

[TIPS] Giải toán bằng sơ đồ Ven

Bài viết hướng dẫn phương pháp giải toán bằng cách sử dụng sơ đồ Ven (được xây dựng bởi nhà toán học John Venn).

Phương pháp giải toán bằng sơ đồ Ven: Gồm 3 bước:

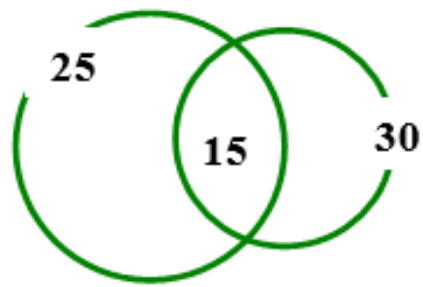
+ **Bước 1:** Chuyển bài toán về ngôn ngữ tập hợp.

+ **Bước 2:** Sử dụng sơ đồ Ven để minh họa các tập hợp.

+ **Bước 3:** Dựa vào sơ đồ Ven ta thiết lập được đẳng thức hoặc phương trình, hệ phương trình, từ đó tìm được kết quả bài toán.

Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Mỗi học sinh của lớp 10A đều biết chơi cờ tướng hoặc cờ vua, biết rằng có 25 em biết chơi cờ tướng, 30 em biết chơi cờ vua, 15 em biết chơi cả hai. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu em chỉ biết chơi cờ tướng? Bao nhiêu em chỉ biết chơi cờ vua? Sĩ số lớp là bao nhiêu?

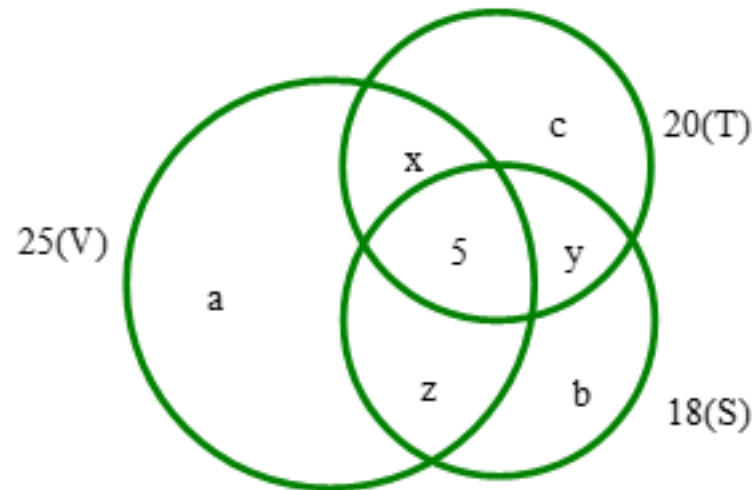


Dựa vào sơ đồ Ven ta suy ra số học sinh chỉ biết chơi cờ tướng là $25 - 15 = 10$.

Số học sinh chỉ biết chơi cờ vua là $30 - 15 = 15$.

Do đó ta có sĩ số học sinh của lớp 10A là $10 + 15 + 15 = 40$.

Ví dụ 2: Lớp 10B có 45 học sinh, trong đó có 25 em thích môn Văn, 20 em thích môn Toán, 18 em thích môn Sử, 6 em không thích môn nào, 5 em thích cả ba môn. Hỏi số em thích chỉ một môn trong ba môn trên là bao nhiêu?



Gọi:

a, b, c theo thứ tự là số học sinh chỉ thích môn Văn, Sử, Toán.

x là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Toán.

y là số học sinh chỉ thích hai môn là Sử và Toán.

z là số học sinh chỉ thích hai môn là Văn và Sử.

Ta có số em thích ít nhất một môn là $45 - 6 = 39$.

Dựa vào sơ đồ Ven ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} a + x + z + 5 = 25(1) \\ b + y + z + 5 = 18(2) \\ c + x + y + 5 = 20(3) \\ x + y + z + a + b + c + 5 = 39(4) \end{cases}$$

Cộng vế với vế (1), (2), (3) ta có: $a + b + c + 2(x + y + z) + 15 = 63$ (5).

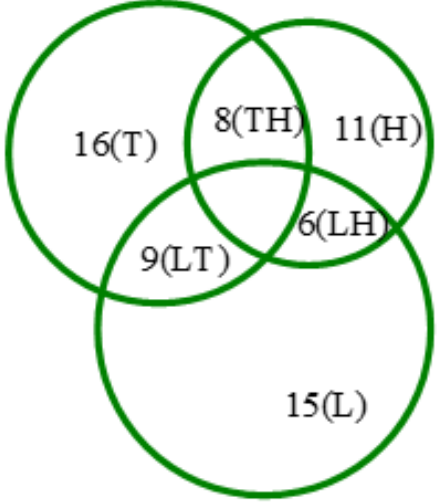
Từ (4) và (5) ta có: $a + b + c + 2(39 - 5 - a - b - c) + 15 = 63 \Leftrightarrow a + b + c = 20$.

Vậy chỉ có 20 em thích chỉ một môn trong ba môn trên.

Ví dụ 3: Trong lớp 10C có 16 học sinh giỏi môn Toán, 15 học sinh giỏi môn Lý và 11 học sinh giỏi môn Hóa. Biết rằng có 9 học sinh vừa giỏi Toán và Lý, 6 học sinh vừa giỏi Lý và Hóa, 8 học sinh vừa giỏi Hóa và Toán, trong đó chỉ có 11 học sinh giỏi đúng hai môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh của lớp:

a. Giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

b. Giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc Hóa.



Gọi:

T, L, H lần lượt là tập hợp các học sinh giỏi môn Toán, Lý, Hóa.

B là tập hợp học sinh giỏi đúng hai môn.

Theo giả thiết ta có: $n(T) = 16, n(L) = 15, n(H) = 11, n(B) = 11, n(T \cap L) = 9, n(L \cap H) = 6, n(H \cap T) = 8$.

a. Xét tổng $n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T)$ thì mỗi phần tử của tập hợp $T \cap L \cap H$ được tính ba lần do đó ta có: $n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T) - 3n(T \cap L \cap H) = n(B)$.

Hay $n(T \cap L \cap H) = \frac{1}{3}[n(T \cap L) + n(L \cap H) + n(H \cap T) - n(B)] = 4$.

Suy ra có 4 học sinh giỏi cả ba môn Toán, Lý, Hóa.

b. Xét $n(T \cap L) + n(L \cap T)$ thì mỗi phần tử của tập hợp $T \cap L \cap H$ được tính hai lần do đó số học sinh chỉ giỏi đúng môn Toán là: $n(T) - [n(T \cap L) + n(H \cap T) - n(T \cap L \cap H)] = 16 - (9 + 8 - 4) = 3$.

Tương tự, ta có:

Số học sinh chỉ giỏi đúng môn Lý: $n(L) - [n(T \cap L) + n(L \cap H) - n(T \cap L \cap H)] = 15 - (9 + 6 - 4) = 4$.

Số học sinh chỉ giỏi đúng môn Hóa: $n(H) - [n(H \cap T) + n(L \cap H) - n(T \cap L \cap H)] = 11 - (8 + 6 - 4) = 1$.

Suy ra số học sinh giỏi đúng một môn Toán, Lý hoặc Hóa là: $3 + 4 + 1 = 8$.