

Mã đề thi: 211

Năm học 2018 – 2019

Môn Toán

ĐỀ CHÍNH THỨC

Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Lớp: Số báo danh:

Câu 1. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của hình lăng trụ theo a .

- A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $R = \frac{a}{2}$. C. $R = 2a$. D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2. Biết rằng hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ chỉ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3. Giá trị tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(3; +\infty)$. B. $(0; 3)$. C. $(-3; 0)$. D. $(-\infty; -3)$.

Câu 3. Trong các khối trụ có cùng thể tích, khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R thỏa mãn điều kiện nào sau đây thì có diện tích toàn phần nhỏ nhất?

- A. $h = 2R$. B. $R = 2h$. C. $R = 3h$. D. $h = 3R$.

Câu 4. Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}} + 2mx + m^2 - 3$ với trục tung (m là tham số). Xác định giá trị của m sao cho tiếp tuyến tại M của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng có phương trình $y = \frac{1}{4}x + 5$.

- A. $m = \frac{3}{7}$. B. $m = \frac{4}{7}$. C. $m = -\frac{7}{8}$. D. $m = -\frac{3}{8}$.

Câu 5. Cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng d đi qua điểm $A(1; 3)$. Giả sử khi đường thẳng d có hệ số góc k thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d là nhỏ nhất. Giá trị thực của k thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-3; 0)$. D. $(0; 3)$.

Câu 6. Để chuẩn bị cho hội trại 26/3 sắp tới, cần chia một tổ gồm 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ thành ba nhóm, mỗi nhóm 4 người để đi làm ba công việc khác nhau. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên ta được mỗi nhóm có đúng một học sinh nữ.

- A. $\frac{8}{165}$. B. $\frac{24}{65}$. C. $\frac{16}{55}$. D. $\frac{12}{45}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a+4b)x + 2(a-b+c)y + 2(b-c)z + d = 0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định. Biết rằng $4a + b - 2c = 4$, tìm khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{15}{\sqrt{23}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{915}}$. C. $\frac{9}{\sqrt{15}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{314}}$.

Câu 8. Xác định hệ số của x^{13} trong khai triển của $(x + 2x^2)^{10}$.

- A. 5120. B. 180. C. 960. D. 3360.

Câu 9. Tung một con súc sắc không đồng chất thì xác suất xuất hiện mặt hai chấm và ba chấm lần lượt gấp 2 và 3 lần xác suất xuất hiện các mặt còn lại, xác suất xuất hiện các mặt còn lại như nhau. Xác suất để sau 7 lần tung có đúng 3 lần xuất hiện mặt số chẵn và 4 lần xuất hiện mặt số lẻ gần bằng số nào sau đây?

- A. 0,234. B. 0,292. C. 0,2342. D. 0,2927.

Câu 10. Xác định giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x + m\sqrt{x}$ đạt cực trị tại $x = 1$.

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -6$. D. $m = 6$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x) dx = 5$ và $\int_{-1}^3 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$.

- A. $I = -6$. B. $I = 6$. C. $I = 4$. D. $I = -4$.

Câu 12. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m + 1)x - 2$ đồng biến trên tập xác định?

- A. 2. B. 4. C. 0. D. 1.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (α) .

- A. $(\beta) : x + 2y + 2z - 13 = 0$. B. $(\beta) : x + 2y + 2z - 15 = 0$.
C. $(\beta) : x + 2y + 2z + 15 = 0$. D. $(\beta) : x + 2y + 2z + 13 = 0$.

Câu 14. Tính theo a diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$.

- A. $6\pi a^2$. B. $8\pi a^2$. C. $7\pi a^2$. D. $4\pi a^2$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SB và SC . Tính theo a thể tích hình chóp $S.AMN$.

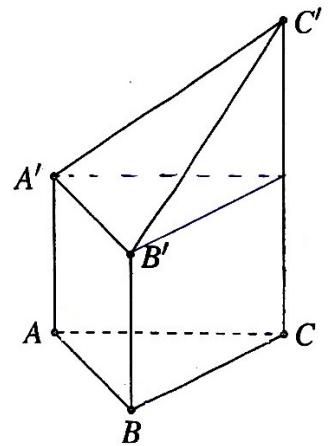
- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3}{4}$. C. a^3 . D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 16. Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2 \cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$ trong khoảng $(0; 2\pi)$.

- A. $S = 5\pi$. B. $S = \frac{7\pi}{6}$. C. $S = 4\pi$. D. $S = \frac{11\pi}{6}$.

Câu 17. Cho hình đa diện như hình vẽ, trong đó các cạnh AA', BB', CC' đều vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC đều cạnh a và $AA' = BB' = \frac{1}{2}CC' = a$. Tính theo a thể tích V của khối đa diện đó.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.
C. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.



Câu 18. Từ các chữ số của tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ít nhất năm chữ số và các chữ số đôi một phân biệt?

- A. 405. B. 642. C. 312. D. 522.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 6 = 0$. Xác định bán kính R của mặt cầu.

- A. $R = \sqrt{42}$. B. $R = \sqrt{3}$. C. $R = \sqrt{15}$. D. $R = \sqrt{30}$.

Câu 20. Có bao nhiêu số phức z có phần thực bằng 2 và $|z + 1 - 2i| = 3$?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 21. Cho a, b là các số thực dương, chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

$$\dots e^{\ln a - \ln b} = \frac{a}{b}$$

$$B. \ln \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \ln a - 3 \ln b.$$

$$C. \ln(a^2 b^4) = 2 \ln(ab) + 2 \ln b.$$

$$D. a \ln \frac{1}{b} = \ln(b^{-a}).$$

Câu 22. Xác định tọa độ điểm I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+4}$.

A. $I(2;4)$.

B. $I(2;-4)$.

C. $I(4;2)$.

D. $I(-4;2)$.

Câu 23. Một sinh viên mới ra trường mong muốn rằng bảy năm nữa sẽ có 2 tỷ đồng để mua nhà. Hỏi sinh viên đó phải gửi vào ngân hàng một khoảng tiền tiết kiệm như nhau hàng năm ít nhất là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng là 6,8%/năm (không thay đổi) và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

A. 263 triệu đồng.

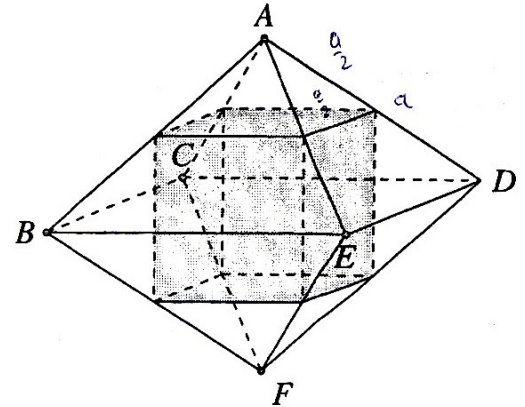
B. 183 triệu đồng.

C. 215 triệu đồng.

D. 218 triệu đồng.

Câu 24. Cho hình bát diện đều $ABCDEF$ cạnh a . Tính theo a thể tích V của khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh xuất phát từ A và F của hình bát diện (xem hình vẽ).

A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{a^3}{2}$. D. $V = \frac{a^3}{8}$.



Câu 25. Tìm tập xác định của hàm số $y = \log(2x^2 - 4x + 2)$.

A. \mathbb{R} .

B. $(-\infty; 1]$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 26. Hàm số nào trong các hàm số sau đây đồng biến trên khoảng $(1; 3)$?

A. $y = \frac{x+1}{2x-3}$.

B. $y = e^{-x}$.

C. $y = \sqrt{4-x^2}$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 27. Gọi S là tổng các giá trị của tham số $m < 0$ thỏa mãn giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1; 2]$ của hàm số $y = f(x) = x^3 - 2mx^2 - 4m^2x + 100$ bằng 12. Tìm phát biểu đúng trong các phát biểu sau.

A. $-15 < S < -10$.

B. $-5 < S < 0$.

C. $-20 < S < -15$.

D. $-10 < S < -5$.

Câu 28. Một hình nón có bán kính đáy bằng 5 cm và diện tích xung quanh bằng 30 cm^2 . Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \frac{25\pi\sqrt{39}}{3} (\text{cm}^3)$.

B. $V = \frac{25\pi\sqrt{11}}{3} (\text{cm}^3)$.

C. $V = \frac{25\pi\sqrt{61}}{3} (\text{cm}^3)$.

D. $V = \frac{25\pi\sqrt{34}}{3} (\text{cm}^3)$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 5\}$ và có bảng biến thiên như sau:

| | | | | | |
|---------|-----------|-----------|-----|-----------|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 5 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | - | + | 0 | - |
| $f(x)$ | 1 | | | 5 | 3 |
| | | $-\infty$ | 3 | | 3 |
| | | | | $-\infty$ | |

Tìm số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để phương trình $f(f(x)) - m + 5 = 0$ có nghiệm.

A. 2030.

B. 2021.

C. 2027.

D. 2010.

Câu 30. Tính giới hạn $L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x - x - 2}{3x^2 + 8x + 5}$.

- A. $L = -\frac{3}{2}$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = -\infty$. D. $L = 0$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + y - z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 4$. Xác định bán kính r của đường tròn là giao tuyến của mặt phẳng (α) và mặt cầu (S) .

- A. $r = \frac{2\sqrt{42}}{3}$. B. $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $r = \frac{2\sqrt{15}}{3}$. D. $r = \frac{2\sqrt{7}}{3}$.

Câu 32. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-15; 5]$ để phương trình $4^x + m2^x + 2m - 4 = 0$ có nghiệm?

- A. 18. B. 20. C. 17. D. 19.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có O là giao điểm của hai đường thẳng AC' và $A'C$. Xác định ảnh của tứ diện $AB'C'D'$ qua phép đối xứng tâm O .

- A. Tứ diện $ABCD'$. B. Tứ diện $ABC'D$. C. Tứ diện $AB'CD$. D. Tứ diện $A'BCD$.

Câu 34. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 3. Tập hợp S có bao nhiêu phần tử?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 6.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ theo a .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Câu 36. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -3x^2 + x + 4$ và trục hoành. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích phần hình (H) nằm bên trái và bên phải trục tung. Tính tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$.

- A. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{208}{343}$. B. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{54}{343}$. C. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{135}{343}$. D. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{135}{208}$.

Câu 37. Cho hàm số $y = x + p + \frac{q}{x+1}$ đạt cực đại tại điểm $A(-2; -2)$. Tính pq .

- A. $pq = 2$. B. $pq = \frac{1}{2}$. C. $pq = \sqrt{3}$. D. $pq = 1$.

Câu 38. Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3; -5)$. Xác định số phức liên hợp \bar{z} của z .

- A. $\bar{z} = -5 + 3i$. B. $\bar{z} = 5 + 3i$. C. $\bar{z} = 3 + 5i$. D. $\bar{z} = 3 - 5i$.

Câu 39. Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó theo a .

- A. $\frac{\pi a^2}{2}$. B. $\pi a^2 \sqrt{3}$. C. πa^2 . D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 40. Cho parabol (P) có phương trình $y = 2x^2 - 3x - 1$. Tịnh tiến parabol (P) theo vectơ $\vec{v} = (-1; 4)$ thu được đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = 2x^2 + 13x + 18$. B. $y = 2x^2 - 19x + 44$.
C. $y = 2x^2 + x + 2$. D. $y = 2x^2 - 7x$.

Câu 41. Xác định họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x + 1)e^{x^2 + 2x - 3}$.

A. $F(x) = \frac{e^{x^2+2x-3} + C}{2}, C \in \mathbb{R}.$

B. $F(x) = \frac{e^{x^2+2x-3}}{x+1} + C, C \in \mathbb{R}.$

C. $F(x) = 2e^{x^2+2x-3} + C, C \in \mathbb{R}.$

D. $F(x) = e^{x^2+2x-3} + C, C \in \mathbb{R}.$

Câu 42. Tung đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn.

A. $\frac{1}{3}.$

B. $\frac{1}{4}.$

C. $\frac{1}{6}.$

D. $\frac{1}{2}.$

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA là đường cao và đáy là tam giác ABC vuông tại B , $BC = a$. Hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) hợp với nhau một góc 60° và góc $\widehat{BSC} = 45^\circ$. Tính cosin của góc $\alpha = \widehat{ASB}$.

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

B. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}.$

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

D. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}.$

Câu 44. Một tấm bìa hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 8$ cm và $AD = 5$ cm. Cuộn tấm bìa sao cho hai cạnh AD và BC chồng khít lên nhau để thu được mặt xung quanh của một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ thu được.

A. $V = \frac{320}{\pi} \text{ (cm}^3\text{)}.$

B. $\frac{50}{\pi} \text{ (cm}^3\text{)}.$

C. $V = \frac{200}{\pi} \text{ (cm}^3\text{)}.$

D. $V = \frac{80}{\pi} \text{ (cm}^3\text{)}.$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$, $f(x) \neq 0$ với mọi $x \in [1; 3]$, đồng thời

$$f'(x)(1 + f(x))^2 = [(f(x))^2(x - 1)]^2 \text{ và } f(1) = -1.$$

Biết rằng $\int_1^3 f(x) dx = a \ln 3 + b$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}$), tính tổng $S = a + b^2$.

A. $S = 2.$

B. $S = -1.$

C. $S = 4.$

D. $S = 0.$

Câu 46. Cho số nguyên dương n thỏa mãn

$$\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + \dots + \log_2 \frac{1}{2^n} = -12403.$$

Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.

A. $131 < n < 158.$

B. $n < 126.$

C. $166 < n < 170.$

D. $n > 207.$

Câu 47. Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3} \geq 3$.

A. $S = (-\infty; 1].$

B. $S = (1; +\infty).$

C. $S = [1; +\infty).$

D. $S = (-\infty; 1).$

Câu 48. Cho tam giác ABC có chu vi bằng 26 cm và $\frac{\sin A}{2} = \frac{\sin B}{6} = \frac{\sin C}{5}$. Tính diện tích tam giác ABC .

A. $2\sqrt{23} \text{ (cm}^2\text{)}.$

B. $6\sqrt{13} \text{ (cm}^2\text{)}.$

C. $3\sqrt{39} \text{ (cm}^2\text{)}.$

D. $5\sqrt{21} \text{ (cm}^2\text{)}.$

Câu 49. Cho hình chóp $S.ABC$ có mỗi mặt bên là một tam giác vuông và $SA = SB = SC = a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC ; D là điểm đối xứng của S qua P . I là giao điểm của đường thẳng AD với mặt phẳng (SMN) . Tính theo a thể tích của khối tứ diện $MBSI$.

A. $\frac{a^3}{6}.$

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}.$

C. $\frac{a^3}{12}.$

D. $\frac{a^3}{36}.$

Câu 50. Một hộp có chứa 3 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ đôi một phân biệt. Có bao nhiêu cách chọn ra ba viên bi từ hộp mà có đủ cả hai màu.

A. 341.

B. 108.

C. 224.

D. 42.

Hết

TRƯỜNG THPT CHUYÊN ĐỀ THI THỬ LẦN 2 THPT QG NĂM HỌC 2018 – 2019
QUỐC HỌC HUẾ TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN 12

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề: 253

Mục tiêu: Đề thi thử THPTQG lần II môn Toán (mã đề 253) của trường THPT Chuyên Quốc học Huế gồm 50 câu hỏi trắc nghiệm nội dung chính của đề vẫn xoay quanh chương trình Toán 12, ngoài ra có một số ít các bài toán thuộc nội dung Toán lớp 11. Đề thi được biên soạn dựa theo cấu trúc đề minh họa môn Toán 2019 mà Bộ Giáo dục và Đào tạo đã công bố từ đầu tháng 12. Trong đó xuất hiện các câu hỏi khó lạ như câu 27, 40, 44 nhằm phân loại tối đa học sinh. Đề thi giúp HS biết được điểm yếu và mạnh của mình để có kế hoạch ôn tập tốt nhất.

Câu 1 [TH]: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng (α) có phương trình $2x + y - z - 1 = 0$ và mặt cầu (S) có phương trình $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$. Xác định bán kính r của đường tròn là giao tuyến của (α) và mặt cầu (S) .

A. $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. B. $r = \frac{2\sqrt{7}}{3}$. C. $r = \frac{2\sqrt{15}}{3}$. D. $r = \frac{2\sqrt{42}}{3}$.

Câu 2 [TH]: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x - 2$ đồng biến trên tập xác định?

A. 2. B. 1. C. 4. D. 0.

Câu 3 [TH]: Xác định họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x+1)e^{x^2+2x-3}$.

A. $F(x) = e^{x^2+2x-3} + C, C \in \mathbb{R}$. B. $F(x) = 2e^{x^2+2x-3} + C, C \in \mathbb{R}$.

C. $F(x) = \frac{e^{x^2+2x-3} + C}{2}, C \in \mathbb{R}$. D. $F(x) = \frac{e^{x^2+2x-3}}{x+1} + C, C \in \mathbb{R}$.

Câu 4 [TH]: Cho hàm số $y = x + p + \frac{q}{x+1}$ đạt cực đại tại điểm $A(-2; -2)$. Tính pq .

A. $pq = \frac{1}{2}$. B. $pq = 1$. C. $pq = \sqrt{3}$. D. $pq = 2$.

Câu 5 [TH]: Một hộp có chứa 3 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ đôi một phân biệt. Có bao nhiêu cách chọn ra ba viên bi từ hộp mà có đủ cả hai màu.

A. 341. B. 224. C. 42. D. 108

Câu 6 [NB]: Xác định tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3} \geq 3$.

A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (-\infty; 1]$. D. $S = [1; +\infty)$.

Câu 7 [NB]: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log(2x^2 - 4x + 2)$.

A. $(-\infty; 1]$ B. $(1; +\infty)$ C. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ D. \mathbb{R}

Câu 8 [TH]: Cho số nguyên dương n thỏa mãn $\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + \dots + \log_2 \frac{1}{2^n} = -12403$. Chọn mệnh đúng trong các mệnh đề sau.

A. $166 < n < 170$. B. $131 < n < 158$. C. $n > 207$. D. $n < 126$.

Câu 9 [TH]: Cho parabol (P) có phương trình $y = 2x^2 - 3x - 1$. Tịnh tiến parabol (P) theo vectơ $\vec{v} = (-1; 4)$ thu được đồ thị của hàm số nào dưới đây?

- A. $y = 2x^2 + x + 2$ B. $y = 2x^2 - 19x + 44$ C. $y = 2x^2 - 7x$ D. $y = 2x^2 + 13x + 18$

Câu 10 [TH]: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-15; 5]$ để phương trình $4^x + m2^x + 2m - 4 = 0$ có nghiệm?

- A. 18. B. 17. C. 20. D. 19.

Câu 11 [VD]: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a, AA' = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của hình lăng trụ theo a .

- A. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ B. $R = \frac{a}{2}$ C. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ D. $R = 2a$

Câu 12 [VD]: Một sinh viên mới ra trường mong muốn rằng 7 năm nữa sẽ có 2 tỷ đồng để mua nhà. Hỏi sinh viên đó phải gửi ngân hàng một khoản tiền tiết kiệm như nhau hàng năm ít nhất là bao nhiêu? Biết rằng lãi suất ngân hàng là 6,8%/năm (không thay đổi) và lãi hàng năm được nhập vào vốn.

- A. 215 triệu đồng. B. 263 triệu đồng. C. 218 triệu đồng. D. 183 triệu đồng.

Câu 13 [VD]: Cho hình chóp $S.ABC$ có mỗi mặt bên là một tam giác vuông và $SA = SB = SC = a$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC, BC ; D là điểm đối xứng của S qua P . I là giao điểm của đường thẳng AD với mặt phẳng (SMN) . Tính theo a thể tích của khối tứ diện $MBSI$.

- A. $\frac{a^3}{12}$. B. $\frac{a^3}{36}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

Câu 14 [NB]: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_1^3 f(x)dx = 5$ và $\int_{-1}^3 f(x)dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 f(x)dx$.

- A. $I = -4$. B. $I = -6$. C. $I = 6$. D. $I = 4$.

Câu 15 [TH]: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 5\}$ và có bảng biến thiên như sau:

| | | | | | | | | | | | | | |
|---------|-----------|----|-----------|---|-----------|---|---|---|---|---|-----------|---|---|
| x | $-\infty$ | -1 | 0 | 5 | $+\infty$ | | | | | | | | |
| $f'(x)$ | - | | + | 0 | - | | - | | | | | | |
| $f(x)$ | 1 | ↘ | $-\infty$ | ↗ | 3 | ↘ | 5 | ↗ | 3 | ↘ | $-\infty$ | ↗ | 3 |

Tìm giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2019; 2019]$ để phương trình $f(f(x)) - m + 5 = 0$ có nghiệm.

- A. 2021. B. 2027. C. 2030. D. 2010.

Câu 16 [VD]: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 4b)x + 2(a - b + c)y + 2(b - c)z + d = 0$, tâm I nằm trên mặt phẳng (α) cố định. Biết rằng $4a + b - 2c = 4$, tìm khoảng cách từ điểm $D(1; 2; -2)$ đến mặt phẳng (α) .

- A. $\frac{9}{\sqrt{15}}$. B. $\frac{15}{\sqrt{23}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{314}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{915}}$.

Câu 17 [NB]: Xác định tọa độ điểm I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x + 4}$.

- A. $I(2;4)$ B. $I(4;2)$ C. $I(2;-4)$ D. $I(-4;2)$

Câu 18 [VD]: Tính tổng S các nghiệm của phương trình $(2\cos 2x+5)(\sin^4 x-\cos^4 x)+3=0$ trong khoảng $(0;2\pi)$.

- A. $S=4\pi$. B. $S=\frac{7\pi}{6}$. C. $S=\frac{11\pi}{6}$. D. $S=5\pi$.

Câu 19 [TH]: Xác định giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x+m\sqrt{x}$ đạt cực trị tại $x=1$.

- A. $m=-2$. B. $m=2$. C. $m=6$. D. $m=-6$.

Câu 20 [NB]: Cho số phức z có điểm biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $M(3;-5)$. Xác định số phức liên hợp \bar{z} của z .

- A. $\bar{z}=3+5i$. B. $\bar{z}=-5+3i$. C. $\bar{z}=5+3i$. D. $\bar{z}=3-5i$.

Câu 21 [TH]: Trong các khối trụ có cùng thể tích, khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy R thỏa mãn điều kiện nào sau đây thì có diện tích toàn phần nhỏ nhất?

- A. $h=3R$. B. $h=2R$. C. $R=2h$. D. $R=3h$.

Câu 22 [TH]: Để chuẩn bị cho hội trại 26/3 sắp tới, cần chia một tổ gồm 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ thành ba nhóm, mỗi nhóm 4 người để đi làm ba công việc khác nhau. Tính xác suất để khi chia ngẫu nhiên, ta được mỗi nhóm có đúng một học sinh nữ.

- A. $\frac{16}{55}$ B. $\frac{12}{45}$ C. $\frac{24}{65}$ D. $\frac{8}{165}$

Câu 23 [VD]: Tung một con súc sắc không đồng chất thì xác suất hiện mặt hai chấm và ba chấm lần lượt gấp 2 và 3 lần xác suất xuất hiện các mặt còn lại, xác suất xuất hiện các mặt còn lại như nhau, Xác suất để 7 lần tung có đúng 3 lần xuất hiện mặt số chẵn và 4 lần xuất hiện mặt số lẻ gần bằng số nào sau đây?

- A. 0,2342 B. 0,292. C. 0,2927 D. 0,234

Câu 24 [TH]: Tính giới hạn $L=\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2-x-2}{3x^2+8x+5}$.

- A. $L=0$. B. $L=-\infty$ C. $L=-\frac{3}{2}$. D. $L=\frac{1}{2}$.

Câu 25 [NB]: Hàm số nào trong các hàm số sau đây đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

- A. $y=\sqrt{4-x^2}$ B. $y=x^4-2x^2-1$ C. $y=e^{-x}$ D. $y=\frac{x+1}{2x-3}$

Câu 26 [NB]: Cho hình lập phương $ABCD$. $A'B'C'D'$ có O là giao điểm của hai đường thẳng AC' và $A'C$. Xác định ảnh của tứ diện $AB'C'D'$ qua phép đối xứng tâm O .

- A. Tứ diện $ABC'D$. B. Tứ diện $A'BCD$. C. Tứ diện $AB'CD$. D. Tứ diện $ABCD'$

Câu 27 [VDC]: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA là đường cao và đáy là tam giác vuông tại B , $BC=a$. Hai mặt phẳng (SCA) và (SBC) hợp với nhau một góc 60° và góc $BSC=45^\circ$. Tính cosin của góc $\alpha=ASB$

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\cos \alpha = \sqrt{\frac{2}{5}}$.

Câu 28 [TH]: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình là $x+2y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua M và song song với (α) .

- A. $(\beta):x+2y+2z+13=0$. B. $(\beta):x+2y+2z-15=0$.

C. $(\beta): x + 2y + 2z - 13 = 0.$

D. $(\beta): x + 2y + 2z + 15 = 0.$

Câu 29 [TH]: Tung đồng thời hai con xúc xắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn.

A. $\frac{1}{3}.$

B. $\frac{1}{6}.$

C. $\frac{1}{4}.$

D. $\frac{1}{2}.$

Câu 30 [NB]: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 6 = 0$. Xác định bán kính R của mặt cầu.

A. $R = \sqrt{3}.$

B. $R = \sqrt{30}.$

C. $R = \sqrt{15}.$

D. $R = \sqrt{42}.$

Câu 31 [TH]: Biết rằng hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ chỉ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3. Giá trị tham số m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-3; 0)$

B. $(0; 3)$

C. $(-\infty; -3)$

D. $(3; +\infty)$

Câu 32 [TH]: Một hình nón có bán kính đáy bằng 5cm và diện tích xung quanh bằng $30\pi cm^2$. Tính thể tích V của khối nón đó.

A. $V = \frac{25\pi\sqrt{34}}{3} (cm^3)$

B. $V = \frac{25\pi\sqrt{39}}{3} (cm^3)$

C. $V = \frac{25\pi\sqrt{11}}{3} (cm^3)$

D. $V = \frac{25\pi\sqrt{61}}{3} (cm^3)$

Câu 33 [VD]: Gọi S là tổng các giá trị của tham số $m < 0$ thỏa mãn giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1; 2]$ của hàm số $y = f(x) = x^3 - 2mx^2 - 4m^2x + 100$ bằng 12. Tìm phát biểu đúng trong các phát biểu sau đây:

A. $-15 < S < -10.$

B. $-20 < S < -15.$

C. $-5 < S < 0.$

D. $-10 < S < -5.$

Câu 34 [NB]: Cho a, b là các số thực dương, chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau.

A. $\ln \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \ln a - 3 \ln b.$

B. $\ln(a^2b^4) = 2 \ln(ab) + 2 \ln b.$

C. $a \ln \frac{1}{b} = \ln b^{-a}.$

D. $e^{\ln a - \ln b} = \frac{a}{b}.$

Câu 35 [TH]: Xác định hệ số của x^{13} trong khai triển của $(x + 2x^2)^{10}$.

A. 180.

B. 3360.

C. 960.

D. 5120.

Câu 36 [VD]: Cho parabol (P) có phương trình $y = x^2$ và đường thẳng d đi qua $A(1; 3)$. Giả sử khi đường thẳng d có hệ số góc k thì diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d là nhỏ nhất. Giá trị thực của k thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3; +\infty)$

B. $(-\infty - 3)$

C. $(0; 3)$

D. $(-3; 0)$

Câu 37 [TH]: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SC . Tính theo a thể tích hình chóp $S.AMN$.

A. $\frac{a^3}{4}.$

B. $\frac{3a^3}{4}.$

C. $\frac{a^3}{2}.$

D. $a^3.$

Câu 38 [TH]: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -3x^2 + x + 4$ và trục hoành. Gọi S_1 và S_2 lần lượt là diện tích phần hình (H) nằm bên trái và bên phải trục tung. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

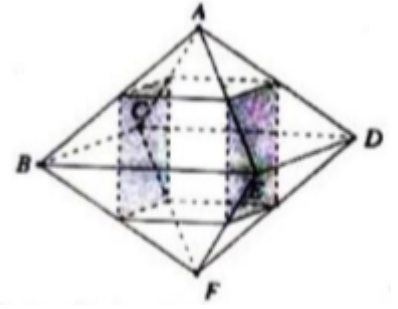
$$\text{A. } \frac{S_1}{S_2} = \frac{135}{208}.$$

$$\text{B. } \frac{S_1}{S_2} = \frac{135}{343}.$$

$$\text{C. } \frac{S_1}{S_2} = \frac{208}{343}.$$

$$\text{D. } \frac{S_1}{S_2} = \frac{54}{343}.$$

Câu 39 [TH]: Cho hình bát diện đều ABCDEF cạnh a . Tính theo a thể tích V của khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh xuất phát từ đỉnh A và F của hình bát diện (xem hình vẽ)



$$\text{A. } V = a^3\sqrt{2}.$$

$$\text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}.$$

$$\text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}.$$

$$\text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}.$$

Câu 40 [VDC]: Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1;3]$, $f(x) \neq 0$ với mọi $x \in [1;3]$, đồng thời $f'(x)(1+f(x))^2 = [(f(x))^2(x-1)]^2$ và $f(1) = -1$. Biết rằng $\int_1^3 f(x)dx = a \ln 3 + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$), tính tổng $S = a + b^2$.

$$\text{A. } S = 2.$$

$$\text{B. } S = 0.$$

$$\text{C. } S = 4.$$

$$\text{D. } S = -1.$$

Câu 41 [TH]: Tính theo a diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy bằng a và chiều cao bằng $3a$

$$\text{A. } 4\pi a^2.$$

$$\text{B. } 7\pi a^2.$$

$$\text{C. } 8\pi a^2.$$

$$\text{D. } 6\pi a^2.$$

Câu 42 [TH]: Một hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều cạnh a . Tính diện tích xung quanh của hình nón đó theo a .

$$\text{A. } \pi a^2.$$

$$\text{B. } \frac{\pi a^2}{2}.$$

$$\text{C. } \frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{D. } \pi a^2\sqrt{3}.$$

Câu 43 [TH]: Có bao nhiêu số phức z có phần thực bằng 2 và $|z+1-2i|=3$?

$$\text{A. } 2.$$

$$\text{B. } 1.$$

$$\text{C. } 3.$$

$$\text{D. } 0.$$

Câu 44 [VD]: Cho tam giác ABC có chu vi bằng 26 cm và $\frac{\sin A}{2} = \frac{\sin B}{6} = \frac{\sin C}{5}$. Tính diện tích tam giác ABC.

$$\text{A. } 3\sqrt{39}(\text{cm}^2).$$

$$\text{B. } 5\sqrt{21}(\text{cm}^2).$$

$$\text{C. } 6\sqrt{13}(\text{cm}^2).$$

$$\text{D. } 2\sqrt{23}(\text{cm}^2).$$

Câu 45 [TH]: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D' cạnh a . Tính khoảng cách từ điểm A đến (A'BD) theo a .

$$\text{A. } 2a\sqrt{3}.$$

$$\text{B. } \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\text{C. } a\sqrt{3}.$$

$$\text{D. } \frac{a\sqrt{3}}{6}.$$

Câu 46 [TH]: Một tấm bìa hình chữ nhật ABCD có $AB = 6\text{cm}$, $AD = 5\text{cm}$. Cuộn tấm bìa sao cho hai cạnh AD và BC chồng khít lên nhau để thu được mặt xung quanh của một hình trụ. Tính thể tích V của khối trụ thu được.

$$\text{A. } V = \frac{320}{\pi}(\text{cm}^3).$$

$$\text{B. } V = \frac{80}{\pi}(\text{cm}^3).$$

$$\text{C. } V = \frac{200}{\pi}(\text{cm}^3).$$

$$\text{D. } V = \frac{50}{\pi}(\text{cm}^3).$$

Câu 47 [VD]: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Tập hợp S có bao nhiêu phần tử?

$$\text{A. } 1.$$

$$\text{B. } 2.$$

$$\text{C. } 6.$$

$$\text{D. } 0.$$

Câu 48 [VD]: Từ các chữ số của tập hợp $\{0;1;2;3;4;5\}$ lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ít nhất 5 chữ số và các chữ số đôi một phân biệt?

A. 312.

B. 522.

C. 405

D. 624.

Câu 49 [TH]: Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{x+1}} + 2mx + m^2 - 3$ với trục tung (m là tham số). Xác định giá trị của m sao cho tiếp tuyến tại M của đồ thị hàm số đã cho song song với đường thẳng có phương trình $y = \frac{1}{4}x + 5$.

A. $m = -\frac{3}{8}$

B. $m = -\frac{7}{8}$

C. $m = \frac{3}{7}$

D. $m = \frac{4}{7}$

Câu 50 [VD]: Cho hình đa diện như hình vẽ, trong đó các cạnh AA' , BB' , CC' đều vuông góc với (ABC) , tam giác ABC đều cạnh a và $AA' = BB' = \frac{1}{2}CC' = a$. Tính theo a thể tích V của khối đa diện đó.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

C. $V = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $V = \frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1.A | 2.B | 3.C | 4.B | 5.D | 6.C | 7.C | 8.B | 9.A | 10.B |
| 11.C | 12.D | 13.B | 14.A | 15.B | 16.D | 17.D | 18.A | 19.A | 20.A |
| 21.B | 22.A | 23.C | 24.C | 25.B | 26.A | 27.D | 28.C | 29.C | 30.A |
| 31.C | 32.C | 33.C | 34.A | 35.C | 36.C | 37.A | 38.A | 39.D | 40.D |
| 41.C | 42.B | 43.B | 44.A | 45.B | 46.B | 47.B | 48.D | 49.A | 50.B |

Câu 1:

Phương pháp:

Sử dụng mối quan hệ $d^2 + r^2 = R^2$.

Trong đó, d : khoảng cách từ tâm O đến mặt phẳng (P),

r : bán kính đường tròn là giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P),

R : bán kính hình cầu

Cách giải:

Mặt cầu $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tâm $I(1;1;-2)$, bán kính $R=2$

$$d = d(I;(\alpha)) = \frac{|2 \cdot 1 + 1 - (-2) - 1|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Ta có: } d^2 + r^2 = R^2 \Leftrightarrow \left(\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)^2 + r^2 = 2^2 \Leftrightarrow r^2 = \frac{4}{3} \Leftrightarrow r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Bán kính r của đường tròn là giao tuyến của (α) và mặt cầu (S) là $r = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

Chọn: A

Câu 2:

Phương pháp:

Xác định m để $y' \geq 0, \forall x$.

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y = x^3 + 3mx^2 + (m+1)x - 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6mx + m + 1$

Hàm số đồng biến trên tập xác định $\Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' < 0 \\ 3 > 0 \text{ (luôn đúng)} \end{cases} \Leftrightarrow 9m^2 - 3m - 3 < 0 \Leftrightarrow \frac{1 - \sqrt{13}}{6} < m < \frac{1 + \sqrt{13}}{6}$$

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0$. Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Chọn: B

Câu 3:

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính nguyên hàm $\int e^{u(x)} d(u(x)) = e^{u(x)} + C$

Cách giải:

$$f(x) = (x+1)e^{x^2+2x-3}$$

$$\Rightarrow F(x) = \int (x+1)e^{x^2+2x-3} dx = \frac{1}{2} \int e^{x^2+2x-3} d(x^2+2x-3) = \frac{1}{2} e^{x^2+2x-3} + C$$

Chọn: C

Chú ý: Học sinh có thể sử dụng phương pháp đổi biến bằng cách đặt $t = x^2 + 2x - 3$

$$\Leftrightarrow dt = (2x+2)dx \Leftrightarrow (x+1)dx = \frac{dt}{2}.$$

$$\text{Khi đó } F(x) = \frac{1}{2} \int e^t dt = \frac{1}{2} e^t + C = \frac{e^{x^2+2x-3}}{2} + C.$$

Câu 4:

Phương pháp:

Tìm điều kiện để tại điểm $A(-2; -2)$ có y' đổi dấu từ dương sang âm.

Cách giải:

$$y = x + p + \frac{q}{x+1}, (x \neq -1) \Rightarrow y' = 1 - \frac{q}{(x+1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{q}{(x+1)^2} = 0$$

$$\text{Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm } A(-2; -2) \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - \frac{q}{(-2+1)^2} = 0 \\ -2 + p + \frac{q}{-2+1} = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1 \\ p = 1 \end{cases}$$

Kiểm tra lại: Với $q = p = 1$, ta có: $y = x + 1 + \frac{1}{x+1}, y' = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$: đổi dấu từ dương sang âm

tại $x = -2$.

$\Rightarrow q = p = 1$: thỏa mãn. Khi đó ta có: $pq = 1$.

Chọn: B

Câu 5:

Phương pháp:

Sử dụng công thức cộng và công thức nhân.

Cách giải:

TH1: Một viên xanh, hai viên đỏ: $C_3^1 \cdot C_8^2 = 3 \cdot 28 = 84$ (cách)

TH2: Hai viên xanh, một viên đỏ: $C_3^2 \cdot C_8^1 = 3 \cdot 8 = 24$ (cách)

\Rightarrow Có tất cả: $84 + 24 = 108$ (cách).

Chọn: D

Câu 6:

Phương pháp:

Giải bất phương trình mũ cơ bản $a^{f(x)} \geq b \Leftrightarrow f(x) \geq \log_a b (a > 1)$

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \left(\frac{1}{3}\right)^{2x-3} \geq 3 \Leftrightarrow 3^{3-2x} \geq 3 \Leftrightarrow 3-2x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 1$$

Tập nghiệm của BPT là: $S = (-\infty; 1]$.

Chọn: C

Câu 7:

Phương pháp:

Hàm số $y = \log_a f(x)$ xác định $\Leftrightarrow f(x) > 0$.

Cách giải:

$$\text{ĐKXD: } 2x^2 - 4x + 2 > 0 \Leftrightarrow 2(x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

Chọn: C

Câu 8:

Phương pháp:

Sử dụng công thức $\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$ ($0 < a \neq 1, b > 0$) và công thức tính tổng $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Cách giải:

Ta có:

$$\log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{1}{4} + \log_2 \frac{1}{8} + \dots + \log_2 \frac{1}{2^n} = -12403$$

$$\Leftrightarrow -1 - 2 - 3 - \dots - n = -12403$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n = 12403 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 12403$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 24806 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 157 \text{ (tm)} \\ n = -158 \text{ (ktm)} \end{cases} \Rightarrow 131 < n < 158$$

Chọn: B

Câu 9:

Phương pháp:

Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}(a; b)$ biến $M(x; y)$ thành $M'(x'; y')$ thỏa mãn: $\begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

Cách giải:

Phép tịnh tiến theo vector $\vec{v}(-1; 4)$ biến $M(x; y) \in (P)$ thành $M'(x'; y') \in (P')$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' + 1 \\ y = y' - 4 \end{cases}$$

Thay vào hàm số của (P) ta có: $y' - 4 = 2(x' + 1)^2 - 3(x' + 1) - 1 \Leftrightarrow y' = 2x'^2 + x' + 2$

Phương trình của (P') là: $y = 2x^2 + x + 2$

Chọn: A

Câu 10:

Phương pháp:

+) Đặt $2^x = t, (t > 0)$, đưa phương trình về dạng phương trình bậc hai ẩn t.

+) Phương trình ban đầu có nghiệm khi và chỉ khi phương trình bậc hai ẩn t có nghiệm dương.

Cách giải:

Đặt $2^x = t, (t > 0)$, phương trình $4^x + m2^x + 2m - 4 = 0(1)$ trở thành

$$t^2 + mt + 2m - 4 = 0 \Leftrightarrow (t-2)(t+2) + m(t+2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (t+2)(t-2+m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2(ktm) \\ t = 2-m \end{cases}$$

Phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow 2-m > 0 \Leftrightarrow m < 2$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in [-15; 5] \Rightarrow m \in \{-15; -14; \dots; 1\}$: Có 17 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn: B

Câu 11:

Phương pháp:

Xác định tâm đường tròn ngoại tiếp O, O' của hai tam giác đáy. Khi đó, tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là trung điểm của OO' .

Cách giải:

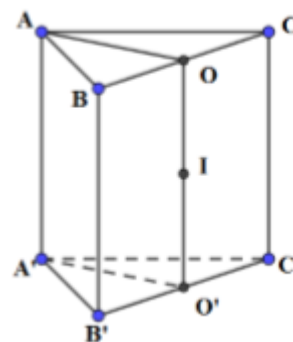
Do tam giác ABC vuông cân tại A nên trung điểm O của BC là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Tương tự, trung điểm O' của $B'C'$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$.

Khi đó, tâm mặt cầu I ngoại tiếp hình lăng trụ là trung điểm của OO' .

$$OA = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}, OI = \frac{OO'}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\Delta OAI \text{ vuông tại } O \Rightarrow IA = \sqrt{OI^2 + OA^2} = \sqrt{\frac{a^2}{2} + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$$



Chọn: C

Câu 12:

Phương pháp:

Sử dụng công thức lãi kép kiểu 2 (gửi một số tiền đều đặn đầu hàng tháng): $T = \frac{M}{r} [(1+r)^n - 1](1+r)$,

trong đó:

T : Số tiền nhận được sau n tháng.

M : Số tiền gửi vào hàng tháng

r : lãi suất (%/tháng)

n : số tháng gửi tiết kiệm.

Cách giải:

Gọi M (đồng) là số tiền sinh viên đó gửi vào ngân hàng mỗi năm.

$$\text{Ta có: } 2.10^9 = \frac{M}{6,8\%} [(1+6,8\%)^7 - 1](1+6,8\%) \Leftrightarrow M = 183.10^6 \text{ (đồng).}$$

Chọn: D

Câu 13:

Phương pháp:

Sử dụng tỉ số diện tích, tỉ số thể tích để tính thể tích khối tứ diện $MBSI$ thông qua thể tích khối tứ diện vuông $SABC$.

Cách giải:

Do $SA = SB = SC = a$ nên các tam giác SAB, SBC, SCA vuông tại S .

$\Rightarrow SA, SB, SC$ đôi một vuông góc.

Thể tích khối tứ diện vuông S.ABC là:

$$V = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot SB \cdot SC = \frac{a^3}{6}$$

Gọi J là giao điểm của MN và AP, I là giao điểm của SJ và AD. Khi đó,

$$I = AD \cap (SMN) \quad (\text{do } SI \subset (SMN))$$

ΔASD có: P là trung điểm của SD, J là trung điểm của AP.

Xét tam giác vuông SBC có

$$SP = \frac{1}{2} BC = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow AP = \sqrt{SA^2 + SP^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$\Rightarrow SJ = \frac{1}{2} AP = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Ta có: } SD = 2SP = a\sqrt{2} \Rightarrow AD = a\sqrt{3} \Rightarrow \cos \angle SDA = \frac{SD}{AD} = \frac{\sqrt{6}}{3}.$$

Áp dụng định lí Menelaus trong tam giác APD ta có:

$$\frac{JA}{JP} \cdot \frac{SP}{SD} \cdot \frac{ID}{IA} = 1 \Leftrightarrow 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{ID}{IA} = 1 \Leftrightarrow \frac{ID}{IA} = 2 \Leftrightarrow ID = \frac{2}{3} AD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Áp dụng định lí Cosin trong tam giác SID ta có:

$$SI^2 = SD^2 + DI^2 - 2SD \cdot DI \cdot \cos \angle SDA$$

$$= 2a^2 + \frac{4}{3}a^2 - 2 \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{2a^2}{3}$$

$$\Rightarrow SI = \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow \frac{SJ}{SI} = \frac{3}{4}$$

$$\text{Dễ dàng chứng minh được: } SJ = \frac{3}{4} SI \Rightarrow S_{\Delta SJB} = \frac{3}{4} S_{\Delta SIB} \Rightarrow V_{M.SJB} = \frac{3}{4} V_{M.SIB} \text{ hay } \Rightarrow V_{M.SIB} = \frac{4}{3} V_{M.SJB}$$

$$\text{Lại có: } S_{\Delta MJB} = \frac{1}{2} S_{\Delta AJB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} S_{\Delta APB} = \frac{1}{8} S_{\Delta ABC}$$

$$\Rightarrow V_{M.SJB} = \frac{1}{8} V_{S.ABC} \Rightarrow V_{M.SIB} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{8} V_{S.ABC} = \frac{1}{6} V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} a^3 = \frac{1}{36} a^3.$$

Chọn: B

Câu 14:

Phương pháp:

$$\text{Sử dụng tính chất tích phân } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Cách giải:

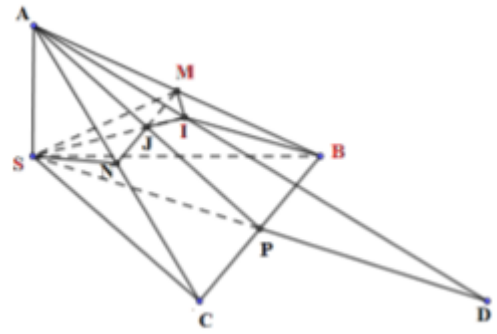
$$I = \int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^3 f(x) dx + \int_3^1 f(x) dx = \int_{-1}^3 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx = 1 - 5 = -4.$$

Chọn: A

Câu 15:

Phương pháp:

Biện luận số nghiệm của phương trình thông qua số giao điểm của hai đồ thị hàm số.



Cách giải:

Ta có: $f((x)) - m + 5 = 0 \Leftrightarrow f((x)) = m - 5$

Nhận xét: Tập giá trị của $f(x)$ là $(-\infty; 3) \cup (3; 5]$. Khi đó, tập giá trị của $f(f(x))$ là $(-\infty; 1) \cup (3; 5]$

$$\text{Phương trình đã cho có nghiệm} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 5 < 1 \\ 3 < m - 5 \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 6 \\ 8 < m \leq 10 \end{cases}$$

Mà $m \in \mathbb{Z}, m \in [-2019; 2019] \Rightarrow m \in \{-2019; -2018; \dots; 5\} \cup \{9; 10\}$: có 2027 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn: B

Câu 16:

Phương pháp:

+) Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có tâm là $I(a; b; c)$. Xác định mặt phẳng cố định đi qua I.

+) Công thức tính khoảng cách từ $M(x_0; y_0; z_0)$ đến $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ là:

$$d(M; (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Cách giải:

Mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2(a + 4B)x + 2(a - b + c)y + 2(b - c)z + d = 0$ có tâm

$$I(a + 4b; -a + b - c; c - b)$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_I = a + 4b \\ y_I = -a + b - c \\ z_I = -b + c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -y_I - z_I \\ b = \frac{1}{4}x_I + \frac{1}{4}y_I + \frac{1}{4}z_I \\ c = \frac{1}{4}x_I + \frac{1}{4}y_I + \frac{5}{4}z_I \end{cases}$$

Mà

$$4a + b - 2c = 4 \Rightarrow 4(-y_I - z_I) + \frac{1}{4}x_I + \frac{1}{4}y_I + \frac{1}{4}z_I - 2\left(\frac{1}{4}x_I + \frac{1}{4}y_I + \frac{5}{4}z_I\right) = 4 \Leftrightarrow x_I + 17y_I + 25z_I + 16 = 0$$

Do đó tâm I luôn nằm trên mặt phẳng (α) cố định là $x + 17y + 25z + 16 = 0$

$$\text{Khoảng cách từ điểm } D(1; 2; -2) \text{ đến mặt phẳng } (\alpha): d(D; (\alpha)) = \frac{|1 + 17 \cdot 2 + 25 \cdot (-2) + 16|}{\sqrt{1^2 + 17^2 + 25^2}} = \frac{1}{\sqrt{915}}$$

Chọn: D

Câu 17:

Phương pháp:

Đồ thị hàm số bậc nhất trên bậc nhất $y = \frac{ax + b}{cx + d}, (ad - bc \neq 0, c \neq 0)$ có 2 đường tiệm cận là:

$$x = -\frac{d}{c}, u = \frac{a}{c}. \text{ Cách giải:}$$

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x + 4}$ có TCN $y = 2$ và TCD $x = -4$. Vậy tọa độ điểm I là giao điểm của hai đường

tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x + 4}$ là: $I(-4; 2)$.

Chọn: D

Câu 18:

Phương pháp:

Biến đổi về phương trình bậc 2 đối với $\cos 2x$. Sử dụng công thức nhân đôi: $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$.

Cách giải:

Ta có:

$$(2 \cos 2x + 5)(\sin^4 x - \cos^4 x) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \cos 2x + 5)(\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2 \cos 2x + 5)(-\cos 2x) + 3 = 0 \Leftrightarrow -2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 2x = -3(ktm) \\ \cos 2x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Xét } x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \in (0; 2\pi)$$

$$\Rightarrow 0 < \frac{\pi}{6} + k\pi < 2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k < \frac{11}{6} \Rightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{6}; \frac{7\pi}{6} \right\}$$

$$\text{Xét } x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \in (0; 2\pi)$$

$$\Rightarrow 0 < -\frac{\pi}{6} + k\pi < 2\pi, (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \frac{1}{6} < k < \frac{13}{6} \Rightarrow k \in \{1; 2\} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{5\pi}{6}; \frac{11\pi}{6} \right\}$$

$$\text{Tổng các nghiệm của phương trình thỏa mãn điều kiện là: } \frac{\pi}{6} + \frac{7\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} = 4\pi.$$

Chọn: A

Câu 19:

Phương pháp:

$$\text{Hàm số } y = f(x) \text{ đạt cực tiểu tại } x = x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$$

$$\text{Hàm số } y = f(x) \text{ đạt cực đại tại } x = x_0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$$

Cách giải:

$$\text{TXĐ: } D = [0; +\infty). \text{ Ta có: } y' = 1 + \frac{m}{2\sqrt{x}}$$

$$\text{Hàm số đạt cực trị tại } x = 1 \Rightarrow y'(1) = 0 \Leftrightarrow 1 + \frac{m}{2} = 0 \Leftrightarrow m = -2$$

Thử lại: Với $m = -2$, ta có:

$$y = x - 2\sqrt{x}; y' = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}; y'' = \frac{1}{2x\sqrt{x}}; \begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) = \frac{1}{2} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Hàm số đạt cực tiểu tại } x = 1$$

$$\Rightarrow m = -2 \text{ thỏa mãn.}$$

Chọn: A

Câu 20:**Phương pháp:**

$M(x_0; y_0)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = x_0 + y_0i$.

Số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ có số phức liên hợp là $\bar{z} = a - bi$.

Cách giải:

$M(3; -5)$ là điểm biểu diễn của số phức $z = 3 - 5i$.

Số phức liên hợp \bar{z} của z là: $\bar{z} = 3 + 5i$.

Chọn: A**Câu 21:****Phương pháp:**

+) Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h$

+) Diện tích toàn phần của hình trụ là $S_{tp} = 2\pi r h + 2\pi r^2$.

+) Sử dụng BĐT Cô-si cho 3 số không âm $a + b + c \geq 3\sqrt[3]{abc}$.

Cách giải:

Ta có: $V = \pi R^2 h \Rightarrow h = \frac{V}{\pi R^2}$

$$\begin{aligned} S_{tp} &= 2\pi R h + 2\pi R^2 = 2\pi R \frac{V}{\pi R^2} + 2\pi R^2 \\ &= \frac{2V}{R} + 2\pi R^2 = \frac{V}{R} + \frac{V}{R} + 2\pi R^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{V}{R} \cdot \frac{V}{R} \cdot 2\pi R^2} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2} \end{aligned}$$

$$S_{tp} \text{ min} = 3\sqrt[3]{2\pi V^2} \text{ khi và chỉ khi } \frac{V}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow \frac{\pi R^2 h}{R} = 2\pi R^2 \Leftrightarrow h = 2R.$$

Chọn: B**Câu 22:****Phương pháp:**

Xác suất $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)}$.

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4$

Gọi A: “mỗi nhóm có đúng một học sinh nữ”.

+) Số cách xếp 3 học sinh nữ vào 3 nhóm là $3!$ cách.

+) Chọn 3 học sinh nam cho nhóm thứ nhất có C_9^3 cách.

+) Chọn 3 học sinh nam cho nhóm thứ hai có C_6^3 cách.

+) Chọn 3 học sinh nam cho nhóm thứ ba có 1 cách.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3! \cdot C_9^3 \cdot C_6^3}{C_{12}^4 \cdot C_8^4 \cdot C_4^4} = \frac{16}{55}.$$

Chọn: A**Câu 23:****Phương pháp:**

Áp dụng công thức cộng và nhân xác suất phù hợp.

Cách giải:

Gọi xác suất xuất hiện các mặt còn lại đều là x

\Rightarrow Xác suất xuất hiện mặt 2 chấm là $2x$, xác suất xuất hiện mặt 3 chấm là $3x$

Ta có phương trình sau: $4x + 2x + 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$

Xác suất xuất hiện mặt chẵn là: $2x + x + x = 4x = \frac{4}{9}$

Xác suất xuất hiện mặt lẻ là: $1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9}$

Xác suất để 7 lần tung có đúng 3 lần xuất hiện mặt số chẵn và 4 lần xuất hiện mặt số lẻ là:

$$C_7^3 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^4 \approx 0,2927$$

Chọn: C

Câu 24:

Phương pháp:

Phân tích đa thức thành nhân tử. Rút gọn khử dạng $\frac{0}{0}$.

Cách giải:

$$L = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{3x^2 + 8x + 5} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x-2)}{(x+1)(3x+5)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-2}{3x+5} = \frac{-3}{2}.$$

Chọn: C

Câu 25:

Phương pháp:

Xác định hàm số có $y' \geq 0, \forall x \in (1;3)$, (bằng 0 tại hữu hạn điểm trên $(1;3)$)

Cách giải:

+) $y = \sqrt{4-x^2}$ có TXĐ: $D = [-2;2] \not\subset (1;3) \Rightarrow$ Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ không đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

$$+) y = x^4 - 2x^2 - 1 \Rightarrow y' = 4x^3 - 4x, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Trên $(1;3)$ hàm số có $y' > 0 \Rightarrow$ Hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 1$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

+) $y = e^{-x} \Rightarrow y' = -e^{-x} < 0, \forall x \Rightarrow$ Hàm số $y = e^{-x}$ không đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

+) $y = \frac{x+1}{2x-3}$ có TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\} \not\subset (1;3) \Rightarrow$ Hàm số $y = \frac{x+1}{2x-3}$ không đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Chọn: B

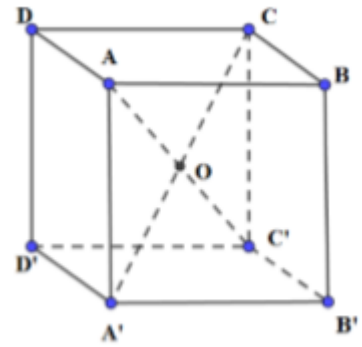
Câu 26:

Phương pháp:

Phép đối xứng tâm O biến M thành M' \Rightarrow O là trung điểm của MM'.

Cách giải:

$$\text{Ta có: } \begin{cases} D_0(A) = C \\ D_0(B') = D \\ D_0(C') = A \\ D_0(D') = B \end{cases} \Rightarrow D_0(AB'C'D') = C'DAB$$



Chọn: A

Câu 27:

Phương pháp:

Xác định góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$:

- Tìm giao tuyến Δ của $(\alpha), (\beta)$
- Xác định 1 mặt phẳng $(\gamma) \perp \Delta$
- Tìm các giao tuyến $a = (\alpha) \cap (\gamma), b = (\beta) \cap (\gamma)$
- Góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$: $((\alpha); (\beta)) = (a; b)$

Cách giải:

Kẻ $BH \perp SC, BK \perp AC$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BK \perp AC \\ BK \perp SA \end{cases} \Rightarrow BK \perp (SAC) \Rightarrow BK \perp SC$$

Mà $BH \perp SC \Rightarrow SC \perp (BHK) \Rightarrow HK \perp SC$

$$SC = (SAC) \cap (SBC) \Rightarrow \angle((SAC); (SBC)) = \angle(BH; HK) = \angle BHK = 60^\circ$$

$$\text{Ta có: } \begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB.$$

$$\text{Mà } BSC = 45^\circ \Rightarrow \Delta SBC \text{ vuông cân tại B} \Rightarrow \begin{cases} SB = BC = a \\ BH = \frac{BC}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

$$\text{Đặt } SA = x \Rightarrow AB^2 = SB^2 - SA^2 = a^2 - x^2; AC^2 = 2a^2 - x^2$$

ΔBHK vuông tại K, $BHK = 60^\circ$

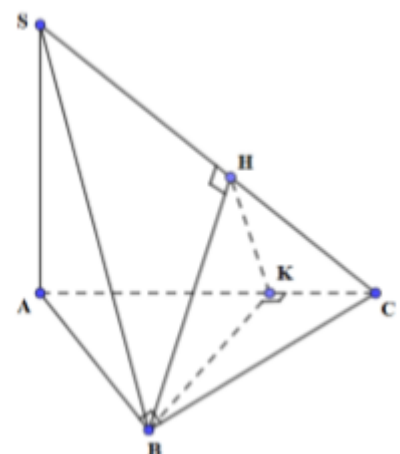
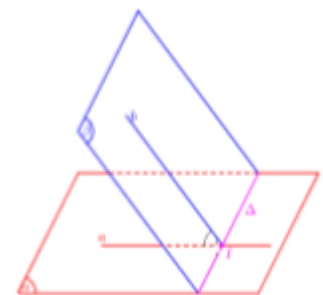
$$\Rightarrow HK = BH \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} BH = \frac{a\sqrt{2}}{4}, BK = BH \cdot \sin 60^\circ = \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

ΔABC vuông tại B, $BK \perp AC \Rightarrow BK \cdot AC = BC \cdot AB$

$$\Leftrightarrow \frac{a\sqrt{6}}{4} \cdot \sqrt{2a^2 - x^2} = a \cdot \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{8}(2a^2 - x^2) = a^2 - x^2 \Leftrightarrow \frac{5}{8}x^2 = \frac{a^2}{4} \Leftrightarrow x = a\sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{SA}{SB} = \frac{a\sqrt{\frac{2}{5}}}{a} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$



Chọn: D

Câu 28:

Phương pháp:

Phương trình mặt phẳng đi qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có 1 VTPT $\vec{n} = (a; b; c) \neq \vec{0}$ là:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0.$$

Cách giải:

Do $(\beta) // (\alpha)$ nên $(\beta): x + 2y + 2z + m = 0 (m \neq -1)$

$$M(1; 0; 6) \in (\beta) \Rightarrow 1 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 6 + m = 0 \Leftrightarrow m = -13 \text{ (Thỏa mãn)} \Rightarrow (\beta): x + 2y + 2z - 13 = 0$$

Chọn: C

Câu 29

Phương pháp:

Áp dụng công thức nhân xác suất.

Cách giải:

Xác suất để số chấm xuất hiện trên 1 con xúc xắc là số chẵn $\frac{1}{2}$

Xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con xúc xắc đều là số chẵn là $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$.

Chọn: C

Câu 30:

Phương pháp:

Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d^2}$,
($a^2 + b^2 + c^2 - d^2 > 0$)

Cách giải:

Ta có: $a^2 + b^2 + c^2 - d^2 = 1^2 + (-2)^2 + 2^2 - 6 = 3 > 0 \Rightarrow$ Mặt cầu đã cho có bán kính $R = \sqrt{3}$.

Chọn: A

Câu 31:

Phương pháp:

Để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3 thì $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn:

$$|x_1 - x_2| = 3$$

Cách giải:

TXĐ: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 + 6x + m$

Do $a = 3 > 0$ nên để hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3 thì $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $|x_1 - x_2| = 3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 3m > 0 \\ |x_1 - x_2|^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ (-2)^2 - 4 \cdot \frac{m}{3} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 3 \\ m = -\frac{15}{4} \end{cases} \Leftrightarrow m = -\frac{15}{4}$$

Chọn: C

Câu 32:

Phương pháp:

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi r l$

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

Cách giải:

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi r l \Rightarrow 30\pi = \pi \cdot 5 \cdot l \Leftrightarrow l = 6 \text{ (cm)}$

Ta có: $l^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow 36 = h^2 + 5^2 \Leftrightarrow h = \sqrt{11} \text{ (cm)}$

Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi 5^2 \sqrt{11} = \frac{25\pi\sqrt{11}}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$

Chọn: C

Câu 33:

Phương pháp:

Lập BBT, xác định GTNN của hàm số trên $[1; 2]$.

Cách giải:

$y = f(x) = x^3 - 2mx^2 - 4m^2x + 100 \Rightarrow y' = 3x^2 - 4mx - 4m^2$

$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 4mx - 4m^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m \\ x = -\frac{2}{3}m \end{cases}$

Do $m < 0$ nên $2m < 0 < -\frac{2}{3}m$

Bảng biến thiên:

| | | | | | |
|------|-----------|---------------|--------------------------|-----------|---|
| x | $-\infty$ | $2m$ | $-\frac{2}{3}m$ | $+\infty$ | |
| y' | + | 0 | - | 0 | + |
| y | $-\infty$ | $-8m^3 + 100$ | $\frac{40}{27}m^3 + 100$ | $+\infty$ | |

TH1: $-\frac{2}{3}m < 1 < 2 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{2}$

$\min_{[1;2]} f(x) = f(1) = 101 - 2m - 4m^2 = 12 \Rightarrow 4m^2 + 2m - 89 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-1 \pm \sqrt{357}}{4} \text{ (ktm)}$

TH2: $1 \leq -\frac{2}{3}m \leq 2 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq -\frac{3}{2}$

$\min_{[1;2]} f(x) = f\left(-\frac{2}{3}m\right) = \frac{40}{27}m^3 + 100 = 12 \Rightarrow m = -\sqrt[3]{\frac{297}{5}} \text{ (ktm)}$

TH3: $1 < 2 < -\frac{2}{3}m \Leftrightarrow m < -3$

$\min_{[1;2]} f(x) = f(2) = 8 - 8m - 8m^2 + 100 = 12 \Rightarrow 8m^2 + 8m - 96 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 (ktm) \\ m = -4 (tm) \end{cases}$

Vậy $m = -4 \Rightarrow S = -4 \in (-5; 0) \Rightarrow -5 < S < 0$

Chọn: C

Câu 34:

Phương pháp:

Sử dụng các công thức

$$\log_a x + \log_a y = \log_a (xy)$$

$$\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y} \right)$$

$$\log_{a^n} b^m = \frac{m}{n} \log_a b$$

(giả sử các biểu thức là có nghĩa).

Cách giải:

Mệnh đề sai là: $\ln \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \ln a - 3 \ln b$

Sửa lại: $\ln \frac{a}{\sqrt[3]{b}} = \ln a - \frac{1}{3} \ln b$

Chọn: A

Câu 35:

Phương pháp:

Áp dụng công thức khai triển nhị thức Newton: $(x + y)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i x^i \cdot y^{n-i}$.

Cách giải:

Ta có: $(x + 2x^2)^{10} = \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i x^i \cdot (2x^2)^{10-i} = \sum_{i=0}^{10} C_{10}^i 2^{10-i} x^{20-i}$

Số hạng chứa x^{13} trong khai triển ứng với i thỏa mãn $20 - i = 13 \Leftrightarrow i = 7$

Hệ số của x^{13} trong khai triển là: $C_{10}^7 2^3 = 120 \cdot 8 = 960$.

Chọn: C

Câu 36:

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = a, x = b$ được tính theo công thức: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Cách giải:

Phương trình đường thẳng d là: $y = k(x - 1) + 3 \Leftrightarrow y = kx - k + 3$

Xét phương trình $x^2 = kx - k + 3 \Leftrightarrow x^2 - kx + k - 3 = 0$ (*)

$\Delta = k^2 - 4k + 12 = (k-2)^2 + 6 > 0, \forall k \Rightarrow d$ luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2, (x_1 > x_2)$

là nghiệm của (*) $\Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = k \\ x_1 x_2 = k - 3 \end{cases}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d :

$$\begin{aligned} S &= \int_{x_1}^{x_2} (kx - k + 3 - x^2) dx = \left(\frac{1}{2} kx^2 - (k-3)x - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_{x_1}^{x_2} \\ &= \left(\frac{1}{2} kx_2^2 - (k-3)x_2 - \frac{1}{3} x_2^3 \right) - \left(\frac{1}{2} kx_1^2 - (k-3)x_1 - \frac{1}{3} x_1^3 \right) \\ &= \frac{1}{2} k(x_2^2 - x_1^2) - (k-3)(x_2 - x_1) - \frac{1}{3}(x_2^3 - x_1^3) \\ &= (x_2 - x_1) \left[\frac{1}{2} k(x_2 + x_1) - (k-3) - \frac{1}{3}((x_2 + x_1)^2 - x_2 x_1) \right] \\ &= (x_2 - x_1) \left[\frac{1}{2} k.k - (k-3) - \frac{1}{3}(k^2 - (k-3)) \right] \\ &= (x_2 - x_1) \left(\frac{1}{6} k^2 - \frac{2}{3} k + 2 \right) \\ &= \frac{1}{6} \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_2 x_1} (k^2 - 4k + 12) \\ &= \frac{1}{6} \sqrt{k^2 - 4k + 12} . k^2 - 4k + 12 = \frac{1}{6} \sqrt{k^2 - 4k + 12}^3 \end{aligned}$$

Ta có $k^2 - 4k + 12 = (k-2)^2 + 8 \geq 8 \Rightarrow S \geq \frac{1}{6} \sqrt[3]{8} = \frac{1}{3}$. Dấu “=” xảy ra $\Leftrightarrow k = 2$.

Vậy, giá trị thực của k thuộc khoảng $(0; 3)$.

Chọn: C

Câu 37:

Phương pháp:

+) Thể tích của tứ diện vuông có độ dài các cạnh góc vuông là a, b, c là: $V = \frac{1}{6} abc$.

+) Sử dụng công thức tỉ số thể tích Simpson

Cách giải:

$S.ABC$ là tứ diện vuông tại đỉnh S $\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{6} . SA . SB . SC = \frac{1}{6} . a . 2a . 3a = a^3$

Ta có: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} . \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} . \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{4} V_{S.ABC} = \frac{1}{4} a^3$.

Chọn: A

Câu 38:

Phương pháp:

Diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$x = a; x = b$ được tính theo công thức: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$

Cách giải:

Ta có: $-3x^2 + x + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = \frac{4}{3} \end{cases}$

Khi đó:

$$S_1 = \int_{-1}^0 |-3x^2 + x + 4| dx = \int_{-1}^0 (-3x^2 + x + 4) dx = \left(-x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_{-1}^0 = 0 - \left(1 + \frac{1}{2} - 4 \right) = \frac{5}{2}$$

$$S_2 = \int_0^{\frac{4}{3}} |-3x^2 + x + 4| dx = \int_0^{\frac{4}{3}} (-3x^2 + x + 4) dx = \left(-x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x \right) \Big|_0^{\frac{4}{3}} = \left(-\frac{64}{27} + \frac{8}{9} + \frac{16}{3} \right) - 0 = \frac{104}{27}$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{135}{208}$$

Chọn: A

Câu 39:

Phương pháp:

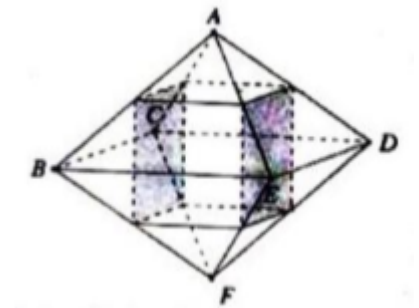
Khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh xuất phát từ đỉnh A và F của hình bát diện đều ABCDEF (như hình vẽ) là hình hộp chữ nhật.

Cách giải:

Khối đa diện có các đỉnh là trung điểm của các cạnh xuất phát từ đỉnh A và F của hình bát diện đều ABCDEF là hình hộp chữ nhật có

đáy là hình vuông cạnh $\frac{a}{2}$; chiều cao $h = \frac{1}{2}AF = \frac{1}{2}a\sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ (do ABFD là hình vuông cạnh a).

Thể tích khối đa diện đó là $V = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{8}$.



Chọn: D

Câu 40:

Phương pháp:

Tích phân hai vế.

Cách giải:

Ta có: $f'(x)(1+f(x))^2 = [(f(x))^2(x-1)]^2 \Leftrightarrow \frac{f'(x)(1+f(x))^2}{(f(x))^4} = (x-1)^2, \forall x \in [1;3]$

$$\Rightarrow \int_1^x \frac{f'(x)(1+f(x))^2}{(f(x))^4} dx = \int_1^x (x-1)^2 dx, \forall x \in [1;3]$$

$$\Leftrightarrow \int_1^x \left[\frac{1}{(f(x))^4} + \frac{2}{(f(x))^3} + \frac{1}{(f(x))^2} \right] d(f(x)) = \frac{(x-1)^3}{3} \Big|_1^x$$

$$\Leftrightarrow \left[-\frac{1}{3(f(x))^3} - \frac{2}{2(f(x))^2} - \frac{1}{f(x)} \right] \Big|_1^x = \frac{(x-1)^3}{3} - \frac{0}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left[-\frac{1}{3(f(x))^3} - \frac{2}{2(f(x))^2} - \frac{1}{f(x)} \right] - \left[-\frac{1}{3(f(1))^3} - \frac{2}{2(f(1))^2} - \frac{1}{f(1)} \right] = \frac{(x-1)^3}{3}$$

$$\Leftrightarrow \left[-\frac{1}{3(f(x))^3} - \frac{2}{2(f(x))^2} - \frac{1}{f(x)} \right] - \left[\frac{1}{3} - 1 + 1 \right] = \frac{(x-1)^3}{3}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3(f(x))^3} - \frac{2}{2(f(x))^2} - \frac{1}{f(x)} = \frac{(x-1)^3}{3} + 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3} \left(-\frac{1}{f(x)} \right)^3 - \left(-\frac{1}{f(x)} \right)^2 + \left(-\frac{1}{f(x)} \right) = \frac{1}{3} x^3 - x^2 + x (*)$$

Xét hàm số $g(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + t$ có $g'(t) = t^2 - 2t + 1 \geq 0, \forall t \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên \mathbb{R}

Khi đó, $(*) \Leftrightarrow g\left(-\frac{1}{f(x)}\right) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = x \Leftrightarrow f(x) = -\frac{1}{x}$

$$\Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 \frac{-1}{x} dx = -\ln|x| \Big|_1^3 = -\ln 3 = a \ln 3 + b (a, b \in \mathbb{Z}) \Rightarrow a = -1, b = 0 \Rightarrow S = a + b^2 = -1$$

Chọn: D

Câu 41:

Phương pháp:

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh$

Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_p = 2\pi rh + 2\pi r^2$

Cách giải:

Diện tích toàn phần của hình trụ: $S_p = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 2\pi a \cdot 3a + 2\pi a^2 = 8\pi a^2$

Chọn: C

Câu 42:

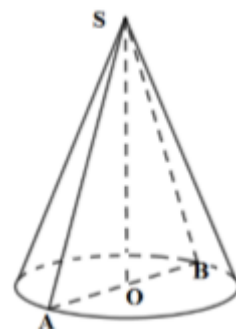
Phương pháp:

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl$.

Cách giải:

Tam giác SAB đều, cạnh $a \Rightarrow r = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}; l = SA = a$

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi rl = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2}{2}$



Khối trụ có chiều cao $h = AD = 5\text{cm}$; chu vi đường tròn đáy $C_{\text{đáy}} = AB = 8\text{cm}$

$$\Rightarrow \text{Bán kính đường tròn đáy là } r = \frac{C_{\text{đáy}}}{2\pi} = \frac{8}{2\pi} = \frac{4}{\pi}(\text{cm})$$

$$\text{Thể tích khối trụ là: } V = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(\frac{4}{\pi}\right)^2 \cdot 5 = \frac{80}{\pi}(\text{cm}^3)$$

Chọn: B

Câu 47:

Phương pháp:

Đánh giá GTLN của $y = |x^3 - 3x + m|$ trên $[0; 2]$ dựa vào hàm số $y = x^3 - 3x + m$

Cách giải:

Xét hàm số $y = x^3 - 3x + m$ có $y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên của $y = x^3 - 3x + m$ trên đoạn $[0; 2]$:

| | | | | |
|------|-----|-------|-------|---|
| x | 0 | 1 | 2 | |
| y' | | - | 0 | + |
| y | m | $m-2$ | $m+2$ | |

$$\text{TH1: } m < -2 \Rightarrow \max_{[0;2]} |x^3 - 3x + m| = 2 - m = 3 \Rightarrow m = -1(L)$$

$$\text{TH2: } -2 \leq m \leq 0 \Rightarrow \max_{[0;2]} |x^3 - 3x + m| = \max\{2 - m; m + 2\} = 3 \Rightarrow \begin{cases} 2 - m = 3 \\ m + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 1(L) \end{cases}$$

$$m = -1 \Rightarrow \begin{cases} 2 - m = 3 \\ m + 2 = 1 \end{cases} \Rightarrow 2 - m > m + 2 \Rightarrow m = -1 : \text{thỏa mãn.}$$

$$\text{TH3: } 0 < m < 2 \Rightarrow \max_{[0;2]} |x^3 - 3x + m| = \max\{2 - m; m + 2\} = 3 \Rightarrow \begin{cases} 2 - m = 3 \\ m + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1(L) \\ m = 1 \end{cases}$$

$$m = 1 \Rightarrow \begin{cases} 2 - m = 1 \\ m + 2 = 3 \end{cases} \Rightarrow 2 - m < m + 2 \Rightarrow m = 1 : \text{thỏa mãn.}$$

$$\text{TH4: } m \geq 2 \Rightarrow \max_{[0;2]} |x^3 - 3x + m| = m + 2 = 3 \Rightarrow m = 1(L)$$

Vậy tập hợp các giá trị m thỏa mãn là: $S = \{-1; 1\}$: có 2 phần tử.

Chọn: B

Câu 48:

Phương pháp:

Dùng công thức cộng và nhân.

Cách giải:

TH1: Giả sử số đó là: \overline{abcde} (5 chữ số)

+) $e = 0$: có 1 cách chọn

$\Rightarrow \overline{abcd}$ có A_5^4 cách chọn

\Rightarrow Có $A_5^4 \cdot 1 = 120$ (số)

+) $e \in \{2; 4\}$: có 2 cách chọn

$\Rightarrow a$ có 4 cách chọn

$\Rightarrow \overline{bcd}$ có A_4^3 cách chọn

\Rightarrow Có $2 \cdot 4 \cdot A_4^3 = 192$ (số)

Vậy, có tất cả: $120 + 192 = 312$ (số).

Vậy, có tất cả: $120 + 192 = 312$ (số)

Số số lập thành thỏa mãn điều kiện đề bài là: $312 \cdot 2 = 624$.

Chọn: D

Câu 49:

Phương pháp:

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm $M(x_0; y_0)$ là: $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$.

Cách giải:

$$y = \frac{x}{\sqrt{x+1}} + 2mx + m^2 - 3. \text{ Cho } x = 0 \Rightarrow y = m^2 - 3 \Rightarrow M(0; m^2 - 3)$$

$$y' = \frac{\sqrt{x+1} - x \cdot \frac{1}{2\sqrt{x+1}}}{x+1} + 2m = \frac{x+2}{2\sqrt{x+1}(x+1)} + 2m \Rightarrow y'(0) = 1 + 2m$$

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M song song với đường thẳng $y = \frac{1}{4}x + 5$.

$$\Rightarrow y'(0) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 1 + 2m = \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = -\frac{3}{8}$$

Với $m = -\frac{3}{8}$, phương trình tiếp tuyến đó là: $y = \frac{1}{4} \cdot (x - 0) + \left(-\frac{3}{8}\right)^2 - 3 \Leftrightarrow y = \frac{1}{4}x - \frac{183}{64}$ (thỏa mãn)

Vậy, $m = -\frac{3}{8}$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Chọn: A

Câu 50:

Phương pháp:

Cắt khối đa diện đã cho làm hai khối: khối lăng trụ và khối tứ diện.

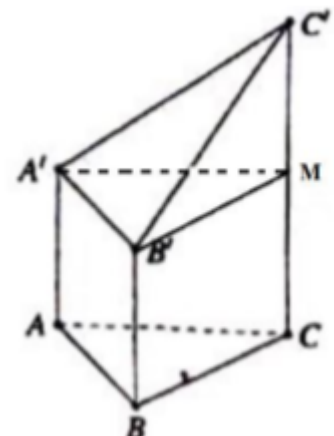
Cách giải:

Gọi M là trung điểm của CC' .

Khi đó: khối đa diện đã cho được chia làm 2 phần: Khối lăng trụ tam giác đều $A'B'M.ABC$ và khối tứ diện $A'B'C'M$.

Thể tích khối lăng trụ tam giác đều $A'B'M.ABC$ là:

$$V_{A'B'M.ABC} = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}$$



$$C'M = \frac{1}{2}CC' = a, C'M \perp (A'B'M)$$

$$\Rightarrow V_{A'B'C'M} = \frac{1}{3} \cdot S_{\Delta A'B'M} \cdot C'M = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$$

$$\Rightarrow \text{Thể tích cần tìm là: } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} + \frac{a^3\sqrt{3}}{12} = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn: B