

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi: 115

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 2z - 5 = 0$. Bán kính của (S) bằng

- A. 4. B. $\sqrt{6}$. C. 16. D. 2.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 4 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $(1; 3; -1)$. B. $(2; 1; -2)$. C. $(1; -3; -1)$. D. $(1; -1; -2)$.

Câu 3: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) tâm I , bán kính $R = 10$ theo đường tròn (C) có bán kính r . Biết khoảng cách từ I đến (P) bằng 8. Khi đó r bằng

- A. $2\sqrt{41}$. B. 6. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

Câu 4: Cho số phức $z = 4 - 3i$. Phần thực của số phức $\frac{1}{z}$ bằng

- A. $\frac{4}{25}i$. B. $\frac{3}{25}$. C. $\frac{3}{25}i$. D. $\frac{4}{25}$.

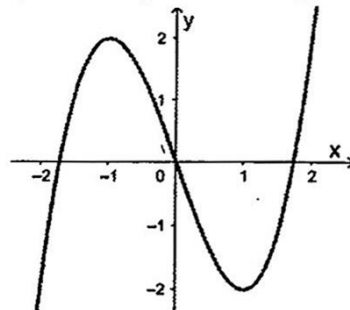
Câu 5: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = -5$ thì $\int_0^2 [3f(x) - 1] dx$ bằng

- A. 14. B. -16. C. 17. D. -17.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln(x-1) > 0$ là

- A. $(1; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = x^4 - 2x^2$. C. $y = \frac{2x-1}{x+2}$. D. $y = -x^3 + 3x$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x^3 + 2x^2 + x + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 - x^2 + 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = x^3 + x^2 + x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 + x^2 + 2x + C$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; +\infty)$. B. $(-2; 0)$. C. $(-2; -1)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{2x-5}{x+1}$. Gọi $x = a$, $y = b$ lần lượt là phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho. Tổng $8a + b$ bằng

- A. 15. B. -6. C. -10. D. 10.

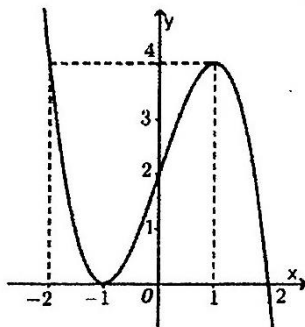
Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-1; 4; -2)$?

- A. $-x + 4z - 2 = 0$. B. $-x + 4y - 2 = 0$. C. $-y + 4z - 2 = 0$. D. $-x + 4y - 2z + 3 = 0$.

Câu 12: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$ bằng

- A. 5. B. $\ln 6$. C. $\ln 3$. D. 6.

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 2$ là

- A. 3. B. 5. C. 1. D. 2.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 4)$. Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

- A. $(3; 0; 4)$. B. $(3; 1; 0)$. C. $(0; 1; 4)$. D. $(0; 0; 4)$.

Câu 15: Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước bằng 4; 3; 5. Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho bằng

- A. 70. B. 20. C. 64. D. 60.

Câu 16: Cho $\int e^{2x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = -\frac{1}{2}e^{2x}$. B. $F'(x) = e^{2x}$. C. $F'(x) = 2e^{2x}$. D. $F'(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$.

Câu 17: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - i$. Số phức $z = z_1 z_2$ có môđun bằng

- A. 221. B. 21. C. $\sqrt{21}$. D. $\sqrt{221}$.

Câu 28: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) + \ln(5a)$ bằng

- A. $\ln 12a$. B. $\ln \frac{7}{5}$. C. $\ln(35a^2)$. D. $\ln(7a) \cdot \ln(5a)$.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4x + 3)(1 - x)^2(x + 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 4)$. B. $(3; +\infty)$. C. $(-2; 3)$. D. $(-\infty; -2)$.

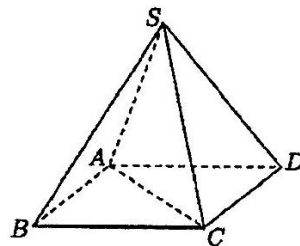
Câu 30: Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 6x + 5$ và $y = 0$ khi quay quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{512\pi}{15}$. B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{512}{15}$. D. $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 31: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + 5 - 4i| = 4$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là

- A. $(-5; -4)$. B. $(-5; 4)$. C. $(5; 4)$. D. $(5; -4)$.

Câu 32: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a , $AC = 2a$ (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. C. $\sqrt{2}a$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

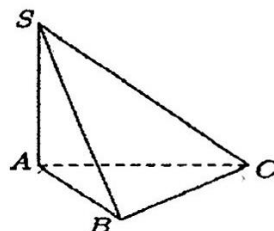
Câu 33: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. 12. B. 9. C. 36. D. 27.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 1; 4)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ là

- A. $(-3; 0; -4)$. B. $(0; 1; 0)$. C. $(3; -1; 4)$. D. $(-3; 1; -4)$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , SA vuông góc với đáy và $SA = AC\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên dưới). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x - m - 2 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt?

- A. 20. B. 21. C. 22. D. 23.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1;3;1)$, $N(3;-1;5)$ và $P(2;3;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm P và song song với đường thẳng MN có phương trình là

A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z-1}{4}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{2}$. C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{2}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 38: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{9}{34}$. C. $\frac{8}{17}$. D. $\frac{7}{34}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-25;25]$ để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+2)x^2 + (m+2)x$ đồng biến trên $(-\infty;1)$?

A. 54. B. 28. C. 56. D. 27.

Câu 40: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm thỏa mãn $|z| = 3$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 20. B. -12. C. 28. D. 12.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa $f(x) = 6f(3x-1)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và thỏa mãn $F(2) - F(3) = -24$. Khi đó $\int_5^8 f(x)dx$ bằng

A. -12. B. -24. C. 24. D. 12.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-4)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-3}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{2}$, $d': \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa cả d và d' . Khoảng cách từ M đến (P) bằng

A. 9. B. $3\sqrt{3}$. C. 3. D. 1.

Câu 43: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng 7 và nội tiếp hình nón (N) . Biết diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng 42π . Tính khoảng cách giữa SB và AC .

A. $\frac{\sqrt{33}}{6}$. B. $\frac{35\sqrt{33}}{36}$. C. $\frac{\sqrt{33}}{3}$. D. $\frac{35\sqrt{33}}{37}$.

Câu 44: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + y^2}{2y} + \log_3 2 \leq \log_3 \frac{x^2 + y^2}{y}$?

A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 45: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, biết góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt đáy (ABC) bằng 60° . Tính thể tích khối lăng trụ đã cho.

A. $\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $3\sqrt{3}a^3$.

Câu 46: Xét các số thực x, y thỏa mãn

$\log_4(x^2 + y^2 + 14y) + \log_3(x^2 + y^2) \leq \log_4 y + \log_3(x^2 + y^2 + 16y)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = \frac{6y}{x+2y+1}$ bằng

A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 27$. Gọi mặt phẳng $(P): ax+by+2z+c=0$ đi qua hai điểm $A(0;0;-2), B(-4;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Khi đó $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. 49.

B. 33.

C. 21.

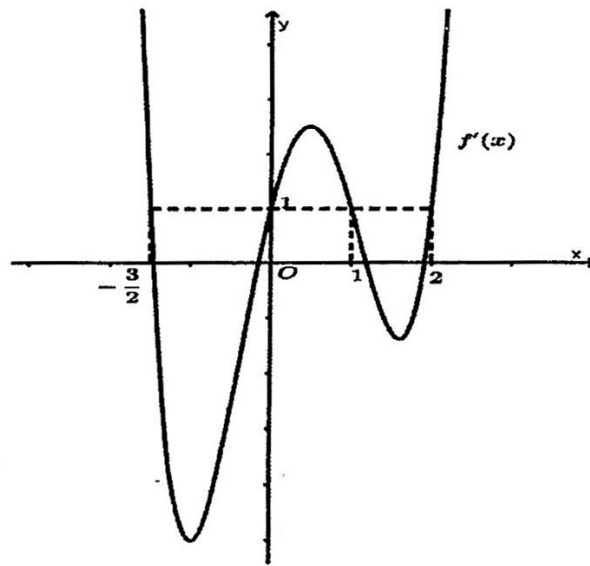
D. 18.

Câu 48: Cho $f(x)$ là đa thức bậc 5 có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Biết

$f\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{653}{320}$, $f(0) = -2$ và $f(1) = \frac{-1}{60}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của

hàm số $g(x) = f(x) - x + a$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 1\right]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a thuộc

$[-2023; 2023]$ để $9m^2 - 320M > 0$?



A. 4003.

B. 4001.

C. 4002.

D. 4004.

Câu 49: Xét các số phức $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$. Tính tổng

$S = 8(x + y)$ khi $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 8.

B. 19.

C. 14.

D. 16.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ và thỏa mãn

$f(x-1) - 3f\left(\frac{x-1}{1-2x}\right) = 1 - 2x, \forall x \neq \frac{1}{2}$. Biết $I = \int_1^2 f(x) dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ với a, b, c là các số hữu

tỉ. Tính giá trị của biểu thức $P = 8a - 16b + 16c$.

A. $P = 16$.

B. $P = 4$.

C. $P = 10$.

D. $P = 8$.

----- HẾT -----

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	101	105	109	113	117	121
1	A	A	D	C	D	B
2	C	A	B	C	A	D
3	A	B	D	A	D	C
4	A	B	B	B	A	C
5	B	A	C	B	C	A
6	D	A	B	A	C	A
7	A	B	D	B	A	D
8	D	B	D	A	A	C
9	C	B	A	D	B	D
10	C	A	A	D	C	A
11	A	A	D	B	B	B
12	C	D	A	D	B	D
13	D	B	B	D	B	D
14	B	C	D	C	A	C
15	B	B	D	B	A	D
16	B	C	A	A	C	D
17	A	C	C	C	D	C
18	A	B	B	B	D	D
19	D	A	A	C	C	D
20	A	C	C	A	D	C
21	D	B	C	C	A	D
22	B	D	B	C	A	B
23	A	B	B	C	D	C
24	A	B	A	C	C	D
25	C	C	B	D	A	B
26	B	D	A	A	A	D
27	C	B	B	D	A	A
28	A	B	D	A	C	C
29	D	B	A	D	D	D
30	A	D	C	B	D	D
31	B	A	B	D	D	A
32	C	A	C	A	A	B
33	D	B	A	C	C	D
34	C	B	A	D	B	C
35	B	A	C	A	D	D
36	C	B	D	B	D	B
37	D	C	D	C	D	C
38	A	B	B	B	B	A
39	A	A	C	A	D	D
40	B	C	D	A	D	D
41	A	A	C	B	B	C

Mã đề Câu	101	105	109	113	117	121
42	C	A	B	A	D	B
43	D	B	A	A	A	A
44	B	B	A	C	D	B
45	B	D	C	C	B	C
46	B	D	A	B	A	A
47	B	B	B	A	C	B
48	A	A	A	B	C	A
49	B	C	C	A	C	A
50	B	C	C	D	B	A

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	102	106	110	114	118	122
1	B	A	B	C	A	D
2	D	D	D	A	A	B
3	D	A	C	A	D	C
4	B	C	C	A	C	D
5	D	B	D	B	C	A
6	C	C	D	C	C	C
7	D	D	C	A	C	B
8	B	B	C	D	B	D
9	D	C	B	A	B	B
10	D	B	D	D	A	A
11	A	D	D	D	A	A
12	A	A	B	C	D	B
13	A	C	D	C	B	D
14	C	A	D	C	D	B
15	A	B	A	D	D	C
16	D	C	B	A	D	D
17	B	C	B	B	A	D
18	C	A	C	B	D	D
19	A	B	B	A	D	B
20	D	C	B	A	B	A
21	C	D	C	A	D	A
22	B	A	D	B	D	C
23	A	B	C	A	D	B
24	C	B	B	B	C	C
25	A	B	B	A	B	A
26	C	D	B	A	D	A
27	B	A	C	C	A	A
28	D	A	D	C	C	B
29	C	B	D	C	C	B
30	B	B	C	B	A	D
31	C	B	A	D	C	B
32	C	D	B	A	B	B
33	A	D	C	A	B	A
34	C	C	C	D	D	C
35	B	D	C	B	D	D
36	B	B	D	B	C	D
37	A	D	D	B	A	A
38	B	D	B	B	C	B
39	B	C	C	B	B	C
40	C	B	A	B	B	D
41	B	D	B	B	B	B

Mã đề Câu	102	106	110	114	118	122
42	D	B	A	B	D	B
43	A	A	D	C	C	B
44	D	A	B	A	D	A
45	C	A	C	D	A	B
46	B	A	B	C	B	B
47	A	C	D	A	C	B
48	D	A	B	C	D	B
49	C	B	C	C	D	D
50	D	B	B	C	D	A

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	103	107	111	115	119	123
1	C	B	C	A	B	A
2	C	B	B	A	C	B
3	B	B	B	B	B	D
4	C	A	B	D	D	D
5	A	D	A	D	B	C
6	A	C	C	B	B	D
7	A	C	D	A	C	A
8	B	C	B	D	B	D
9	B	B	C	A	C	B
10	A	D	B	B	A	D
11	A	C	A	D	A	D
12	B	C	A	B	B	A
13	D	C	A	A	B	A
14	C	B	D	B	C	D
15	D	D	B	D	C	C
16	D	A	A	B	D	C
17	C	D	B	D	A	B
18	D	C	A	B	A	B
19	C	D	B	C	A	C
20	A	C	D	B	B	A
21	D	C	C	A	D	C
22	C	A	A	C	D	D
23	C	B	C	A	D	C
24	C	D	A	D	C	D
25	A	A	C	C	C	A
26	D	C	D	D	B	D
27	B	B	A	B	A	C
28	C	D	D	C	D	C
29	A	A	A	D	B	D
30	B	D	A	A	D	A
31	B	B	D	B	A	A
32	C	D	A	D	D	A
33	A	B	C	B	C	D
34	A	C	A	D	D	B
35	A	A	B	B	A	C
36	D	A	C	B	A	B
37	D	D	B	D	D	C
38	B	C	B	C	A	D
39	C	A	B	B	C	B
40	D	B	C	D	A	D
41	A	C	C	D	B	A

Mã đề Câu	103	107	111	115	119	123
42	D	B	B	C	D	A
43	C	D	C	B	B	C
44	D	B	A	D	A	A
45	C	D	C	D	B	D
46	B	C	C	D	B	A
47	C	A	C	C	D	B
48	A	B	B	C	A	D
49	C	D	C	B	B	A
50	A	B	A	C	B	C

Phần đáp án câu trắc nghiệm:

Mã đề Câu	104	108	112	116	120	124
1	B	A	A	C	D	B
2	C	D	B	A	B	B
3	B	A	C	A	C	A
4	B	D	C	D	D	D
5	A	C	C	B	B	C
6	D	B	C	B	C	D
7	B	D	A	A	D	A
8	A	C	A	C	C	B
9	C	A	D	B	B	B
10	A	C	B	C	A	D
11	B	C	D	B	A	B
12	A	D	A	D	D	D
13	C	A	C	A	A	C
14	D	A	C	C	B	D
15	A	A	D	B	D	D
16	D	A	A	C	C	B
17	C	D	B	B	A	D
18	D	C	A	A	A	C
19	A	C	C	D	B	D
20	B	B	D	B	C	B
21	B	C	B	C	B	D
22	C	C	A	A	A	D
23	B	C	B	C	D	C
24	A	B	B	A	A	B
25	D	B	A	A	A	B
26	C	D	B	D	A	A
27	C	C	D	C	D	B
28	C	A	C	B	C	A
29	D	C	B	B	B	D
30	D	D	D	A	C	A
31	B	D	C	B	D	D
32	B	B	B	D	A	C
33	D	A	D	B	D	C
34	D	D	C	C	B	C
35	B	B	C	A	C	C
36	A	A	D	B	C	B
37	B	B	C	C	D	B
38	A	B	D	A	B	C
39	C	A	A	B	D	B

Câu \ Mã đề	104	108	112	116	120	124
40	B	D	C	D	A	B
41	B	A	D	B	D	A
42	C	A	A	B	D	B
43	B	C	B	D	C	C
44	A	C	A	B	D	A
45	C	A	C	A	A	C
46	A	C	A	A	C	A
47	A	D	A	C	A	A
48	B	D	D	D	C	A
49	A	B	D	C	D	B
50	B	C	C	C	B	C

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.B	4.D	5.D	6.B	7.A	8.D	9.A	10.B
11.D	12.B	13.A	14.B	15.D	16.B	17.D	18.B	19.C	20.B
21.A	22.C	23.A	24.D	25.C	26.D	27.B	28.B	29.D	30.A
31.B	32.D	33.B	34.D	35.B	36.B	37.D	38.C	39.B	40.D
41.D	42.C	43.B	44.D	45.D	46.D	47.C	48.C	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 2z - 5 = 0$. Bán kính của (S) bằng

A. 4.

B. $\sqrt{6}$.

C. 16.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 2z - 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-1)^2 = 16.$$

Suy ra, bán kính của mặt cầu (S) bằng 4.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 4 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A. $(1; 3; -1)$.

B. $(2; 1; -2)$.

C. $(1; -3; -1)$.

D. $(1; -1; -2)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $(1; 3; -1)$ vào phương trình mặt phẳng $(P): x - y + 2z + 4 = 0$ ta có

$$1 - 3 + 2 \cdot (-1) + 4 = 0 \text{ (luôn đúng).}$$

Vậy điểm có tọa độ $(1; 3; -1)$ thuộc (P) .

Câu 3: Cho mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) tâm I , bán kính $R = 10$ theo đường tròn (C) có bán kính r . Biết khoảng cách từ I đến (P) bằng 8. Khi đó r bằng

A. $2\sqrt{41}$.

B. 6.

C. 2.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } d = d(I; (P)) = 8.$$

$$\text{Ta có } r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6.$$

Câu 4: Cho số phức $z = 4 - 3i$. Phần thực của số phức $\frac{1}{z}$ bằng

A. $\frac{4}{25}i$.

B. $\frac{3}{25}$.

C. $\frac{3}{25}i$.

D. $\frac{4}{25}$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \frac{1}{z} = \frac{1}{4-3i} = \frac{4}{25} + \frac{3}{25}i. \text{ Phần thực của số phức } \frac{1}{z} \text{ bằng } \frac{4}{25}.$$

Câu 5: Nếu $\int_0^2 f(x) dx = -5$ thì $\int_0^2 [3f(x) - 1] dx$ bằng.

A. 14.

B. -16.

C. 17.

D. -17.

Lời giải

Chọn D

$$\int_0^2 [3f(x) - 1] dx = 3 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 1 dx = 3 \cdot (-5) - 2 = -17.$$

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln(x-1) > 0$ là.

A. (1; 2).

B. (2; +∞).

C. (11; +∞).

D. (-∞; 2).

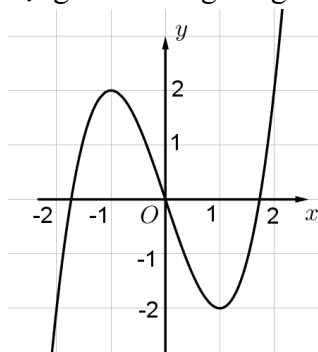
Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 1$.

$$\ln(x-1) > 0 \Leftrightarrow x-1 > 1 \Leftrightarrow x > 2 \Leftrightarrow x \in (2; +\infty).$$

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = x^3 - 3x$.

B. $y = x^4 - 2x^2$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+2}$.

D. $y = -x^3 + 3x$.

Lời giải

Chọn A

Nhìn đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x^3 + 2x^2 + x + C$.

B. $\int f(x) dx = x^3 - x^2 + 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = x^3 + x^2 + x + C$.

D. $\int f(x) dx = x^3 + x^2 + 2x + C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int f(x) dx = \int (3x^2 + 2x + 2) dx = x^3 + x^2 + 2x + C.$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0; +\infty)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(-2; -1)$.

D. $(-\infty; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 10: Cho hàm $y = \frac{2x+5}{x+1}$. Gọi $x = a$, $y = b$ lần lượt là phương trình đường tiệm cận đứng và đường

tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho. Tổng $8a + b$ bằng

A. 15.

B. -6.

C. -10.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+5}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 + \frac{5}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$$

$$\text{và } \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+5}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2 + \frac{5}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2$$

Suy ra đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

$$\text{Lại có } \lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x+5}{x+1} = -\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^-} (2x+5) = 3 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} (x+1) = 0, x+1 < 0 \text{ khi } x \rightarrow -1^- \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x+5}{x+1} = +\infty \text{ vì } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} (2x+5) = 3 > 0 \\ \lim_{x \rightarrow -1^+} (x+1) = 0, x+1 > 0 \text{ khi } x \rightarrow -1^+ \end{cases}$$

Suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = -1$.

Vậy $8a + b = 8 \cdot (-1) + 2 = -6$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-1; 4; -2)$?

A. $-x + 4z - 2 = 0$.

B. $-x + 4y - 2 = 0$.

C. $-y + 4z - 2 = 0$.

D. $-x + 4z - 2z + 3 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $-x + 4z - 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-1; 0; 4)$

Mặt phẳng $-x + 4y - 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-1; 4; 0)$

Mặt phẳng $-y + 4z - 2 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (0; -1; 4)$

Mặt phẳng $-x + 4z - 2z + 3 = 0$ có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (-1; 4; -2)$.

Câu 12: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$ bằng

A. 5.

B. ln 6.

C. ln 3.

D. 6.

Lời giải

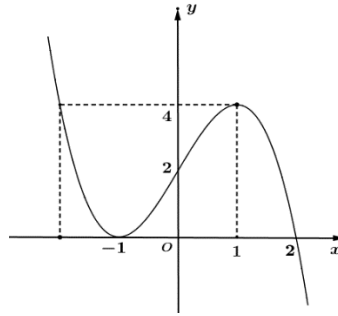
Chọn B

Ta có $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 2 \\ e^x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln 2 \\ x = \ln 3 \end{cases}$$

Vậy tổng các nghiệm của phương trình: $\ln 2 + \ln 3 = \ln 6$.

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và đường thẳng $y = 2$ là

A. 3.

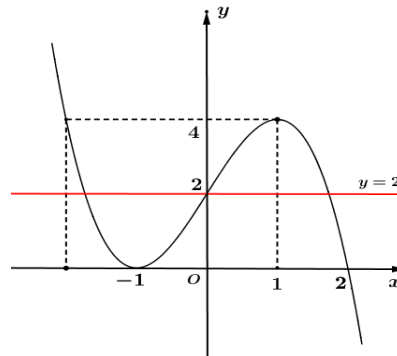
B. 5.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn A



Ta thấy đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y = 2$ tại 3 điểm phân biệt.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;4)$. Hình chiếu của điểm M trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(3;0;4)$.

B. $(3;1;0)$.

C. $(0;1;4)$.

D. $(0;0;4)$.

Lời giải

Chọn B

Hình chiếu của điểm $M(3;1;4)$ trên mặt phẳng (Oxy) là $(3;1;0)$.

Câu 15: Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước bằng 4;3;5. Thể tích khối hộp đã cho bằng

A. 70.

B. 20.

C. 64.

D. 60.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối hộp đã cho là $V = 4.3.5 = 60$.

Câu 16: Cho $\int e^{2x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = -\frac{1}{2}e^{2x}$. **B. $F'(x) = e^{2x}$.** C. $F'(x) = 2e^{2x}$. D. $F'(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int e^{2x} dx = F(x) + C \Rightarrow e^{2x} = F'(x)$.

Câu 17: Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - i$. Số phức $z_1 z_2$ có môđun bằng

- A. 221. B. 21. C. $\sqrt{21}$. **D. $\sqrt{221}$.**

Lời giải

Chọn D

Ta có $z_1 z_2 = (2 + 3i)(-4 - i) = -5 - 14i \Rightarrow |z_1 z_2| = \sqrt{(-5)^2 + (-14)^2} = \sqrt{221}$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x+2} < 8$ là

- A. $(1; +\infty)$. **B. $(-\infty; 1)$.** C. $(-\infty; 1]$. D. $[1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2^{x+2} < 8 \Leftrightarrow 2^{x+2} < 2^3 \Leftrightarrow x+2 < 3 \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy tập nghiệm là $S = (-\infty; 1)$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$			$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$					2			$+\infty$
				-1			-1		

Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. **C. $(0; 2)$.** D. $(-1; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là $(0; 2)$.

Câu 20: Tập xác định của hàm số $y = x^\pi$ là

- A. \mathbb{R} . **B. $(0; +\infty)$.** C. $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\pi \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số đã cho xác định khi và chỉ khi $x > 0$.

Vậy tập xác định là $D = (0; +\infty)$.

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$; $u_2 = 3$. Giá trị của u_3 bằng

- A. 5.** B. 9. C. 4. D. 6.

Lời giải

Chọn A

Công sai của cấp số cộng là: $d = u_2 - u_1 = 2$.

Do đó $u_3 = u_2 + d = 5$.

- Câu 22:** Tập xác định của hàm số $\log_{2023}(x-1)$ là
A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

- Câu 23:** Trên mặt phẳng tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = 7 + 5i$ là
A. $(7; 5)$. B. $(7; -5)$. C. $(-7; 5)$. D. $(-7; -5)$.

Lời giải

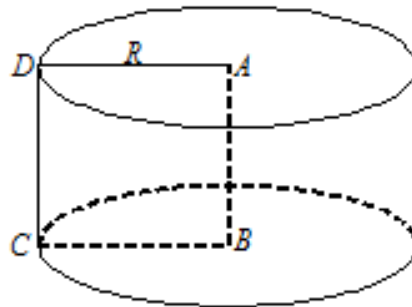
Chọn A

- Câu 24:** Trong không gian cho hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 4 cm . Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $ABDC$ tạo thành hình trụ có diện tích xung quanh bằng
A. $64\pi\text{ cm}^2$. B. $8\pi\text{ cm}^2$. C. $16\pi\text{ cm}^2$. D. $32\pi\text{ cm}^2$.

Lời giải

Chọn D

Khi quay hình vuông $ABCD$ quanh cạnh AB thì đường gấp khúc $ABDC$ tạo thành hình trụ có chiều cao $h = AB = 4\text{ cm}$; bán kính đáy $R = AD = 4\text{ cm}$



Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S = 2\pi rl = 32\pi\text{ cm}^2$.

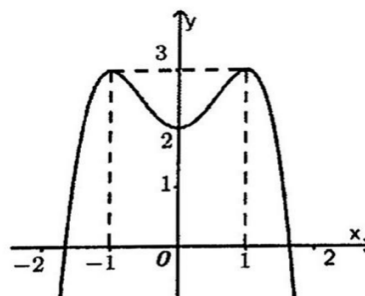
- Câu 25:** Nếu $\int_0^2 f(x)dx = -3$ và $\int_2^3 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^3 3f(x)dx$
A. 6. B. 27. C. 9. D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\int_0^3 3f(x)dx = 3\int_0^3 f(x)dx = 3\left(\int_0^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx\right) = 9.$$

- Câu 26:** Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

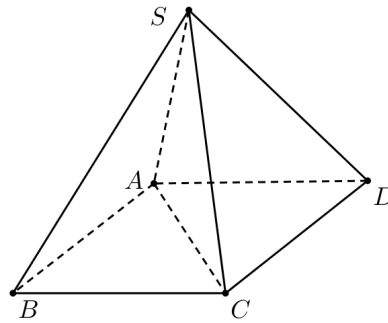


- Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), ta có

$$|z + 5 - 4i| = 4 \Leftrightarrow |x + yi + 5 - 4i| = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x+5)^2 + (y-4)^2} = 4 \Leftrightarrow (x+5)^2 + (y-4)^2 = 16.$$

- Vậy tập hợp điểm biểu diễn số phức z thoả mãn $|z + 5 - 4i| = 4$ là đường tròn tâm $I(-5; 4)$ bán kính $R = 4$.

Câu 32: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a , $AC = 2a$ (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD bằng



A. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

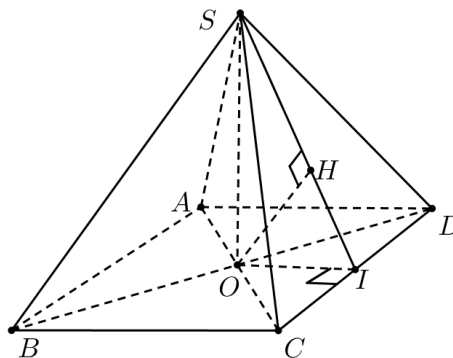
B. $\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

C. $\sqrt{2}a$.

D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}a$.

Lời giải

Chọn D



- Chọn mặt phẳng (SCD) chứa SD và $(SCD) \parallel AB$.

Khi đó $d_{(AB;SD)} = d_{(AB;(SCD))} = d_{(A;(SCD))} = 2d_{(O;(SCD))}$. Ta dựng và tính khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SCD) .

- Gọi I là trung điểm của CD , trong mặt phẳng (SOI) kẻ OH vuông góc với SI tại H .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} CD \perp OI \\ CD \perp SO \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SOI) \Rightarrow OH \perp CD, \text{ mà } OH \perp SI \text{ nên } OH \perp (SOI).$$

Do đó $d_{(O;(SCD))} = OH$.

Câu 33: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 3, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 12.

B. 9.

C. 36.

D. 27.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 3^2 \cdot 3 = 9.$$

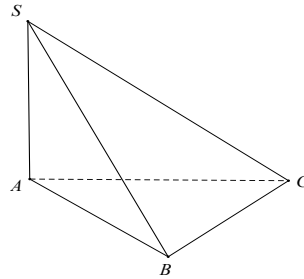
- Câu 34:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;4)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ là
A. $(-3;0;-4)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(3;-1;4)$. **D.** $(-3;1;-4)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;4)$ lên trục Oy là điểm $H(0;1;0)$. Do đó, điểm đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ là $(-3;1;-4)$.

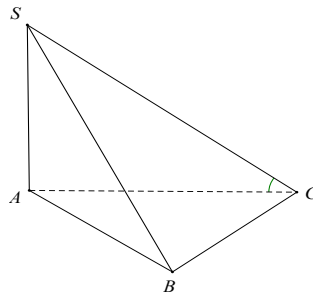
- Câu 35:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C , SA vuông góc với đáy và $SA = AC\sqrt{3}$ (tham khảo hình bên dưới). Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng



- A.** 45° . **B.** 60° . **C.** 30° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn B



$$\text{Ta có } \begin{cases} AC \perp BC \\ SA \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC) \Rightarrow SC \perp BC$$

$$\left. \begin{array}{l} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SC \perp BC \text{ (cmt)} \\ AC \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow \widehat{((SBC), (ABC))} = \widehat{(SC, AC)} = \widehat{SCA}$$

$$\text{Xét tam giác } SAC \text{ vuông tại } A \text{ có } \tan \widehat{SCA} = \frac{SA}{AC} = \frac{AC\sqrt{3}}{AC} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SCA} = 60^\circ.$$

- Câu 36:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x - m - 2 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt?
A. 20. **B.** 21. **C.** 22. **D.** 23.

Lời giải

Chọn B

$$\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x - 2 = m$$

\Rightarrow số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x - 2$ và đường thẳng $y = m$.

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x - 2 \Rightarrow y' = x^2 - x - 6$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	$\nearrow \frac{16}{3}$	$\searrow -\frac{31}{2}$	$\nearrow +\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy để phương trình $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 6x - m - 2 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt thì $-\frac{31}{2} < m < \frac{16}{3}$ mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-15; -14; -13; \dots; 3; 4; 5\} \Rightarrow$ có tất cả 21 giá trị nguyên của m thoả đề.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(1; 3; 1)$, $N(3; -1; 5)$ và $P(2; 3; -1)$. Đường thẳng Δ đi qua điểm P và song song với đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z-1}{4}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-1}{2}$.
 C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{2}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Do đường thẳng $\Delta // MN$ nên véc-tơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{MN} = (2; -4; 4)$.

Khi đó đường thẳng Δ đi qua điểm $P(2; 3; -1)$, nhận $\vec{u}_\Delta = (1; -2; 2)$ làm véc-tơ chỉ phương nên

có phương trình $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 38: Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 17 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn bằng

- A. $\frac{1}{8}$. B. $\frac{9}{34}$. C. $\frac{8}{17}$. D. $\frac{7}{34}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 17 số nguyên dương đầu tiên thì $n(\Omega) = C_{17}^2$.

Trong 17 số nguyên dương đầu tiên có 8 số chẵn và 9 số lẻ.

Gọi A là biến số chọn được hai số có tổng là một số chẵn $\Rightarrow \bar{A}$ là biến số chọn được hai số có tổng là một số lẻ $\Rightarrow n(\bar{A}) = 9 \cdot 8 = 72$.

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{8}{17}.$$

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-25; 25]$ để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m+2)x^2 + (m+2)x \text{ đồng biến trên khoảng } (-\infty; 1)?$$

A. 54.

B. 28.

C. 56.

D. 27.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } y' = x^2 - (m+2)x + (m+2)$$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty; 1)$

$$\Leftrightarrow x^2 - (m+2)x + (m+2) \geq 0, \forall x \in (-\infty; 1)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1} = g(x), \forall x \in (-\infty; 1) \Leftrightarrow m \geq \max_{(-\infty; 1)} g(x)$$

Xét hàm số $g(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x-1}$ trên khoảng $(-\infty; 1)$

$$\text{Ta có } g'(x) = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 0 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	-2

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max_{(-\infty; 1)} g(x) = g(0) = -2$.

Suy ra $m \geq -2$. Mà $m \in [-25; 25], m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-2; -1; \dots; 25\}$.

Vậy có 28 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để phương trình đã cho có nghiệm thỏa mãn $|z| = 3$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 20.

B. -12.

C. 28.

D. 12.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Xét } \Delta' = 1 - (1 - m) = m$$

TH1: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 0$ thì theo yêu cầu bài toán:

$$\square z = 3 \Rightarrow 3^2 - 2 \cdot 3 + 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 4(TM)$$

$$\square z = -3 \Rightarrow (-3)^2 - 2 \cdot (-3) + 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 16(TM)$$

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < 0$ thì phương trình có 2 nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 = \overline{z_2}$

$$\text{Theo giả thiết: } |z_1| = |z_2| = 3 \Rightarrow |z_1 z_2| = 9 \Leftrightarrow |1 - m| = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -8(TM) \\ m = 10(L) \end{cases}.$$

Vậy tổng các phần tử của S là: $4 + 16 - 8 = 12$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa $f(x) = 6f(3x-1)$. Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên \mathbb{R} và thỏa mãn $F(2) - F(3) = -24$. Khi đó $\int_5^8 f(x) dx$ bằng

- A. -12. B. -24. C. 24. D. 12.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } f(x) = 6f(3x-1) \Rightarrow \int f(x) dx = 6 \int f(3x-1) dx \Rightarrow F(x) = 2F(3x-1) + C$$

$$\text{Thay } x = 2 \text{ ta được: } F(2) = 2F(5) + C \Rightarrow F(5) = \frac{1}{2}(F(2) - C)$$

$$\text{Thay } x = 3 \text{ ta được: } F(3) = 2F(8) + C \Rightarrow F(8) = \frac{1}{2}(F(3) - C)$$

$$\text{Nên: } \int_5^8 f(x) dx = F(8) - F(5) = \frac{1}{2}[(F(3) - C) - (F(2) - C)] = \frac{1}{2}(F(3) - F(2)) = 12.$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;-4)$ và hai đường thẳng $d: \frac{x-3}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{2}$, $d': \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa cả d và d' . Khoảng cách từ điểm M đến (P) bằng

- A. 9. B. $3\sqrt{3}$. C. 3. D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Lấy } A(3;2;-1) \in (d), B(2;2;1) \in (d') \text{ thì } \overline{AB} = (-1;0;2) \Rightarrow [\overline{AB}, \overline{u_d}] = (-4;-4;-2), \text{ chọn}$$

$\overline{n_{(P)}} = (2;2;1)$ là 1 vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) . Ta có:

$$(P): 2(x-3) + 2(y-2) + 1(z+1) = 0 \Rightarrow (P): 2x + 2y + z - 9 = 0.$$

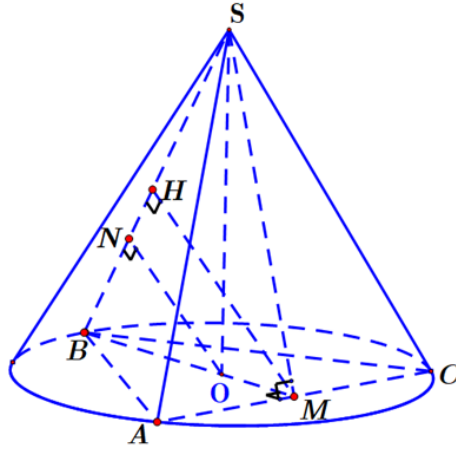
$$\text{Vậy: } d(M, (P)) = \frac{|2+2-4-9|}{3} = 3.$$

Câu 43: Cho hình chóp đều $SABC$ có cạnh đáy bằng 7 và nội tiếp hình nón (N) . Biết diện tích xung quanh của hình nón (N) bằng 42π . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A. $\frac{\sqrt{33}}{6}$. B. $\frac{35\sqrt{33}}{36}$. C. $\frac{\sqrt{33}}{3}$. D. $\frac{35\sqrt{33}}{37}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Rightarrow SO \perp (ABC)$.

$$BM = \frac{7\sqrt{3}}{2} \Rightarrow OB = \frac{2}{3}BM = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

Diện tích xung quanh của hình nón: $S_{xq} = \pi OA \cdot SA = 42\pi \Rightarrow SA = 6\sqrt{3}$

$$\Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{5\sqrt{33}}{3}$$

Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow AM \perp BC$.

Kẻ $MH \perp SB$ (1).

$$\begin{cases} AC \perp BM \\ AC \perp SO \end{cases} \Rightarrow AC \perp (SBM) \Rightarrow AC \perp MH \quad (2).$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow MH$ là đoạn vuông góc chung của SB và AC

$\Rightarrow d(SB, AC) = MH$.

$$\text{Kẻ } ON \perp SB \Rightarrow ON \parallel MH \Rightarrow \frac{ON}{MH} = \frac{BO}{BM} = \frac{2}{3} \Rightarrow MH = \frac{3}{2}ON.$$

Tam giác SBO vuông tại O và có đường cao là $ON \Rightarrow \frac{1}{ON^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OB^2} \Rightarrow NO = \frac{35\sqrt{33}}{54}$.

$$d(SB, AC) = MH = \frac{3}{2}ON = \frac{35\sqrt{33}}{36}.$$

- Câu 44:** Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $\log_2 \frac{x^2 + y^2}{2y} + \log_3 2 \leq \log_3 \frac{x^2 + y^2}{y}$?
- A. 6. B. 3. C. 5. **D. 4.**

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $y > 0$.

$$\text{Phương trình: } \log_2 \frac{x^2 + y^2}{2y} + \log_3 2 \leq \log_3 \frac{x^2 + y^2}{y} \Leftrightarrow \log_2 \frac{x^2 + y^2}{2y} \leq \log_3 \frac{x^2 + y^2}{y} \quad (1)$$

Đặt $t = \frac{x^2 + y^2}{2y}$ (điều kiện $t > 0$)

Phương trình (1) trở thành: $\log_2 t \leq \log_3 t \Leftrightarrow \log_2 t - \log_3 t \leq 0 \quad \forall t > 0$.

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t - \log_3 t$

$$f'(t) = \frac{1}{t \ln 2} - \frac{1}{t \ln 3} < 0 \quad \forall t > 0 \Rightarrow \text{hàm số } f(t) \text{ nghịch biến trên khoảng } (0; +\infty).$$

$$\Rightarrow f(t) \leq f(1) = 0 \Leftrightarrow t \leq 1 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{2y} \leq 1 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 \leq 1.$$

$$\Rightarrow (y-1)^2 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq y \leq 2. \text{ vì điều kiện } y > 0 \text{ nên } 0 < y \leq 2$$

Với $y = 1 \Rightarrow$ có 3 giá trị của x .

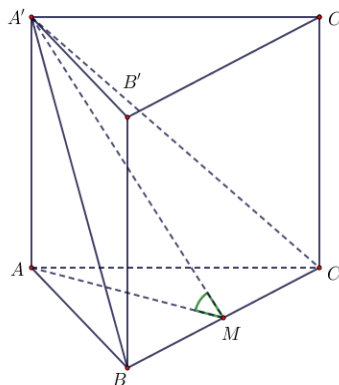
Với $y = 2 \Rightarrow$ có 1 giá trị của x . Vậy có 4 cặp giá trị của $(x; y)$.

Câu 45: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $2a$, góc giữa mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\sqrt{3}a^3$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^3$. C. $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **D. $3\sqrt{3}a^3$.**

Lời giải

Chọn D



Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow BC \perp (AMA') \Rightarrow BC \perp MA'$

Ta có $(ABC) \cap (A'BC) = BC$, $AM \perp BC$, $BC \perp MA'$.

$$\Rightarrow \left(\widehat{(ABC), (A'BC)} \right) = \left(\widehat{AM, A'M} \right) = \widehat{AMA'} = 60^\circ \Rightarrow AA' = AM \tan 60^\circ = 3a.$$

(Tam giác ABC đều nên $AM = AB \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}a$).

$$V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{ABC} = 3a \cdot \sqrt{3}a^2 = 3\sqrt{3}a^3.$$

Câu 46: Xét các số thực x, y thỏa

$$\log_4(x^2 + y^2 + 14y) + \log_3(x^2 + y^2) \leq \log_4 y + \log_3(x^2 + y^2 + 16y). \text{ Giá trị lớn nhất của}$$

$$P = \frac{6y}{x + 2y + 1} \text{ bằng}$$

- A. 2. B. 1. C. 4. **D. 3.**

Lời giải

Chọn D

$\log_4(x^2 + y^2 + 14y) + \log_3(x^2 + y^2) \leq \log_4 y + \log_3(x^2 + y^2 + 16y)$, Điều kiện $y > 0$.

$$\Leftrightarrow \log_4\left(\frac{x^2 + y^2 + 14y}{y}\right) - \log_3\left(\frac{x^2 + y^2 + 16y}{x^2 + y^2}\right) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \log_4\left(\frac{x^2 + y^2}{y} + 14\right) - \log_3\left(1 + 16\frac{y}{x^2 + y^2}\right) \leq 0$$

Đặt $t = \frac{x^2 + y^2}{y} > 0$, ta có $\log_4(t+14) - \log_3\left(1 + \frac{16}{t}\right) \leq 0$

Xét $f(t) = \log_4(t+14) - \log_3\left(1 + \frac{16}{t}\right) \Rightarrow f'(t) = \frac{1}{(t+14)\ln 4} + \frac{16}{t^2\left(1 + \frac{16}{t}\right)\ln 3} > 0, \forall t > 0$.

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ mà ta lại có $f(2) = 0$ nên

$$f(t) \leq 0 \Leftrightarrow f(t) \leq f(2) \Leftrightarrow t \leq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + y^2}{y} \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2y \leq 0 \quad (*)$$

Tập hợp các điểm (x, y) thỏa (*) là một hình tròn tâm $I(0;1)$, bán kính $R = 1$, nhưng bỏ đi điểm $(0;0)$.

$$P = \frac{6y}{x + 2y + 1} \Leftrightarrow Px + 2Py + P = 6y \Leftrightarrow Px + (2P - 6)y + P = 0 \quad (**)$$

Giả sử tồn tại (x, y) thỏa (*) và (**)

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow d(I, (\Delta)) \leq R \\ &\Leftrightarrow \frac{|P \cdot 0 + 2P - 6 + P|}{\sqrt{P^2 + (2P - 6)^2}} \leq 1 \\ &\Leftrightarrow |3P - 6| \leq \sqrt{P^2 + (2P - 6)^2} \\ &\Leftrightarrow 4P^2 - 12P \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq P \leq 3 \end{aligned}$$

Chú ý: Do $y > 0 \Rightarrow P = \frac{6y}{x + 2y + 1} \neq 0$ nên ta suy ra $0 < P \leq 3$.

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất là } P = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 27$. Gọi mặt phẳng $(P): ax + by + 2z + c = 0$ đi qua hai điểm $A(0;0;-2), B(-4;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là

đường tròn (C) sao cho khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Khi đó $a^2 + b^2 + c^2$ bằng

A. 49.

B. 33.

C. 21.

D. 18.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 2; 2)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Điểm $A \in (P) \Rightarrow -4 + c = 0 \Rightarrow c = 4$.

Điểm $B \in (P) \Rightarrow -4a + 4 = 0 \Rightarrow a = 1$.

Khi đó: (P) có dạng $x + by + 2z + 4 = 0$ và $d(I, (P)) = \frac{|2b + 5|}{\sqrt{b^2 + 5}}$.

Gọi (N) là khối nón đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C).

Thể tích của khối nón (N) là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$, trong đó $h = d(I, (P))$ và r là bán kính của đường tròn (C), suy ra $r^2 = R^2 - h^2 = 27 - h^2$.

Hay $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi h(27 - h^2) = \frac{1}{3}\pi(27h - h^3)$.

Đặt $f(h) = 27h - h^3$, với $0 < h < 3\sqrt{3}$.

Ta có: $f'(h) = 27 - 3h^2$; cho $f'(h) = 0 \Leftrightarrow h^2 = 9 \Leftrightarrow h = 3$ (vì $0 < h < 3\sqrt{3}$).

Bảng biến thiên:

h	0	3	$3\sqrt{3}$	
$f'(h)$		+	0	-
$f(h)$		↗ ↘		

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f(h)$ đạt giá trị lớn nhất trên khoảng $(0; 3\sqrt{3})$ khi $h = 3$.

Suy ra thể tích khối nón (N) cũng đạt giá trị lớn nhất khi $h = 3$.

Mà $h = 3 \Leftrightarrow \frac{|2b + 5|}{\sqrt{b^2 + 5}} = 3 \Leftrightarrow (2b + 5)^2 = 9(b^2 + 5) \Leftrightarrow 5b^2 - 20b + 20 = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy $a = 1; b = 2; c = 4 \Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 = 21$.

Cách 2

Ta có $A, B \in (P) \Rightarrow \begin{cases} -4 + c = 0 \\ -4a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ a = 1 \end{cases}$.

Do đó (P): $x + by + 2z + 4 = 0$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 2; 2)$ và bán kính $R = 3\sqrt{3}$.

Chiều cao của khối nón là $h = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{27 - r^2}$.

Thể tích khối nón:

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot \sqrt{27-r^2} = \frac{1}{3}\pi \cdot \sqrt{4(27-r^2) \frac{r^2}{2} \cdot \frac{r^2}{2}} \leq \frac{1}{3}\pi \cdot \sqrt{4 \left(\frac{27-r^2 + \frac{r^2}{2} + \frac{r^2}{2}}{3} \right)^3}$$

$$\Leftrightarrow V \leq \frac{1}{3}\pi \sqrt{4 \cdot 9^3} = 18\pi.$$

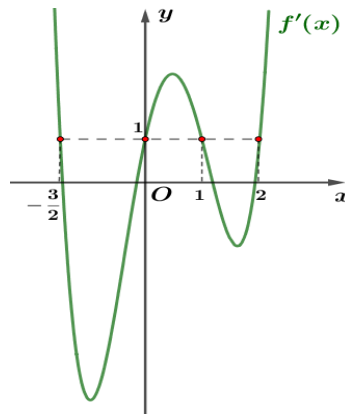
Suy ra $V_{\max} = 18\pi$ khi $27-r^2 = \frac{r^2}{2} \Leftrightarrow r = 3\sqrt{2}$.

$$\Rightarrow h = \sqrt{27-r^2} = 3.$$

Mà $h = d(I, (\alpha)) \Leftrightarrow 3 = \frac{|-3+b \cdot 2+2 \cdot 2+4|}{\sqrt{1^2+b^2+2^2}} \Leftrightarrow 3\sqrt{b^2+5} = |2b+5| \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy $a^2+b^2+c^2 = 1+2^2+4^2 = 21$.

Câu 48: Cho $f(x)$ là đa thức bậc 5 có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Biết $f\left(\frac{-3}{2}\right) = \frac{653}{320}$, $f(0) = -2$ và $f(1) = -\frac{1}{60}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) - x + a$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 1\right]$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a thuộc $[-2023; 2023]$ để $9m^2 - 320M > 0$?



A. 4003.

B. 4001.

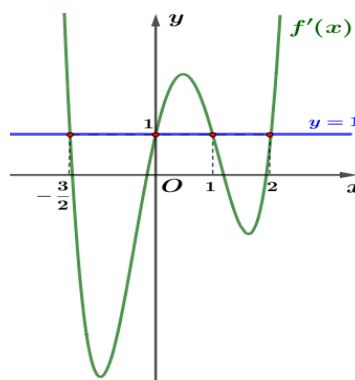
C. 4002.

D. 4004.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g'(x) = f'(x) - 1$ và $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1$.

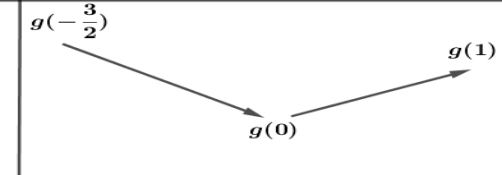


Dựa vào đồ thị của hàm số $f'(x)$ và đường thẳng $y=1$, ta thấy

$$f'(x)=1 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}; x=0; x=1; x=2$$

Khi đó bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2}; 1\right]$ như sau:

x	$-\frac{3}{2}$	0	1
$g'(x)$	-	0	+
$g(x)$	$g\left(-\frac{3}{2}\right)$	$g(0)$	$g(1)$



Với $g\left(-\frac{3}{2}\right) = f\left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} + a = \frac{1133}{320} + a$; $g(0) = f(0) + a = -2 + a$ và

$$g(1) = f(1) - 1 + a = -\frac{61}{60} + a.$$

Suy ra $m = \min_{\left[-\frac{3}{2}; 1\right]} g(x) = g(0) = -2 + a$ và $M = \max_{\left[-\frac{3}{2}; 1\right]} g(x) = g\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{1133}{320} + a$.

$$\text{Theo đề: } 9m^2 - 320M > 0 \Leftrightarrow 9(-2+a)^2 - 320\left(\frac{1133}{320} + a\right) > 0 \Leftrightarrow 9a^2 - 356a - 1097 > 0$$

$$\Leftrightarrow a < -2,87 \text{ hoặc } a > 42,42.$$

Mà a là số nguyên và $a \in [-2023; 2023]$ nên suy ra $a \in \{-2023; \dots; -3; 43; \dots; 2023\}$.

Vậy có 4002 giá trị nguyên của tham số a thỏa yêu cầu bài toán.

Cách 2

$$g'(x) = f'(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2(L) \end{cases}.$$

Vì $g(x) = f(x) - x + a$ liên tục trên $\left[-\frac{3}{2}; 1\right]$, và

$$g\left(-\frac{3}{2}\right) = f\left(-\frac{3}{2}\right) + \frac{3}{2} + a = \frac{653}{320} + \frac{3}{2} + a = \frac{1133}{320} + a;$$

$$g(0) = f(0) + a = -2 + a;$$

$$g(1) = f(1) - 1 + a = \frac{-1}{60} - 1 + a = \frac{-61}{60} + a;$$

Nên $\max_{\left[-\frac{3}{2}; 1\right]} g(x) = \frac{1133}{320} + a$; $\min_{\left[-\frac{3}{2}; 1\right]} g(x) = -2 + a$.

$$9m^2 - 320M > 0 \Leftrightarrow 9(-2+a)^2 - 320 \cdot \left(\frac{1133}{320} + a\right) > 0 \quad 9a^2 - 356a - 1097 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a < -2,9 \\ a > 42,4 \end{cases}$$

$$\text{Kết hợp với điều kiện ta được } \begin{cases} -2023 \leq a < -2,9 \\ 42,4 < a \leq 2023 \end{cases}$$

TH trên có 2021 số nguyên a , và TH dưới có 1981 số nguyên a .

Vậy có tất cả 4002 số nguyên a .

Câu 49: Xét các số phức $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2$. Tính tổng

$S = 8(x + y)$ khi $\left|z - \frac{1}{2} + 3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. 8.

B. 19.

C. 14.

D. 16.

Lời giải

Chọn B

$$4(z - \bar{z}) - 15i = i(z + \bar{z} - 1)^2 \Leftrightarrow 8yi - 15i = i(2x - 1)^2 \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 2.$$

Khi đó $z = x + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 2\right)i$, khi đó:

$$\begin{aligned} \left|z - \frac{1}{2} + 3i\right| &= \left|\left(x - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 5\right)i\right| = \left|\frac{1}{2}(2x - 1) + \frac{1}{8}(4x^2 - 4x + 40)i\right| \\ &= \sqrt{\frac{1}{4}(2x - 1)^2 + \frac{1}{64}(4x^2 - 4x + 40)^2} = \frac{1}{8}\sqrt{16t + (t + 39)^2} = \frac{1}{8}\sqrt{t^2 + 94t + 1521} \geq \frac{39}{8}, \text{ với} \\ &t = (2x - 1)^2 \text{ và } t \geq 0. \end{aligned}$$

Đẳng thức xảy ra khi $t = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow y = \frac{15}{8} \Rightarrow S = 8(x + y) = 19$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ và thỏa mãn $f(x - 1) - 3f\left(\frac{x - 1}{1 - 2x}\right) = 1 - 2x, \forall x \neq \frac{1}{2}$.

Biết $I = \int_1^3 f(x) dx = a + b \ln 3 + c \ln 7$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Tính giá trị biểu thức

$$P = 8a - 16b + 16c.$$

A. $P = 16$.

B. $P = 4$.

C. $P = 10$.

D. $P = 8$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{ATa có } f(x - 1) - 3f\left(\frac{x - 1}{1 - 2x}\right) = 1 - 2x, \forall x \neq \frac{1}{2}$$

$$\text{Thay } x = t + 1 \Rightarrow f(t) - 3f\left(\frac{-t}{2t + 1}\right) = -2t - 1 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx - 3 \int_1^3 f\left(\frac{-x}{2x + 1}\right) dx = \int_1^3 (-2x - 1) dx$$

$$\text{Đặt } u = \frac{-t}{2t+1} \Leftrightarrow 2tu + u = -t \Leftrightarrow t = \frac{-u}{2u+1}, \text{ khi đó ta có } f\left(\frac{-u}{2u+1}\right) - 3f(u) = \frac{-1}{2u+1}$$

$$\Rightarrow \int_1^3 f\left(\frac{-x}{2x+1}\right) dx - 3 \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 \frac{-1}{2x+1} dx.$$

$$\text{Khi đó } -8 \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 (-2x-1) dx + 3 \int_1^3 \frac{-1}{2x+1} dx \Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = \frac{1}{8} \int_1^3 (2x+1) dx + \frac{3}{8} \int_1^3 \frac{dx}{2x+1}$$

$$\Leftrightarrow \int_1^3 f(x) dx = \frac{5}{4} - \frac{3}{16} \ln 3 + \frac{3}{16} \ln 7 \Rightarrow P = 8a - 16b + 16c = 16.$$

----- HẾT -----