TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH
TỔ TOÁN TIN
(Đề thi gồm có 06 trang)

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2018 - 2019
MÔN: Toán
Thời gian làm bài : 90 Phút (không kể thời gian giao đề)

Họ tên : .... Số báo danh : ....

Mã đề 101

Câu 1: Hàm số $y=x^3-3x^2+5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;2)$ **D.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$

Câu 2: Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $u_n=n^2+1,\ n\ge 1$ **B.** $u_n=2^n,\ n\ge 1$ **C.** $u_n=\sqrt{n+1},\ n\ge 1$ **D.** $u_n=2n-3,\ n\ge 1$

Câu 3: Hàm số có đạo hàm bằng $2x+\frac{1}{x^2}$ là:

A. $y=\frac{2x^3-2}{x^3}$ **B.** $y=\frac{x^3+1}{x}$ **C.** $y=\frac{3x^3+3x}{x}$ **D.** $y=\frac{x^3+5x-1}{x}$

Câu 4: Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M_0(x_0;f(x_0))$ là

A. $y=f'(x)(x-x_0)+f(x_0)$ **B.** $y=f'(x)(x-x_0)-f(x_0)$

C. $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ **D.** $y=f'(x_0)(x-x_0)-f(x_0)$

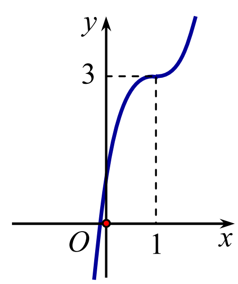
Câu 5: Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -1.

Câu 6: Cho tập hợp S gồm 20 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S.

A. A_{20}^3 **B.** C_{20}^3 **C.** 60 **D.** 20^3

Câu 7: Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=2x^3-x^2+6x+1$.

B. $y=2x^3-6x^2+6x+1$.

C. $y=2x^3-6x^2-6x+1$.

D. $y=-2x^3-6x^2-6x+1$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x=1$ và $y=2$. **B.** $x=2$ và $y=1$. **C.** $x=1$ và $y=-3$. **D.** $x=-1$ và $y=2$.

Câu 9: Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu.

A. 319 **B.** 3014 **C.** 310 **D.** 560

Câu 10: Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2-2mx+m+3=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt là

A. $m>6$. **B.** $m<6$ và $m\ne 2$.

C. $2<m<6$ hoặc $m<-3$. **D.** $m<0$ hoặc $2<m<6$.

Câu 11: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

B. Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Câu 12: Cho hình chóp *S.ABC* có đáy *ABC* là tam giác vuông tại *B, SA* vuông góc với mặt phẳng (*ABC*), AH là đường cao trong tam giác *SAB*. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai**?

A. $AH \perp AC$. **B.** $AH \perp BC$. **C.** $SA \perp BC$. **D.** $AH \perp SC$.

Câu 13: Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}+3x^2-2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) biết tiếp tuyến có hệ số góc $k=-9$.

A. $y+16=-9(x+3)$. **B.** $y=-9(x+3)$. **C.** $y-16=-9(x-3)$. **D.** $y-16=-9(x+3)$.

Câu 14: Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA=3a$, $SB=4a$, $SC=5a$. Tính theo *a* thể tích V của khối tứ diện $S.ABC$.

A. $V=20a^3$. **B.** $V=10a^3$. **C.** $V=\frac{5a^3}{2}$. **D.** $V=5a^3$.

Câu 15: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tứ diện có bốn cạnh bằng nhau là tứ diện đều

B. Hình chóp tam giác đều là tứ diện đều

C. Tứ diện có bốn mặt là bốn tam giác đều là tứ diện đều

D. Tứ diện có đáy là tam giác đều là tứ diện đều

Câu 16: Hàm số $y=\frac{2\sin x+1}{1-\cos x}$ xác định khi

A. $x\neq\frac{\pi}{2}+k2\pi$ **B.** $x\neq k\pi$ **C.** $x\neq k2\pi$ **D.** $x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi$

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$

B. Hàm số $y=-f(x)+1$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$

C. Hàm số $y=f(x)+1$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$

D. Hàm số $y=-f(x)-1$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$

Câu 18: Đạo hàm của hàm số $y=\sin\left(\frac{3\pi}{2}-4x\right)$ là:

A. $-4\cos 4x$ **B.** $4\cos 4x$ **C.** $4\sin 4x$ **D.** $-4\sin 4x$

Câu 19: Phương trình : $\cos x-m=0$ vô nghiệm khi m là:

A. $-1\le m\le 1$ **B.** $m>1$ **C.** $m<-1$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABC$ có A',B' lần lượt là trung điểm của SA,SB. Gọi V_1,V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $S.A'B'C$ và $S.ABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{8}$ **B.** $\frac{1}{4}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 21: Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(2;1),B(-1;2),C(3;0)$. Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành khi tọa độ đỉnh E là cặp số nào dưới đây?

A. $(6;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;6)$. **D.** $(6;1)$.

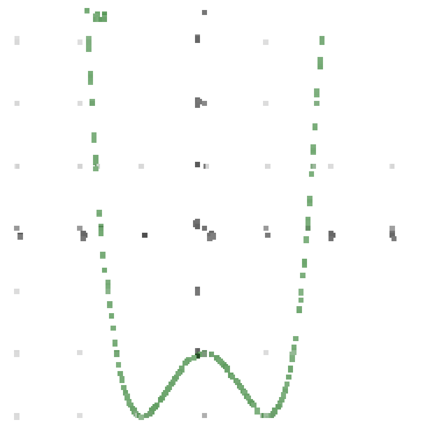
Câu 22: Cho đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$. Để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó thì $\vec{v}$ phải là véc tơ nào sau đây:

A. $\vec{v} = (-1;2)$. **B.** $\vec{v} = (2;-1)$. **C.** $\vec{v} = (1;2)$. **D.** $\vec{v} = (2;1)$.

Câu 23: Hàm số nào sau đây đạt cực tiểu tại $x = 0$?

A. $y = x^3 + 2$ **B.** $y = x^2 + 1$ **C.** $y = -x^3 + x - 1$ **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng ?



A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

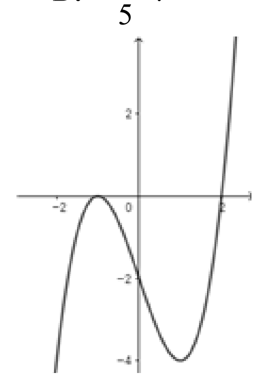
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA = 2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{2a^3}{5}$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 2)$. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

Câu 27: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. $-2 \le m < -1$ hoặc $m > 1$ **B.** $m \le -1$ hoặc $m > 1$.

C. $-1 < m < 1$. **D.** $m < -1$ hoặc $m \ge 1$.

Câu 28: Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và $u_1 > 0$. Điều kiện của q để cấp số nhân (u_n) có ba số hạng liên tiếp là độ dài ba cạnh của một tam giác là:

A. $0 < q \le 1$ **B.** $1 < q < \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ **C.** $q \ge 1$ **D.** $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2} < q < \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

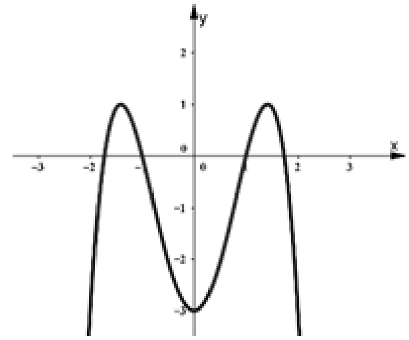
Câu 29: Cho tam giác ABC có $A(1;-1), B(3;-3), C(6;0)$. Diện tích ΔABC là

A. 6. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** 12. **D.** 9.

Câu 30: Tính tổng $C_{2000}^0 + 2C_{2000}^1 + 3C_{2000}^2 + ... + 2001C_{2000}^{2000}$

A. 1000.2^{2000} **B.** 2001.2^{2000} **C.** 2000.2^{2000} **D.** 1001.2^{2000}

Câu 31: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a > 0,\ b < 0,\ c < 0$

B. $a < 0,\ b < 0,\ c < 0$

C. $a < 0,\ b > 0,\ c < 0$

D. $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$

Câu 32: Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3m.x^2 + 27x + 3m - 2$ đạtcực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \le 5$. Biết $S = (a;b]$. Tính $T = 2b - a$.

A. $T = \sqrt{51} + 6$. **B.** $T = \sqrt{61} + 3$. **C.** $T = \sqrt{61} - 3$. **D.** $T = \sqrt{51} - 6$.

Câu 33: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các mặt là hình vuông cạnh a. Các điểm M, N lần lượt nằm trên AD', DB sao cho $AM = DN = x$ ($0 < x < a\sqrt{2}$). Khi x thay đổi, đường thẳng MN luôn song song với mặt phẳng cố định nào sau đây?

A. $(CB'D')$ **B.** $(A'BC)$ **C.** $(AD'C)$ **D.** $(BA'C')$

Câu 34: Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp đó. Gọi P là xác suất để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{1}{12}$ **B.** $\frac{16}{33}$ **C.** $\frac{10}{33}$ **D.** $\frac{2}{11}$

Câu 35: Cho đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$. Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C). Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm P và Q. Gọi G là trọng tâm tam giác IPQ (với I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C)). Diện tích tam giác GPQ là

A. 2. **B.** 4. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1.

Câu 36: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích của phần khối đa diện chứa đỉnh A.

A. $\frac{5045}{6}$. **B.** $\frac{7063}{6}$. **C.** $\frac{10090}{17}$. **D.** $\frac{7063}{12}$.

Câu 37: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, Gọi I là điểm thuộc đường thẳng CC' sao cho $\overrightarrow{C'I} = \frac{1}{3}\overrightarrow{C'C}$, G điểm thỏa mãn $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GA'} + \overrightarrow{GB'} + \overrightarrow{GC'} = \vec{0}$. Biểu diễn vectơ $\overrightarrow{IG}$ qua các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **đúng?**

A. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\vec{a} + 2\vec{b} - 3\vec{c}\right)$ **B.** $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + 2\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\left(\vec{a} + \vec{c} - 2\vec{b}\right)$. **D.** $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{4}\left(\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c} - 2\vec{a}\right)$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 1, SB = 2, SC = 3$ và $\widehat{ASB} = 60^0, \widehat{BSC} = 120^0, \widehat{CSA} = 90^0$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Câu 39: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng $BC: x + 7y - 13 = 0$. Các chân đường cao kẻ từ B,C lần lượt là $E(2;5),F(0;4)$. Biết tọa độ đỉnh A là $A(a;b)$. Khi đó:

A. $a-b=5$ **B.** $2a+b=6$ **C.** $a+2b=6$ **D.** $b-a=5$

Câu 40: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$ có hai nghiệm thực?

A. $\frac{1}{3}\le m<1$. **B.** $-2<m\le\frac{1}{3}$. **C.** $-1\le m\le\frac{1}{4}$. **D.** $0\le m<\frac{1}{3}$.

Câu 41: Nghiệm của phương trình $\cos^4 x+\sin^4 x+\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\sin\left(3x-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{3}{2}=0$ là:

A. $x=\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in Z$ **B.** $x=\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in Z$ **C.** $x=\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in Z$ **D.** $x=\frac{\pi}{4}+k\pi, k\in Z$

Câu 42: Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n=\frac{1}{n^2}+\frac{3}{n^2}+...+\frac{2n-1}{n^2}$ với $n\in\mathbb{N}^*$. Giá trị của $\lim u_n$ bằng:

A. 0 **B.** $+\infty$ **C.** $-\infty$ **D.** 1

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a, AD=2a$. Biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, $SA=a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm SB,CD. Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC).

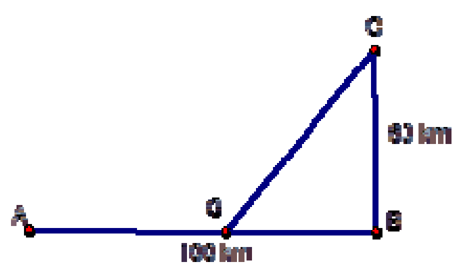
A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{55}}{10}$ **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$ **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Câu 44: Cho hai số thực x,y thay đổi thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2=2$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2(x^3+y^3)-3xy$. Giá trị của của $M+m$ bằng

A. -4 **B.** $-\frac{1}{2}$ **C.** -6 **D.** $1-4\sqrt{2}$

Câu 45: Đường dây điện 110KV kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra đảo (điểm C). Biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60km, khoảng cách từ A đến B là 100km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 100 triệu đồng, chi phí mỗi km dây điện trên bờ là 60 triệu đồng. Hỏi điểm G cách A bao nhiêu km để mắc dây điện từ A đến G rồi từ G đến C chi phí thấp nhất? (Đoạn AB ở trên bờ, đoạn GC dưới nước)

A. 50 (km)
B. 60 (km)
C. 55 (km)
D. 45 (km)



Câu 46: Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|3x^4-4x^3-12x^2+m-1\right|$ có 7 điểm cực trị là

A. $(0;6)$ **B.** $(6;33)$ **C.** $(1;33)$ **D.** $(1;6)$

Câu 47: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x-\tan^2 x=\frac{\cos^2 x-\cos^3 x-1}{\cos^2 x}$ trên đoạn $[1;70]$

A. 188π **B.** 263π **C.** 363π **D.** 365π

Câu 48: Cho hàm số $y=x^3-x^2+2x+5$ có đồ thị (C). Trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất, thì hệ số góc của tiếp tuyến đó là

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=\frac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 50: Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{x^2}{1-x}$. Đạo hàm cấp 2018 của hàm số $f\left(x\right)$ là:

A. $f^{(2018)}\left(x\right)=\frac{2018!x^{2018}}{\left(1-x\right)^{2018}}$

B. $f^{(2018)}\left(x\right)=\frac{2018!}{\left(1-x\right)^{2019}}$

C. $f^{(2018)}\left(x\right)=-\frac{2018!}{\left(1-x\right)^{2019}}$

D. $f^{(2018)}\left(x\right)=\frac{2018!x^{2018}}{\left(1-x\right)^{2019}}$

------------------------*Hết*--------------------------

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

SỞ GD & ĐT TỈNH BẮC NINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN BẮC NINH

ĐÁP ÁN THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2018 - 2019
MÔN TOÁN

Mã đề / Câu	101	102	103	104	105	106	107	108
1	D	A	C	A	C	A	A	D
2	D	D	D	A	D	A	C	A
3	D	B	A	C	A	C	B	D
4	C	A	B	C	C	B	B	C
5	B	C	A	A	D	C	D	A
6	B	A	A	D	A	D	C	A
7	B	A	D	D	C	B	B	D
8	A	A	D	C	D	A	B	B
9	D	C	A	D	D	C	C	B
10	C	A	C	C	A	A	A	D
11	A	C	C	B	D	A	D	D
12	A	D	A	B	C	D	D	C
13	D	C	A	C	D	D	C	D
14	B	B	C	D	B	C	C	C
15	C	B	D	B	C	A	D	A
16	C	A	C	C	D	C	C	B
17	A	C	B	C	A	B	A	D
18	C	B	B	B	D	C	A	A
19	D	D	B	A	A	C	D	B
20	B	C	B	D	D	C	B	B
21	A	D	D	D	A	C	C	A
22	C	D	D	B	A	D	C	A
23	B	A	C	B	B	B	B	D
24	A	A	D	A	B	B	B	C
25	A	C	C	C	A	D	A	D
26	D	B	D	B	C	D	D	B
27	A	D	A	B	B	A	D	C
28	D	D	B	B	C	B	D	C
29	A	B	B	D	C	D	D	C
30	D	D	B	A	A	A	D	A
31	C	B	B	B	A	D	B	A
32	C	A	A	A	B	D	B	D
33	B	A	D	B	C	A	B	B
34	B	D	B	D	A	B	C	C
35	A	C	C	C	D	A	C	A
36	D	D	D	D	C	B	D	B
37	A	B	C	A	C	D	A	D
38	A	D	C	A	D	C	A	D
39	D	D	C	D	B	C	A	C
40	D	B	D	A	B	B	D	C
41	D	C	D	D	B	D	A	B
42	D	B	A	C	B	C	A	D
43	C	C	A	D	C	D	A	B
44	B	C	C	B	D	A	B	A
45	C	D	D	C	A	D	C	A
46	D	B	A	C	C	B	C	B
47	C	B	C	B	D	D	A	C
48	B	A	D	D	D	B	D	D
49	B	C	B	A	B	B	B	C
50	B	D	B	A	B	B	C	C

ĐỀ Thi Thử Chuyên Bắc Ninh Lần 1 Năm Học 2018 - 2019

Câu 1. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty,0)$ và $(2;+\infty)$

Lời giải

Chọn D.

TXĐ: D = R

$y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 2. Trong các dãy số sau đây, dãy số nào là một cấp số cộng?

A. $u_n = n^2 + 1, n \ge 1$. **B.** $u_n = 2^n, n \ge 1$. **C.** $u_n = \sqrt{n+1}, n \ge 1$. **D.** $u_n = 2n - 3, n \ge 1$.

Lời giải

Chọn D.

Phương án A có $u_1 = 2, u_2 = 5, u_3 = 10$ nên không phải cấp số cộng.

Phương án B có $u_1 = 2, u_2 = 4, u_3 = 8$ nên không phải cấp số cộng.

Phương án C có $u_1 = \sqrt{2}, u_2 = \sqrt{3}, u_3 = 2$ nên không phải cấp số cộng.

Bằng phương pháp loại trừ, ta chọn đáp án D

Chú ý:

- Cách khác: Xét dãy số (u_n) với $u_n = 2n - 3, n \ge 1$

$u_{n+1} - u_n = (2n-1) - (2n-3) = 2, \forall n \in N^*$

Nên (u_n) là cấp số cộng với $u_1 = -1$ và công sai d = 2.

- Có thể sử dụng kết quả: Số hạng tổng quát của mọi cấp số cộng (u_n) có công sai a đều có dạng $u_n = an + b$, với n là số tự nhiên khác 0. Nên thấy ngay $u_n = 2n - 3, n \ge 1$ là cấp số cộng với công sai d = 2.

Câu 3. Hàm số có đạo hàm bằng $2x + \dfrac{1}{x^2}$ là:

A. $y = \dfrac{2x^3 - 2}{x^3}$. **B.** $y = \dfrac{x^3 + 1}{x}$. **C.** $y = \dfrac{3x^3 + 3x}{x}$. **D.** $y = \dfrac{x^3 + 5x - 1}{x}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $y = \dfrac{2x^3 - 2}{x} = 2x^2 - \dfrac{2}{x} \Rightarrow y' = 4x + \dfrac{2}{x^2}$

$y=\dfrac{x^3+1}{x}=x^2+\dfrac{1}{x}\Rightarrow y'=2x-\dfrac{1}{x^2}$

$y=\dfrac{3x^3+3x}{x}=3x^2+3,\forall x\neq 0\Rightarrow y'=6x,\forall x\neq 0$

$y=\dfrac{x^3+5x-1}{x}=x^2+5-\dfrac{1}{x}\Rightarrow y'=2x+\dfrac{1}{x^2}$

nên chọn đáp án D.

Chú ý: Khi học sinh đã học nguyên hàm thì đối với câu hỏi này, cách nhanh nhất là tìm họ các nguyên hàm của hàm số đề cho.

Câu 4. Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0 thì phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M\left(x_0;f\left(x_0\right)\right)$ là

A. $y=f'(x)\left(x-x_0\right)+f\left(x_0\right)$. **B.** $y=f'(x)\left(x-x_0\right)-f\left(x_0\right)$.

C. $y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+f\left(x_0\right)$. **D.** $y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)-f\left(x_0\right)$

Lời giải

Chọn C.

Theo ý nghĩa hình học của đạo hàm, tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = f(x) tại $M\left(x_0;f\left(x_0\right)\right)$ có hệ số góc là $f'\left(x_0\right)$. Suy ra phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số y = f(x) tại điểm $M\left(x_0;f\left(x_0\right)\right)$ là: $y=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+f\left(x_0\right)$.

Câu 5. Giới hạn $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}$ bằng

A. $-\infty$. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** -1

Lời giải

Chọn B.

Chia cả tử và mẫu cho $x>0$ ta được:

$$\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2+2}-2}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{1+\frac{2}{x^2}}-\frac{2}{x}}{1-\frac{2}{x}}=\frac{\sqrt{1+0}-0}{1-0}=1$$

Câu 6. Cho tập S có 20 phần tử. Số tập con gồm 3 phần tử của S.

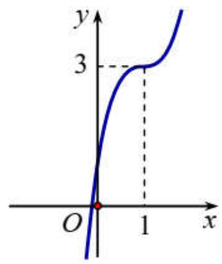
A. A_{20}^3. **B.** C_{20}^3. **C.** 60. **D.** 20^3.

Lời giải

Chọn B.

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của S là một tổ hợp chập 3 của 20 phần tử thuộc S và ngược lại. Nên số các tập con gồm 3 phần tử của S bằng số các tổ hợp chập 3 của 20 phần tử thuộc S và bằng C_{20}^3.

Câu 7. Đường cong ở hình dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số ở dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = 2x^3 - x^2 + 6x + 1$

B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 6x + 1$

C. $y = 2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$

D. $y = -2x^3 - 6x^2 - 6x + 1$

Lời giải

Chọn B.

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $I(1;3)$. Lần lượt thay tọa độ điểm I vào các biểu thức hàm số ở các đáp án, cho ta đáp án B.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x = 1$ và $y = 2$. **B.** $x = 2$ và $y = 1$. **C.** $x = 1$ và $y = -3$. **D.** $x = -1$ và $y = 2$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x-3}{x-1} = 2$ nên $y = 2$ là tiệm cận ngang (2 bên).

$\lim\limits_{x \to 1^+} \dfrac{2x-3}{x-1} = -\infty$, $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{2x-3}{x-1} = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng (2 bên).

Câu 9. Có 7 bông hồng đỏ, 8 bông hồng vàng và 10 bông hồng trắng, các bông hồng khác nhau từng đôi một. Hỏi có bao nhiêu cách lấy 3 bông hồng có đủ ba màu.

A. 319. **B.** 3014. **C.** 310. **D.** 560.

Lời giải

Chọn D.

Có 3 loại hoa khác nhau, chọn 3 bông đủ ba màu nên dùng quy tắc nhân.

- Chọn một bông hồng đỏ có 7 cách.
- Chọn một bông hồng vàng có 8 cách.
- Chọn một bông hồng trắng có 10 cách.

Theo quy tắc nhân có 7.8.10 = 560 cách.

Câu 10. Giá trị của m làm cho phương trình $(m-2)x^2 - 2mx + m + 3 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt là

A. $m > 6$. **B.** $m < 6$ và $m \neq 2$.

C. $2 < m < 6$ hoặc $m < -3$. **D.** $m < 0$ hoặc $2 < m < 6$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình có hai nghiệm dương phân biệt khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m^2 - (m-2)(m+3) > 0 \\ \dfrac{2m}{m-2} > 0 \\ \dfrac{m+3}{m-2} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ -m+6 > 0 \\ \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2 < m < 6 \\ m < -3 \end{array}\right..$$

Chú ý:

Câu này có thể thử bằng máy tính bằng cách lần lượt thay các giá trị của m vào phương trình và tìm nghiệm của phương trình bậc hai tương ứng.

Thay $m = 7$, phương trình vô nghiệm, loại A.

Thay $m = -2$, phương trình có một nghiệm âm, loại B, D.

Chọn **C.**

Câu 11. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai?**

A. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song với nhau.

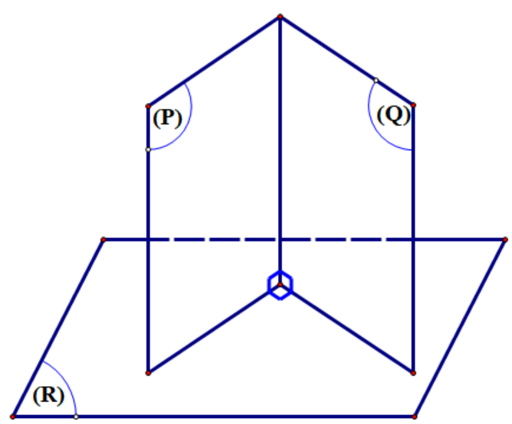
B. Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì cũng vuông góc với đường thẳng còn lại.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

D. Nếu một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đó) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

Lời giải

Chọn A.



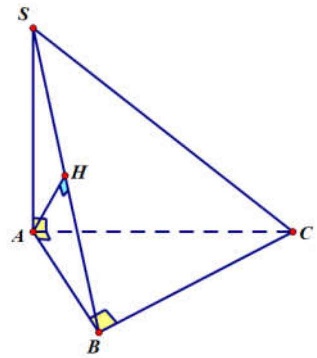
Hình ảnh minh họa hai mặt phẳng (P) và (Q) cùng vuông góc với mặt phẳng (R) nhưng không song song với nhau.

Câu 12. Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABC), AH$ là đường cao trong tam giác SAB Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai?**

A. $AH \perp AC$. **B.** $AH \perp BC$. **C.** $SA \perp BC$. **D.** $AH \perp SC$

Lời giải

Chọn A.



Do $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC$ nên **C** đúng.

Ta có: $\begin{cases}BC\perp SA\\ BC\perp AB\quad(gt)\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp AH$ nên **B** đúng.

Mà: $SB\perp AH$

Từ (1),(2) suy ra: $AH\perp(SBC)$

$\Rightarrow\quad AH\perp SC$ nên **D** đúng.

Vậy A sai.

Câu 13. Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}+3x^2-2$ có đồ thị là *(C)*. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị *(C)* biết tiếp tuyến có hệ số góc $k=-9$.

A. $y+16=-9(x+3)$. **B.** $y=-9(x+3)$. **C.** $y-16=-9(x-3)$. **D.** $y-16=-9(x+3)$.

Lời giải

Chọn D.

Gọi $A(x_0:y_0)$ là tọa độ tiếp điểm. Ta có: $y=f(x)=\frac{x^3}{3}+3x^2-2$.

Tiếp tuyến với đồ thị *(C)* tại A có hệ số góc $k=-9$.

$\Leftrightarrow f'(x_0)=-9\ \Leftrightarrow x_0^2+6x_0=-9\ \Leftrightarrow x_0=-3\Rightarrow y_0=16$

Phương trình tiếp tuyến của độ thị tại tiếp điểm $A(x_0:y_0)$ là: $y-y_0=f'(x_0).(x-x_0)$

$\Leftrightarrow y-16=-9(x+3)$.

Câu 14. Cho tứ diện $SABC$ có các cạnh SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau. Biết $SA=3a,SB=4a,SC=5a$ Tính theo a thể tích V của khối tứ diện $SABC$

A. $V=20a^3$ **B.** $V=10a^3$ **C.** $V=\frac{5a^3}{2}$. **D.** $V=5a^3$

Lời giải

Chọn B

Có $\begin{cases}SA\perp SC\\ SA\perp SB\end{cases}\Rightarrow SA\perp(SBC)$

$\Rightarrow V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta SBC}=\frac{1}{6}SA.SB.SC=\frac{1}{6}.3a.4a.5a=10a^3$.

Câu 15. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tứ diện có bốn cạnh bằng nhau là tứ diện đều.

B. Hình chóp tam giác đều là tứ diện đều.

C. Tứ diện có bốn mặt là bốn tam giác đều là tứ diện đều.

D. Tứ diện có đáy là tam giác đều là tứ diện đều.

Lời giải

Chọn C

Theo định nghĩa, tứ diện đều là tứ diện có 4 mặt là 4 tam giác đều nên đáp án đúng là C

Chú ý. Có thể nhấn mạnh: Tứ diện đều có 6 cạnh bằng nhau. Đáp án A, D sai vì chưa đủ điều kiện 6 cạnh bằng nhau. Đáp án B sai vì tồn tại hình chóp tam giác đều có độ dài cạnh bên khác độ dài cạnh đáy.

Câu 16. Hàm số $y=\dfrac{2\sin x+1}{1-\cos x}$ xác định khi

A. $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$. **B.** $x\neq k\pi$. **C.** $x\neq k2\pi$. **D.** $x\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1-\cos x\neq 0\Leftrightarrow\cos x\neq 1\Leftrightarrow x\neq k2\pi$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$ Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

B. Hàm số $y=-f(x)+1$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)+1$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

D. Hàm số $y=-f(x)-1$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có $f'(x)\geq 0,\forall x\in(a,b)$, (dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm thuộc (a; b)).

Trên khoảng (a; b)

- Hàm số y = f(x) + 1 có đạo hàm bằng f'(x) nên C đúng.

- Các hàm số y = - f(x) + 1 và y = - f(x) - 1 có đạo hàm bằng - f'(x) nên B, D đúng.

Do đó **A sai**

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=\sin\left(\dfrac{3\pi}{2}-4x\right)$ là:

A. $-4\cos 4x$. **B.** $4\cos 4x$. **C.** $4\sin 4x$. **D.** $-4\sin 4x$

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$y=\sin\left(\frac{3\pi}{2}-4x\right)=\sin\left(\pi+\frac{\pi}{2}-4x\right)=-\sin\left(\frac{\pi}{2}-4x\right)=-\cos 4x\Rightarrow y'=(-\cos 4x)'=4\sin 4x.$$

Câu 19. Phương trình: $\cos x-m=0$ vô nghiệm khi m là:

A. $-1\leq m\leq 1$. **B.** $m>1$. **C.** $m<-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m>1\\ m<-1\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình: $\cos x-m=0\Leftrightarrow\cos x=m$

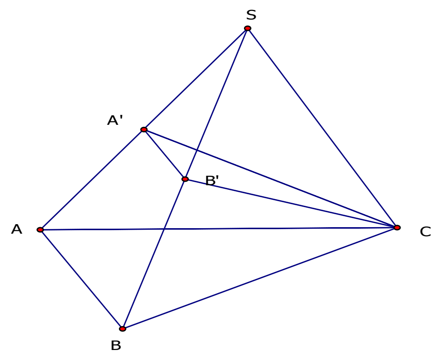
Vì $-1\leq\cos x\leq 1$, $\forall x$ nên phương trình trên vô nghiệm $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>1\\ m<-1\end{array}\right.$

Câu 20. Cho hình chóp $SABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB. Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối chóp $SA'B'C$ và $SABC$. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



$$\frac{V_{S.A'B'C}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4}.$$

Câu 21. Trong mặt phẳng Oxy cho tam giác ABC có $A(2;1), B(-1;2), C(3;0)$. Tứ giác $ABCE$ là hình bình hành khi tọa độ E là cặp số nào sau đây?

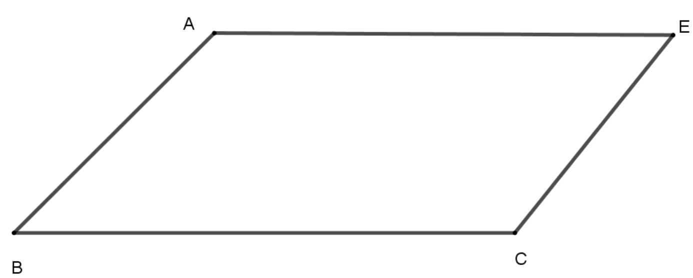
A. $(6;-1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;6)$. **D.** $(6;1)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $E(x_E; y_E)$ ta có: $\overrightarrow{AE}(x_E - 2; y_E - 1), \overrightarrow{BC}(4;-2)$

$ABCE$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E - 2 = 4 \\ y_E - 1 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 6 \\ y_E = -1 \end{cases} \Rightarrow E(6;-1)$



Câu 22. Cho đường thẳng $d: 2x - y + 1 = 0$. Để phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó thì $\vec{v}$ phải là véc tơ nào sau đây:

A. $\vec{v} = (-1;2)$. **B.** $\vec{v} = (2;-1)$. **C.** $\vec{v} = (1;2)$. **D.** $\vec{v} = (2;1)$.

Lời giải

Chọn C

Phép tịnh tiến theo $\vec{v}$ biến đường thẳng d thành chính nó khi và chỉ khi $\vec{v} = \vec{0}$ hoặc $\vec{v}$ là một vectơ chỉ phương của d. Từ phương trình đường thẳng d, ta thấy $\vec{v}(1;2)$ là một vectơ chỉ phương của d nên chọn đáp án C.

Câu 23. Hàm số nào sau đây đạt cực tiểu tại điểm $x=0$

A. $y=x^3+2$. **B.** $y=x^2+1$. **C.** $y=-x^3+x-1$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

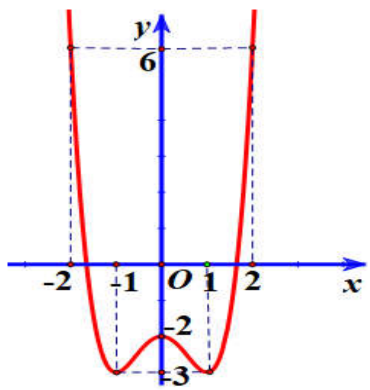
- $y=x^3+2 \Rightarrow y'=3x^2\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số không có điểm cực trị.
- $y=x^2+1 \Rightarrow$ y’ = 2x, y’’ = 2.

  Vì $\begin{cases} y'(0)=0 \\ y''(0)>0 \end{cases}$ nên hàm số đạt cực tiểu tại x = 0 , chọn B.
- $y=-x^3+x+1 \Rightarrow y'=-3x^2+1$. Vì y’(0) = 1 nên hàm số không đạt cực trị tại x = 0, loại C
- $y=x^3-3x^2+2 \Rightarrow y'=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$, y” = 6x - 6.

  Vì $\begin{cases} y'(0)=0 \\ y''(0)<0 \end{cases}$ nên hàm đạt cực đại tại điểm $x=0$, loại D

Chú ý: Có thể lập bảng biến thiên của các hàm số để tìm đáp án.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty,-1)$ và $(0;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

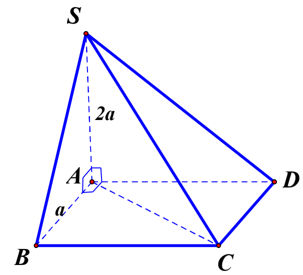
Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$, $SA=2a$. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{2a^3}{5}$

Lời giải

Chọn A

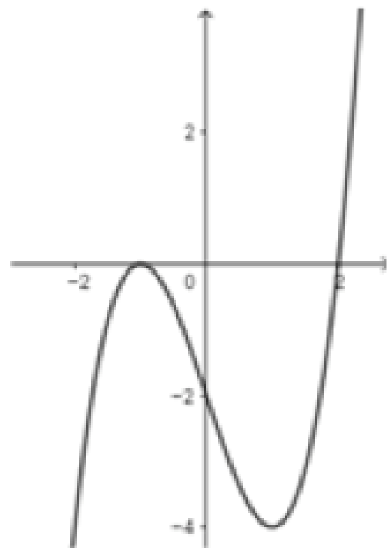


Ta có: $V_{SABC}=\frac{1}{3}S_{ABC}SA=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}a^2\right)\cdot 2a=\frac{a^3}{3}$.

Lời bình: Có thể cho 1 đáp án nhiễu là $\frac{2a^3}{3}$ vì có thể học sinh cần rút kinh nghiệm khi hấp tấp đọc đề nhanh thành tính theo a thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.

Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số $g(x)$nghịch biến trên $(0;2)$.

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên$(-\infty;-2)$.

D. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g(x)=f\left(x^2-2\right)$

$g'(x)=f'\left(x^2-2\right)2x$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2-2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-2=-1\\ x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=-1\\ x=2\\ x=-2\end{array}\right.$$

Ta có $g'(3)=6.f'(7)>0$, g’(x) đổi dấu qua các nghiệm đơn hoặc bội lẻ, không đổi dấu qua các nghiệm bội chẵn nên ta có bảng xét dấu g’(x):

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
g’(x)		-	0	+	0	+	0	-	0	-	0	+	

Suy ra đáp án là D.

Câu 27. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

A. $-2\le m<-1$ hoặc $m>1$.　　　**B.** $m\le -1$ hoặc $m>1$.
C. $-1<m<1$.　　　**D.** $m<-1$ hoặc $m\ge 1$.

Lời giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$

$y'=\dfrac{m^2-1}{(x+m)^2}$

Hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$ $\begin{cases} m^2-1>0 \\ -m\notin(2;+\infty) \end{cases}$

$\Leftrightarrow y'>0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-1>0 \\ -m\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty) \\ -m\le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty) \\ m\ge -2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m\in[-2;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 28. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q và $u_1>0$. Điều kiện của q để cấp số nhân (u_n) có ba số hạng liên tiếp là độ dài ba cạnh của một tam giác là :

A. $0<q\le 1$　　　**B.** $1<q<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

C. $q\ge 1$.　　　**D.** $\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}<q<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Chọn D

Giả sử ba số hạng liên tiếp là $u_1q^n, u_1q^{n+1}, u_1q^{n+2}$. Ba số hạng này là độ dài ba cạnh của một tam giác $\Leftrightarrow \begin{cases} u_1q^n+u_1q^{n+2}-u_1q^{n+1}>0 \\ u_1q^n+u_1q^{n+1}-u_1q^{n+2}>0 \\ u_1q^{n+1}+u_1q^{n+2}-u_1q^n>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q^2-q+1>0 \\ 1+q-q^2>0 \\ q+q^2-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}<q<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 29. Cho tam giác có $A(1;-1)$, $B(3;-3)$, $C(6;0)$. Diện tích ΔABC là

A. 6　　　**B.** $6\sqrt{2}$　　　**C.** 12.　　　**D.** 3

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-2)$, $\overrightarrow{BC}=(3;3)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=0$, suy ra tam giác ABC vuông tại B .

$\Rightarrow S_{ABC}=\dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|=\dfrac{1}{2}.2\sqrt{2}.3\sqrt{2}=6$.

Cách 2:

$AB = 2\sqrt{2}$

Ta có phương trình đường thẳng qua hai điểm A,B là $d: x+y=0 \Rightarrow d(C;d) = \dfrac{6}{\sqrt{2}}$

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2}ABd(C;d) = \dfrac{1}{2}2\sqrt{2}\dfrac{6}{\sqrt{2}} = 6$.

Câu 30. Tính tổng $S = C_{2000}^0 + 2C_{2000}^1 + ... + 2001C_{2000}^{2000}$

A. 1000.2^{2000}. **B.** 2001.2^{2000}. **C.** 2000.2^{2000}. **D.** 1001.2^{2000}

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Ta có: $k.C_{2000}^k = 2000.C_{1999}^{k-1}, \forall k = \overline{1,2000}$. Áp dụng vào S

$S = \left(C_{2000}^0 + C_{2000}^1 + ... + C_{2000}^{2000}\right) + \left(C_{2000}^1 + 2C_{2000}^2 ... + 2000C_{2000}^{2000}\right) = 2^{2000} + 2000\left(C_{1999}^0 + C_{1999}^1 + ... + C_{1999}^{1999}\right)$

$= 2^{2000} + 2000.2^{1999} = 1001.2^{2000}$.

Cách 2:

Ta có : $(1+x)^{2000} = C_{2000}^0 + C_{2000}^1 x + C_{2000}^2 x^2 + C_{2000}^3 x^3 + \ldots + C_{2000}^{2000} x^{2000}$

Nhân cả hai vế với x ta có :

$x(1+x)^{2000} = C_{2000}^0 x + C_{2000}^1 x^2 + C_{2000}^2 x^3 + C_{2000}^3 x^4 + \ldots + C_{2000}^{2000} x^{2001}$

Lấy đạo hàm hai vế ta có :

$(1+x)^{2000} + 2000x(1+x)^{1999} = C_{2000}^0 + 2C_{2000}^1 x + 3C_{2000}^2 x^2 + 4C_{2000}^3 x^3 + \ldots + 2001C_{2000}^{2000} x^{2000}$ (*)

Thay x=1 vào (*) ta được :

$1001.2^{2000} = C_{2000}^0 + 2C_{2000}^1 + 3C_{2000}^2 + \ldots + 2001C_{2000}^{2000}$

Cách 3

Ta có $S = C_{2000}^0 + 2.C_{2000}^1 + ... + 2000.C_{2000}^{1999} + 2001.C_{2000}^{2000}$, (1)

Hay $S = 2001.C_{2000}^{2000} + 2000.C_{2000}^{1999} + ... + 2C_{2000}^1 + C_{2000}^0$

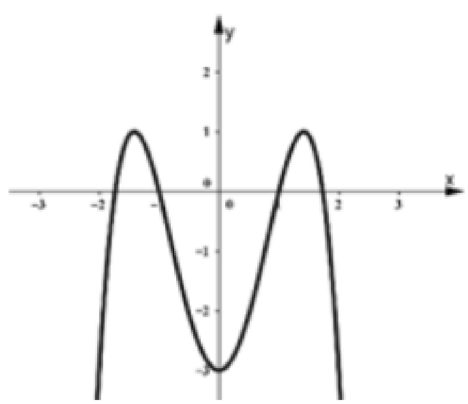
$\Leftrightarrow S = 2001.C_{2000}^0 + 2000.C_{2000}^1 + ... + 2C_{2000}^{1999} + C_{2000}^{2000}$, (2)

Cộng vế với vế của (1) và (2) ta được

$2S = 2002.C_{2000}^0 + 2002.C_{2000}^1 + ... + 2002.C_{2000}^{1999} + 2002.C_{2000}^{2000}$

$\Leftrightarrow S = 1001.\left(C_{2000}^0 + C_{2000}^1 + ... + C_{2000}^{1999} + C_{2000}^{2000}\right) = 1001.2^{2000}$

Câu 31. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $a > 0, b < 0, c < 0$. **B.** $a < 0, b < 0, c < 0$.

C. $a < 0, b > 0, c < 0$. **D.** $a > 0, b < 0, c > 0$

Lời giải

Chọn C

- Dựa vào hình dạng đồ thị suy ra $a < 0$
- Hàm số có 3 điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b > 0$
- Giao điểm với trục tung nằm dưới trục hoành nên $c < 0$.

Câu 32. Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 27x + 3m - 2$ đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| \le 5$. Biết $S = (a;b]$. Tính $T = 2b - a$.

A. $T = \sqrt{51} + 6$. **B.** $T = \sqrt{61} + 3$. **C.** $T = \sqrt{61} - 3$. **D.** $T = \sqrt{51} - 6$.

Lời giải

Chọn C.

+) Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 27$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 9 = 0$ (1)

+) Theo giả thiết hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m^2 - 9 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 3 \\ m < -3 \end{array}\right. \ (*)$$

+) Với điều kiện (*) thì phương trình (1) có 2 nghiệm x_1, x_2, theo Vi-ét ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1x_2 = 9 \end{cases}$

+) Ta lại có $|x_1 - x_2| \le 5 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 \le 25 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 25 \le 0$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 61 \le 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{61}}{2} \le m \le \frac{\sqrt{61}}{2} \ (**)$$

+) Kết hợp (*), (**) và điều kiện m dương ta được: $3 < m \le \frac{\sqrt{61}}{2}$

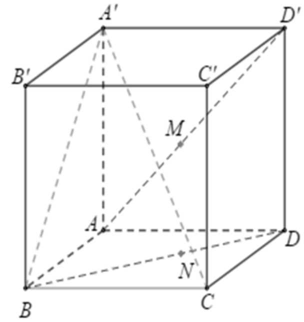
$$\Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = \frac{\sqrt{61}}{2} \end{cases} \Rightarrow T = 2b - a = \sqrt{61} - 3.$$

Câu 33. Cho hình hộp $ABCDA'B'C'D'$ có tất cả các mặt là hình vuông cạnh a. Các điểm M, N lần lượt nằm trên AD', DB sao cho $AM = DN = x; (0 < x < a\sqrt{2})$. Khi x thay đổi, đường thẳng MN luôn song song với mặt phẳng cố định nào sau đây?

A. $(CB'D')$. **B.** $(A'BC)$. **C.** $(AD'C)$ **D.** $(BA'C')$

Lời giải

Chọn B



*** Sử dụng định lí Ta-lét đảo.**

Ta có $\frac{AM}{AD'}=\frac{DN}{DB}\left(=\frac{x}{a\sqrt{2}}\right)$ nên $\frac{AM}{DN}=\frac{MD'}{NB}=\frac{AD'}{DB}$.

Áp dụng định lí Ta-lét đảo, ta có AD, MN, BD' lần lượt nằm trên ba mặt phẳng song song.

$\Rightarrow M$ song song với mặt phẳng (P) chứa BD' và song song với AD.

Nên $MN//\left(BCD'A'\right)$ hay $MN//\left(A'BC\right)$

*** Sử dụng định lí Ta-lét.**

Vì $AD//A'D'$ nên tồn tại (P) là mặt phẳng qua AD và song song với mp $\left(A'D'CB\right)$

(Q) là mặt phẳng qua M và song song với mp $\left(A'D'CB\right)$. Giả sử (Q) cắt DB tại N

Theo định lí Ta-lét ta có: $\frac{AM}{AD'}=\frac{DN'}{DB}$ $(*)$

Mà các mặt của hình hộp là hình vuông cạnh a nên $AD'=DB=a\sqrt{2}$

Từ $(*)$ ta có $AM=DN'\Rightarrow DN'=DN\Rightarrow N'\equiv N\Rightarrow M\subset(Q)$

$(Q)//\left(A'D'CB\right)$ suy ra M luôn song song với mặt phẳng cố định $\left(A'D'CB\right)$ hay $\left(A'BC\right)$

Câu 34. Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp đó. Gọi P là xác suất để tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng:

A. $\frac{1}{12}$. **B.** $\frac{16}{33}$. **C.** $\frac{10}{33}$. **D.** $\frac{2}{11}$

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là: $|\Omega|=C_{11}^4$

Trong 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11 có 6 tấm thẻ được ghi số lẻ và 5 tấm thẻ được ghi số chẵn.

Gọi A là biến cố: "Tổng các số ghi trên 4 tấm thẻ là một số lẻ".

TH1: Chọn 4 tấm thẻ gồm 1 tấm thẻ được ghi số lẻ và 3 tấm thẻ được ghi số chẵn

$\rightarrow$ Có $C_6^1C_5^3=60$ (cách)

TH2: Chọn 4 tấm thẻ gồm 3 tấm thẻ được ghi số lẻ và 1 tấm thẻ được ghi số chẵn

$\rightarrow$ Có $C_6^3C_5^1=100$ (cách)

Vậy số phần tử của 1 là: $|A|=60+100=160$

$\Rightarrow P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{160}{330}=\frac{16}{33}$

Câu 35. Cho hàm số có đồ thị $(C): y=\frac{2x+1}{x-1}$. Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C). Gọi tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M cắt các tiệm cận của (C) tại hai điểm P và Q. Gọi G là trọng tâm tam giác IPQ (với I là giao điểm của hai đường tiệm cận của (C)). Diện tích tam giác GPQ là

A. 2. **B.** 4. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 1

Lời giải

Chọn A

$y' = \dfrac{-3}{(x-1)^2}$. Giả sử $M\left(a;\dfrac{2a+1}{a-1}\right) \in (C)$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm M là $d: y = \dfrac{-3}{(a-1)^2}(x-a) + \dfrac{2a+1}{a-1}$

Đồ thị (C) có hai tiệm cận có phương trình lần lượt là $d_1: x=1$; $d_2: y=2$

d cắt (d_1) tại điểm $P\left(1;\dfrac{2a+4}{a-1}\right)$; d cắt d_2 tại điểm $Q(2a-1;2)$, d_1 cắt d_2 tại điểm $I(1;2)$.

$IP = \dfrac{6}{|a-1|}$; $IQ = 2|a-1|$

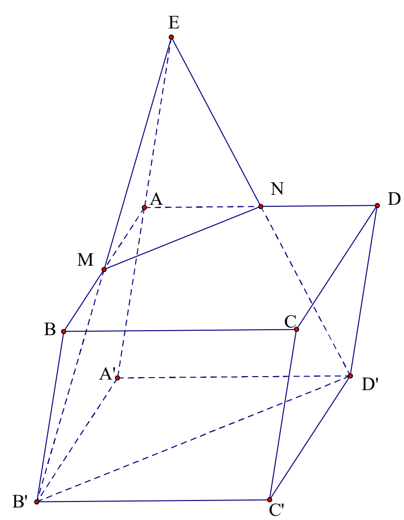
Ta có $S_{GPQ} = \dfrac{1}{3}S_{IPQ} = \dfrac{1}{6}IPIQ = \dfrac{1}{6}2|a-1|\dfrac{6}{|a-1|} = 2$.

Câu 36. Cho khối hộp $ABCDA'B'C'D'$ có thể tích bằng 2018. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Mặt phẳng $(MB'D')$ chia khối chóp $ABCDA'B'C'D'$ thành hai khối đa diện. Tính thể tích phần khối đa diện chứa đỉnh A

A. $\dfrac{5045}{6}$. **B.** $\dfrac{7063}{6}$ **C.** $\dfrac{10090}{17}$. **D.** $\dfrac{7063}{12}$.

Lời giải

Chọn D



+) Gọi $BM \cap AA' = E$; $ED' \cap AD = N$.

Ta có M là trung điểm của AB

$\Rightarrow M$ là trung điểm là EB'

$\Rightarrow N$ là trung điểm của ED' và AD

+) Ta có $\dfrac{V_{E.AMN}}{V_{E.A'B'D'}} = \dfrac{EA}{EA'}.\dfrac{EM}{EB'}.\dfrac{EN}{ED} = \dfrac{1}{8}$

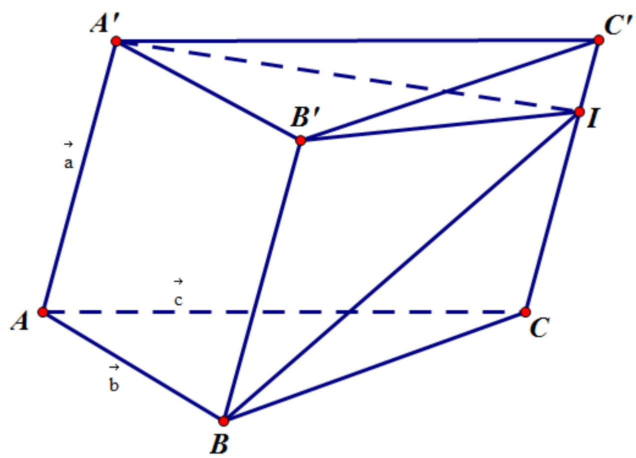
$\Rightarrow V_{AMN.A'B'D'} = \dfrac{7}{8}V_{E.A'B'D'} = \dfrac{7}{8}.2.\dfrac{1}{2}.V_{A.A'B'D'} = \dfrac{7}{24}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \dfrac{7063}{12}$

Câu 37. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Gọi I là điểm thuộc CC' sao cho $\overrightarrow{C'I}=\frac{1}{3}\overrightarrow{C'C}$, điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{GB'}+\overrightarrow{GC'}=\vec{0}$. Biểu diễn véc tơ $\overrightarrow{IG}$ qua véc tơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}\right)$.
B. $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{3}\left(\vec{a}+\vec{b}+2\vec{c}\right)$.
C. $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\vec{a}+\vec{c}-2\vec{b}\right)$.
D. $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\vec{b}+\frac{1}{3}\vec{c}-2\vec{a}\right)$.

Lời giải

Chọn A



Từ $\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GA'}+\overrightarrow{GB'}+\overrightarrow{GC'}=\vec{0}$ suy ra $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IA'}+\overrightarrow{IB'}+\overrightarrow{IC'}\right)$

Ta có $\overrightarrow{IB}=\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{CB}=-\frac{2}{3}\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$

$\overrightarrow{IA'}=\overrightarrow{IC'}+\overrightarrow{C'A'}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CC'}-\overrightarrow{A'C'}=\frac{1}{3}\vec{a}-\vec{c}$

$\overrightarrow{IB'}=\overrightarrow{IC'}+\overrightarrow{C'B'}=\frac{1}{3}\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$

$\overrightarrow{IC'}=\frac{1}{3}\vec{a}$

Do đó $\overrightarrow{IG}=\frac{1}{4}\left(-\frac{2}{3}\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}+\frac{1}{3}\vec{a}-\vec{c}+\frac{1}{3}\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}+\frac{1}{3}\vec{a}\right)=\frac{1}{4}\left(\frac{1}{3}\vec{a}+2\vec{b}-3\vec{c}\right)$.

Câu 38. Cho hình chóp $SABC$ có $SA=1, SB=2, SC=3$ và $\widehat{ASB}=60°, \widehat{BSC}=120°, \widehat{CSA}=90°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
B. $\sqrt{2}$.
C. $\frac{\sqrt{2}}{6}$.
D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Trên cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm M, N thỏa mãn $SM=SN=1$

Ta có $AM=1, AN=\sqrt{2}, MN=\sqrt{3}\rightarrow$ tam giác AMN vuông tại A

Hình chóp $S.AMN$ có $SA=SM=SN=1$

$\rightarrow$ hình chiếu của S trên (AMN) là tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác AMN, ta có I là trung điểm của MN

Trong $\Delta SIM, SI=\sqrt{SN^2-IN^2}=\dfrac{1}{2}$

$V_{S.AM}=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$

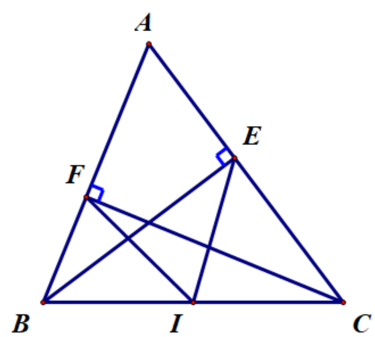
Ta có $\dfrac{V_{SAM}}{V_{S,ABC}}=\dfrac{SM}{SB}\cdot\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{1}{6}\rightarrow V_{S.ABC}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. Trong hệ tọa độ Oxy cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng $BC: x+7y-13=0$ Các chân đường cao kẻ từ B,C lần lượt là $E(2;5), F(0;4)$ Biết tọa độ đỉnh A là $A(a;b)$ Khi đó:

A. $a-b=5$. **B.** $2a+b=6$. **C.** $a+2b=6$. **D.** $b-a=5$

Lời giải

Chọn D



Do $BC: x+7y-13=0$ nên gọi $I(13-7n;n)$ là trung điểm của BC, khi đó ta có: $IE=IF$

mà $IE=50n^2-164n+146; IF=50n^2-190n+185$

$\Rightarrow 50n^2-164n+146=50n^2-190n+185 \Leftrightarrow n=\dfrac{3}{2}$

$\Rightarrow I\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{3}{2}\right)$

Gọi $B(13-7m;m)$. Vì I là trung điểm của BC nên $C(7m-8;3-m)$.

$\Rightarrow \overrightarrow{BE}=(7m-11;5-m);\overrightarrow{CE}=(10-7m;2+m)$ .Vì $BE\perp AC$ nên

$\overrightarrow{BE}\overrightarrow{CE}=0 \Leftrightarrow m^2-3m+2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=2 \end{array}\right.$

+ Với $m=1 \Rightarrow B(6;1), C(-1;2) \Rightarrow A\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{3}\right)$, trường hợp này không thỏa mãn các đáp án.

+ Với $m=2 \Rightarrow B(-1;2); C(6;1) \Rightarrow A(1;6)$. Vậy D.

Câu 40. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số 731 sao cho phương trình

$3\sqrt{x-1}+m\sqrt{x+1}=2\sqrt[4]{x^2-1}$ có hai nghiệm thực phân biệt.

A. $3 \le m < 1$. **B.** $-2 < m \le \dfrac{1}{3}$. **C.** $-1 \le m \le \dfrac{1}{4}$. **D.** $0 \le m < \dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $x \ge 1$

Ta có phương trình $3\sqrt{x-1} + m\sqrt{x+1} = 2\sqrt[4]{x^2-1} \Leftrightarrow 3\sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}} + m = 2\sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}}$

Đặt $t = \sqrt[4]{\dfrac{x-1}{x+1}} = \sqrt[4]{1 - \dfrac{2}{x+1}} \Rightarrow 0 \le t < 1$.

Phương trình trở thành: $m = -3t^2 + 2t$ (1)

Nhận xét: Mỗi giá trị của $t \in [0;1)$ cho ta 1 nghiệm $x \in [1;+\infty)$.

Do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm thực phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt $\mathrm{t} \in [0;1)$.

Bảng biến thiên:

t	0		1/3		1
$f(t)$			1/3		
	0	↗		↘	-1

Từ bảng biến thiên suy ra $0 \le m < \dfrac{1}{3}$

Câu 41. Nghiệm của phương trình $\sin^4 x + \cos^4 x + \cos\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right) \cdot \sin\left(3x - \dfrac{\pi}{4}\right) - \dfrac{3}{2} = 0$ là

A. $x = \dfrac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \dfrac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \dfrac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Lời giải

Chọn D

Phương trình đã cho tương đương với

$$\left(1 - \frac{1}{2}\sin^2 2x\right) + \left(\frac{1}{2}\sin 2x - \frac{1}{2} + \sin^2 2x\right) - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\sin^2 2x + \frac{1}{2}\sin 2x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \sin 2x = 1 \\ \sin 2x = -2 (VN) \end{array}\right.$$

Với $\sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 42. Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_n = \dfrac{1}{n^2} + \dfrac{3}{n^2} + \ldots + \dfrac{2n-1}{n^2}, n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của $\lim u_n$ bằng

A. 0. **B.** $+\infty$. **C.** $-\infty$. **D.** 1

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \ldots + \frac{2n-1}{n^2} = \frac{1+3+\ldots+(2n-1)}{n^2} = \frac{\left(\frac{n(1+(2n-1))}{2}\right)}{n^2} = 1$

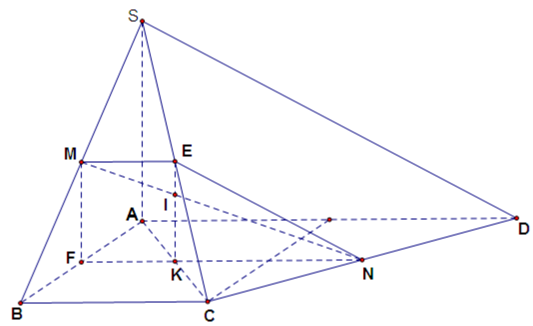
Vậy $\lim u_n = \lim 1 = 1$.

Câu 43. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình thang vuông tại 1và B. $AB = BC = a, AD = 2a$. Biết SA vuông góc với đáy $(ABCD)$ và $SA = a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm SB, CD. Tính sin góc giữa đường thẳng MN và mặt phẳng (SAC)

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{55}}{10}$. **C.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}$. **D.** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Lời giải

Chọn C



Ta gọi E, F lần lượt là trung điểm của $SC_{=}AB$.

Ta có $ME//NF$ (do cùng song song với BC. Nên tứ giác MENF là hình thang,

và $\begin{cases} MF / ISA \\ SA \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow MF \perp (ABCD)$ hay tứ giác MENF là hình thang vuông tại M, F

Gọi $K = NF \cap AC, I = EK \cap M$ thì $I = MN \cap (SAC)$

Ta có: $\begin{cases} NC \perp AC \\ NC \perp SA \end{cases} \Rightarrow NC \perp (SAC)$ hay E là hình chiếu vuông góc của N lên (SAC)

Từ đó ta có được, góc giữa MN và (SAC) là góc giữa MN và CI

Suy ra, gọi Q là góc giữa MN và (SAC) thì $\sin\alpha = \frac{CN}{IN}$

$NC = \frac{1}{2}CD = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \frac{IN}{M} = \frac{KN}{ME} = 2 \Rightarrow IN = \frac{2}{3}MN = \frac{2}{3}\sqrt{MF^2 + FN^2} = \frac{a\sqrt{10}}{3}$

Vậy $\sin\alpha = \frac{CN}{IN} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$.

Câu 44. Cho hai số thực x, y *thay* đổi thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 = 2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2\left(x^3 + y^3\right) - 3xy$. Giá trị của của M + m bằng

A. -4. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -6. **D.** $1 - 4\sqrt{2}$.

Lời giải.

Chọn B.

$P = 2\left(x^3 + y^3\right) - 3xy = 2(x+y)\left(x^2 + y^2 - xy\right) - 3xy = 2(x+y)(2-xy) - 3xy$ (do $x^2 + y^2 = 2$)

Đặt $x+y=t$. Ta có $x^2+y^2=2 \Leftrightarrow xy=\dfrac{(x+y)^2}{2}-1=\dfrac{t^2}{2}-1$

Từ

$(x+y)^2 \geq 4xy \Rightarrow t^2 \geq 4\left(\dfrac{t^2}{2}-1\right) \Leftrightarrow -2 \leq t \leq 2$

$P=f(t)=2t\left[2-\left(\dfrac{t^2}{2}-1\right)\right]-3\left(\dfrac{t^2}{2}-1\right)=-t^3-\dfrac{3}{2}t^2+6t+3$.

Xét $f(t)$ trên $[-2;2]$.

Ta có $f'(t)=-3t^2-3t+6, f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\in[-2;2] \\ t=-2\in[-2;2] \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

t	-2		1		2
$f'(t)$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	-7	$\nearrow$	$\dfrac{13}{2}$	$\searrow$	1

Từ bảng biến thiên ta có $\max P=\max f(t)=\dfrac{13}{2}$; $\min P=\min f(t)=-7$

Lời bình: Có thể thay bbt thay bằng

Ta có $t=1\in[-2;2]; t=-2\in[-2;2]; f(0)=-7; f(1)=\dfrac{13}{2}; f(2)=1$ suy ra kết luận.

Bài tương tự.

(D-2009). Cho các số thực không âm x, y thay đổi và thỏa mãn $x+y=1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\left(4x^2+3y\right)\left(4y^2+3x\right)+25xy$

Lời giải.

$S=\left(4x^2+3y\right)\left(4y^2+3x\right)+25xy=16x^2y^2+12\left(x^3+y^3\right)+34xy$

$=16x^2y^2+12\left[(x+y)^3-3xy(x+y)\right]+34xy=16x^2y^2+12(1-3xy)+34xy$

$=16x^2y^2-2xy+12$

Đặt t = x.y, vì x, y $\geq$ 0 và x + y = 1 nên $0\leq t\leq \dfrac{1}{4}$. Khi đó $S=f(t)=16t^2-2t+12$.

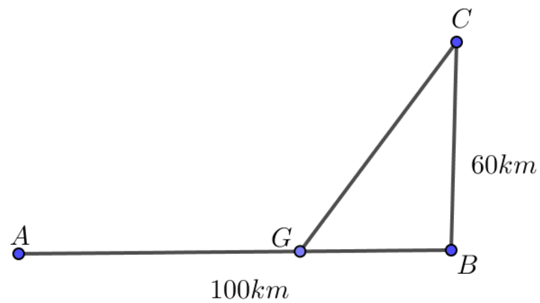
Xét $f(t)$ trên $\left[0;\dfrac{1}{4}\right]$

$f'(t)=32t-2; f'(t)=0 \Leftrightarrow t=\dfrac{1}{16}\in\left[0;\dfrac{1}{4}\right]$ S(0) = 12; $S\left(\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{25}{2}$; $s\left(\dfrac{1}{16}\right)=\dfrac{191}{16}$.

Max $S=\dfrac{25}{2}$ khi x = y = $\dfrac{1}{2}$ và $\min S=\dfrac{191}{16}$ khi $\left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4} \\ y=\dfrac{2-\sqrt{3}}{4} \end{array}\right.$ hoặc $\left\{\begin{array}{l} x=\dfrac{2-\sqrt{3}}{4} \\ y=\dfrac{2+\sqrt{3}}{4} \end{array}\right.$.

Câu 45. Đường dây điện $110\,\text{KV}$ kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra đảo (điểm C). Biết khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 60 km, khoảng cách từ A đến B là 100 km, mỗi km dây điện dưới nước chi phí là 100 triệu đồng, chi phí mỗi km dây điện trên bờ là 60 triệu đồng. Hỏi điểm G cách A bao nhiêu km để mắc dây điện từ A đến G rồi từ G đến C chi phí thấp nhất? (Đoạn AB trên bờ, đoạn GC dưới nước)

A. $50\,(\text{km})$. **B.** $60\,(\text{km})$. **C.** $55\,(\text{km})$. **D.** $45\,(\text{km})$.



Lời giải

Chọn C

Đặt $GB = x$ (km), $0 < x < 100 \Rightarrow GC = \sqrt{x^2 + 3600}$ (km). Số tiền cần để mắc dây điện từ 4 đến G rồi từ G đến E là:

$f(x) = 60(100 - x) + 100\sqrt{x^2 + 3600}$ (triệu đồng)

Cách 1: $f'(x) = \dfrac{100x}{\sqrt{x^2 + 3600}} - 60$;

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 100x = 60\sqrt{x^2 + 3600} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x < 100 \\ 5x = 3\sqrt{x^2 + 3600} \end{cases} \Leftrightarrow x = 45$$

x	0		45		100
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Vậy $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 45$ $\Rightarrow GA = 55$ km.

Cách 2: Dùng casio sử dụng MODE 7 được $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 45$ $\Rightarrow GA = 55$ km.

Câu 46. Tập hợp các giá trị của m để hàm số $y = \left|3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1\right|$ có T điểm cực trị là:

A. $(0;6)$. **B.** $(6;33)$. **C.** $(1;33)$. **D.** $(1;6)$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m - 1$,

Có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$

$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x\left(x^2 - x - 2\right)$

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$m-6$	$\nearrow$	$m-1$	$\searrow$	$m-33$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có T điểm cực trị $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt Ox tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow m-6<0<m-1 \Leftrightarrow 1<m<6$.

Câu 47. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x-\tan^2 x=\dfrac{\cos^2 x-\cos^3 x-1}{\cos^2 x}$ trên đoạn $[1;70]$

A. 188π. **B.** 263π. **C.** 363π. **D.** 365π

Lời giải

Chọn C

ĐK: $\cos x\neq 0$

Khi đó, phương trình $\Leftrightarrow\left(2\cos^2 x-1\right)\cdot\cos^2 x-\left(1-\cos^2 x\right)=\cos^2 x-\cos^3 x-1$

$\Leftrightarrow 2\cos^4 x+\cos^3 x-\cos^2 x=0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x+\cos x-1=0$ (vì $\cos x\neq 0$)

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos x=-1 \\ \cos x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pi+k_1 2\pi \\ x=\dfrac{\pi}{3}+k_2 2\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k_3 2\pi\end{array}\right.$$

Vì $x\in[1;70]$ nên $0\le k_1;k_2\le 10;1\le k_3\le 11$

Áp dụng công thức tính tổng 11 số hạng đầu tiên của một cấp số cộng, ta có

$$S=\frac{11}{2}(\pi+10.2\pi)+\frac{11}{2}\left[\frac{\pi}{3}+\left(\frac{\pi}{3}+10.2\pi\right)\right]+\frac{11}{2}\left[\left(-\frac{\pi}{3}+2\pi\right)+\left(-\frac{\pi}{3}+11.2\pi\right)\right]=363\pi \quad .$$

(Lưu ý: Tất cả các nghiệm này không có nghiệm nào trùng nhau. Và giả như phương trình có một số họ nghiệm trùng nhau thì tổng các nghiệm trên đoạn [1; 70] vẫn không thay đổi vì đề không yêu cầu tính tổng các nghiệm phân biệt).

Câu 48. Cho hàm số $y=x^3-x^2+2x+5$ có đồ thị là (C). Trong các tiếp tuyến của (C), tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất, thì hệ số góc của tiếp tuyến đó là

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

+)Gọi $M\left(x_0;y_0\right)\in(C)$ và Δ là tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại M.

+) $y' = 3x^2 - 2x + 2 \Rightarrow$ hệ số góc của Δ là $k = 3x_0^2 - 2x_0 + 2$.

+) Ta có $k = 3\left(x_0^2 - \frac{2}{3}x_0 + \frac{1}{9}\right) + \frac{5}{3}$

$= 3\left(x_0 - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} \ge \frac{5}{3}, \forall x_0$.

$\Rightarrow \min k = \frac{5}{3}$, đạt được khi $x_0 = \frac{1}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{mx^2 - 2x + 3}$. Có tất cả bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1

Lời giải

Chọn B

Nhận xét:

+ $f(x) = mx^2 - 2x + 3$ *có bậc* ≥ 1 *nên đồ thị hàm số luôn có 1 tiệm cận ngang.*

+ *Do đó: Yêu cầu bài toán* 9 *đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng.*

+ $m = 0$, đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng là đường thẳng $x = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow$ m = 0 thỏa bài toán.

+ $m \ne 0$, đồ thị hàm số có đúng 1 tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $mx^2 - 2x + 3 = 0$

có nghiệm kép hoặc nhận x = 1 làm nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta_f = 0\\ f(1) = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m = \frac{1}{3}\\ m = -1\end{array}\right.$

+ KL: $m \in \left\{0; \frac{1}{3}; -1\right\}$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2}{1-x}$. Đạo hàm cấp 2018 của hàm số $f(x)$ là:

A. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!x^{2013}}{(1-x)^{2013}}$.

B. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!}{(1-x)^{219}}$.

C. $f^{(2018)}(x) = -\frac{2018!}{(1-x)^{2019}}$.

D. $f^{(2018)}(x) = \frac{2018!x^{2013}}{(1-x)^{2013}}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) = -x - 1 - \frac{1}{x-1}$

$f'\left(x\right) = -1 + \frac{1}{\left(x-1\right)^2}$

$f''\left(x\right) = -\frac{2.1}{\left(x-1\right)^3} = -\frac{2!}{\left(x-1\right)^3}$

$f^{(3)}\left(x\right) = \frac{3.2.1}{\left(x-1\right)^4} = \frac{3!}{\left(x-1\right)^4}$

$f^{(4)}(x) = -\dfrac{4.3.2.1}{(x-1)^5} = -\dfrac{4!}{(x-1)^5}$

....

Suy ra: $f^{(2018)}(x) = \dfrac{-2018!}{(x-1)^{2019}} = \dfrac{2018!}{(1-x)^{2019}}$

Chú ý: Có thể dùng phương pháp quy nạp toán học chứng minh

được $f^{(n)}(x) = (-1)^{n+1} \dfrac{n!}{(x-1)^{n+1}}, \forall n \in N^*$