SỞ GD&ĐT NGHỆ AN
LIÊN TRƯỜNG THPT
Đề chính thức
(Đề thi này có 6 trang, 50 câu)

KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2023
Bài thi môn: Toán
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi 101

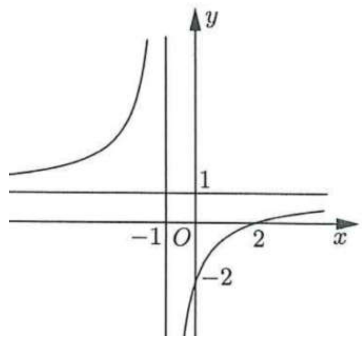
Họ và tên:………………………………………………….SBD:…………………

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=2^x+\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+\cos x+C$ **B.** $\int f(x)dx=2^x.\ln 2+\cos x+C$

C. $\int f(x)dx=2^x.\ln 2-\cos x+C$ **D.** $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}-\cos x+C$

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tọa độ giao điểm hai đường tiện cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị là

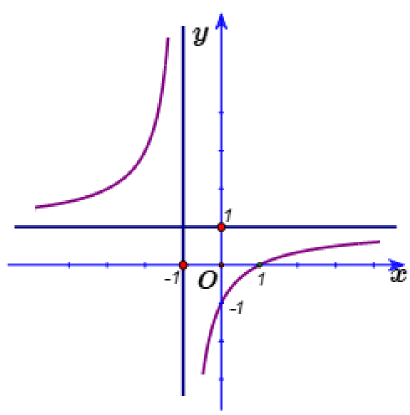


A. $(2;1)$. **B.** $(1;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;-2)$.

Câu 3. Gọi x là phần thực của số phức z = 4 – 2i. Khi đó, 2x bằng

A. 4. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 8

Câu 4. Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-x}{x+1}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 5. Cho $\int \dfrac{1}{x^2}dx=F(x)+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x)=-\dfrac{1}{x}$ **B.** $F(x)=\dfrac{1}{x}$ **C.** $F(x)=\ln x$ **D.** $F(x)=\ln x^2$

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 7. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng d có phương trình: $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z}{4}$. Tọa độ một véctơ chỉ phương của đường thẳng d là:

A. (2; -1; 0). **B.** (-2; 1; 0) **C.** (3; -2; 4). **D.** (-3; -2; 4)

Câu 8. Nếu $\int_1^3 f(x)dx=8$ và $\int_1^5 f(x)dx=-4$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. -12. **B.** 12. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 9. Cho số phức $z=3-4i$, mô đun số phức z bằng

A. 5 **B.** $\sqrt{12}$ **C.** $\sqrt{7}$ **D.** 1

Câu 10. Nếu $\int_2^4 f(x)dx=5$ thì $\int_2^4[1+f(x)]dx$ bằng

A. 11. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 11. Cho hình trụ có đường kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng a. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $5\pi a^2$ **B.** $4\pi a^2$ **C.** $3\pi a^2$ **D.** $6\pi a^2$

Câu 12. Một khối lập phương có diện tích bốn mặt bằng 36, thể tích của khối lập phương bằng

A. 18 **B.** 27 **C.** 54 **D.** 12

Câu 13. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P) có phương trình: 3x – y + z -5 = 0. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. Q(1;-2;4) **B.** N(1;-2;0). **C.** M(0;0;-5). **D.** P(0;5;0)

Câu 14. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-2$ và công bội $q=\frac{3}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

A. $-\frac{9}{2}$ **B.** $-\frac{9}{8}$ **C.** $\frac{9}{8}$ **D.** $\frac{9}{2}$

Câu 15. Trên $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y'=\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$ **B.** $y'=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$ **C.** $y'=\frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}}$ **D.** $y'=\frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$

Câu 16. Kí hiệu C_5^2 là

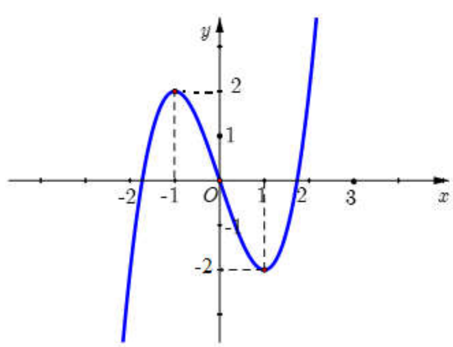
A. Số các tổ hợp chập 5 của 2. **B.** Số các tổ hợp chập 2 của 5.

C. Tổ hợp chập 2 của 5. **D.** Tổ hợp chập 5 của 2.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x<16$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 18. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là



A. $(-2;1)$ **B.** $(2;-1)$ **C.** $(1;-2)$ **D.** $(-1;2)$

Câu 19. Cho tứ diện ABCD biết rằng khoảng cách từ điểm A đến mp(BCD) bằng 2 và diện tích tam giác BCD bằng 6. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(\alpha): x+z-1=0$ và $(\beta): y+3=0$ bằng

A. 90^0 **B.** 60^0 **C.** 45^0 **D.** 0^0

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\frac{1}{2x-1} \geq 0$ là

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$ **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right]$ **D.** $(-\infty;1)$

Câu 22. Cho hai số phức $z_1 = 6 + 3i$ và $z_2 = 1 - 5i$. Trong mặt phẳng (Oxy), tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$

A. M(7; 2). **B.** N(1;4). **C.** Q(7; -8). **D.** P(7;-2).

Câu 23. Trong không gian Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z + 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 24. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là:

A. $y = \frac{2}{5}$. **B.** $y = \frac{-1}{5}$. **C.** $y = \frac{-2}{5}$. **D.** $y = \frac{1}{5}$.

Câu 25. Cho (P) là một mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính R'. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $R' > R$ **B.** $0 < R' < R$ **C.** $R > R'$ **D.** $R = R'$

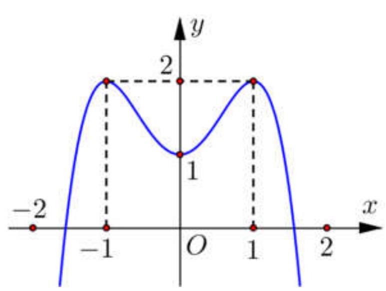
Câu 26. Một hộp chứa 21 quả cầu gồm 9 quả màu xanh được đánh số từ 1 đến 9, 7 quả màu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 5 quả màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên ba quả từ hộp đó, xác suất để ba quả được chọn có đủ ba màu và đôi một khác số nhau là

A. $\frac{9}{38}$ **B.** $\frac{9}{19}$ **C.** $\frac{3}{19}$ **D.** $\frac{24}{133}$

Câu 27. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 + 2$ và $y = 3$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$ **B.** $\frac{104\pi}{15}$ **C.** $\frac{56\pi}{15}$ **D.** $\frac{16}{15}$

Câu 28. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 1 **C.** 0. **D.** -1.

Câu 29. Tổng các nghiệm của phương trình $log^2x - logx - 2 = 0$ bằng

A. $\frac{1001}{100}$. **B.** 101. **C.** $\frac{1001}{10}$. **D.** 1.

Câu 30. Cho hàm số y = f(x) có đạo hàm $f'(x) = x^2(-x + 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. (0; 2). **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(2; +\infty)$. **D.** $(-\infty; 2)$.

Câu 31. Cho hàm số f(x) có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. (0; 2). **B.** (-1; 3). **C.** $(2;\ +\infty)$. **D.** $(-\infty; 0)$.

Câu 32. Với a là số thực dương và $a \neq 1$, $log_a^{a^2}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** a^2.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+3=m$ có ba nghiệm thực phân biệt là

A. 20. **B.** 28. **C.** 27. **D.** 25.

Câu 34. Cho hình chóp tam giác S.ABC có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại B, SA=AB=a, BC = $a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SB và SC là

A. 60^0. **B.** 30^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

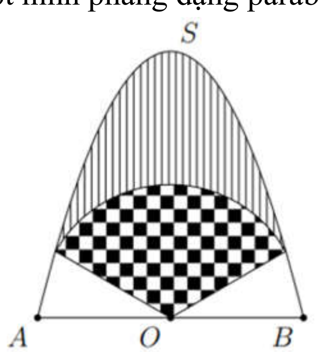
Câu 35. Cho hàm số f(x) liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn 3f(3) = -6 + f(1). Biết rằng I=$\int_1^{e^2}\frac{f(\sqrt{4lnx+1})}{x\sqrt{4lnx+1}}dx = 3$. Khi đó, $\int_1^3 x\,f'(x)dx$ bằng

A. -12. **B.** -9. **C.** $\frac{-15}{2}$. **D.** 0.

Câu 36. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết khoảng cách giữa đường thẳng $B'C'$ với mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3\sqrt{5}}{20}a^3$ **B.** $\frac{3}{8}a^3$ **C.** $\frac{3\sqrt{7}}{28}a^3$ **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{8}a^3$

Câu 37. Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh S như hình vẽ



Biết OS = AB = 4 m, O là trung điểm AB. Parabol được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức phí như sau: phần trên là phần kẻ sọc có giá 120000 đồng/m^2, phần giữa là hình quạt tâm O, bán kính 2m được tô đậm có giá 140000 đồng/ m^2, phần còn lại có giá 160000 đồng/m^2. Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần số nào sau đây nhất?

A. 1444000 đồng **B.** 1493000 đồng **C.** 1450000 đồng **D.** 1488000 đồng

Câu 38. Cho z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$.

Giá trị của biểu thức $P = |2z_1 + z_2|$ là

A. $P = 3$. **B.** 4. **C.** $P = \sqrt{3}$. **D.** $P = 2$.

Câu 39. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC biết AB = a và SA = 2a. Tính chiều cao của hình chóp.

A. $\frac{a\sqrt{33}}{9}$. **B.** $\frac{a\sqrt{33}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{141}}{6}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 40. Trên mặt phẳng tọa độ, biết tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z+3| = |\bar{z} + 2i - 1|$ là một đường thẳng, đường thẳng đó đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1)$ **B.** $(-1;1)$ **C.** $(-1;-1)$ **D.** $(1;-1)$

Câu 41. Trong không gian Oxyz, cho điểm A(1;2;3) và hai mặt phẳng (P): 2x + 2y + z +1 = 0, (Q): 2x – y + 2z -1 = 0. Phương trình đường thẳng d đi qua A, song song với cả (P) và (Q) là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-6}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{6} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-6}$. **D.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-4}$.

Câu 42. Tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x\left(\log_3 \frac{9^x - 328}{78}\right) < 1$ là

A. 7 **B.** 5 **C.** 9 **D.** 12

Câu 43. Trong không gian, cho điểm $A(2;-1;1)$ và điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz. Điểm A' nằm trên mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $3x + 2y + 5z - 1 = 0$ **B.** $3x + 5y + z + 2 = 0$

C. $2x + 4y + z + 1 = 0$ **D.** $3x + 4y - z - 1 = 0$

Câu 44. Có báo nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = 3x^4 - 4(4+m)x^3 + 12(3-m)x + 2$ có ba điểm cực trị?

A. 2 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

Câu 45. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 5 - i) + 2i = (6 - i)z$?

A. 1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn

$$\log_2\left(3x^2 + 2x + 3y^2 + 2y\right)^2 + \log_3\left(x^2 + y^2\right)^3 \le 3\log_3\left[7\left(x^2 + y^2\right) + 4(x+y)\right] + 2\log_2(x+y)?$$

A. 7 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 9

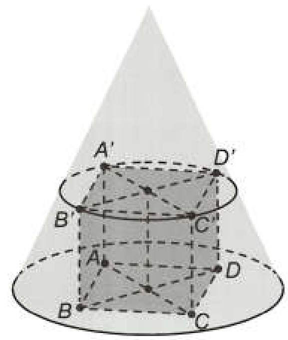
Câu 47. Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình

$x^4 + 1 - x^2 + x\sqrt{2mx^4 + 2m} \ge 0$ đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$ là $S = [a; b]$.

Tính $a\sqrt{2} + 8b$

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi (N) là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông $ABCD$, đồng thời các điểm A',B',C',D' nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ.



Thể tích khối nón (N) có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{9\pi}{8}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{9\pi}{16}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$có $AB=4$, $\widehat{ACB}=150°$. Ba điểm A,B,C thay đổi nhưng luôn thuộc mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2+8x-6y+4z+4=0$; ba điểm A',B',C' luôn thuộc $(P): x+2y+2z+23=0$. Thể tích lớn nhất của tứ diện $ABC'B'$ bằng

A. $\frac{40\left(2-\sqrt{3}\right)}{3}$. **B.** $\frac{24}{4-\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{8}{4-\sqrt{3}}$ **D.** $80\left(2-\sqrt{3}\right)$.

Câu 50. Trong không gian Oxyz, cho điểm H(a; 2; 5). Mặt phẳng (P) đi qua điểm H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm tam giác ABC. Biết rằng, (P) song song với đường thẳng đi qua hai điểm M(3;1;7) và N(7; 4; 5). Phương trình mp(P) là:

A. x + 2y + 5z - 30 = 0 **B.** 2x + 4y + 10z – 2 = 0

C. x + 2y + 5z + 30 = 0 **D.** 2x + 4y – 10z + 1 = 0

------------- HẾT -------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.D	4.A	5.A	6.D	7.C	8	9.A	10.C
11.B	12.B	13.B	14.A	15.B	16.B	17.D	18.C	19.A	20.A
21.C	22.D	23.C	24.D	25.D	26.C	27.B	28.B	29.C	30.C
31.A	32.B	33.A	34.C	35.A	36.A	37.A	38.D	39.B	40.B
41.C	42.A	43.A	44.B	45.C	46.C	47.A	48.A	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=2^x+\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}+cosx+C.$ **B.** $\int f(x)dx=2^x.\ln 2+cosx+C.$

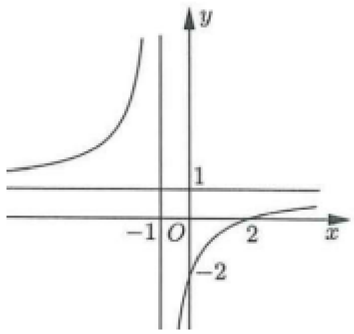
C. $\int f(x)dx=2^x.\ln 2-cosx+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}-cosx+C.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)dx=\int(2^x+\sin x)dx=\frac{2^x}{\ln 2}-cosx+C.$

Câu 2: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Toạ độ giao điểm của hai đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị là



A. $(2;1)$. **B.** $(1;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(2;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=1$

Suy ra giao điểm của hai đường tiệm cận là $(-1;1)$.

Câu 3: Gọi x là phần thực của số phức $z=4-2i.$ Khi đó, $2x$ bằng

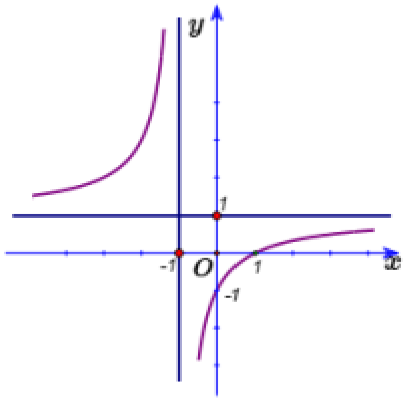
A. 4. **B.** $4i$. **C.** -4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Số phức $z=4-2i$ có phần thực $x=4$, suy ra $2x=2.4=8.$

Câu 4: Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1-x}{x+1}$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đường tiệm cận đứng $x=-1$, đường tiệm cận ngang $y=1$

Vậy đồ thị hàm số đó là $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 5: Cho $\int \dfrac{1}{x^2}dx=F(x)+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F(x)=-\dfrac{1}{x}$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{x}$. **C.** $F(x)=\ln x$. **D.** $F(x)=\ln x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \dfrac{1}{x^2}dx=-\dfrac{1}{x}+C$ mà $\int \dfrac{1}{x^2}dx=F(x)+C$, suy ra $F(x)=-\dfrac{1}{x}$.

Vậy $F(x)=-\dfrac{1}{x}$.

Câu 6: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{4}$. Tọa độ một véctơ chỉ phương của đường thẳng d là:

A. $(2;-1;0)$. **B.** $(-2;1;0)$. **C.** $(3;-2;4)$. **D.** $(-3;-2;4)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8: Nếu $\int_1^3 f(x)dx=8$ và $\int_1^5 f(x)dx=-4$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. -12. **B.** 12. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A

Ta có : $\int_3^5 f(x)dx = \int_1^5 f(x)dx - \int_1^3 f(x)dx = -4-8=-12$

Câu 9: Cho số phức $z=3-4i$, mô đun số phức z bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{12}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$

Câu 10: Nếu $\int_2^4 f(x)dx=5$ thì $\int_2^4 [1+f(x)]dx$ bằng

A. 11. **B.** 6.

C. 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$\int_2^4 [1+f(x)]dx = \int_2^4 1dx + \int_2^4 f(x)dx = 2+5=7$

Câu 11: Cho hình trụ có đường kính đáy bằng $2a$, chiều cao bằng a. Diện tích toàn phần của hình trụ bằng

A. $5\pi a^2$. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $3\pi a^2$. **D.** $6\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B

Hình trụ có đường kính đáy bằng $2a \Rightarrow r=a$

Diện tích toàn phần của hình trụ bằng $S_{tp}=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi.a.a+2\pi.a^2=4\pi a^2$.

Câu 12: Một khối lập phương có diện tích bốn mặt bằng 36, thể tích của khối lập phương bằng

A. 18. **B.** 27. **C.** 54. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Gọi cạnh của hình lập phương bằng x.

Ta có diện tích bốn mặt của hình lập phương bằng $4x^2=36 \Leftrightarrow x=3$.

Thể tích của khối laaph phương bằng $x^3=3^3=27$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $3x-y+z-5=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P)?

A. $Q(1;-2;4)$. **B.** $N(1;-2;0)$. **C.** $M(0;0;-5)$. **D.** $P(0;5;0)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm vào mặt phẳng (P) ta có $N(1;-2;0)\in(P)$.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=-2$ và công bội $q=\frac{3}{2}$. Giá trị của u_3 bằng

A. $-\dfrac{9}{2}$. **B.** $-\dfrac{9}{8}$. **C.** $\dfrac{9}{8}$. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_3 = u_1.q^2 = -2.\left(\dfrac{3}{2}\right)^2 = -\dfrac{9}{2}$.

Câu 15: Trên $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $y' = \dfrac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}$. **B.** $y' = \dfrac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$. **C.** $y' = \dfrac{7}{3}x^{\frac{7}{3}}$. **D.** $y' = \dfrac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y = x^{\frac{4}{3}} \Rightarrow y' = \dfrac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 16: Kí hiệu C_5^2 là

A. Số các tổ hợp chập 5 của 2. **B.** Số các tổ hợp chập 2 của 5.
C. Tổ hợp chập 2 của 5. **D.** Tổ hợp chập 5 của 2.

Lời giải

Chọn B

Kí hiệu C_5^2 là số các tổ hợp chập 2 của 5.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x < 16$ là

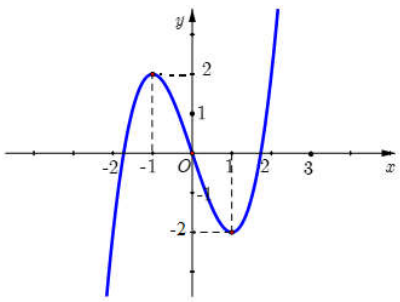
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn D

$4^x < 16 \Leftrightarrow 4^x < 4^2 \Leftrightarrow x < 2$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;2)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

A. $(-2;1)$. **B.** $(2;-1)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $(1;-2)$.

Câu 19: Cho tứ diện $ABCD$ biết rằng khoảng cách từ điểm A đến $mp\left(BCD\right)$ bằng 2 và diện tích tam giác BCD bằng 6. Thể tích khối tứ diện đã cho bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tứ diện đã cho bằng $V=\frac{1}{3}.S_{BCD}.d\left(A,\left(BCD\right)\right)=\frac{1}{3}.6.2=4$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+z-1=0$ và $\left(\beta\right):y+3=0$ bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $0°$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+z-1=0$ và $\left(\beta\right):y+3=0$ có VTPT lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=\left(1;0;1\right)$ và $\overrightarrow{n_2}=\left(0;1;0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow\overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_2}$. Suy ra $\left(\alpha\right)\perp\left(\beta\right)$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ và $\left(\beta\right)$ là $90°$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\frac{1}{2x-1}\geq 0$ là

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\frac{1}{2x-1}>0\Leftrightarrow 2x-1>0\Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$.

Ta có $\ln\frac{1}{2x-1}\geq 0\Leftrightarrow\frac{1}{2x-1}\geq 1\Leftrightarrow 2x-1\leq 1\Leftrightarrow x\leq 1$.

Kết hợp với điều kiện ta có: $\frac{1}{2}<x\leq 1$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(\frac{1}{2};1\right]$.

Câu 22: Cho hai số phức $z_1=6+3i$ và $z_2=1-5i$. Trong mặt phẳng $\left(Oxy\right)$, tìm tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$

A. $M\left(7;2\right)$. **B.** $N\left(1;4\right)$. **C.** $Q\left(7;-8\right)$. **D.** $P\left(7;-2\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=z_1+z_2=\left(6+3i\right)+\left(1-5i\right)=7-2i$.

Vậy tọa độ điểm biểu diễn số phức $z=z_1+z_2$ là điểm $P\left(7;-2\right)$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+2=0$. Bán kính của mặt cầu bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I và R lần lượt là tâm và bán kính của mặt cầu (S).

Ta có $I(1;2;1)$.

Vậy $R=\sqrt{1^2+2^2+1^2-2}=2$.

Câu 24: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{5x-2}$ là đường thẳng có phương trình là

A. $y=\dfrac{2}{5}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{5}$. **C.** $y=-\dfrac{2}{5}$. **D.** $y=\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{5x-2}=\dfrac{1}{5}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{5x-2}=\dfrac{1}{5}$.

Vậy $y=\dfrac{1}{5}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 25: Cho (P) là một mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $S(O;R)$ và cắt mặt cầu theo một đường tròn có bán kính R'. Khẳng định nào sau đây đúng

A. $R'>R$. **B.** $0<R'<R$. **C.** $R>R'$. **D.** $R=R'$.

Lời giải

Chọn D

Ta có mặt phẳng (P) đi qua tâm O, suy ra mặt phẳng (P) cắt mặt cầu $S(O;R)$ theo giao tuyến là đường tròn lớn.

Vậy $R=R'$.

Câu 26: Một hộp chứa 21 quả cầu gồm 9 quả cầu xanh được đánh số từ 1 đến 9, 7 quả cầu đỏ được đánh số từ 1 đến 7 và 5 quả cầu màu vàng được đánh số từ 1 đến 5. Chọn ngẫu nhiên ba quả từ hộp đó, xác xuất để ba quả được chọn có đủ ba màu và đôi một khác số nhau là

A. $\dfrac{9}{38}$. **B.** $\dfrac{9}{19}$. **C.** $\dfrac{3}{19}$. **D.** $\dfrac{24}{133}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega)=C_{21}^3=1330$

Gọi A là biến cố chọn ba quả cầu đủ ba màu và đôi một khác nhau.

Chọn 1 quả cầu màu vàng C_5^1.

Chọn 1 quả cầu màu đỏ C_6^1

Chọn 1 quả cầu màu xanh C_7^1

$\Rightarrow n(A)=C_5^1.C_6^1.C_7^1=210$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{210}{1330}=\dfrac{3}{19}$.

Câu 27: Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2+2$ và $y=3$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{16\pi}{15}$. **B.** $\dfrac{104\pi}{15}$. **C.** $\dfrac{56\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{16}{15}$.

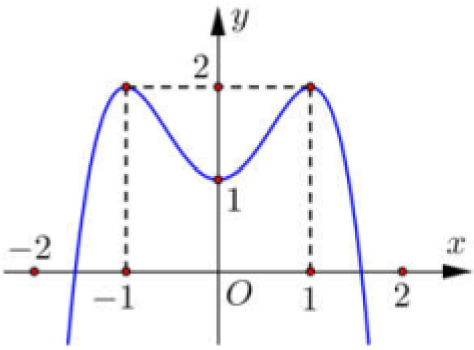
Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^2+2=3\Rightarrow x=\pm 1$.

$\Rightarrow V=\pi\int_{-1}^{1}\left|\left(x^2+2\right)^2-3^2\right|\mathrm{d}x=\dfrac{104\pi}{15}$.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** -1

Lời giải

Chọn B

Quan sát đồ thị hàm số $y=f(x)$ giá trị cực tiểu của hàm số là $y=1$.

Câu 29: Tổng các nghiệm của phương trình $\log^2 x-\log x-2=0$ bằng

A. $\dfrac{1001}{100}$. **B.** 101. **C.** $\dfrac{1001}{10}$. **D.** 1

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log^2 x-\log x-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log x=2\\ \log x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=100\\ x_2=\dfrac{1}{10}\end{array}\right.\Rightarrow x_1+x_2=\dfrac{1001}{10}$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(2-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$.

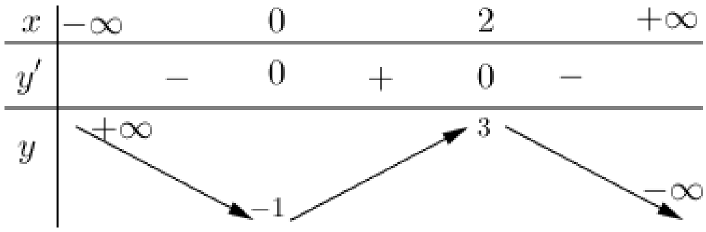
C. $(2;+\infty)$.　　**D.** $(-\infty;2)$

Lời giải

Chọn C

Hàm số nghịch biến khi $f'(x)<0 \Leftrightarrow x^2(2-x)<0 \Leftrightarrow 2-x<0 \Leftrightarrow x>2$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$.　　**B.** $(-1;3)$.　　**C.** $(2;+\infty)$.　　**D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 32: Với a là số thực dương và $a\neq 1$, $\log_a a^2$ bằng

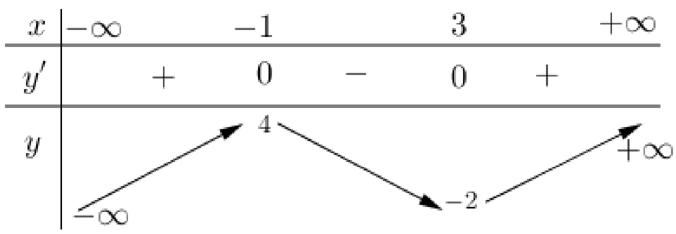
A. $\frac{1}{2}$.　　**B.** 2.　　**C.** $\sqrt{2}$.　　**D.** a^2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_a a^2=2$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)+3=m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. 20.　　**B.** 28.　　**C.** 27.　　**D.** 25.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $f(x)+3=m \Leftrightarrow f(x)=m-3$.

Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2<m-3<4 \Leftrightarrow 1<m<7$.

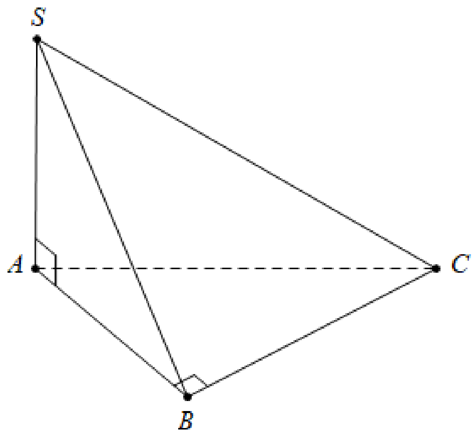
Mà $m\in\mathbb{Z}$, suy ra $m\in\{2;3;4;5;6\}$. Tổng các giá trị m là 20.

Câu 34: Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), tam giác ABC vuông tại $B, SA=AB=a, BC=a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SB và SC là

A. $60°$.　　**B.** $30°$.　　**C.** $45°$.　　**D.** $90°$.

Lời giải

Chọn C



Góc $\left(\widehat{SB;SC}\right)=\widehat{BSC}$.

Ta có $BC\perp SA$ và $BC\perp AB\Rightarrow BC\perp SB$.

$SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=a\sqrt{2}$, suy ra tam giác SBC vuông cân tại $B\Rightarrow\widehat{BSC}=45°$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng SB và SC bằng $45°$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $3f(3)=-6+f(1)$. Biết rằng $I=\int_1^{e^2}\frac{f\left(\sqrt{4\ln x+1}\right)}{x\sqrt{4\ln x+1}}dx=3$. Khi đó $I=\int_1^3 xf'(x)dx$ bằng

A. -12. **B.** -9. **C.** $\frac{-15}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Xét $I=\int_1^{e^2}\frac{f\left(\sqrt{4\ln x+1}\right)}{x\sqrt{4\ln x+1}}dx=3$,

Đặt $t=\sqrt{4\ln x+1}\Rightarrow t^2=4\ln x+1\Rightarrow 2tdt=\frac{4dx}{x}\Rightarrow\frac{dx}{x}=\frac{tdt}{2}$.

Với $x=1\Rightarrow t=1; x=e^2\Rightarrow t=3$.

Do đó $I=\int_1^3 f(t)\frac{dt}{2}=3\Rightarrow\int_1^3 f(t)dt=6$.

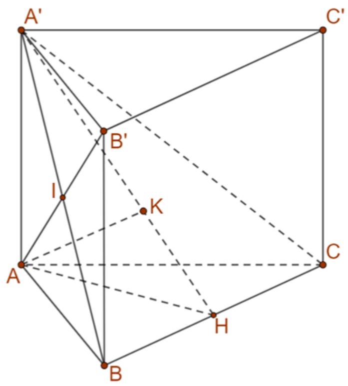
Xét $I=\int_1^3 xf'(x)dx=\int_1^3 xd\left(f(x)\right)=xf(x)\Big|_1^3-\int_1^3 f(x)dx=3f(3)-f(1)-6=-12$.

Câu 36: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ đáy là tam giác đều cạnh a. Biết khoảng cách giữa đường thẳng $B'C'$ với mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a\sqrt{3}}{3}$, thể tích của khối lăng trụ bằng

A. $\frac{3\sqrt{5}}{20}a^3$. **B.** $\frac{3}{8}a^3$. **C.** $\frac{3\sqrt{7}}{28}a^3$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{8}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $AB'\cap A'B = I$ là trung điểm của mỗi đường.

$$d\left(B'C',\left(A'BC\right)\right)=d\left(B',\left(A'BC\right)\right)=\frac{B'I}{AI}d\left(A,\left(A'BC\right)\right)=d\left(A,\left(A'BC\right)\right).$$

Kẻ $AH\perp BC$ (H là trung điểm của BC) suy ra

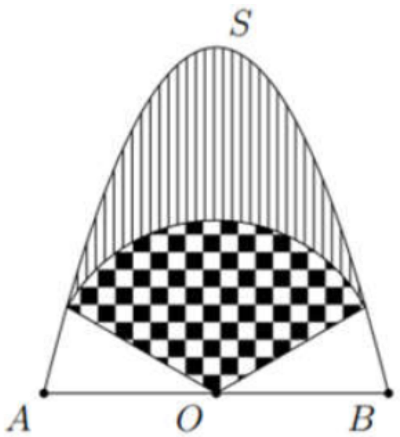
$BC\perp\left(A'AH\right)\Rightarrow\left(A'BC\right)\perp\left(A'AH\right),\left(A'BC\right)\cap\left(A'AH\right)=A'H$.

Kẻ $AK\perp A'H\Rightarrow AK\perp\left(A'AB\right)\Rightarrow d\left(A,\left(A'AB\right)\right)=AK=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Ta lại có $\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{AH^2}+\dfrac{1}{AA'^2}\Rightarrow AA'=\dfrac{\sqrt{15}}{5}$.

Vậy thể tích của lăng trụ là $V=AA'.S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{15}}{5}a.\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\dfrac{3\sqrt{5}}{20}a^3$.

Câu 37: Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh như hình vẽ



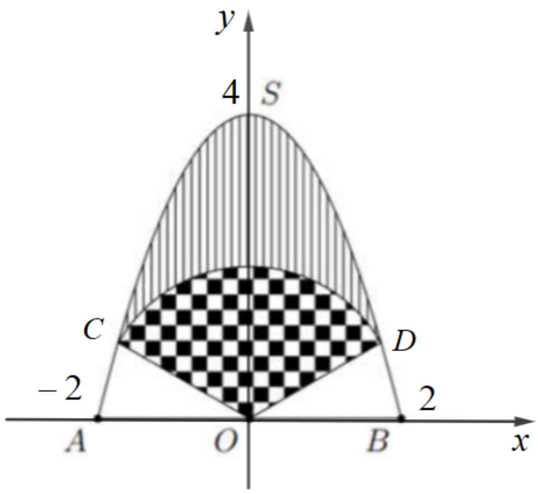
Biết $OS=AB=4m$, O là trung điểm của AB. Parabol được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức phí như sau: phần trên là phần kẻ sọc có giá 120.000 đồng/m2, phần giữa hình là hình quạt tâm O, bán kính $2m$ được tô đậm có giá 140.000 đồng/m2, phần còn lại có giá 160.000 đồng/m2. Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần số nào sau đây nhất?

A. 1.444.000 đồng. **B.** 1.493.000 đồng. **C.** 1.450.000 đồng. **D.** 1.488.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ



Ta có parabol (P) $y = ax^2 + b$. $S(0;4) \in (P): 4 = b, A(-2;0) \in (P) \Rightarrow 4a + b = 0 \Rightarrow a = -1$.

Vậy $(P): y = -x^2 + 4$.

Xét đường tròn tâm O bán kính 2 có phương trình $x^2 + y^2 = 4 (C) \Rightarrow y = \pm\sqrt{4 - x^2}$.

Vậy ta có giao điểm giữa (P) và (C) thỏa mãn:

$$y^2 - y + 4 = 4 \Leftrightarrow y^2 - y = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \Rightarrow A(-2;0), B(2;0) \\ y = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \Rightarrow C(-\sqrt{3};1), D(\sqrt{3},1) \end{array}\right..$$

Gọi S là diện tích của toàn bộ parabol, S_1 là diện tích phần gạch sọc, S_2 là diện tích quạt, S_3 là diện tích còn lại. Ta có

$$S = \int_{-2}^{2} (4 - x^2)\, dx = \frac{32}{3}.$$

$$S_1 = \int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left(4 - x^2 - \sqrt{4 - x^2}\right) dx = \frac{-4}{3}\pi + 5\sqrt{3}.$$

Ta có $\cos\widehat{COD} = \dfrac{OC^2 + OD^2 - CD^2}{2OC.OC} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow \widehat{COD} = \dfrac{2\pi}{3} \Rightarrow S_2 = \dfrac{\pi}{3}.4 = \dfrac{4\pi}{3}$.

$S_3 = S - S_1 - S_2 = \dfrac{32}{3} - 5\sqrt{3}$. Vậy tổng tiền là

$$120000.\left(\frac{-4}{3}\pi + 5\sqrt{3}\right) + 140000.\left(\frac{4\pi}{3}\right) + 160000.\left(\frac{32}{3} - 5\sqrt{3}\right) \approx 1444000 \text{ (đồng)}.$$

Câu 38: Cho z_1, z_2 là số phức thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 1$ và $|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6}$. Giá trị của biểu thức $P = |2z_1 + z_2|$ là

A. $P = 3$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = \sqrt{3}$. **D.** $P = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$|z_1| = |z_2| = 1 \Rightarrow z_1\overline{z_1} = 1, z_2\overline{z_2} = 1$.

$|z_1 - 2z_2| = \sqrt{6} \Rightarrow (z_1 - 2z_2)(\overline{z_1} - 2\overline{z_2}) = 6 \Rightarrow z_1\overline{z_1} + 4z_2\overline{z_2} - 2(z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2) = 6 \Rightarrow z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2 = -\frac{1}{2}$.

Suy ra

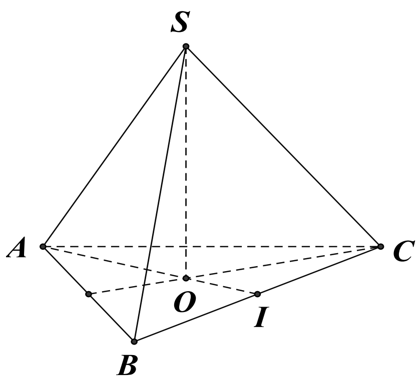
$P^2 = |2z_1 + z_2|^2 = (2z_1 + z_2)(2\overline{z_1} + \overline{z_2}) = 4z_1\overline{z_1} + z_2\overline{z_2} + 2(z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2) = 4 \Rightarrow P = 2$.

Câu 39: Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ biết $AB = a$ và $SA = 2a$. Tính chiều cao của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a\sqrt{33}}{9}$ **B.** $V = \frac{a\sqrt{33}}{3}$ **C.** $V = \frac{a\sqrt{141}}{6}$ **D.** $V = \frac{a\sqrt{6}}{3}$

Lời giải

Chọn B



Do đáy là tam giác đều nên gọi I là trung điểm cạnh BC, khi đó AI là đường cao của tam giác đáy. Chiều cao của chóp là SO

Theo định lý Pitago ta có $AI = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, và $AO = \frac{2}{3}AI = \frac{2a\sqrt{3}}{3.2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Trong tam giác SOA vuông tại O ta có $SO = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{33}}{3}$.

Câu 40: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, tập hợp các điểm biểu biễn các số phức z thỏa mãn $|z + 3| = |\overline{z} + 2i - 1|$ là một đường thẳng, đường thẳng đó đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(1;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;-1)$. **D.** $(1;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = x + yi\ (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z} = x - yi$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Ta có: $|z + 3| = |\overline{z} + 2i - 1| \Leftrightarrow |x + yi + 3| = |x - yi + 2i - 1|$

$\Leftrightarrow |(x+3) + yi| = |(x-1) + (2-y)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2 + y^2} = \sqrt{(x-1)^2 + (2-y)^2}$

$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 = x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 \Leftrightarrow 8x + 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x + y + 1 = 0$.

Lại có: $2.(-1) + 1 + 1 = 0$ nên đường thẳng đi qua điểm $(-1;1)$

Vậy tập hợp các điểm biểu biễn các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng đi qua điểm $(-1;1)$

Câu 41: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai mặt phẳng (P): $2x+2y+z+1=0$, (Q): $2x-y+2z-1=0$. Phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q) là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-6}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{6}=\frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-1}{5}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{-6}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{-4}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases}\vec{n}_{(P)}=(2;2;1)\\ \vec{n}_{(Q)}=(2;-1;2)\end{cases}$ và $\left[\vec{n}_{(P)},\vec{n}_{(Q)}\right]=(5;-2;-6)$. Vì đường thẳng d song song với hai mặt phẳng (P) và (Q), nên d có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(5;-2;-6)$.

Đường thẳng d đi qua $A(1;2;3)$ nên có phương trình: $\frac{x-1}{5}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-3}{-6}$.

Câu 42: Tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x\left(\log_3\frac{9^x-328}{78}\right)<1$ là

A. 7. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}x>0, x\neq 1\\ 9^x>328\end{cases}\Leftrightarrow x>\log_9 328$.

Khi đó

$$\log_x\left(\log_3\frac{9^x-328}{78}\right)<1\Leftrightarrow \log_3\frac{9^x-328}{78}<x$$

$\Leftrightarrow 9^x-328<78.3^x \Leftrightarrow 3^{2x}-78.3^x-328<0$

$\Leftrightarrow 3^x<82\Leftrightarrow x<\log_3 82.$

So với điều kiện, suy ra $\log_9 328<x<\log_3 82$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{3;4\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên của x thỏa mãn bất phương trình $\log_x\left(\log_3\frac{9^x-328}{78}\right)<1$ là 7.

Câu 43: Trong không gian, cho điểm $A(2;-1;1)$ và điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz. Điểm A' nằm trên mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?

A. $3x+2y+5z-1=0$. **B.** $3x+5y+z+2=0$.

C. $2x+4y+z+1=0$. **D.** $3x+4y-z-1=0$.

Lời giải

Chọn A

Điểm A' là điểm đối xứng với điểm A qua trục Oz suy ra $A'(-2;1;1)$.

Thay tọa độ điểm $A'(-2;1;1)$ vào phương trình mặt phẳng $3x+2y+5z-1=0$ ta được

$$3(-2)+2.1+5.1-1=0 \text{ thỏa mãn.}$$

Vậy điểm A' nằm trên mặt phẳng mặt phẳng có phương trình $3x+2y+5z-1=0$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x^4-4(4+m)x^3+12(3-m)x+2$ có ba điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=12x^3-12(4+m)x^2+12(3-m)$ nên

$$y'=0 \Leftrightarrow x^3-4x^2+3=(x^2+1)m \Leftrightarrow m=x-4+\frac{-x+7}{x^2+1}.$$

Đặt $f(x)=x-4+\dfrac{-x+7}{x^2+1}$, $f'(x)=1+\dfrac{x^2-14x-1}{(x^2+1)^2}$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^4+3x^2-14x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=3x^4-4(4+m)x^3+12(3-m)x+2$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $m=x-4+\dfrac{-x+7}{x^2+1}$ có ba nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $-1<m<3$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2\}$.

Vậy có 3 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 45: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z \Leftrightarrow (|z|-6+i)z=5|z|+(|z|-2)i \quad (1)$

Lấy môđun hai vế của (1) ta có:

$$\sqrt{(|z|-6)^2+1}.|z|=\sqrt{25|z|^2+(|z|-2)^2}$$

Bình phương và rút gọn ta được:

$$|z|^4-12|z|^3+11|z|^2+4|z|-4=0 \Leftrightarrow (|z|-1)\left(|z|^3-11|z|^2+4\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|z|=1\\ |z|^3-11|z|^2+4=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}|z|=1\\ |z|=10,9667...\\ |z|=0,62...\\ |z|=-0,587...\end{array}\right.$$

Do $|z|\ge 0$, nên ta có $|z|=1$, $|z|=10,9667...$, $|z|=0,62...$. Thay vào (1) ta có 3 số phức thỏa mãn đề bài.

Câu 46: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_2\left(3x^2+2x+3y^2+2y\right)^2+\log_3\left(x^2+y^2\right)^3\le 3\log_3\left[7\left(x^2+y^2\right)+4(x+y)\right]+2\log_2(x+y)?$$

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x+y>0$.

Đặt $\begin{cases}u=x+y\\ v=x^2+y^2\end{cases}$ $(u,v>0)$. Thì bất phương trình trở thành:

$$2\log_2(2u+3v)+3\log_3 v\le 3\log_3(4u+7v)+2\log_2 u$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2\left(2+3\frac{v}{u}\right)-3\log_3\left(7+4\frac{u}{v}\right)\le 0$$

Đặt $\frac{u}{v}=t$ $(t>0)$ thì bất phương trình trở thành: $2\log_2\left(2+\frac{3}{t}\right)-3\log_3(7+4t)\le 0$

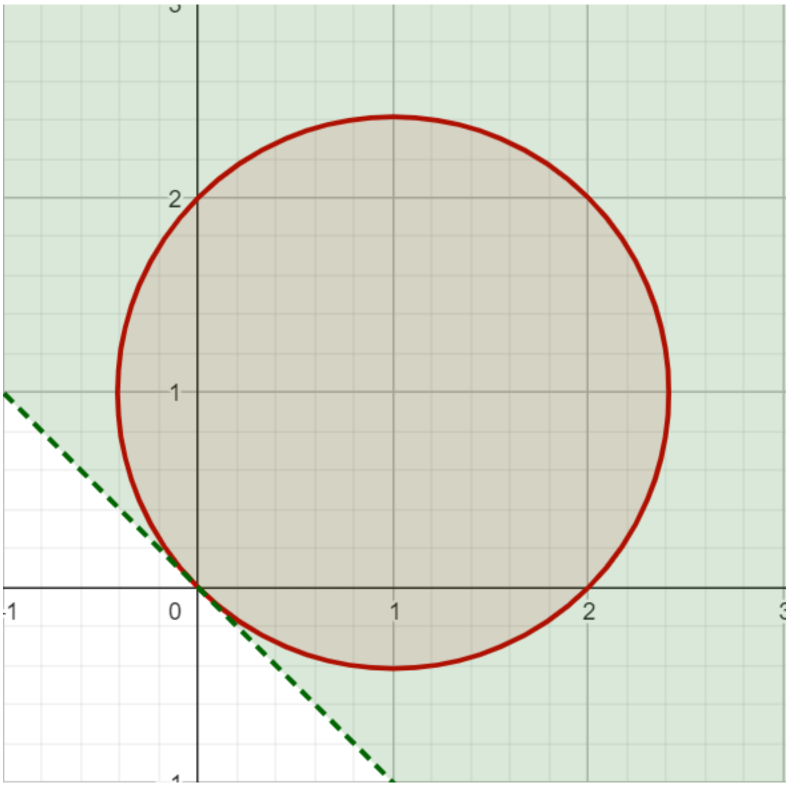
Xét hàm số $f(t)=2\log_2\left(2+\frac{3}{t}\right)-3\log_3(7+4t)$ $(t>0)$

$$\Rightarrow f'(t)=\frac{-6}{\left(2t^2+3t\right)\ln 2}-\frac{12}{(7+4t)\ln 3}<0\ \forall t>0$$

Nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ mà $f(0,5)=0$ nên $f(t)\le f(0,5)\Leftrightarrow t\ge 0,5$.

$$\frac{x+y}{x^2+y^2}\ge\frac{1}{2}\Leftrightarrow x^2+y^2-2x-2y\le 0\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2\le 2.\ (*)$$

Từ (*) và kết hợp điều kiện ban đầu $x+y>0$ và mô tả miền nghiệm trên cùng hệ trục tọa độ với (*) ta được:



Dựa vào hình ảnh miền nghiệm ta thấy có 8 cặp số $(x;y)$ nguyên thỏa mãn.

Câu 47: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\ge 0$ đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ là $S=[a;b]$. Tính $a\sqrt{2}+8b$

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\ge 0\Leftrightarrow x^4+1-x^2+x\sqrt{2m\left(x^4+1\right)}\ge 0$

Điều kiện của bất phương trình $m\ge 0$.

Ta có $x^4+1-x^2=\left(x^2-\sqrt{3}x+1\right)\left(x^2+\sqrt{3}x+1\right)>0$

+Với $x\ge 0\Rightarrow x^4+1-x^2+x\sqrt{2mx^4+2m}\ge 0,\forall m\ge 0$.

+Với $x<0\Rightarrow x^4+1-x^2-\sqrt{2mx^2\left(x^4+1\right)}\ge 0$.

Đặt $\begin{cases} b_1=x^4+1\\ b_2=x^2\end{cases},\left(b_1\ge 1,b_2\ge 0,b_1-b_2>0\right)$.

+ $m=0$ luôn thỏa mãn.

+ Xét $m>0$

Ta được bất phương trình $b_1-b_2\ge\sqrt{2mb_1b_2}$.

$\Leftrightarrow b_1^2-2b_1b_2+b_2^2\ge 2mb_1b_2\Leftrightarrow\left(\dfrac{b_1}{b_2}\right)^2-2(m+1)\dfrac{b_1}{b_2}+1\ge 0.$

Đặt $t=\dfrac{b_1}{b_2}(t\ge 2)$. ta được bất phương trình $t^2-2(m+1)t+1\ge 0$

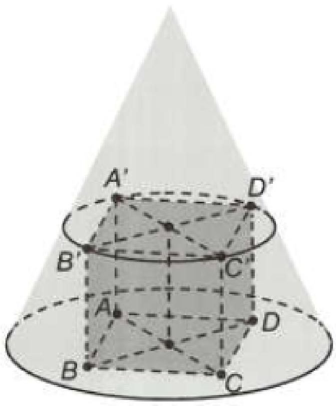
Đặt $h(t)=t^2-2(m+1)t+1$. Ta có $\Delta'=m^2+2m>0,\forall m>0$. Khi đó phương trình có 2 nghiệm $t_1,t_2,\left(t_1<t_2\right)$.

$t^2-2(m+1)t+1\geq 0,\forall t\geq 2.$ điều kiện là $t_1<t_2\leq 2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} h(2)\geq 0 \\ m+1<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4m+1\geq 0 \\ m<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\leq \dfrac{1}{4} \\ m<1 \end{cases} \Leftrightarrow m\leq \frac{1}{4}.$$

Vậy tập các giá trị của m là $S=[0;\frac{1}{4}]\Rightarrow a\sqrt{2}+8b=2.$

Câu 48: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có thể tích bằng 1. Gọi (N) là một hình nón có tâm đường tròn đáy trùng với tâm của hình vuông $ABCD$, đồng thời các điểm A',B',C',D' nằm trên các đường sinh của hình nón như hình vẽ.

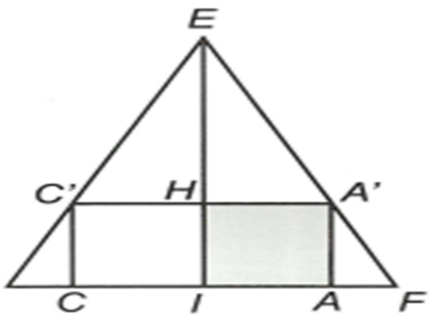


Thể tích khối nón (N) có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{9\pi}{8}$. **B.** $\frac{3\pi}{4}$. **C.** $\frac{9\pi}{16}$. **D.** $\frac{2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Xét phần mặt cắt qua trục hình nón và đi qua mặt phẳng ($AA'C'C)$, kí hiệu như hình vẽ. Với I, H lần lượt là tâm của hình vuông $ABCD, A'B'C'D'$ và đỉnh A' nằm trên đường sinh EF của hình nón.

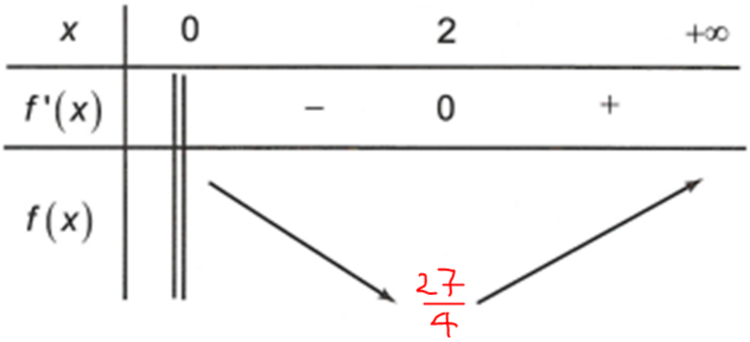
Hình lập phương có thể tích bằng 1 nên $AA'=HI=1, A'H=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Đặt $EH=x(x>0)$. Khi đó, ta có $\frac{EH}{EI}=\frac{A'H}{FI}\Leftrightarrow \frac{x}{x+1}=\frac{\sqrt{2}}{2FI}\rightarrow FI=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\frac{x+1}{x}\right)=r$

Thể tích khối nón (N) là $V_{(N)}=\frac{1}{3}\pi r^2 EI=\frac{1}{6}\pi\left(\frac{x+1}{x}\right)^2(x+1)=\frac{\pi}{6}\frac{(x+1)^3}{x^2}$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{(x+1)^3}{x^2}, \forall x\in(0;+\infty)$. Ta có $f^{'}(x)=\dfrac{(x-2)(x+1)^2}{x^3}$

Lập bảng biến thiên



Ta được $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=\dfrac{27}{4}$ tại x $=2$. Suy ra $\min V_{(N)}=\dfrac{9\pi}{8}$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=4$, $\widehat{ACB}=150°$. Ba điểm A, B, C thay đổi nhưng luôn thuộc mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+8x-6y+4z+4=0$; ba điểm A', B', C' luôn thuộc $(P): x+2y+2z+23=0$. Thể tích lớn nhất của tứ diện $ABC'B'$ bằng:

A. $\dfrac{40\left(2-\sqrt{3}\right)}{3}$ **B.** $\dfrac{24}{4-\sqrt{3}}$ **C.** $\dfrac{8}{4-\sqrt{3}}$ **D.** $80\left(2-\sqrt{3}\right)$

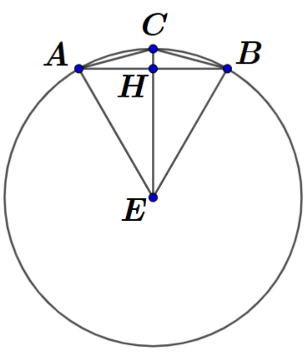
Lời giải

Chọn A

$(S):\begin{cases} I(-4;3;-2) \\ R=5 \end{cases}$. Ta có $V_{ABC'B'}=\dfrac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$, nên để thể tích của tứ diện $ABC'B'$ lớn nhất thì thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ lớn nhất.

Gọi r là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, khi đó $r=\dfrac{AB}{2\sin\widehat{ACB}}=\dfrac{4}{2\sin 150°}=4$.

Khi đó, ta có $d\left(I,(ABC)\right)=\sqrt{R^2-r^2}=3 \Rightarrow$ Khoảng cách lớn nhất của hai mặt phẳng chứa hai đáy hình trụ là $d\left(I,(ABC)\right)+d\left(I,(P)\right)=10$.



Gọi E là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Ta có $AB=4=r$ nên tam giác ABE đều. Gọi H là trung điểm AB.

Ta có S_{ABC} lớn nhất khi khoảng cách từ C đến AB lớn nhất hay E, H, C thẳng hàng.

Khi đó $CH_{\max} = CE - HE = 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow V_{ABC'B'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}d\left(\left(ABC\right)\left(A'B'C'\right)\right)S_{ABC}$

$\Rightarrow V_{ABC'B'} = \frac{1}{3}10\frac{1}{2}4\left(4-2\sqrt{3}\right) = \frac{40\left(2-\sqrt{3}\right)}{3}$.

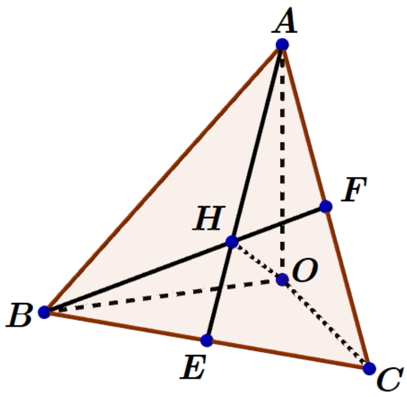
Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H\left(a;2;5\right)$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm H cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC. Biết rằng, $\left(P\right)$ song song với đường thẳng đi qua hai điểm $M\left(3;1;7\right)$ và $N\left(7;4;5\right)$. Phương trình $\left(P\right)$ là:

A. $x+2y+5z-30=0$. **B.** $2x+4y+10z-2=0$.

C. $x+2y+5z+30=0$. **D.** $2x+4y-10z+1=0$.

Lời giải

Chọn A



Bổ đề: Cho hình chóp $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau. Nếu H là trực tâm tam giác ABC thì $OH \perp \left(ABC\right)$.

Chứng minh: Kẻ hai đường cao AE, BF cắt nhau tại H của tam giác ABC.

Ta có $\begin{cases} AE \perp BC \\ AO \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp \left(AEO\right) \Rightarrow BC \perp OH$ và $\begin{cases} BF \perp AC \\ BO \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp \left(BFO\right) \Rightarrow AC \perp OH$

$\Rightarrow OH \perp \left(ABC\right)$.

Áp dụng bổ đề trên ta $\overrightarrow{n_{(P)}} = \overrightarrow{OH} = \left(a;2;5\right) \Rightarrow \left(P\right): ax+2y+5z-a^2-29=0$.

Mà $MN // \left(P\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN}\overrightarrow{OH} = 0 \Leftrightarrow 4a+6-10=0 \Leftrightarrow a=1 \Rightarrow \left(P\right): x+2y+5z-30=0$.