln|b|$.

Câu 2. Chọn đáp án A

Phương pháp

Sử dụng công thức chỉnh hợp: $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Cách giải

Ta có: $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 3. Chọn đáp án C

Phương pháp

Sử dụng công thức tính diện tích toàn phần của hình nón $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2$ trong đó r, l lần lượt là bán kính đáy và độ dài đường sinh của hình nón.

Cách giải

Ta có: $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2 \Leftrightarrow 3\pi a^2=\pi.a.l+\pi a^2 \Leftrightarrow 2\pi a^2=\pi al \Leftrightarrow l=2a$.

Câu 4. Chọn đáp án A

Phương pháp

Dựa vào $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ và các giao điểm của đồ thị hàm số với trục hoành.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty \Rightarrow$ Loại đáp án B.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt có hoành độ 1 và -1 nên chọn đáp án A vì:

Phương trình hoành độ giao điểm $-x^4-2x^2+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=-3\ \left(vo\ nghiem\right)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Câu 5. Chọn đáp án C

Phương pháp

Diện tích mặt cầu bán kính a là $S = 4\pi a^2$.

Cách giải

Diện tích mặt cầu bán kính a là $S = 4\pi a^2$.

Câu 6. Chọn đáp án D.

Phương pháp

Thể tích khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng S là $V = S.h$.

Cách giải

Thể tích khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng S là $V = S.h$.

Câu 7. Chọn đáp án A.

Phương pháp

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = x_0$ khi và chỉ khi qua điểm $x = x_0$ đạo hàm y' đổi dấu từ dương sang âm.

Cách giải

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y = f\left(x\right)$ đạt cực đại tại điểm $x = 0$.

Chú ý: Không kết luận hàm số $y = f\left(x\right)$ đạt cực đại tại điểm $x = -3$.

Câu 8. Chọn đáp án A.

Phương pháp

Hàm mũ $y = a^x$ và hàm trị tuyệt đối $y = \left|f\left(x\right)\right|$ luôn nằm phía trên trục Ox.

Cách giải

Hàm số $y = \left|\ln x\right|$ và $y = e^x$ luôn nằm phía trên trục Ox, hàm số $y = -e^x$ luôn nằm phía dưới trục Ox, do đó loại các đáp án B, C, D.

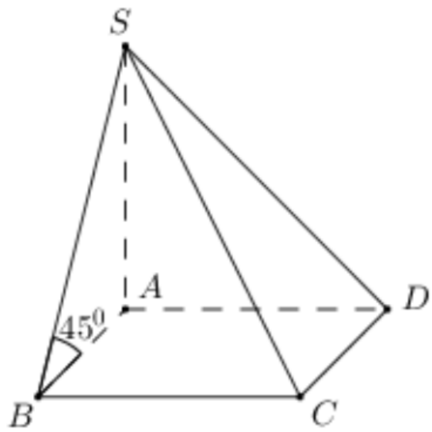
Câu 9. Chọn đáp án C.

Phương pháp

+) Xác định góc giữa SB và mặt đáy.

+) Tính SA.

+) Tính thể tích $V = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}$.



Cách giải

Ta có: $SA \perp \left(ABCD\right) \Rightarrow AB$ là hình chiếu của SB lên $\left(ABCD\right)$.

$\Rightarrow \angle\left(SB;\left(ABCD\right)\right) = \angle\left(SB;AB\right) = \angle SBA = 45^\circ$ (Do $\angle SBA < 90^\circ$)

Xét tam giác vuông SAB ta có: $SA = AB.\tan 45^\circ = a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.a.a^2 = \dfrac{a^3}{3}$.

Câu 10. Chọn đáp án C.

Phương pháp

Sử dụng các công thức: $\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{m}{n}}; a^m.a^n = a^{m+n}$.

Cách giải

Ta có: $P = x^{\frac{1}{2}}\sqrt[8]{x} = x^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{8}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{8}} = x^{\frac{5}{8}}$.

Câu 11. Chọn đáp án D.

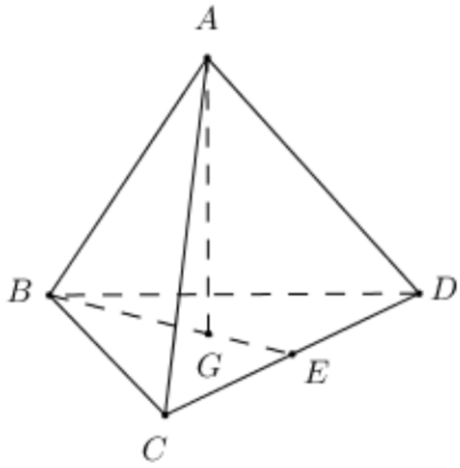
Phương pháp

+) Gọi G là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow AG \perp (BCD)$.

+) Áp dụng định lí Pytago tính AG.

+) Tính thể tích $V_{ABCD} = \frac{1}{3}AG.S_{BCD}$.

Cách giải



Gọi G là trọng tâm tam giác $BCD \Rightarrow AG \perp (BCD)$.

Gọi E là trung điểm của CD. Do BCD là tam giác đều cạnh $2a \Rightarrow BE = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

$\Rightarrow BG = \frac{2}{3}BE = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Áp dụng định lí Pytago trong tam giác vuông ABG ta có: $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \frac{2a\sqrt{6}}{3}$.

Tam giác BCD đều cạnh $2a \Rightarrow S_{BCD} = \frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3}AG.S_{BCD} = \frac{1}{3}.\frac{2a\sqrt{6}}{3}.a^2\sqrt{3} = \frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 12. Chọn đáp án D.

Phương pháp

Sử dụng khái niệm mặt trụ: Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l song song với Δ, cách Δ một khoảng R không đổi là mặt trụ tròn xoay trục Δ, đường sinh l, bán kính R.

Cách giải

Tập hợp các điểm M trong không gian cách đường thẳng Δ cố định một khoảng R không đổi $(R > 0)$ là một mặt trụ.

Câu 13. Chọn đáp án D.

Phương pháp

Giải phương trình logarit cơ bản: $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$.

Cách giải

Ta có: $\log_3(x^2 - 3x + 9) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 9 = 9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 14. Chọn đáp án A.

Phương pháp

Sử dụng công thức SHTQ của cấp số cộng: $u_n = u_1 + (n-1)d$.

Cách giải

Ta có: $u_7 = u_1 + 6d = 3 + 6.2 = 15$.

Câu 15. Chọn đáp án A.

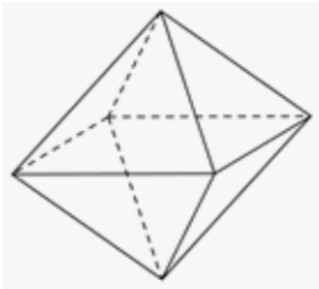
Phương pháp

GTLN, GTNN của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên $\left[-3;4\right]$ lần lượt là giá trị của điểm cao nhất và điểm thấp nhất của đồ thị hàm số trên $\left[-3;4\right]$.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta dễ dàng suy ra được $M=\max\limits_{[-3;4]} f\left(x\right)=5; m=\min\limits_{[-3;4]} f\left(x\right)=0$.

Vậy $M+m=5+0=5$.



Câu 16. Chọn đáp án D.

Phương pháp

Nhìn hình vẽ.

Cách giải

Hình bát diện đều có 6 đỉnh.

Câu 17. Chọn đáp án B.

Phương pháp

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tại điểm có hoành độ $x=x_0$ là $f'\left(x_0\right)$.

Cách giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. Ta có: $y'=\dfrac{1.(-3)-1.2}{\left(2x-3\right)^2}=\dfrac{-5}{\left(2x-3\right)^2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x_0=-1$ là $y'\left(-1\right)=\dfrac{-5}{\left[2\left(-1\right)-3\right]^2}=-\dfrac{1}{5}$.

Câu 18. Chọn đáp án B.

Phương pháp

Sử dụng khái niệm mặt nón: Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l cắt Δ khi xoay quanh Δ được gọi là mặt nón tròn xoay.

Cách giải

Cho đường thẳng Δ. Xét một đường thẳng l cắt Δ tại một điểm. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng l khi quay quanh đường thẳng Δ được gọi là mặt nón.

Câu 19. Chọn đáp án D.

Cách giải

Đáp án A đúng vì tứ diện có 4 đỉnh và 4 mặt.

Đáp án B đúng vì hình lập phương có 12 cạnh và 6 mặt.

Đáp án C đúng, khối đa diện có ít đỉnh nhất là khối tứ diện, có 4 đỉnh.

Câu 20. Chọn đáp án B.

Phương pháp

Dựa vào đồ thị hàm số, xác định khoảng mà trong khoảng đó theo chiều từ trái sang phải đồ thị hàm số luôn đi lên.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 21. Chọn đáp án B.

Phương pháp

Tìm t để $300\le G\left(t\right)\le 400$.

Cách giải

Theo bài ra ta có:

$300 \le G(t) = 600.e^{-0,12t} \le 400 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le e^{-0,12t} \le \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow \ln\frac{1}{2} \le -0,12t \le \ln\frac{2}{3} \Leftrightarrow 3,4 \le t \le 5,8$

Vậy ông A phải bán trong khoảng thời gian từ 3,4 năm đến 5,8 năm.

Câu 22. Chọn đáp án D.

Phương pháp

Sử dụng phương pháp đồ thị hàm số giải bất phương trình.

Cách giải

Để bất phương trình $m + e^{\frac{\pi}{2}} \ge \sqrt[4]{e^{2x}+1} = f(x)$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m + e^{\frac{\pi}{2}} \ge \max\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt[4]{e^{2x}+1}$ ta có: $f'(x) = \frac{1}{4}\left(e^{2x}+1\right)^{\frac{-3}{4}}.2e^{2x} > 0\ \forall x \in \mathbb{R}$.

BBT:

t	$-\infty$		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT ta thấy BPT nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m + e^{\frac{\pi}{2}} > 1 \Leftrightarrow m > 1 - e^{\frac{\pi}{2}} \approx -3,81$.

Kết hợp điều kiện đề bài $\Rightarrow \begin{cases} m \in [0;2018] \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$ có 2019 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 23. Chọn đáp án B.

Phương pháp

Sử dụng khai triển nhị thức Newton: $(a+b)^n = \sum\limits_{k=0}^{n} C_n^k a^k b^{n-k}$.

Cách giải

Ta có: $\left(\sqrt[3]{x} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^7 = \sum\limits_{k=0}^{7} C_7^k \left(\sqrt[3]{x}\right)^{7-k}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^k = \sum\limits_{k=0}^{7} C_7^k x^{\frac{7-k}{3}} x^{-\frac{k}{4}} = \sum\limits_{k=0}^{7} C_7^k x^{\frac{7-k}{3}-\frac{k}{4}}$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $\frac{7-k}{3} - \frac{k}{4} = 0 \Leftrightarrow \frac{28-4k-3k}{12} = 0 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển trên là $C_7^4 = 35$.

Câu 24. Chọn đáp án D.

Phương pháp

Đồ thị hàm số $y = \log_a x$ và $y = a^x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

Cách giải

Ta có: $y = 7^{\frac{x}{2}} = \left(\sqrt{7}\right)^x$. Do đó hàm số có đồ thị đối xứng với (C) qua đường thẳng có phương trình $y = x$ là $y = \log_{\sqrt{7}} x$.

Chú ý: Nhiều HS nhầm lẫn như sau: Hàm số có đồ thị đối xứng với (C) qua đường thẳng có phương trình $y=x$ là $y=\log_7 \frac{x}{2}$ và chọn đáp án B.

Câu 25. Chọn đáp án B.

Phương pháp

+) Giải phương trình logarit cơ bản: $\log_a f(x)=b \Leftrightarrow f(x)=a^b$.

+) Giải phương trình bậc cao đối với hàm số mũ.

Cách giải

$$\log_5\left(6-5^x\right)=1-x \Leftrightarrow 6-5^x=5^{1-x}=\frac{5}{5^x}$$

$$\Leftrightarrow \left(5^x\right)^2-6.5^x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5^x=5\\5^x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{0;1\}$.

Câu 26. Chọn đáp án D.

Phương pháp

Giải bất phương trình mũ cơ bản: $a^{f(x)} \le a^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases}0<a<1\\f(x)\ge g(x)\end{cases}$.

Cách giải

$$\left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x^2-x-9} \le \left(\tan\frac{\pi}{7}\right)^{x-1} \Leftrightarrow x^2-x-9 \ge x-1 \Leftrightarrow x^2-2x-8\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\ge 4\\x\le 2\end{array}\right.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$

Câu 27. Chọn đáp án D.

Phương pháp

Số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là số nghiệm bội lẻ phân biệt của phương trình $f'(x)=0$.

Cách giải

Xét phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(x-1)(x+2)^3(2-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-2\\x=2\end{array}\right.$.

Hàm số không đạt cực trị tại điểm $x=0$ vì đó là nghiệm bội hai của phương trình $f'(x)=0$. Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 28. Chọn đáp án A.

Phương pháp

+) Xét phương trình hoành độ giao điểm, tìm điều kiện để phương trình hoành độ giao điểm có 3 nghiệm phân biệt.

+) Sử dụng tính chất của cấp số nhân: $u_{n-1}.u_{n+1}=u_n^2$.

Cách giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$x^3-3mx^2+6mx-8=0 \Leftrightarrow (x-2)(x^2+2x+4)-3mx(x-2)=0$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[x^2+(2-3m)x+4\right]=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ g(x)=x^2+(2-3m)x+4=0 \ (*) \end{array}\right.$

Để đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác 2.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=(2-3m)^2-16>0 \\ g(2)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2-12m-12>0 \\ 4+4-6m+4\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<\dfrac{-2}{3} \end{array}\right. \\ m\neq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<\dfrac{-2}{3} \end{array}\right.$.

Giả sử $x_1,x_2\,(x_1<x_2)$ là 2 nghiệm phân biệt của phương trình (*). Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=3m-2 \\ x_1x_2=4 \end{cases}$

TH1: $x_1,x_2,2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân $\Rightarrow 2x_1=x_2^2$.

$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x_2^2}{2}+x_2=3m-2 \\ \dfrac{x_2^2}{2}x_2=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2=2 \\ 4=3m-2 \end{cases} \Leftrightarrow m=2\ (ktm)$.

TH2: $x_1,2,x_2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân $\Leftrightarrow x_1x_2=4$ (luôn đúng với mọi $m>2$ hoặc $m<\dfrac{-2}{3}$)

TH3: $2;x_1;x_2$ theo thứ tự lập thành cấp số nhân, tương tự TH1 ta tìm được $m=2$ (ktm).

Vậy kết hợp điều kiện đề bài $\Rightarrow m\in\left[-5;\dfrac{-2}{3}\right)\cup(2;5] \Rightarrow$ có 8 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 29. Chọn đáp án C.

Phương pháp

Số nghiệm của phương trình $f(x)=4$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=4$ song song với trục hoành.

Cách giải

Số nghiệm của phương trình $f(x)=4$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=4$ song song với trục hoành.

Dựa vào BBT ta thấy đường thẳng $y=4$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $f(x)=4$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 30. Chọn đáp án C.

Phương pháp

Sử dụng các công thức:

$\log_a f(x)+\log_a g(x)=\log_a\left[f(x)g(x)\right]\ \left(0<a\neq 1, f(x)>0, g(x)>0\right)$

$\log_{a^n} b^m=\dfrac{m}{n}\log_a b\ \left(0<a\neq 1, b>0\right)$

Cách giải

$I=2\log_6\left[\log_5(5a)\right]+\log_{\frac{1}{9}}b^3=2\log_6\left[1+\log_5 a\right]-\frac{3}{2}\log_3 b=2\log_6 6-\frac{3}{2}.\frac{2}{3}=2.1-1=1.$

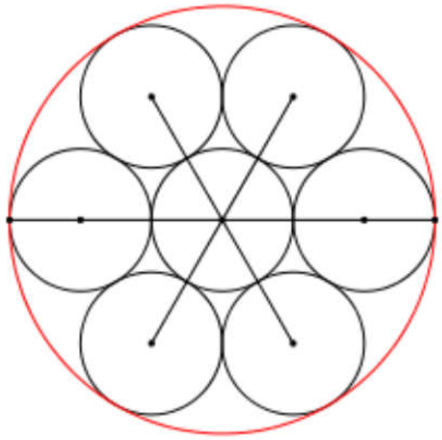
Câu 31. Chọn đáp án B.

Phương pháp

+) Xác định bán kính đáy và chiều cao hình trụ.

+) Tính thể tích khối trụ

+) Tính tổng thể tích 7 viên bi, từ đó suy ra thể tích lượng nước cần dùng.



Cách giải

Ta mô phỏng hình vẽ đáy của hình trụ như sau:

Khi đó ta có $R_{ht}=3R$ và chiều cao hình trụ chính bằng đường kính viên bi và $h=2R$.

$\Rightarrow V_{ht}=\pi R_{ht}^2.h=\pi.(3R)^2.2R=18\pi R^3$

Thể tích 7 viên bi là $7.\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{28\pi R^3}{3}$.

Vậy thể tích lượng nước cần dùng để đổ đầy vào lọ sau khi đã xếp bi là $18\pi R^3-\frac{28\pi R^3}{3}=\frac{26\pi R^3}{3}$

Câu 32. Chọn đáp án A.

Phương pháp

$(\log_a u)'=\frac{u'}{u\ln a}$.

Cách giải

$f'(x)=\frac{(\sin x)'}{\sin x\ln 3}=\frac{\cos x}{\sin x\ln 3}=\frac{\cot x}{\ln 3}$.

Câu 33. Chọn đáp án A.

Phương pháp

+) Đặt $t=\cos 2x$, tìm khoảng giá trị của *t*.

+) Đưa phương trình về dạng $f(t)=2m+1$. Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(t)$ và đường thẳng $y=2m+1$ song song với trục hoành.

Cách giải

Đặt $t=\cos 2x$, vì $x\in\left(-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{4}\right)\Rightarrow 2x\in\left(-\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow\cos 2x\in\left[-1;0\right)$.

Phương trình trở thành $f(t)=2m+1$ có nghiệm thuộc $\left(-\frac{1}{2};1\right]$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(t)$ và đường thẳng $y=2m+1$ song song với trục hoành.

Dựa vào BBT ta có để phương trình trở thành $f(t)=2m+1$ có nghiệm thuộc $\left(-\frac{1}{2};1\right]$ thì $1\le 2m+1\le 2\Leftrightarrow 0\le m\le\frac{1}{2}$.

Vậy $m \in \left[0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Câu 34. Chọn đáp án C.

Phương pháp

+) Xác định các đường tiệm cận của đồ thị (C).

+) Gọi $M\left(m;\dfrac{2m+1}{m-1}\right) \in (C)$. Tính khoảng cách từ M đến các đường tiệm cận.

+) Giải phương trình khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng 3 lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang tìm m.

Cách giải

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ có TCĐ là $x = 1 \Leftrightarrow x - 1 = 0\ (d_1)$ và TCN: $y = 2 \Leftrightarrow y - 2 = 0\ (d_2)$.

Gọi $M\left(m;\dfrac{2m+1}{m-1}\right) \in (C)$ ta có:

$$d(M;d_1) = |m-1|; d(M;(d_2)) = \left|\frac{2m+1}{m-1} - 2\right| = \frac{3}{|m-1|}$$

Vì khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng bằng 3 lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang nên

$$d(M;d_1) = 3d(M;(d_2)) \Leftrightarrow |m-1| = \frac{9}{|m-1|} \Leftrightarrow (m-1)^2 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \Rightarrow M(4;3)\ (tm) \\ m = -2 \Rightarrow M(-2;1)\ (tm) \end{array}\right.$$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35. Chọn đáp án A.

Phương pháp

+) Tìm điều kiện để phương trình hoành độ giao điểm.

+) Tính độ dài AB và áp dụng định lí Vi-ét.

Cách giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm

$$-x + m = \frac{-2x+1}{x+1}\ (x \neq -1) \Leftrightarrow -x^2 - x + mx + m = -2x + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m+1)x - m + 1 = 0\ (*)$$

Để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B thì phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt khác -1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - 4(-m+1) > 0 \\ 1 + m + 1 - m + 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 6m - 3 > 0 \\ 3 \neq 0\ (luon\ dung) \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > -3 + 2\sqrt{3} \\ m < -3 - 2\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Gọi $A(x_A; -x_A + m); B(x_B; -x_B + m)$, khi đó x_A, x_B là 2 nghiệm phân biệt của phương trình (*). Áp dụng định lí Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_A + x_B = m + 1 \\ x_A x_B = -m + 1 \end{cases}$.

Ta có:

$AB^2=\left(x_A-x_B\right)^2+\left(-x_A+m+x_B-m\right)^2=2\left(x_A-x_B\right)^2=2\left[\left(x_A+x_B\right)^2-4x_1x_2\right]$

$=2\left[\left(m+1\right)^2-4\left(-m+1\right)\right]=2\left(m^2+6m-3\right)\le 8\Leftrightarrow m^2+6m-3\le 4\Leftrightarrow -7\le m\le 1$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\ m\in\left[-7;-3-2\sqrt{3}\right)\cup\left(-3+2\sqrt{3};1\right]\end{cases}\Leftrightarrow S=\left\{-7;1\right\}$.

Câu 36. Chọn đáp án D.

Phương pháp

Hàm số bậc nhất trên bậc nhất đơn điệu trên từng khoảng xác định của nó.

Cách giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$. Ta có $y'=\dfrac{-3}{\left(x-1\right)^2}<0\ \forall x\in D\Rightarrow$ Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left[2;3\right]$.

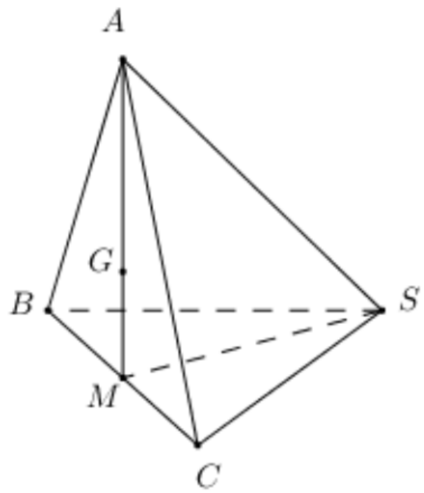
$\Rightarrow\begin{cases}\min\limits_{x\in[2;3]}y=y\left(3\right)=\dfrac{5}{2}\\ \max\limits_{x\in[2;3]}y=4\end{cases}\Rightarrow\left(\min\limits_{x\in[2;3]}y\right)^2+\left(\max\limits_{x\in[2;3]}y\right)^2=\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+4^2=\dfrac{89}{4}$.

Câu 37. Chọn đáp án C.

Phương pháp

+) Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Chứng minh G là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

+) Trung tuyến của tam giác đều cạnh a là $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Cách giải

Gọi G là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC\Rightarrow GA=GB=GC$ (1).

Gọi M là trung điểm của BC ta có:

$\begin{cases}\left(ABC\right)\cap\left(SBC\right)=BC\\ \left(ABC\right)\perp\left(SBC\right)\\ AM\subset\left(ABC\right),AM\perp BC\end{cases}\Rightarrow AM\perp\left(SBC\right)$.

Lại có ΔSBC vuông tại S (gt) $\Rightarrow$ M là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBC.

$\Rightarrow SM$ là trục của tam giác SBC. Mà $G\in AM\Rightarrow GS=GB=GC$ (2).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow GA=GB=GC=GS\Rightarrow G$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp chóp $S.ABC$.

Tam giác ABC đều cạnh a $\Rightarrow AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow GA=\dfrac{2}{3}AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 38. Chọn đáp án B.

Phương pháp

Sử dụng công thức $\left(u^n\right)'=nu^{n-1}.u'$.

Cách giải

Ta có: $y'=\dfrac{1}{3}\left(x^2-x+1\right)^{\frac{-2}{3}}\left(2x-1\right)=\dfrac{2x-1}{3\sqrt[3]{\left(x^2-x+1\right)^2}}$

Câu 39. Chọn đáp án D.

Câu 40. Chọn đáp án C.

Phương pháp

+) Tính y'.

+) Dựa vào giá trị của *m*, xét dấu y' và tìm điều kiện để hàm số có $y'>0\ \forall x\in(1;5)$.

Cách giải

Ta có: $y'=4x^3-4(m-1)x=0\Leftrightarrow 4x\left(x^2-m+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m-1\end{array}\right.$.

TH1: $m\le 1\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=0$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;0)$

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(1;5)$ ™.

TH2: $m>1\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{m-1}\\x=-\sqrt{m-1}\end{array}\right.$

Bảng xét dấu y':

y'	$-\infty$	$-$	$-\sqrt{m-1}$	$+$	0	$-$	$\sqrt{m-1}$	$+$	$+\infty$

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy để hàm số đồng biến trên $(1;5)$ $\Leftrightarrow\sqrt{m-1}\le 1\Leftrightarrow m\le 2$.

$\Rightarrow 1<m\le 2$.

Kết hợp 2 trường hợp ta có $m\le 2$.

Câu 41. Chọn đáp án C.

Phương pháp

Cho hàm số $y=f(x)$.

+) Nếu $\lim\limits_{x\to\infty}y=y_0\Rightarrow y=y_0$ là TCN của đồ thị hàm số.

+) Nếu $\lim\limits_{x\to x_0}y=\infty\Rightarrow x=x_0$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Cách giải

Dựa vào BBT ta thấy:

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=5\Rightarrow y=5$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 2^-}y=-\infty\Rightarrow x=2$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 3^-}y=-\infty;\lim\limits_{x\to 3^+}y=+\infty\Rightarrow x=3$ TCĐ của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

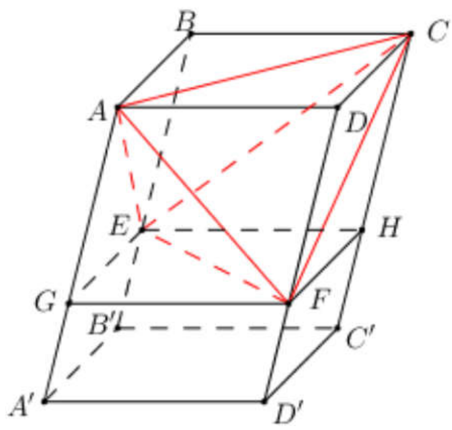
Câu 42. Chọn đáp án B.

Phương pháp

Phân chia và lắp ghép các khối đa diện.

Cách giải

Lấy $G \in AA', H \in CC'$ sao cho $AG = 2GA', CH = 2HC'$, dễ thấy $(EGFH)//(ABCD)$ và $V_{ABCD.EGFH} = \frac{2}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{2}{3}$.



Ta có: $V_{ABCD.EGFH} = V_{A.GEF} + V_{C.EFH} + V_{F.ACD} + V_{E.ABC} + V_{ACEF}$

$\Rightarrow V_{ACEF} = V_{ABCD.EGFH} - \left(V_{A.GEF} + V_{C.EFH} + V_{F.ACD} + V_{E.ABC}\right)$

$= \frac{2}{3} - 4.\frac{1}{6}.\frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

Câu 43. Chọn đáp án A.

Phương pháp

+) Chứng minh tam giác SHC đều, kẻ $CK \perp SH$, chứng minh $CK//OO'$.

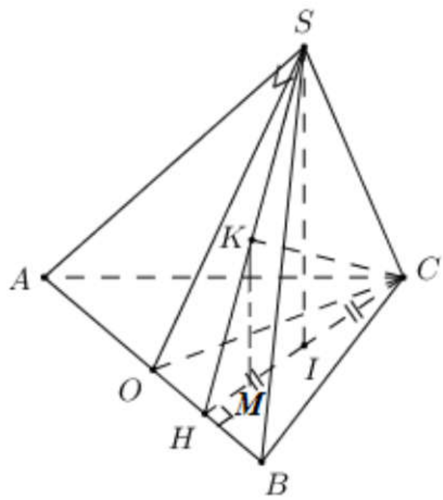
+) $CK//OO' \Rightarrow \angle\left(OO';(ABC)\right) = \angle\left(CK;(ABC)\right)$.

+) Xác định góc giữa CK và (ABC) và tính góc đó.

Cách giải

Ta có: $SI \perp (ABC) \Rightarrow SI \perp HC$.

Xét tam giác SHC có SI là trung tuyến đồng thời là đường cao $\Rightarrow \Delta SHC$ cân tại $S \Rightarrow SH = SC$ (1)



Ta có: $\begin{cases} AB \perp HC \\ AB \perp SI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SHC) \Rightarrow AB \perp SH$.

Do ΔABC vuông tại C và ΔSAB vuông tại S, lại có O là trung điểm của $AB \Rightarrow OA = OB = OS = OC$.

Xét tam giác OSH và tam giác vuông OCH có:

$OS = OC(cmt); OH\ chung$

$\Rightarrow \Delta OSH = \Delta OCH$ (cạnh huyền – cạnh góc vuông) $\Rightarrow SH = CH$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \Delta SHC$ đều.

Gọi K là trung điểm của SH ta có $CK \perp SH$.

Do $AB \perp (SHC)$ $(cmt) \Rightarrow AB \perp CK \Rightarrow CK \perp (SAB)$ (3).

Vì tam giác SAB vuông tại $S \Rightarrow O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔSAB.

O' là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABSI \Rightarrow OO'$ là trục của $\Delta SAB \Rightarrow OO' \perp (SAB)$ (4).

Từ (3) và (4) $\Rightarrow CK//OO' \Rightarrow \angle\left(OO';(ABC)\right) = \angle\left(CK;(ABC)\right)$.

Trong (SHC) kẻ $KM//SI$ $(M \in CH) \Rightarrow CM$ là hình chiếu của CK trên (ABC).

$\Rightarrow \angle\left(CK,(ABC)\right) = \angle(CK, CM) = \angle KCM = \angle KCH$.

Do tam giác SHC là tam giác đều (cmt) $\Rightarrow$ Đường cao CK đồng thời là phân giác $\Rightarrow \angle KCH = 30°$.

Vậy $\angle\left(OO';(ABC)\right) = 30° \Rightarrow \alpha = 30° \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 44. Chọn đáp án B.

Phương pháp

Đưa bất phương trình về dạng tích và biện luận.

Cách giải

$\left(2m-4\right)\left(x^3+2x^2\right)+\left(m^2-3m+2\right)\left(x^2+2x\right)-\left(m^3-m^2-2m\right)\left(x+2\right)<0$

$\Leftrightarrow 2x^2\left(m-2\right)\left(x+2\right)+x\left(m-1\right)\left(m-2\right)\left(x+2\right)-m\left(m+1\right)\left(m-2\right)\left(x+2\right)<0$

$\Leftrightarrow \left(m-2\right)\left(x+2\right)\left[2x^2+\left(m-1\right)x-m\left(m+1\right)\right]<0$

$\Leftrightarrow \left(m-2\right)\left(x+2\right)\left(x+m\right)\left(2x-m-1\right)<0\ (*)$

TH1: $m=2\Rightarrow 0<0\Rightarrow$ Bất phương trình vô nghiệm $\Rightarrow m=2\ (tm)$.

TH2: $m\neq 2$, vế trái (*) $f\left(x\right)=\left(m-2\right)\left(x+2\right)\left(x+m\right)\left(2x-m-1\right)$ là đa thức bậc ba, do đó luôn tồn tại $x_0\in\mathbb{R}$ để $f\left(x_0\right)<0\Rightarrow$ Bất phương trình luôn có nghiệm $\forall m\neq 2$.

Vậy tồn tại duy nhất $m=2$ để bất phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 45. Chọn đáp án A.

Phương pháp

+) Sử dụng công thức tính đạo hàm của hàm hợp tính đạo hàm của hàm số $g\left(x\right)=f\left(2x-2\right)-2e^x$.

+) Xét dấu $g'\left(x\right)$ trên từng khoảng ở các đáp án và kết luận.

Cách giải

Đặt $g\left(x\right)=f\left(2x-2\right)-2e^x$ ta có: $g'\left(x\right)=2f'\left(2x-2\right)-2e^x=2\left[f'\left(2x-2\right)-e^x\right]$

Với $x\in\left(0;1\right)$ ta có $\begin{cases}2x-2\in\left(-2;0\right)\Rightarrow f'\left(2x-2\right)<0\\ x\in\left(0;1\right)\Rightarrow e^x\in\left(1;e\right)>0\end{cases}$

$\Rightarrow g'\left(x\right)=2\left[f'\left(2x-2\right)-e^x\right]<0\ \forall x\in\left(0;1\right)\Rightarrow$ Hàm số $f\left(2x-2\right)-2e^x$ nghịch biến trên $\left(0;1\right)$.

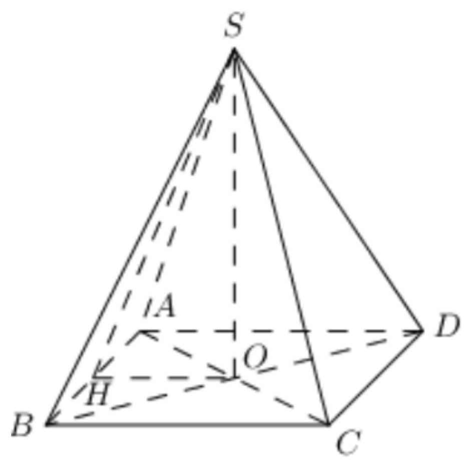
Câu 46. Chọn đáp án B.

Phương pháp

+) Gọi H là trung điểm của AB. Chứng minh $\angle\left(\left(SAB\right);\left(ABCD\right)\right)=\angle SHO$.

+) Tính $\tan\angle SHO$.

Cách giải



Gọi H là trung điểm của AB. Tam giác SAB cân tại $S\Rightarrow SH\perp AB$.

Ta có: $\begin{cases}AB\perp SO\\ AB\perp SH\end{cases}\Rightarrow AB\perp\left(SHO\right)\Rightarrow AB\perp OH$

$\begin{cases}\left(SAB\right)\cap\left(ABCD\right)=AB\\ \left(SAB\right)\supset SH\perp AB\\ \left(ABCD\right)\supset OH\perp AB\end{cases}$

$\Rightarrow\angle\left(\left(SAB\right);\left(ABCD\right)\right)=\angle\left(SH,OH\right)=\angle SHO$.

Xét tam giác vuông SHO có

$$\tan\angle SHO=\frac{SH}{OH}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}AB}{\frac{AB}{2}}=\sqrt{3}\Rightarrow\angle SHO=60^\circ.$$

Câu 47. Chọn đáp án B.

Phương pháp

+) Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ lập BBT của hàm số $y=f(x)$.

+) Số nghiệm của phương trình $f(x)=5h$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=5h$ song song với trục hoành.

Cách giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Ta có BBT của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	|		0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘	$5h$	↘		↗ $y=5h$	

Ta có: $f(0)=5h$.

Số nghiệm của phương trình $f(x)=5h$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=5h$ song song với trục hoành.

Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(x)=5h$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 48. Chọn đáp án D.

Phương pháp

+) Sử dụng quy tắc nhân tính xác suất của biến cố A.

+) Xét khai triển $1=\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)^{25}$

+) Giả sử $A_k=C_{25}^{k}\left(\frac{1}{4}\right)^{k}\left(\frac{3}{4}\right)^{25-k}$ là số hạng lớn nhất khai trong khai triển trên, giải hệ phương trình $\begin{cases} A_k > A_{k-1} \\ A_k > A_{k+1} \end{cases}$ tìm $k \in \mathbb{Z}$.

Cách giải

Do mỗi câu có 4 đáp án trong đó chỉ có 1 đáp án đúng nên xác suất để trả lời đúng 1 câu là $\frac{1}{4}$ và xác suất để trả lời sai 1 câu là $\frac{3}{4}$.

Gọi A là biến cố "Bình làm đúng k câu", xác suất của biến cố A là $P(A)=C_{25}^{k}\left(\frac{1}{4}\right)^{k}\left(\frac{3}{4}\right)^{25-k}$.

Xét khai triển $1=\left(\frac{1}{4}+\frac{3}{4}\right)^{25}=\sum_{k=0}^{25}C_{25}^{k}\left(\frac{1}{4}\right)^{k}\left(\frac{3}{4}\right)^{25-k}$

Giả sử $A_k=C_{25}^{k}\left(\frac{1}{4}\right)^{k}\left(\frac{3}{4}\right)^{25-k}$ là số hạng lớn nhất trong khai triển trên ta có:

$$\begin{cases} A_k > A_{k-1} \\ A_k > A_{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_{25}^k\left(\dfrac{1}{4}\right)^k\left(\dfrac{3}{4}\right)^{25-k} > C_{25}^{k-1}\left(\dfrac{1}{4}\right)^{k-1}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{26-k} \\ C_{25}^k\left(\dfrac{1}{4}\right)^k\left(\dfrac{3}{4}\right)^{25-k} > C_{25}^{k+1}\left(\dfrac{1}{4}\right)^{k+1}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{24-k} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{25!}{k!(25-k)!}\dfrac{1}{4} > \dfrac{25!}{(k-1)!(26-k)!}\dfrac{3}{4} \\ \dfrac{25!}{k!(25-k)!}\dfrac{3}{4} > \dfrac{25!}{(k+1)!(24-k)!}\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{k} > \dfrac{3}{26-k} \\ \dfrac{3}{25-k} > \dfrac{1}{k+1} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{26-k-3k}{k(26-k)} > 0 \\ \dfrac{3k+3-25+k}{(25-k)(k+1)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k < \dfrac{26}{4} \\ k > \dfrac{22}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{22}{4} < k < \dfrac{26}{4}, k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 6$$

Câu 49. Chọn đáp án B.

Phương pháp

+) Dựng thiết diện $MNPQ$ ($N \in AB, P \in AC, Q \in SC$).

+) $V_1 = V_{S.ANP} + V_{S.NPM} + V_{S.PMQ}$

+) Đặt $\dfrac{SM}{SB} = x$. Sử dụng các công thức tỉ lệ thể tích, tính V_1 theo x và V.

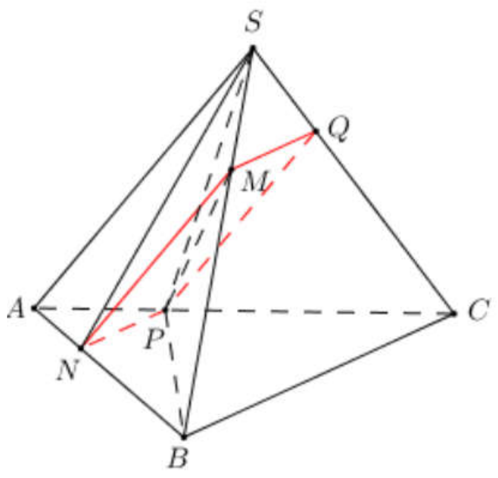
+) Dựa vào giả thiết $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{20}{27}$ giải phương trình tìm x.

Cách giải

Dựng

$MN // SA\ (N \in AB), NP // BC\ (P \in AC); PQ // SA\ (Q \in SC)$.

Khi đó thiết diện cần tìm là $MNPQ$.



Ta có $V_1 = V_{S.ANP} + V_{S.NPM} + V_{S.PMQ}$

Đặt $\dfrac{SM}{SB} = x \Rightarrow \dfrac{SQ}{SC} = \dfrac{AP}{AC} = \dfrac{AN}{AB} = x$

Ta có: $\dfrac{V_{S.ANP}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{S_{ANP}}{S_{ABC}} = \dfrac{AN}{AB}.\dfrac{AP}{AC} = x^2 \Rightarrow \boxed{V_{S.ANP} = x^2V}$

$\dfrac{V_{S.NPM}}{V_{S.NPB}} = \dfrac{SM}{SB} = x(x<1) \Rightarrow V_{S.NPM} = xV_{S.NPB}$

$\dfrac{S_{BNP}}{S_{BAP}} = \dfrac{BN}{BA} = 1-x; \dfrac{S_{BAP}}{S_{ABC}} = \dfrac{AP}{AC} = x$

$\Rightarrow \dfrac{S_{BNP}}{S_{BAP}}.\dfrac{S_{BAP}}{S_{ABC}} = (1-x)x \Rightarrow \dfrac{S_{BNP}}{S_{ABC}} = (1-x)x$

$\Rightarrow \dfrac{V_{S.NPB}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{S_{BNP}}{S_{ABC}} = (1-x)x \Rightarrow V_{S.NPB} = (1-x)xV$

$\Rightarrow \boxed{V_{S.NPM} = x^2(1-x)V}$

$$\frac{V_{S.PMQ}}{V_{S.PBC}}=\frac{SM}{SB}.\frac{SQ}{SC}=x^2$$

$$\frac{V_{S.PBC}}{V_{S.ABC}}=\frac{S_{PBC}}{S_{ABC}}=\frac{PC}{AC}=1-x$$

$$\Rightarrow \frac{V_{S.PMQ}}{V_{S.ABC}}=x^2(1-x)\Rightarrow \boxed{V_{S.PMQ}=x^2(1-x)V}$$

$$\Rightarrow V_1=V_{S.ANP}+V_{S.NPM}+V_{S.PMQ}=\left(x^2+2x^2(1-x)\right)V\Rightarrow \frac{V_1}{V}=x^2+2x^2(1-x)=3x^2-2x^3$$

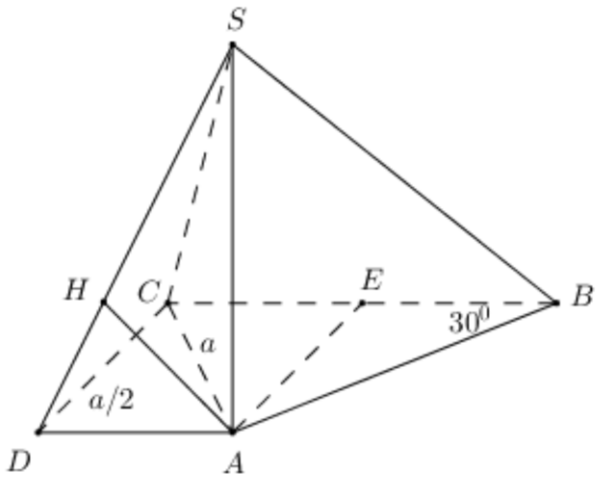
Mà $\frac{V_1}{V}=\frac{20}{27}\Leftrightarrow 3x^2-2x^3=\frac{20}{27}\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$.

Câu 50. Chọn đáp án B.

Phương pháp

Kẻ $AE\perp BC\ (E\in BC)\Rightarrow d(B;(SCD))=\frac{BC}{EC}d(E;(SCD))=\frac{BC}{EC}d(A;(SCD))$

Cách giải



Kẻ $AE\perp BC\ (E\in BC)$ ta có:

$$AD=\sqrt{AC^2-CD^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}=CE$$

$$BE=AE.\cot 30^\circ=\frac{a}{2}.\sqrt{3}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$\Rightarrow$ E là trung điểm của BC

$$\Rightarrow d(B;(SCD))=2d(E;(SCD))=d(A;(SCD))$$

Trong (SAD) kẻ $AH\perp SD\ (H\in SD)$ ta có:

$$\begin{cases}CD\perp AD\\ CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp AH$$

$$\begin{cases}AH\perp CD\\ AH\perp SD\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SCD)\Rightarrow d(A;(SCD))=AH$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông SAD ta có:

$$AH=\frac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}$$

Vậy $d(B;(SCD))=\frac{a\sqrt{6}}{2}$.