SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TP.HCM TRƯỜNG THPT GIA ĐỊNH	ĐỀ THI THỬ KỲ THI TỐT NGHIỆP THPTQG NĂM HỌC 2022 – 2023 Môn: Toán Thời gian: 90 phút

Câu 1. Nghiệm của phương trình $2023^{x-1}=1$ là

A. $x=2023$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=4$.

Câu 2. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng 8π và độ dài đường sinh là 4. Tính bán kính đường tròn đáy của hình nón.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 3. Số điểm cực trị của hàm số $y=-x^4-4x^3+3$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

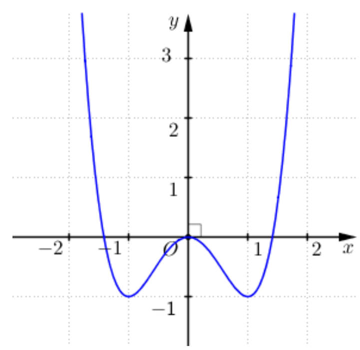
Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2)<1$ là

A. $(-\infty;4)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 5. Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=1$, công bội $q=2$, số hạng thứ tư là

A. $u_4=7$. **B.** $u_4=32$. **C.** $u_4=16$. **D.** $u_4=8$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng của hình bên?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(2;2;-1)$ qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(-2;-2;1)$. **B.** $(-2;2;-1)$. **C.** $(-2;0;0)$. **D.** $(2;-2;1)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x=a,x=b$ được tính theo công thức

A. $S=\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$. **C.** $S=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$.

Câu 9. Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y=1$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;0;1)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;1;-2)$ là

A. $-2x+y-2x+4=0$. **B.** $-2x-y+2z-2=0$.

C. $x-z=0$. **D.** $2x+y-2z=0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ $\vec{a}=(1;2;-2)$ vuông góc với vectơ nào sau đây?

A. $\vec{m}=(2;1;1)$. **B.** $\vec{p}=(2;1;2)$. **C.** $\vec{n}=(-2;-3;2)$. **D.** $\vec{q}=(1;-1;2)$.

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $1-3i$ là

A. $1+3i$. **B.** $-1-3i$. **C.** $3-i$. **D.** $3+i$.

Câu 13. Cho hàm số $y=x^3+x+1$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 11.

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y=\ln(-x^2+4)$.

A. $D=(-\infty;-1]\cup[-2;2]$. **B.** $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=(-2;2)$.

Câu 15. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x-3}$?

A. $\dfrac{-1}{(x-3)^2}$. **B.** $\dfrac{1}{(x-3)^2}$. **C.** $\ln|x-3|$. **D.** $\dfrac{1}{\ln|x-3|}$.

Câu 16. Cho khối trụ (T) có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 4. Thể tích khối trụ (T) bằng

A. 32π. **B.** 8π. **C.** 24π. **D.** 16π.

Câu 17. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều tất cả các cạnh bằng 2 là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;1)$. **B.** $(2;+\infty)$.

C. $(0;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 19. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 5.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB. Mặt phẳng $(CA'B')$ chia khối chóp thành hai khối đa diện có thể tích lần lượt là V_1, V_2 $(V_1 > V_2)$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ gần với số nào nhất?

A. $3,9$. **B.** $2,9$. **C.** $2,5$. **D.** $0,33$.

Câu 21. Cho M là giao điểm của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ với trục hoành. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số trên tại điểm M là

A. $3y - x - 1 = 0$. **B.** $3y + x - 1 = 0$. **C.** $3y - x + 1 = 0$. **D.** $3y + x + 1 = 0$.

Câu 22. Với a, b là các số thực dương bất kì, $\log_2(ab^3)$ bằng

A. $\log_2 a + \log_2 3b$. **B.** $3\log_2(ab)$. **C.** $\log_2 a - 3\log_2 b$. **D.** $\log_2 a + 3\log_2 b$.

Câu 23. Một túi đựng 5 bi xanh và 5 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, xác suất để cả hai bi đều màu đỏ là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

Câu 24. Tổng hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+x+1} = 8^{2x}$

A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 8.

Câu 25. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(x-1) + \log_4(14-2x) \geq 0$

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - z + 1 = 0$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 27. Cho số phức $z = 1 + i$. Môđun của số phức $w = (1+3i)z$ là

A. 20. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{20}$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[2;4]$ và thỏa mãn $f(2) = 3$, $f(4) = 2023$

Tính tích phân $I = \int_1^2 f'(2x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 1011$. **B.** $I = 2022$. **C.** $I = 2020$. **D.** $I = 1010$.

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y+2}{2} = \dfrac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2022 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\sin\alpha = -\dfrac{4}{9}$. **B.** $\sin\alpha = \dfrac{4}{9}$. **C.** $\cos\alpha = -\dfrac{4}{9}$. **D.** $\cos\alpha = \dfrac{4}{9}$.

Câu 30. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V = \dfrac{19\pi}{15}$. **B.** $V = \dfrac{13\pi}{15}$. **C.** $V = \dfrac{17\pi}{15}$. **D.** $V = \dfrac{16\pi}{15}$.

Câu 31. Thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh $2a$ là

A. $V = \dfrac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **B.** $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V = \dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \dfrac{32\pi a^3}{3}$.

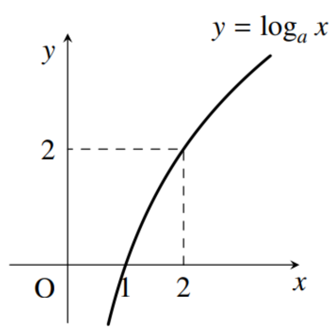
Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp (ABC)$ và góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{8}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng $\dfrac{3a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 34. Tìm a để đồ thị hàm số $y = \log_a x \left(0 < a \neq 1\right)$ có đồ thị là hình bên.



A. $a = \sqrt{2}$. **B.** $a = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $a = \dfrac{1}{2}$. **D.** $a = 2$

Câu 35. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2, AD = 1$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh cạnh AB, ta được một hình trụ. Diên tích xung quanh của hình trụ là

A. 2π. **B.** $\dfrac{2\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{4\pi}{3}$. **D.** 4π.

Câu 36. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2-9}{125} \le \log_5 \frac{x^2-9}{27}$?

A. 116. **B.** 58. **C.** 117. **D.** 110.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(-1;1;3\right)$ và hai đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta': \frac{x+1}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=1+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-t \\ z=3+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

Câu 38. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCB'C')$ bằng 30^0. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định $R\setminus\left\{0\right\}$ thoả mãn $f'\left(x\right) = \frac{x+1}{x^2}$, $f\left(-2\right) = \frac{3}{2}$ và $f\left(2\right) = 2\ln 2 - \frac{3}{2}$. Tính giá trị biểu thức $f\left(-1\right) + f\left(4\right)$ bằng.

A. $\frac{6\ln 2 - 3}{4}$. **B.** $\frac{6\ln 2 + 3}{4}$. **C.** $\frac{8\ln 2 + 3}{4}$. **D.** $\frac{8\ln 2 - 3}{4}$.

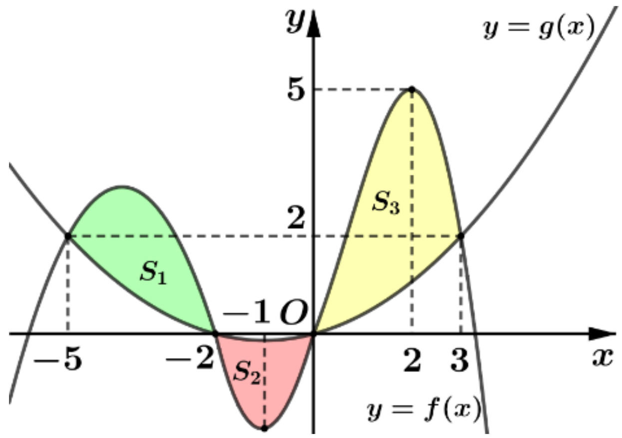
Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - mx + 2023$ có hai điểm cực trị đều thuộc khoảng $\left(-4;3\right)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 41. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2\left(m+1\right)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $\left|z_0\right| = 7$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 42. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-5;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường cong $y=g\left(x\right)=ax^2+bx+c$ lần lượt là m, n, p. Tích phân $\int\limits_{-5}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng



A. $m-n+p-\dfrac{208}{45}$. **B.** $m-n+p+\dfrac{208}{45}$. **C.** $-m+n-p-\dfrac{208}{45}$. **D.** $-m+n-p+\dfrac{208}{45}$.

Câu 43. Cho $g\left(x\right)=x^2-2x-1$ và hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left[g\left(x\right)\right]=0$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD=2\sqrt{2}$, $AB=1$, $SA=SB$, $SC=SD$. Biết rằng hai mặt phẳng $\left(SAB\right)$ và $\left(SCD\right)$ vuông góc với nhau và tổng diện tích của hai tam giác SAB và SCD bằng $\sqrt{3}$. thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 45. Cho hàm số $f\left(x\right)=x^4+bx^2+c\left(b,c\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong $\left(C\right)$ và đường thẳng $\left(d\right):y=g\left(x\right)$ tiếp xúc với $\left(C\right)$ tại điểm $x_0=1$. Biết $\left(d\right)$ và $\left(C\right)$ còn hai điểm chung khác có hoành độ là $x_1,x_2\left(x_1<x_2\right)$ và $\displaystyle\int_{x_1}^{x_2}\frac{g\left(x\right)-f\left(x\right)}{\left(x-1\right)^2}dx=\frac{4}{3}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $\left(C\right)$ và đường thẳng $\left(d\right)$ là

A. $\frac{29}{5}$. **B.** $\frac{28}{5}$. **C.** $\frac{143}{5}$. **D.** $\frac{43}{5}$.

Câu 46. Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi = 120°$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng đi qua đỉnh S được thiết diện là tam giác vuông SAB, trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Biết rằng khoảng cách giữa SO và AB bằng 3. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $36\sqrt{3}\pi$. **B.** $18\sqrt{3}\pi$. **C.** $27\sqrt{3}\pi$. **D.** $9\sqrt{3}\pi$.

Câu 47. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1 + 2 - i\right| + \left|z_1 - 4 - 7i\right| = 6\sqrt{2}$ và $\left|iz_2 - 1 + 2i\right| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left|z_1 + z_2\right|$ bằng

A. $3\sqrt{2} - 2$. **B.** $2\sqrt{2} - 2$. **C.** $3\sqrt{2} - 1$. **D.** $2\sqrt{2} - 1$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): x - y + z + 7 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$ và mặt cầu $\left(S\right): \left(x-1\right)^2 + y^2 + \left(z-2\right)^2 = 5$. Gọi A, B là hai điểm trên mặt cầu $\left(S\right)$ và $AB = 4$; A', B' là hai điểm nằm trên mặt phẳng $\left(P\right)$ sao cho AA', BB' cùng song song với đường thẳng d. Giá trị lớn nhất của tổng độ dài $AA' + BB'$ gần nhất với giá trị nào sau đây

A. 13. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 14.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình

$2023^{\ln\left(2x^2+4x+m\right)} - 2023^{2\ln\left(2x-1\right)} > 0$ chứa đúng 4 số nguyên?

A. 16. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 50. Cho hàm số $f(x) = \ln^3 x + 6(m-1)\ln^2 x - 3m^2 \ln x + 4$. Biết rằng đoạn $\left[a;b\right]$ là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = |f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(e, +\infty)$. Giá trị biểu thức $a + 3b$ bằng

A. $4 + \sqrt{6}$. **B.** $12 + 2\sqrt{6}$. **C.** **D.** 3.

Hết

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	D	C	D	A	B	D	D	D	B	A	D	D	C	D	D	C	A	B	D	D	B	A	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	D	D	B	D	C	D	C	A	D	D	D	C	C	C	B	B	B	C	A	B	D	D	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Nghiệm của phương trình $2023^{x-1}=1$ là

A. $x=2023$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2023^{x-1}=1 \Leftrightarrow x-1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Câu 2. Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng 8π và độ dài đường sinh là 4. Tính bán kính đường tròn đáy của hình nón.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi l, r lần lượt là đường sinh và bán kính đáy của hình nón.

Ta có $S_{xq}=\pi rl \Leftrightarrow 8\pi=\pi.r.4 \Leftrightarrow r=2$.

Câu 3. Số điểm cực trị của hàm số $y=-x^4-4x^3+3$ là

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=-4x^3-12x^2 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow -4x^2\left(x+3\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

Vì $x=0$ là nghiệm kép còn $x=3$ là nghiệm đơn nên hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-2\right)<1$ là

A. $\left(-\infty;4\right)$. **B.** $\left(4;+\infty\right)$. **C.** $\left(2;4\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2\left(x-2\right)<1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2>0 \\ x-2<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x<4 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x<4$.

Tập nghiệm của bất phương trình $D = (2;4)$.

Câu 5. Cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 1$, công bội $q = 2$, số hạng thứ tư là

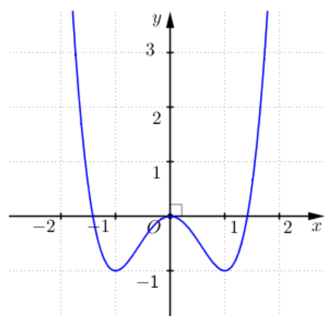
A. $u_4 = 7$. **B.** $u_4 = 32$. **C.** $u_4 = 16$. **D.** $u_4 = 8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_4 = u_1.q^3 = 1.2^3 = 8$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng của hình bên?



A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Quan sát đồ thị ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$ nên suy ra đáp án C,D bị loại.

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ nên chọn đáp án A.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm M' đối xứng với điểm $M(2;2;-1)$ qua mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(-2;-2;1)$. **B.** $(-2;2;-1)$. **C.** $(-2;0;0)$. **D.** $(2;-2;1)$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt phẳng $(Oyz): x = 0$. Gọi H là hình chiếu của $M(2;2;-1)$ xuống mặt phẳng (Oyz) suy ra $H(0;2;-1)$ là trung điểm của đoạn thẳng $MM' \Rightarrow M'(-2;2;-1)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b f^2(x)\,\mathrm{dx}$. **B.** $S = \pi\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{dx}$. **C.** $S = \int_a^b f(x)\,\mathrm{dx}$. **D.** $S = \int_a^b |f(x)|\,\mathrm{dx}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích S của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$, trục hoành, đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức $S = \int_a^b \left|f\left(x\right)\right| \mathrm{dx}$.

Câu 9. Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{x}{x-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $y = 1$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x}{x-2} = +\infty, \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x}{x-2} = -\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 2$.

$\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x}{x-2} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{1}{1-\dfrac{2}{x}} = 1, \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{x}{x-2} = \lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{1}{1-\dfrac{2}{x}} = 1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $M\left(1;0;1\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}\left(2;1;-2\right)$ là

A. $-2x + y - 2x + 4 = 0$. **B.** $-2x - y + 2z - 2 = 0$.

C. $x - z = 0$. **D.** $2x + y - 2z = 0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm $M\left(1;0;1\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}\left(2;1;-2\right)$ là

$2\left(x-1\right) + \left(y-0\right) - 2\left(z-1\right) = 0 \Leftrightarrow 2x + y - 2z = 0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, vectơ $\vec{a} = \left(1;2;-2\right)$ vuông góc với vectơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{m} = \left(2;1;1\right)$. **B.** $\vec{p} = \left(2;1;2\right)$. **C.** $\vec{n} = \left(-2;-3;2\right)$. **D.** $\vec{q} = \left(1;-1;2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{a}.\vec{p} = 1.2 + 2.1 + \left(-2\right).2 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{p}$.

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $1 - 3i$ là

A. $1 + 3i$. **B.** $-1 - 3i$. **C.** $3 - i$. **D.** $3 + i$.

Lời giải

Chọn A

Câu 13. Cho hàm số $y = x^3 + x + 1$. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng bao nhiêu?

A. 8. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y = x^3 + x + 1 \Rightarrow y' = 3x^2 + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$y\left(-1\right) = -1; y\left(2\right) = 11$. Do đó giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[-1;2\right]$ là 11.

Câu 14. Tìm tập xác định của hàm số $y = \ln\left(-x^2 + 4\right)$.

A. $D = \left(-\infty;-1\right] \cup \left[-2;2\right]$. **B.** $D = \left(-\infty;-2\right) \cup \left(2;+\infty\right)$.

C. $D = \left(2;+\infty\right)$. **D.** $D = \left(-2;2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $-x^2 + 4 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.

Suy ra $D = \left(-2;2\right)$.

Câu 15. Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \dfrac{1}{x-3}$?

A. $\dfrac{-1}{\left(x-3\right)^2}$. **B.** $\dfrac{1}{\left(x-3\right)^2}$. **C.** $\ln\left|x-3\right|$. **D.** $\dfrac{1}{\ln\left|x-3\right|}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int \dfrac{1}{x-3}\mathrm{d}x = \ln\left|x-3\right| + C$. Vậy chọn C.

Câu 16. Cho khối trụ $\left(T\right)$ có bán kính đáy bằng 2 và chiều cao bằng 4. Thể tích khối trụ $\left(T\right)$ bằng

A. 32π. **B.** 8π. **C.** 24π. **D.** 16π.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối trụ $\left(T\right)$: $V = \pi.r^2.h = \pi.2^2.4 = 16\pi$.

Câu 17. Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều tất cả các cạnh bằng 2 là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

Diện tích đáy là $S = \frac{\sqrt{3}}{4}.2^2 = \sqrt{3}$.

Chiều cao $h = 2$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là $V = S.h = 2\sqrt{3}$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-4;1\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

Câu 19. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3x + 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 3$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta'_{y'} \le 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 9 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le m \le 1$.

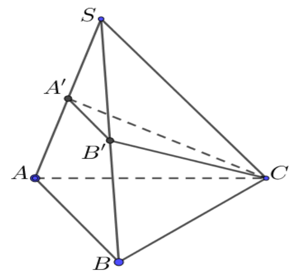
Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \left\{-1;0;1\right\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên cần tìm.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có A', B' lần lượt là trung điểm của SA, SB. Mặt phẳng $\left(CA'B'\right)$ chia khối chóp thành hai khối đa diện có thể tích lần lượt là V_1, V_2 $\left(V_1 > V_2\right)$. Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ gần với số nào nhất?

A. $3,9$. **B.** $2,9$. **C.** $2,5$. **D.** $0,33$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\dfrac{S_{\Delta SA'B'}}{S_{\Delta SAB}}=\dfrac{SA'}{SA}.\dfrac{SB'}{SB}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow\dfrac{S_{A'B'BA}}{S_{\Delta SA'B'}}=3$

$$\frac{V_{C.A'B'BA}}{V_{C.SA'B'}}=\frac{\frac{1}{3}.S_{A'B'BA}.d\left(C,\left(SAB\right)\right)}{\frac{1}{3}.S_{\Delta SA'B'}.d\left(C,\left(SAB\right)\right)}=\frac{S_{A'B'BA}}{S_{\Delta SA'B'}}=3.$$

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{V_{C.A'B'BA}}{V_{C.SA'B'}}=3$.

Câu 21. Cho M là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ với trục hoành. Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số trên tại điểm M là

A. $3y-x-1=0$. **B.** $3y+x-1=0$. **C.** $3y-x+1=0$. **D.** $3y+x+1=0$.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có: $\dfrac{x+1}{x-2}=0\Rightarrow x=-1\Rightarrow y=0$

Vậy tọa độ giao điểm $M\left(1;0\right)$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm M có dạng: $y=y'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+y_0=-\dfrac{1}{3}\left(x+1\right)\Leftrightarrow 3y+x+1=0$.

Câu 22. Với a,b là các số thực dương bất kì, $\log_2\left(ab^3\right)$ bằng:

A. $\log_2 a+\log_2 3b$. **B.** $3\log_2\left(ab\right)$. **C.** $\log_2 a-3\log_2 b$. **D.** $\log_2 a+3\log_2 b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2\left(ab^3\right)=\log_2 a+\log_2 b^3=\log_2 a+3\log_2 b$.

Câu 23. Một túi đựng 5 bi xanh và 5 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi, xác suất để cả hai bi đều màu đỏ là:

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{8}{9}$.

Lời giải

Chọn B

$P\left(A\right)=\frac{C_5^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{9}$.

Câu 24. Tổng hai nghiệm của phương trình $2^{x^2+x+1}=8^{2x}$

A. 5. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^{x^2+x+1}=8^{2x}=2^{6x}\Leftrightarrow x^2-5x+1=0$

$\Rightarrow x_1+x_2=5$.

Câu 25. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{\frac{1}{4}}\left(x-1\right)+\log_4\left(14-2x\right)\geq 0$

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

ĐK XĐ $\begin{cases}x-1>0\\14-2x>0\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<7$

$\log_{\frac{1}{4}}\left(x-1\right)+\log_4\left(14-2x\right)\geq 0$
$\Rightarrow 14-2x\geq x-1$
$\Leftrightarrow x\leq 5$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình trên là $S=\left(1;5\right]$. Suy ra só nghiệm nguyên là 4.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M\left(1;2;-1\right)$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right): x+y-z+1=0$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Do $d \perp (P)$ nên $\vec{u}_d = \vec{n}_P = (1;1;-1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}_d = (1;1;-1)$ có phương trình là: $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

Câu 27. Cho số phức $z = 1 + i$. Môđun của số phức $w = (1+3i)z$ là

A. 20. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{20}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w = (1+3i)z = (1+3i)(1+i) = -2+4i$.

Vậy $|w| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2} = \sqrt{20}$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[2;4]$ và thỏa mãn $f(2) = 3$, $f(4) = 2023$. Tính tích phân $I = \int_1^2 f'(2x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I = 1011$. **B.** $I = 2022$. **C.** $I = 2020$. **D.** $I = 1010$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I = \int_1^2 f'(2x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_1^2 f'(2x)\,\mathrm{d}(2x) = \frac{1}{2}f(2x)\Big|_1^2 = \frac{1}{2}\big(f(4) - f(2)\big) = \frac{1}{2}(2022-2) = 1010$

Câu 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-2}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 2022 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P). Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\sin\alpha = -\frac{4}{9}$. **B.** $\sin\alpha = \frac{4}{9}$. **C.** $\cos\alpha = -\frac{4}{9}$. **D.** $\cos\alpha = \frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;-2)$; mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;2)$.

Ta có $\sin\alpha = \left|\cos\left(\vec{n},\vec{u}\right)\right| = \frac{\left|\vec{n}.\vec{u}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{u}\right|} = \frac{4}{9}$.

Câu 30. Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị $\left(P\right): y = 2x - x^2$ và trục Ox. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho $\left(H\right)$ quay quanh trục Ox.

A. $V = \frac{19\pi}{15}$. **B.** $V = \frac{13\pi}{15}$. **C.** $V = \frac{17\pi}{15}$. **D.** $V = \frac{16\pi}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $\left(P\right)$ và trục Ox là: $2x - x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V = \pi\int\limits_0^2 \left(2x - x^2\right)^2 \mathrm{d}x = \frac{16\pi}{5}$.

Câu 31. Thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh $2a$ là

A. $V = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{2}$. **B.** $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V = \frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{32\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Khối cầu nội tiếp hình lập phương cạnh $2a$ có bán kính là $r = \frac{2a}{2} = a$.

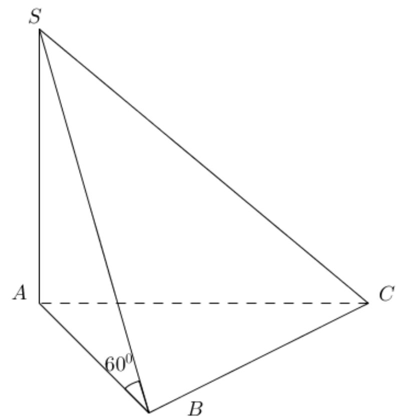
Thể tích khối cầu là: $V = \frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $SA \perp \left(ABC\right)$ và góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{8}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\left(SB,\left(ABC\right)\right)=\left(SB,AB\right)=\widehat{SBA}=60^0$

Xét ΔSAB có: $\tan B=\dfrac{SA}{AB}\Rightarrow SA=AB.\tan B=a.\tan 60^0=a\sqrt{3}$

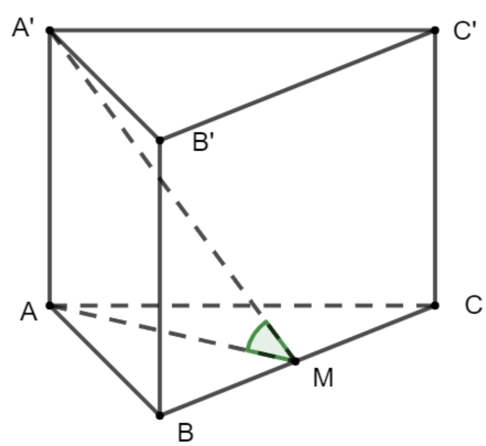
Thể tích khối chóp $S.ABC$ là: $V=\dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 33. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng $\dfrac{3a}{2}$. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BC\right)$và mặt phẳng $\left(ABC\right)$bằng

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải

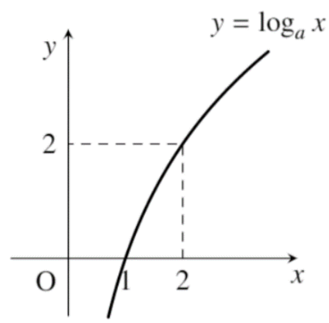
Chọn C



Gọi M là trung điểm BC. Xác định góc$\left(\left(A'BC\right),\left(ABC\right)\right)=\widehat{A'MA}$

$AM=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $\tan\widehat{A'MA}=\dfrac{AA'}{AM}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{A'MA}=60°$.

Câu 34. Tìm a để đồ thị hàm số $y=\log_a x\left(0<a\neq 1\right)$ có đồ thị là hình bên.



A. $a = \sqrt{2}$. **B.** $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $a = \frac{1}{2}$. **D.** $a = 2$

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;2)$ nên $2 = \log_a 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$.

Câu 35. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 2, AD = 1$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh cạnh AB, ta được một hình trụ. Diên tích xung quanh của hình trụ là

A. 2π. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** 4π.

Lời giải

Chọn D

Quay hình chữ nhật quanh cạnh AB ta được một khối trụ có chiều cao $h = AB$ và bán kính đáy là $r = AD$.

Khi đó diện tích xung quanh của khối trụ là $S = 2\pi rh = 2.\pi.1.2 = 4\pi$.

Câu 36. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_3 \frac{x^2-9}{125} \le \log_5 \frac{x^2-9}{27}$?

A. 116. **B.** 58. **C.** 117. **D.** 110.

Lời giải

Chọn D

TXĐ: $D = (-\infty;-3) \cup (3;+\infty)$.

Ta có: $\log_3 \frac{x^2-9}{125} \le \log_5 \frac{x^2-9}{27} \Leftrightarrow \frac{1}{\ln 3}\left(\ln\left(x^2-9\right) - \ln 125\right) \le \frac{1}{\ln 5}\left(\ln\left(x^2-9\right) - \ln 27\right)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{\ln 3}\left(\ln\left(x^2-9\right) - 3\ln 5\right) \le \frac{1}{\ln 5}\left(\ln\left(x^2-9\right) - 3\ln 3\right)$

$\Leftrightarrow \left(\ln 5 - \ln 3\right)\ln\left(x^2-16\right) \le 3\left(\ln^2 5 - \ln^2 3\right)$

$\Leftrightarrow \ln\left(x^2-9\right) \le 3\left(\ln 5 + \ln 3\right)$

$\Leftrightarrow x^2 - 9 \le 15^3 \Leftrightarrow -\sqrt{3384} \le x \le \sqrt{3384}$

Kết hợp điều kiện ta có $x \in \{-58;-57;...;-4;4;...;57;58\}$. Vậy có 110 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;1;3)$ và hai đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+3}{2} = \dfrac{z-1}{1}$, $\Delta': \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{3} = \dfrac{z}{-2}$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ và Δ'.

A. $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

+) VTCP của Δ, Δ' lần lượt là $\vec{u} = (3;2;1)$ và $\vec{v} = (1;3;-2)$; $[\vec{u}, \vec{v}] = (-7;7;7)$

+) Vì d vuông góc với Δ và Δ' nên $\vec{u}_d = (-1;1;1)$.

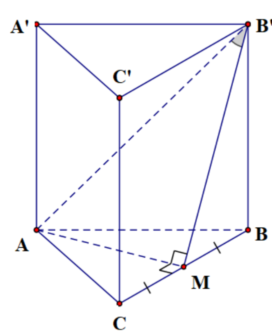
+) d đi qua $M(-1;1;3)$ nên $d: \begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$.

Câu 38. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BCB'C')$ bằng 30^0. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{12}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{6}a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm BC

Ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCC'B')$ do đó góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng

$(BCB'C')$ bằng góc $\widehat{AB'M}$

Xét tam giác $\Delta AB'M$ có $\widehat{AB'M} = 30^0$, $\widehat{AMB'} = 90^0$, $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $AB' = \dfrac{AM}{\sin 30^0} = a\sqrt{3}$

Suy ra $AA' = \sqrt{AB'^2 - A'B'^2} = \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = a\sqrt{2}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định $R \setminus \{0\}$ thoả mãn $f'(x) = \dfrac{x+1}{x^2}$, $f(-2) = \dfrac{3}{2}$ và $f(2) = 2\ln 2 - \dfrac{3}{2}$ .Tính giá trị biểu thức $f(-1) + f(4)$ bằng.

A. $\dfrac{6\ln 2 - 3}{4}$. **B.** $\dfrac{6\ln 2 + 3}{4}$. **C.** $\dfrac{8\ln 2 + 3}{4}$. **D.** $\dfrac{8\ln 2 - 3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

$f(x) = \int f'(x)dx = \int \dfrac{x+1}{x^2}dx = \int \left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}\right)dx = \ln|x| - \dfrac{1}{x} + C$

$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} \ln(x) - \dfrac{1}{x} + C_1 \text{ khi } x > 0 \\ \ln(-x) - \dfrac{1}{x} + C_2 \text{ khi } x < 0 \end{cases}$

Do $f(-2) = \dfrac{3}{2} \Rightarrow \ln(-(-2)) - \dfrac{1}{-2} + C_2 = \dfrac{3}{2} \Rightarrow \ln 2 + \dfrac{1}{2} + C_2 = \dfrac{3}{2} \Rightarrow C_2 = 1 - \ln 2$

Do $f(2) = 2\ln 2 - \dfrac{3}{2} \Rightarrow \ln(2) - \dfrac{1}{2} + C_1 = 2\ln 2 - \dfrac{3}{2} \Rightarrow \ln 2 - \dfrac{1}{2} + C_1 = 2\ln 2 - \dfrac{3}{2} \Rightarrow C_1 = \ln 2 - 1$

Như vậy $f(x) = \begin{cases} \ln(x) - \dfrac{1}{x} + \ln 2 - 1 \text{ khi } x > 0 \\ \ln(-x) - \dfrac{1}{x} + 1 - \ln 2 \text{ khi } x < 0 \end{cases}$

Vậy ta có

$$f(-1)+f(4)=\left[\ln(-(-1))-\frac{1}{-1}+1-\ln 2\right]+\left[\ln(4)-\frac{1}{4}+\ln 2-1\right]$$
$$=0+1+1-\ln 2+2\ln 2-\frac{1}{4}+\ln 2-1=2\ln 2+\frac{3}{4}=\frac{8\ln 2+3}{4}$$

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-mx+2023$ có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-4;3)$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=x^2-2x-m$. Xét phương trình $y'=0 \Leftrightarrow x^2-2x-m=0 \quad (1)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị thuộc khoảng $(-4;3)$ thì phương trình (1) phải có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;3)$

Ta có: $(1) \Leftrightarrow m=x^2-2x$.

Xét hàm số $g(x)=x^2-2x$ có $g'(x)=2x-2$. Cho $g'(x)=0 \Leftrightarrow 2x-2=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên của $g(x)$

x	-4		1		3
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	24	↘	-1	↗	3

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-4;3)$ khi $-1<m<3$.

Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{0;1;2\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 41. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m^2=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0|=7$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

$\Delta' = (m+1)^2 - m^2 = 2m+1$.

+) Nếu $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow 2m+1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -\frac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm thực. Khi đó $\left|z_0\right| = 7 \Leftrightarrow z_0 = \pm 7$.

Thế $z_0 = 7$ vào phương trình ta được: $m^2 - 14m + 35 = 0 \Leftrightarrow m = 7 \pm \sqrt{14}$ (nhận).

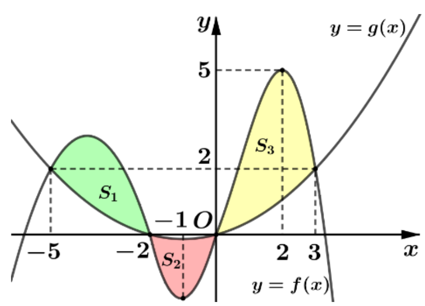
Thế $z_0 = -7$ vào phương trình ta được: $m^2 + 14m + 63 = 0$, phương trình này vô nghiệm.

+) Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 2m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{2}$, phương trình có 2 nghiệm phức $z_1, z_2 \notin \mathbb{R}$ thỏa $z_2 = \overline{z_1}$. Khi đó $z_1.z_2 = \left|z_1\right|^2 = m^2 = 7^2$ hay $m = 7$ (loại) hoặc $m = -7$ (nhận).

Vậy tổng cộng có 3 giá trị của m là $m = 7 \pm \sqrt{14}$ và $m = -7$.

Câu 42. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-5;3\right]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng diện tích hình phẳng S_1, S_2, S_3 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và đường cong $y = g\left(x\right) = ax^2 + bx + c$ lần lượt là $m,\ n,\ p$.

Tích phân $\int\limits_{-5}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng



A. $m - n + p - \frac{208}{45}$. **B.** $m - n + p + \frac{208}{45}$. **C.** $-m + n - p - \frac{208}{45}$. **D.** $-m + n - p + \frac{208}{45}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị hàm $y = g\left(x\right) = ax^2 + bx + c$ đi qua các điểm $O\left(0;0\right)$, $A\left(-2;0\right)$, $B\left(3;2\right)$ nên suy ra $g\left(x\right) = \dfrac{2}{15}x^2 + \dfrac{4}{15}x$.

Dựa vào đồ thị, ta có

$$m - n + p = \int_{-5}^{-2}\left[f\left(x\right) - g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x - \int_{-2}^{0}\left[g\left(x\right) - f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x + \int_{0}^{3}\left[f\left(x\right) - g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$$

$$= \int_{-5}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x - \int_{-5}^{3} g\left(x\right)\mathrm{d}x.$$

Suy ra $\displaystyle\int_{-5}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x = m - n + p + \int_{-5}^{3} g\left(x\right)\mathrm{d}x = m - n + p + \frac{208}{45}$.

Câu 43. Cho $g\left(x\right) = x^2 - 2x - 1$ và hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left[g\left(x\right)\right] = 0$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Dựa trên BBT: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a \in (-\infty;-2) \\ x = b \in (-2;1) \\ x = c \in (1;+\infty) \end{array}\right.$

$f\left[g\left(x\right)\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} g(x) = a \in (-\infty;-2) \\ g(x) = b \in (-2;1) \\ g(x) = c \in (1;+\infty) \end{array}\right.$

Xét $g(x) = x^2 - 2x - 1$, ta có

$g'(x) = 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow g(1) = -2$

BBT

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$		-2		$+\infty$

Dựa vào BBT của $g(x) = x^2 - 2x - 1$ ta có:

◎ $g(x) = a \in (-\infty; -2)$ phương trình vô nghiệm.

◎ $g(x) = b$ (với $b \in (-2;1)$) có 2 nghiệm phân biệt

◎ $g(x) = c$ (với $c \in (1;+\infty)$) có 2 nghiệm phân biệt

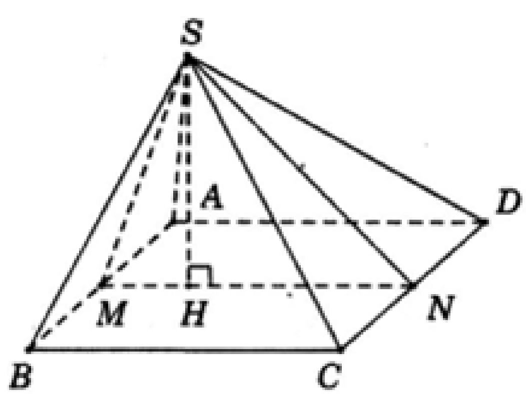
Vậy $f[g(x)] = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = 2\sqrt{2}$, $AB = 1$, $SA = SB$, $SC = SD$. Biết rằng hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau và tổng diện tích của hai tam giác SAB và SCD bằng $\sqrt{3}$. thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD

Tam giác SAB cân tại S suy ra $SM \perp AB$

Vì $(SAB) \perp (SCD)$ suy ra $SM \perp (SCD)$

$\Rightarrow SM \perp SN; (SMN) \perp (ABCD)$

Kẻ $SH \perp MN$ suy ra $SH \perp (ABCD)$

Ta có: $S_{\Delta SAB} + S_{\Delta SCD} = \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}.AB.SM + \frac{1}{2}.CD.SN = \sqrt{3}$

$\Rightarrow SM + SN = 2\sqrt{3}$

Tam giác SMN vuông tại S nên $SM^2 + SN^2 = MN^2 = (2\sqrt{2})^2 = 8$

Giải hệ $\begin{cases} SM + SN = 2\sqrt{3} \\ SM^2 + SN^2 = 8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow SM = 1 + \sqrt{3}; SN = -1 + \sqrt{3}$

$SH = \frac{SM.SN}{MN} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Vậy thể tích khối chóp $V_{SABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SH = \frac{2}{3}$

Câu 45. Cho hàm số $f\left(x\right) = x^4 + bx^2 + c\left(b, c \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong $\left(C\right)$ và đường thẳng $\left(d\right): y = g\left(x\right)$ tiếp xúc với $\left(C\right)$ tại điểm $x_0 = 1$. Biết $\left(d\right)$ và $\left(C\right)$ còn hai điểm chung khác có hoành độ là $x_1, x_2\left(x_1 < x_2\right)$ và $\int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{g\left(x\right) - f\left(x\right)}{\left(x-1\right)^2} dx = \frac{4}{3}$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $\left(C\right)$ và đường thẳng $\left(d\right)$.

A. $\frac{29}{5}$. **B.** $\frac{28}{5}$. **C.** $\frac{143}{5}$. **D.** $\frac{43}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có: $f\left(x\right) - g\left(x\right) = \left(x-1\right)^2\left(x - x_1\right)\left(x - x_2\right) = x^4 + bx^2 - mx + n \ \left(*\right)$

Ta có: $\int\limits_{x_1}^{x_2} \frac{f\left(x\right) - g\left(x\right)}{\left(x-1\right)^2} dx = \int\limits_{x_1}^{x_2} \left(x - x_1\right)\left(x - x_2\right) dx = \int\limits_{x_1}^{x_2} \left(x - x_1\right)\left(x - x_1 + x_1 - x_2\right) dx$

$$= \int_{x_1}^{x_2} \left[\left(x - x_1 \right)^2 + \left(x - x_1 \right) \left(x_1 - x_2 \right) \right] dx = \left(\frac{\left(x - x_1 \right)^3}{3} + \left(x_1 - x_2 \right) \frac{\left(x - x_1 \right)^2}{2} \right) \Bigg|_{x_1}^{x_2}$$

$$= \frac{\left(x_2 - x_1 \right)^3}{3} - \frac{\left(x_2 - x_1 \right)^3}{2} = -\frac{\left(x_2 - x_1 \right)^3}{6} = \frac{-4}{3}$$

Suy ra $\left(x_2 - x_1 \right)^3 = 8 \Leftrightarrow x_2 - x_1 = 2 \quad (1)$

Mặt khác theo định lí Viét bậc 4 của phương trình (*) ta được:

$1 + 1 + x_2 + x_1 = 0 \Leftrightarrow x_2 + x_1 = -2 (2)$

Từ $(1),(2) \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 0 \\ x_1 = -2 \end{cases}$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong (C) và đường thẳng (d) là:

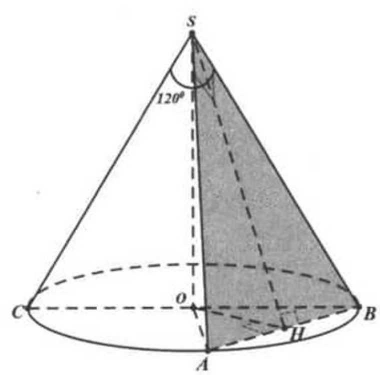
$$S = \int_{-2}^{1} \left| (x-1)^2 (x+2) x \right| dx = \frac{29}{5}$$

Câu 46. Cho hình nón đỉnh S, đáy là hình tròn tâm O, góc ở đỉnh của hình nón là $\varphi = 120°$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng đi qua đỉnh S được thiết diện là tam giác vuông SAB, trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Biết rằng khoảng cách giữa SO và AB bằng 3. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $36\sqrt{3}\pi$. **B.** $18\sqrt{3}\pi$. **C.** $27\sqrt{3}\pi$. **D.** $9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $OH \perp AB \Rightarrow d(AB;SO) = OH = 3$.

Tam giác SAB vuông cân tại S. Gọi r là bán kính đường tròn đáy của hình nón.

Đường sinh $l = SB = \frac{OB}{\sin \widehat{OSB}} = \frac{r}{\sin 60°} = \frac{2r\sqrt{3}}{3} \Rightarrow BH = \frac{AB}{2} = \frac{SB\sqrt{2}}{2} = \frac{r\sqrt{6}}{3}$.

Xét tam giác OBH vuông tại H.

Ta có: $OH^2 + BH^2 = OB^2 \Leftrightarrow 9 + \frac{6r^2}{9} = r^2 \Leftrightarrow r = 3\sqrt{3} \Rightarrow l = \frac{2r\sqrt{3}}{3} = 6$.

Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón là: $S_{xq} = \pi r l = \pi .3\sqrt{3}.6 = 18\pi\sqrt{3}$.

Câu 47. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1 + 2 - i\right| + \left|z_1 - 4 - 7i\right| = 6\sqrt{2}$ và $\left|iz_2 - 1 + 2i\right| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left|z_1 + z_2\right|$ bằng

A. $3\sqrt{2} - 2$. **B.** $2\sqrt{2} - 2$. **C.** $3\sqrt{2} - 1$. **D.** $2\sqrt{2} - 1$.

Lời giải

Chọn D

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z_1, khi đó

$\left|z_1 + 2 - i\right| + \left|z_1 - 4 - 7i\right| = 6\sqrt{2} \Leftrightarrow MA + MB = 6\sqrt{2}; A\left(-2;1\right); B\left(4;7\right)$

Ta có $AB = 6\sqrt{2}$, khi đó M thuộc đoạn thẳng AB.

Gọi N là điểm biểu diễn số phức $-z_2$, khi đó

$\left|iz_2 - 1 + 2i\right| = 1 \Leftrightarrow \left|-z_2 - 2 - i\right| = 1 \Leftrightarrow NI = 1, I\left(2;1\right)$

Khi đó N nằm trên đường tròn tâm $I\left(2;1\right); R = 1$

Ta có $P = \left|z_1 + z_2\right| = \left|z_1 - \left(-z_2\right)\right| = MN$

Ta có $AB: x - y + 3 = 0; d\left(I; AB\right) = 2\sqrt{2}$

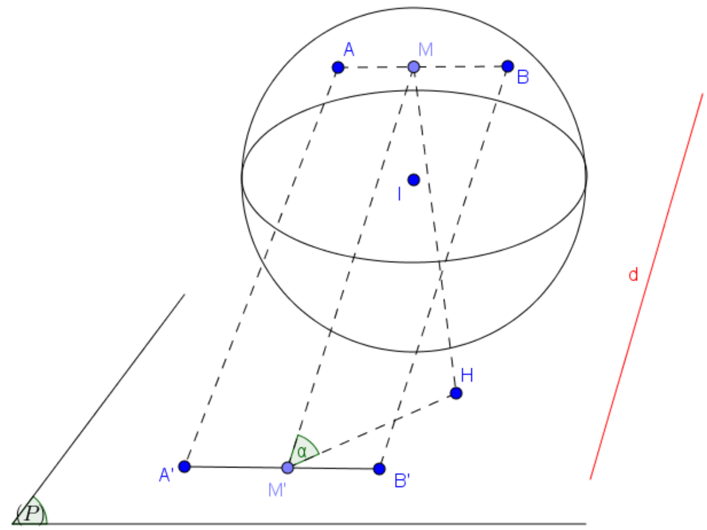
Khi đó $P_{\min} = d\left(I; AB\right) - R = 2\sqrt{2} - 1$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): x - y + z + 7 = 0$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$ và mặt cầu $\left(S\right): \left(x-1\right)^2 + y^2 + \left(z-2\right)^2 = 5$. Gọi A, B là hai điểm trên mặt cầu $\left(S\right)$ và $AB = 4$; A', B' là hai điểm nằm trên mặt phẳng $\left(P\right)$ sao cho AA', BB' cùng song song với đường thẳng d. Giá trị lớn nhất của tổng $AA' + BB'$ gần nhất với giá trị nào sau đây

A. 13. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 14.

Lời giải

Chọn D



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;2)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

$d(I;(P))=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}>R$ nên (P) và mặt cầu (S) không giao nhau.

Gọi M là trung điểm của AB, M' là trung điểm của $A'B'$ thì $AA'+BB'=2MM'=2.\dfrac{MH}{\sin(M;(P))}$.

Khi đó $MH_{\max}=\sqrt{R^2-\dfrac{AB^2}{4}}+d(I;(P))=\sqrt{5-4}+\dfrac{10\sqrt{3}}{3}=\dfrac{3+10\sqrt{3}}{3}$.

Ta có $\sin(M;(P))=\sin(d;(P))=\dfrac{5\sqrt{3}}{9}$.

Vậy $(AA'+BB')_{\max}=2.\dfrac{\dfrac{3+10\sqrt{3}}{3}}{\dfrac{5\sqrt{3}}{9}}=\dfrac{60+6\sqrt{3}}{5}\approx 14,08$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $2023^{\ln(2x^2+4x+m)}-2023^{2\ln(2x-1)}>0$ chứa đúng bốn số nguyên?

A. 16. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-1>0 \\ 2x^2+4x+m>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>\dfrac{1}{2} \\ 2x^2+4x+m>0 \end{cases}$

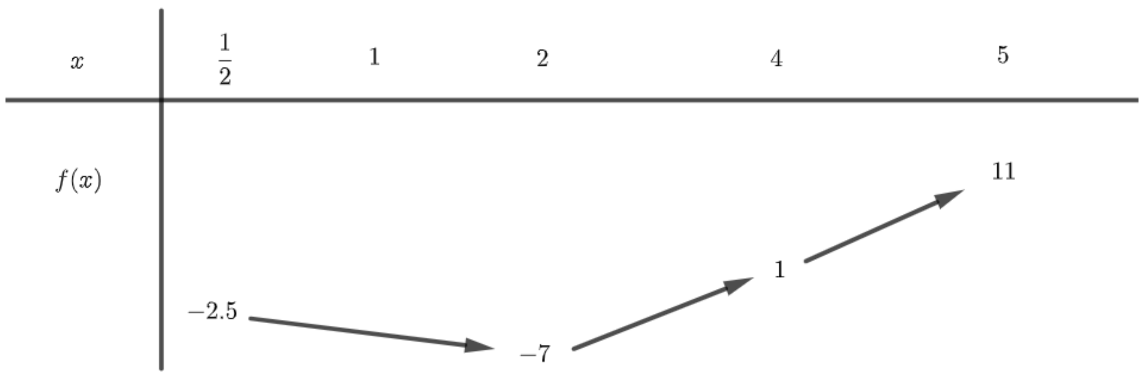
Ta có: $2023^{\ln\left(2x^2+4x+m\right)} - 2023^{2\ln\left(2x-1\right)} > 0 \Leftrightarrow \ln\left(2x^2+4x+m\right) > 2\ln\left(2x-1\right)$

$\Leftrightarrow 2x^2+4x+m > \left(2x-1\right)^2$

$\Leftrightarrow 2x^2-8x+1-m<0$

$\Leftrightarrow m > 2x^2-8x+1$

Xét $f\left(x\right)=2x^2-8x+1$ với $x>\dfrac{1}{2}$. Ta có đồ thị hàm số như sau:



Để bất phương trình có đúng 4 nghiệm thì: $1<m\le 11$

Vậy có 10 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=\ln^3 x+6(m-1)\ln^2 x-3m^2\ln x+4$. Biết rằng đoạn [a, b] là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)|$ đồng biến trên khoảng $(e,+\infty)$. Giá trị biểu thức $a+3b$ bằng

A. $4+\sqrt{6}$. **B.** $12+2\sqrt{6}$. **C.** **D. 3.**

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=\ln x$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và $x\in(e,+\infty)\to t\in(1;+\infty)$.

Xét hàm số $g(t)=t^3+6(m-1)t^2-3m^2t+4$ trên khoảng $(1;+\infty)$.

Ta có: $g'(t)=3t^2+12(m-1)t-3m^2$ và $\lim\limits_{t\to+\infty} g(t)=+\infty$

Hàm số $y=|g(t)|$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} g'(t)\ge 0, \forall t\in[1;+\infty) (1) \\ g(1)\ge 0 \end{cases}$

$+(2) \Rightarrow -3m^2 + 6m - 1 \ge 0 \Rightarrow \dfrac{3-\sqrt{6}}{3} \le m \le \dfrac{3+\sqrt{6}}{3}$

$+\Delta_{g'} = 36(m-1)^2 + 9m^2 > 0, \forall m \to g'(t)$ luôn có 2 nghiệm t_1, t_2

t	$-\infty$		t_1		t_2	1		$+\infty$
$g'(t)$		$+$	0	$-$	0		$+$	

$(1) \Rightarrow t_2 = -2(m-1) + \sqrt{5m^2 - 8m + 4} \le 1 \Leftrightarrow \sqrt{5m^2 - 8m + 4} \le 2m - 1$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 \ge 0 \\ 5m^2 - 8m + 4 \le 4m^2 - 4m + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 1 \ge 0 \\ m^2 - 4m + 3 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge \dfrac{1}{2} \\ 1 \le m \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \le m \le 3.$

Kết hợp (1) và (2) ta được $m \in \left[1; \dfrac{3+\sqrt{6}}{3}\right] \Rightarrow a = 1; b = \dfrac{3+\sqrt{6}}{3}$.

Vậy $a + 3b = 4 + \sqrt{6}$.