SỞ GD & ĐT QUẢNG NGÃI
TRƯỜNG THPT BÌNH SƠN

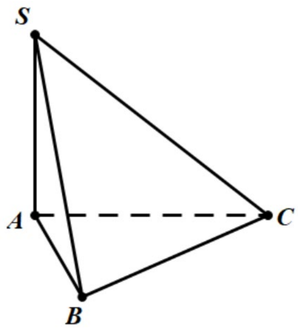
(Đề có 6 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2022 - 2023
MÔN TOÁN
Thời gian làm bài : 90 Phút; (Đề có 50 câu)

Họ tên : .... Số báo danh : ....

Mã đề 002

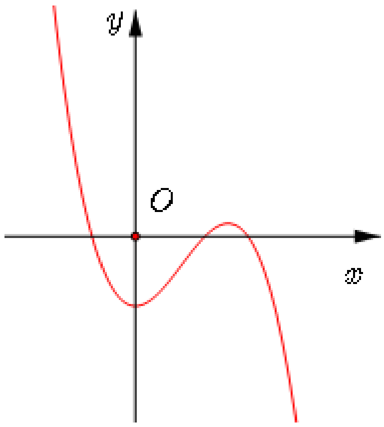
Câu 1: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA = 3$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{a^3}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 2: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên



A. $y = x^3 - 2x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + 2x^2 - 1$. **C.** $y = -x^4 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 2x^2 + 1$.

Câu 3: Cho tập hợp A có 10 phần tử. Số tập con gồm ba phần tử của A bằng

A. 120. **B.** 10^3. **C.** 720. **D.** 3^{10}.

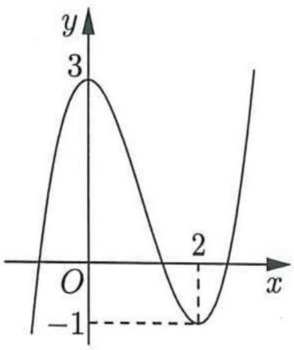
Câu 4: Nếu $\int_{-1}^{5} f(x)dx = 12$ thì $\int_{-1}^{5}\left[\frac{1}{4}f(x)+3\right]dx$ bằng

A. 21. **B.** 6. **C.** 30. **D.** 36.

Câu 5: Cho $\int x^3 \mathrm{d}x = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = x^3 + C$. **B.** $F'(x) = 3x$. **C.** $F'(x) = \frac{1}{4}x^4$. **D.** $F'(x) = x^3$.

Câu 6: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. 0. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$ và $B(2;1;1)$. Đường thẳng AB có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=-1+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=2-t \end{cases}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $z=0$ bằng

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

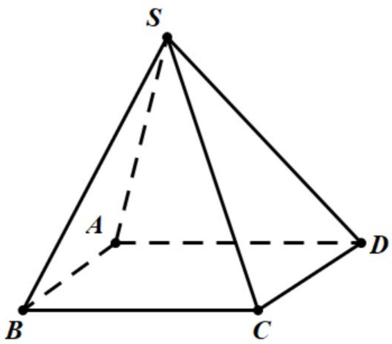
Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $O(0;0;0)$. **B.** $N(2;-1;-2)$. **C.** $Q(1;0;-3)$. **D.** $P(-1;0;3)$.

Câu 10: Cho số phức $z=2+9i$, mô dun của số phức z^2 bằng

A. 11. **B.** 36. **C.** $\sqrt{85}$. **D.** 85.

Câu 11: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có chiều cao a, $AC=2a$ (tham khảo hình bên). Tính tang góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

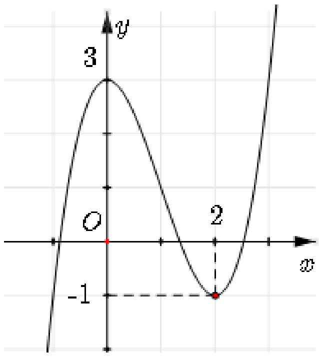


A. $\sqrt{2}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** 2.

Câu 12: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{4x^2-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=0$. **B.** $y=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{3}{4}$.

Câu 13: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(3;0)$. **B.** $(-1;2)$. **C.** $(2;-1)$ **D.** $(0;3)$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Điểm đối xứng với A qua trục Ox có tọa độ là

A. $(1;-2;-3)$. **B.** $(-1;2;3)$. **C.** $(1;0;0)$. **D.** $(-1;-2;-3)$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^4(x-x^2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 16: Cho khối lập phương có độ dài đường chéo bằng $\sqrt{3}$. Thể tích của khối lập phương đã cho bằng

A. 3 . **B.** 27. **C.** 1 . **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+6z+2=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(1;-3;-1)$. **B.** $(-1;0;3)$. **C.** $(1;0;-3)$. **D.** $(-2;6;2)$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là

A. $(0;\log_2 5)$. **B.** $\varnothing$. **C.** $(\log_2 5;+\infty)$. **D.** $(-\infty;\log_2 5)$.

Câu 19: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và công sai $d=-3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 2. **B.** 18. **C.** -4. **D.** -1.

Câu 20: Phần ảo của số phức $z=5-4i$ là

A. $-4i$. **B.** -4 . **C.** 4. **D.** 5.

Câu 21: Nếu $\int_{-1}^{5} f(x)dx=-3$ và $\int_{-1}^{5} g(x)dx=5$ thì $\int_{-1}^{5}[f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. -8. **B.** -5 . **C.** 2. **D.** -2.

Câu 22: Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+1-2i|=2023$ là một đường tròn. Tâm của đường tròn đó có tọa độ là.

A. $(-1;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(2;-1)$.

Câu 23: Diện tính hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=-x^2+2x$ và $y=0$ bằng

A. $\frac{4}{3}\pi$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{16}{15}$. **D.** $\frac{16}{15}\pi$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): y+2z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_2}=(0;1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;0;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(1;1;-1)$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=x-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}-\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=1-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^2+\cos x+C$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 27: Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn có bán kính $\dfrac{R}{2}$. Gọi d là khoảng cách từ O đến (P) bằng

A. $d=\dfrac{\sqrt{2}R}{2}$. **B.** $d=\sqrt{3}R$ **C.** $d=\dfrac{R}{2}$. **D.** $d=\dfrac{\sqrt{3}R}{2}$.

Câu 28: Trên tập $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2|x|$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{|x|\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x}$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 2}$.

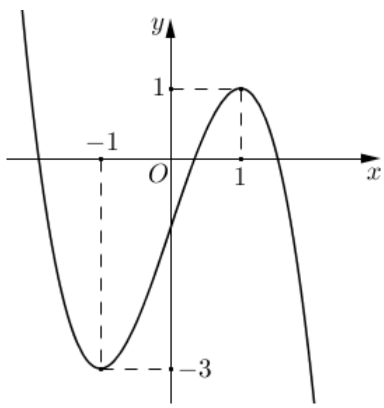
Câu 29: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2\ln^2 x-3\ln x-5=0$ bằng

A. $e^{-\frac{3}{2}}$. **B.** $e^{\frac{3}{2}}$. **C.** $e^{-\frac{5}{2}}$. **D.** $e^{\frac{5}{2}}$.

Câu 30: Có bao nhiêu số nguyên thỏa mãn bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)\geq -2$?

A. vô số. **B.** 7 . **C.** 4 . **D.** 5 .

Câu 31: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Phương trình $f'(f(x))=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 4 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 5 .

Câu 32: Một hình hình nón có độ dài đường sinh l, bán kính đáy r. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng:

A. $2\pi rl$. **B.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2 l$. **C.** $\dfrac{1}{2}\pi rl$. **D.** πrl .

Câu 33: Cho a là một số thực dương tùy ý, khi đó $\ln(ea^3)$ bằng

A. $3a$. **B.** $1+3\ln a$. **C.** $3(1+\ln a)$. **D.** $3\ln a$.

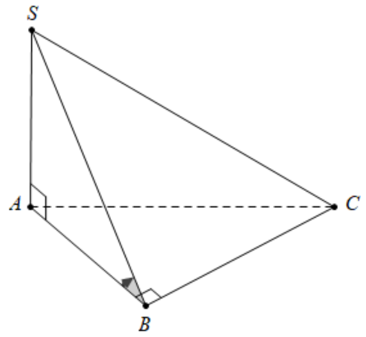
Câu 34: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. 2 . **B.** -6. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 35: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=5-2i$ có tọa độ là

A. $(5;-2i)$. **B.** $(5;2)$. **C.** $(5;-2)$. **D.** $(2;-5)$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, SA vuông góc với đáy và $SA=AB=a$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 37: Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{6}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 38: Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{4}}$ là

A. $y'=\dfrac{4}{9}x^{\frac{9}{4}}$. **B.** $y'=\dfrac{5}{4}x$. **C.** $y'=\dfrac{5}{4}x^{\frac{1}{4}}$. **D.** $y'=\dfrac{5}{4}x^{\frac{9}{4}}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\dfrac{2a}{3}$, thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}a^3$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $2a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0;+\infty)$ thỏa mãn $f(0)=1$, $f(x)>0,\forall x\in[0;+\infty)$ và $\dfrac{1}{f(x)}+\dfrac{1}{2f'(x)+1}=1,\forall x\in[0;+\infty)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=[f(x)]^2$ và đường thẳng $x=4$ bằng

A. $\dfrac{87}{35}$. **B.** $\dfrac{40}{3}$. **C.** $\dfrac{11}{2}$. **D.** $\dfrac{20}{3}$.

Câu 41: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;-2;-4)$ và điểm $B(-3;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho diện tích hình tròn đường kính MN có diện tích bằng $\dfrac{9\pi}{4}$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

A. $\sqrt{61}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{53}$. **D.** $\sqrt{68}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A(4;4;0)$; B là một điểm thuộc một cầu (S) sao cho tam giác OAB đều. Tính khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến mặt phẳng (OAB), biết rằng mặt phẳng (OAB) không đi qua điểm $C(1;0;1)$.

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 1. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{20}x^5-\frac{2}{3}x^3-mx$ có 4 điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 44: Cho hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và chiều cao $h=10$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 2, thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$. Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABCD$, đường thẳng qua I và vuông góc với $(ABCD)$ cắt mặt trụ tại điểm S (với $SI>8$). Gọi (N) là khối nón có đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$. Tính thể tích của khối nón (N).

A. $V=\frac{200\sqrt{60}\pi}{3}$. **B.** $V=850\pi$. **C.** $V=\frac{200\sqrt{60}}{3}$. **D.** $V=\frac{850\pi}{3}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x),G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(1)+G(1)=5$ và $F(0)+G(0)=1$. Khi đó $\int_0^1 (x-1)f(x^2-2x+1)dx$ bằng

A. 0. **B.** -5. **C.** 6. **D.** -1.

Câu 46: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+2-i|+|z_1-4-7i|=6\sqrt{2}$ và $|iz_2-1+2i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1+z_2|$ bằng

A. $3\sqrt{2}-1$. **B.** $2\sqrt{2}-1$. **C.** $2\sqrt{2}-2$. **D.** $3\sqrt{2}-2$.

Câu 47: Có bao nhiêu số thực x thỏa mãn phương trình $\log_{2023-x}(\log_{2023-x}x)=\log_x(\log_x(2023-x))$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2023.

Câu 48: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+(m+1)z+m^2+m=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+1|+|z_2+1|=2$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x\,;\,y)$ thỏa mãn

$$\log_2(x^2+y^2+18x)-\log_5(x^2+y^2+4x)\ge\log_2(x^2+y^2)-\log_5 2x+1.$$

A. 20. **B.** 31. **C.** 27. **D.** 28.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị của tham số $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 35. **B.** 3. **C.** 32. **D.** 37.

------ HẾT ------

HƯỚNG DẪN GIẢI

VẬN DỤNG – VẬN DỤNG CAO

<TH> Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{20}x^5-\frac{2}{3}x^3-mx$ có 4 điểm cực trị?

<$>$3$.
<$>$4$.
<$>$1$.
<$>$2$.
Giải :

Ta có : $y'=\frac{1}{4}x^4-2x^2-m=0\Leftrightarrow\frac{1}{4}x^4-2x^2=m$

$h(x)=\frac{1}{4}x^4-2x^2\Rightarrow h'(x)=x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\\x=-2\end{array}\right.$. Lập BBT suy ra:

<TH> Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+2-i|+|z_1-4-7i|=6\sqrt{2}$ và $|iz_2-1+2i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1+z_2|$ bằng

<$>$2\sqrt{2}-1$.
<$>$3\sqrt{2}-1$.
<$>$2\sqrt{2}-2$.
<$>$3\sqrt{2}-2$.

Lời giải

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z_1,

khi đó $|z_1+2-i|+|z_1-4-7i|=6\sqrt{2}\Leftrightarrow MA+MB=6\sqrt{2}; A(-2;1); B(4;7)$

Ta có $AB=6\sqrt{2}$, khi đó M thuộc đoạn thẳng AB.

Gọi N là điểm biểu diễn số phức $-z_2$, khi đó $|iz_2-1+2i|=1\Leftrightarrow|-z_2-2-i|=1\Leftrightarrow NI=1, I(2;1)$

Khi đó N nằm trên đường tròn tâm $I(2;1); R=1$

Ta có $P=|z_1+z_2|=|z_1-(-z_2)|=MN$.

Ta có $AB: x-y+3=0$; $d(I;AB)=2\sqrt{2}$

Khi đó $P_{\min}=d(I;AB)-R=2\sqrt{2}-1$.

<TH> Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$. Biết khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{2a}{3}$, thể tích khối chóp đã cho bằng

<$>$\frac{2a^3}{3}$.
<$>$2a^3$.
<$>$\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.
<$>$2\sqrt{3}a^3$.

<TH>Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[0;+\infty)$ thỏa mãn $f(0)=1$, $f(x)>0, \forall x \in [0;+\infty)$ và $\dfrac{1}{f(x)}+\dfrac{1}{2f'(x)+1}=1, \forall x \in [0;+\infty)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=[f(x)]^2$ và đường thẳng $x=4$ bằng

<$>$\dfrac{40}{3}$.

<$>$\dfrac{20}{3}$.

<$>$\dfrac{11}{2}$.

<$>$\dfrac{87}{35}$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{1}{f(x)}+\dfrac{1}{2f'(x)+1}=1$

$\Leftrightarrow 2f'(x)+1+f(x)=2f(x)f'(x)+f(x)$

$\Leftrightarrow 2f'(x)+1=2f(x)f'(x)$

$\Rightarrow 2f(x)+x=f^2(x)+C$.

Vì $f(0)=1$ nên $C=1$. Do đó $f(x)=\sqrt{x}+1$ vì $f(x)>0, \forall x \in [0;+\infty)$.

$\Rightarrow f^2(x)=x+2\sqrt{x}+1$

Phương trình hoành độ giao điểm $x+2\sqrt{x}+1=\sqrt{x}+1 \Leftrightarrow x+\sqrt{x}=0 \Leftrightarrow x=0$

$$S=\int_0^4 \left|x+\sqrt{x}\right| dx=\frac{40}{3}$$

<TH>Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+(m+1)z+m^2+m=0$ (m là số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+1|+|z_2+1|=2$?

<$>$1$.

<$>$4$.

<$>$2$.

<$> 3.

Lời giải

Xét phương trình $z^2+(m+1)z+m^2+m=0$ (1)

Đặt $z=w-1$, $(1) \Rightarrow (w-1)^2+(m+1)(w-1)+m^2+m=0 \Leftrightarrow w^2+(m-1)w+m^2=0$ (2)

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+1|+|z_2+1|=2$ thì phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt w_1, w_2 thỏa mãn $|w_1|+|w_2|=2$.

Ta có: $\Delta=-3m^2-2m+1$

TH1: $\Delta<0 \Leftrightarrow m<-1 \cup m>\dfrac{1}{3}$.

Phương trình (2) có hai nghiệm phức, khi đó: $|w_1|=|w_2|$.

Suy ra: $m^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=1 & (n) \\ m=-1 & (l) \end{array}\right.$.

TH2: $\Delta>0 \Leftrightarrow -1<m<\dfrac{1}{3}$.

Vì $a.c=m^2 \geq 0$ nên phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt $z_1.z_2 \geq 0$ hoặc $z_1.z_2 \leq 0$.

Suy ra: $|w_1|+|w_2|=2 \Leftrightarrow |w_1+w_2|=2 \Leftrightarrow |m-1|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m=3 & (l) \\ m=-1 & (l) \end{array}\right.$.

Vậy có 1 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

<TH> Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-4x-4y-4z=0$ và điểm $A(4;4;0)$, B là một điểm thuộc một cầu (S) sao cho tam giác OAB đều. Tính khoảng cách từ điểm $M(5;-1;3)$ đến mặt phẳng (OAB), biết rằng mặt phẳng (OAB) không đi qua điểm $C(1;0;1)$.

<$>$3\sqrt{3}$.

<$>$\sqrt{3}$.

<$>1.

<$>$3\sqrt{2}$.

HD: Thấy O,A,B thuôc (S). Tính được bán kính đường tròn ngọa tiếp OAB ,
tính được k/c từ tâm mạt cầu đến (OAB). Từ đó lập được pt(OAB)

<TH>Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x\,;\,y)$ thỏa mãn

$$\log_2\left(x^2+y^2+18x\right)-\log_5\left(x^2+y^2+4x\right) \geq \log_2\left(x^2+y^2\right)-\log_5 2x+1.$$

<$>28.

<$>27.

<$>20.

<$>31.

Lời giải

Điều kiện $x>0$

Ta có $\log_2\left(x^2+y^2+18x\right)-\log_5\left(x^2+y^2+4x\right) \geq \log_2\left(x^2+y^2\right)-\log_5 2x+1$

$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+y^2+18x\right)-\log_2\left(x^2+y^2\right)-\left[\log_5\left(x^2+y^2+4x\right)-\log_5 2x\right] \geq 1$

$\Leftrightarrow \log_2 \dfrac{x^2+y^2+18x}{x^2+y^2}-\log_5 \dfrac{x^2+y^2+4x}{2x} \geq 1$

$\Leftrightarrow \log_2\left(1+\dfrac{18x}{x^2+y^2}\right)-\log_5\left(2+\dfrac{x^2+y^2}{2x}\right) \geq 1$

Đặt $\dfrac{x^2+y^2}{2x}=t>0$, bất phương trình trở thành $\log_2\left(1+\dfrac{9}{t}\right)-\log_5(2+t) \geq 1$ (1).

Xét hàm số $f(t)=\log_2\left(1+\dfrac{9}{t}\right)-\log_5(2+t)$ có $f'(t)=-\dfrac{9}{\left(t^2+9t\right)\ln 2}-\dfrac{1}{(2+t)\ln 5}<0\ \forall t>0$

$\Rightarrow f(t)$ là hàm nghịch biến trên $(0\,;+\infty)$ (2).

Mà $f(3)=1$ nên từ (1) và (2) ta có $f(t) \geq f(3) \Leftrightarrow t \leq 3$.

Từ đó ta có $\dfrac{x^2+y^2}{2x} \leq 3 \Leftrightarrow x^2+y^2-6x \leq 0 \Leftrightarrow (x-3)^2+y^2 \leq 9$.

Suy ra $(x-3)^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x-3 \leq 3 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 6$. Mà $x>0$ nên $0<x \leq 6$; $x, y \in \mathbb{Z}$:

Nếu $x=1$ hoặc $x=5$ thì $y \in \{\pm 1;\ \pm 2;\ 0\}$: trường hợp này có 10 cặp số nguyên $(x\,;\,y)$ thỏa mãn.

Nếu $x=2$ hoặc $x=4$ thì $y\in\{\pm1;\ \pm2;\ 0\}$: trường hợp này có 10 cặp số nguyên $(x\ ;\ y)$ thỏa mãn.

Nếu $x=3$ thì $y\in\{\pm1;\ \pm2;\ \pm3;\ 0\}$: trường hợp này có 7 cặp số nguyên $(x\ ;\ y)$ thỏa mãn.

Nếu $x=6$ thì $y=0$: trường hợp này có 1 cặp số nguyên $(x\ ;\ y)$ thỏa mãn.

Vậy có tất cả 28 cặp số nguyên $(x\ ;\ y)$ thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

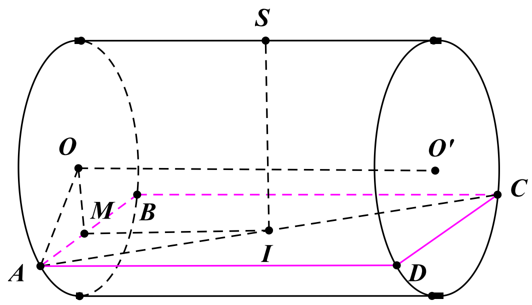
<TH>Cho hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và chiều cao $h=10$. Cắt hình trụ đã cho bởi mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 2, thiết diện thu được là hình chữ nhật $ABCD$. Gọi I là tâm hình chữ nhật $ABCD$, đường thẳng qua I và vuông góc với $(ABCD)$ cắt mặt trụ tại điểm S (với $SI>8$). Gọi (N) là khối nón có đỉnh S và có đường tròn đáy ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$. Tính thể tích của khối nón (N).

<$> $V=\dfrac{850\pi}{3}$.

<$> $V=\dfrac{200\sqrt{60}}{3}$.

<$> $V=\dfrac{200\sqrt{60}\pi}{3}$.

<$> $V=850\pi$.



Ta có $SI=10$. Gọi O,O' lần lượt là tâm hai đáy của hình trụ.

Giả sử mặt phẳng song song với trục của hình trụ cắt hình trụ theo thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$ như hình vẽ.

Gọi M là trung điểm của AB $\Rightarrow OM\perp(ABCD)$.

Do đó $d\left(OO';(ABCD)\right)=d\left(O;(ABCD)\right)=OM=2$.

Ta có $MA^2=R^2-OM^2=64-4=60$.

$\Rightarrow IA^2=IM^2+MA^2=25+60=85$.

Thể tích của khối nón (N) là $V=\dfrac{1}{3}IA^2.\pi.SI=\dfrac{1}{3}\pi.85.10=\dfrac{850\pi}{3}$.

<TH>Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1;-2;-4)$ và điểm $B(-3;1;2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho hình tròn đường kính MN có diện tích bằng $\dfrac{9\pi}{4}$. Giá trị lớn nhất của $|AM-BN|$ bằng

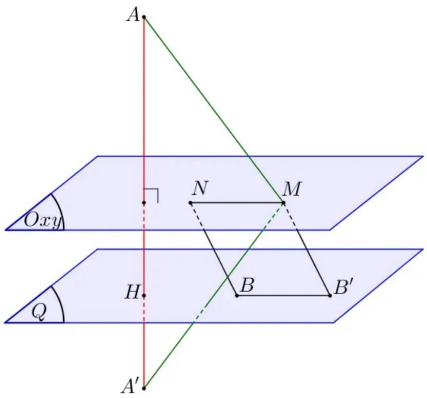
<$> $\sqrt{68}$.

<$> $\sqrt{53}$.

<$> $\sqrt{61}$.

<$> $5\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi A' đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy). Suy ra $A'(1;-2;4)$.

Dựng $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{NM}$. Khi đó B' thuộc mặt phẳng (Q) qua B và song song (Oxy).

Phương trình $(Q): z=2$. Và $BB'=3$.

Suy ra B' thuộc đường tròn tâm B, bán kính $R=3$ trong (Q).

Ta có: $|AM-BN|=|A'M-MB'|\le A'B'$. Trong đó $A';B'$ cùng phía so với (Oxy).

Gọi H là hình chiếu của A' trên (Q). Suy ra $H(1;-2;2)$.

Suy ra $A'H=2; HB'\le HB+BB'=5+3=8$.

Khi đó $A'B'=\sqrt{A'H^2+HB'^2}\le\sqrt{4+64}=\sqrt{68}$.

Dấu bằng xảy ra khi B nằm giữa B' và H và $M=A'B'\cap(Oxy)$ và $\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{NM}$.

<TH>Có bao nhiêu giá trị của tham số $m\in(-20;20)$ để hàm số $y=\left|x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

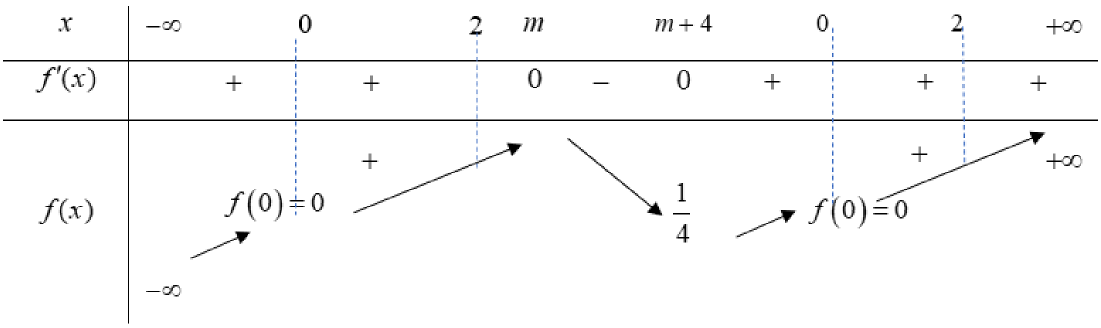
<$> 37.
<$> 3.
<$> 35.
<$> 32.

Lời giải

Xét hàm số $y=|f(x)|$ với $f(x)=x^3-3(m+2)x^2+3m(m+4)x$.

Khi đó $f'(x)=3x^2-6(m+2)x+3m(m+4)=3(x-m)(x-m-4)$.

Ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} 2 \le m \\ m+4 \le 0 \\ \begin{cases} m \le 0 \\ 2 \le m+4 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge 2 \\ m \le -4 \\ -2 \le m \le 0 \end{array}\right.$.

Vậy có 37 giá trị của tham số $m \in (-20;20)$ để hàm số $y = \left|x^3 - 3(m+2)x^2 + 3m(m+4)x\right|$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

--------------- HẾT ---------------