UBND TỈNH BÌNH PHƯỚC
SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG 2023 LẦN 2
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút
(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 357

Họ và tên thí sinh: .... **Số báo danh:** ....

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+8z-4=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $I(1;-2;4)$. **B.** $I(-1;2;-4)$. **C.** $I(-2;4;-8)$. **D.** $I(2;-4;8)$.

Câu 2: Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn số phức $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\left|\bar{z}+2-i\right|=\left|z+3i\right|$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=x+1$. **B.** $y=4x-4$. **C.** $y=-4x+4$. **D.** $y=x-1$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 4: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ và trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{\pi}{30}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{30}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, SA vuông góc với đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60^0. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 7: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=8-3i$ có tọa độ là

A. $M(8;-3)$. **B.** $N(8;3)$. **C.** $P(-3;8)$. **D.** $Q(3;-8)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-4x+3)(2x+x^2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

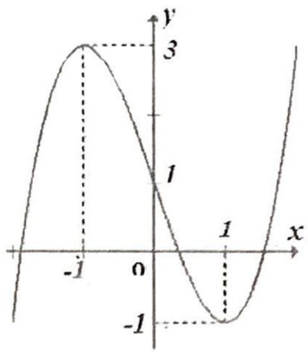
Câu 9: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 36.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_6 bằng

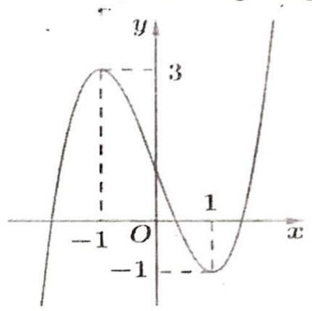
A. 25. **B.** 32. **C.** 15. **D.** 160.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c + d$ bằng



A. $T = 4$. **B.** $T = -1$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = 3$.

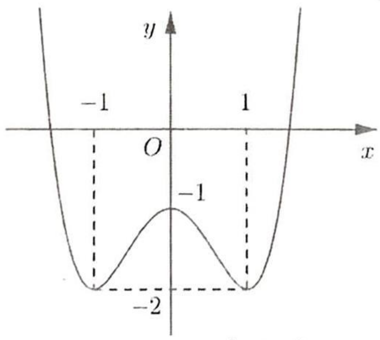
Câu 12: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 13: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong hình dưới. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là



A. $(0;-1)$. **B.** $(1;-2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 14: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $2a$, M là trung điểm của SA. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC).

A. $\dfrac{a\sqrt{165}}{45}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{165}}{30}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{165}}{15}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{165}}{20}$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 9$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3) < 1$ là

A. $(3;10)$. B. $(-\infty;10)$. C. $(3;13)$. D. $(-\infty;13)$.

Câu 17: Nếu $\int_2^3 f(x)dx = 1$ và $\int_2^3 g(x)dx = 4$ thì $\int_2^3 [2f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. 1. B. 5. C. -2. D. -1.

Câu 18: Nếu $\int_{-2}^0 f(x)dx = -2$ thì $\int_{-2}^0 [x - 2f(x)]dx$ bằng

A. 6. B. -2. C. -6. D. 2.

Câu 19: Đạo hàm của hàm số $y = 2^{x+1}$ là

A. $y' = -2^{x+1}.\ln 2$. B. $y' = \dfrac{-2^{x+1}}{\ln 2}$. C. $y' = 2^{x+1}.\ln 2$. D. $y' = \dfrac{2^{x+1}}{\ln 2}$.

Câu 20: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. B. 36π. C. 15π. D. 45π.

Câu 21: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8 (ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = b^2$. B. $a^3 = b$. C. $a^2 = b$. D. $a = b$.

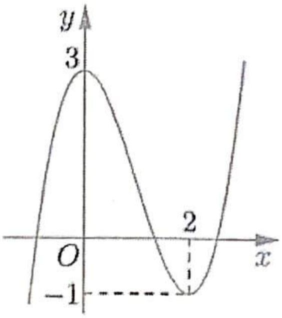
Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ có một véc tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (1;2;3)$. B. $\vec{n} = (1;-2;3)$. C. $\vec{n} = (1;-2;-1)$. D. $\vec{n} = (1;3;-2)$.

Câu 23: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh có cả nam và nữ?

A. 288. B. 364. C. 168. D. 120.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



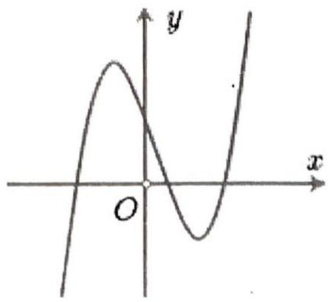
Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 0. B. 3. C. 2. D. -1.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A(-1;2;5)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $(1;-2;-5)$. B. $(0;2;5)$. C. $(-1;-2;-5)$. D. $(1;2;5)$.

Câu 26: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y = x^2 + x - 1$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 27: Cho số phức $z = -2 + 5i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

A. $21i$. **B.** 21. **C.** -20. **D.** $-20i$.

Câu 28: Trên khoảng $(1;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)$ là

A. $\dfrac{1}{(1-x)\ln 2}$. **B.** $\dfrac{\ln 2}{1-x}$. **C.** $\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. **D.** $\dfrac{\ln 2}{x-1}$.

Câu 29: Cho khối chóp $S.ABC$ đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a$. Tính thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V = \dfrac{a^3}{12}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V = \dfrac{a^3}{4}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $A(1;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+1}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(-1;1;-3)$. **B.** $P(1;-1;3)$. **C.** $M(-2;-4;1)$. **D.** $N(2;1;-2)$.

Câu 32: Cho $\int\left(\dfrac{1}{x} + 2x\right)\mathrm{d}x = f(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x) = \dfrac{1}{x} + 2x$. **B.** $f'(x) = -\dfrac{1}{x^2} + 2$. **C.** $f'(x) = \dfrac{1}{x^2} + 2$. **D.** $f'(x) = \ln x + x^2$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;2;1); B(-1;3;1); C(3;4;3)$ có phương trình là

A. $x + 2y - 3z + 2 = 0$. **B.** $x + 2y - 3z - 2 = 0$. **C.** $x - 2y - 3z + 6 = 0$. **D.** $x - 2y - 3z + 10 = 0$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x - 3.2^{x+1} + 5 = 0$ bằng

A. $\dfrac{1}{\log_2 5}$. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** 5. **D.** $\log_2 5$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x) = \sin x + x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \cos x + \dfrac{x^2}{2} + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \cos x + x^2 + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + \dfrac{x^2}{2} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + x^2 + C$.

Câu 36: Số phức liên hợp của số phức $z = -1 + 2i$ là

A. $1 + 2i$. **B.** $-1 - 2i$. **C.** $-1 + 2i$. **D.** $1 - 2i$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;4)$ và mặt phẳng $(P);2x+2y-z-3=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(1;1;3)$. **B.** $(2;5;2)$. **C.** $(0;0;-3)$. **D.** $(0;3;3)$.

Câu 38: Từ một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu xanh, 5 quả cầu màu đỏ và 6 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Xác suất để lấy được bốn quả có đủ ba loại màu bằng

A. $\frac{48}{91}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{21}{40}$.

Câu 39: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$, (với a,b là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1(1+2i)-|z_2|=-10+10i$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2^2(4x)-3\log_{\sqrt{2}}x-7\right]\sqrt{3^x-3.2^{x-1}}\le 0$?

A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $\left|x^3-3x^2+m\right|\le 4$ với mọi $x\in[1;3]$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên dương thỏa mãn $2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}\ln\sqrt{x+y-1}$ và $x;y\le 2023$?

A. 2020. **B.** 12. **C.** 45. **D.** 44.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a; cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và đáy bằng $45°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **B.** $\frac{a}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a}{3}$. **D.** a.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-4,+\infty)$ để hàm số $y=-x^4+54x^2-2mx$ có 3 cực trị?

A. 110. **B.** 112. **C.** 113. **D.** 111.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1),B(1;2;2),I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A,B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm M. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IM bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)=2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2)+F(0)=5$. Giá trị của biểu thức $P=F(3)+F(-2)$ bằng

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 47: Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

A. $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=18\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq}=28\sqrt{3}\pi$.

Câu 48: Biết số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $T=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

A. $|z|=\sqrt{33}$. **B.** $|z|=50$. **C.** $|z|=5\sqrt{2}$. **D.** $|z|=\sqrt{10}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z-6=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt, đồng thời vuông góc với Δ là

A. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=1+t \end{cases}$.
B. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3+3t \\ z=-1+t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3-3t \\ z=-1+t \end{cases}$.
D. $\begin{cases} x=2+4t \\ y=3-3t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, thỏa mãn $x^2+4x^2 f(x)=\left[f'(x)\right]^2, \forall x \in [1;3]$, $f(2)=2$. Tính $I=\int_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{20}{3}$.
B. $\frac{117}{15}$.
C. $\frac{23}{3}$.
D. $\frac{233}{30}$.

---------- HẾT ----------

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BÌNH PHƯỚC

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ
ĐỀ THI MÔN TOÁN TN THPT 12 LẦN 2 2023

MÃ ĐỀ 132		MÃ ĐỀ 209		MÃ ĐỀ 357		MÃ ĐỀ 485	
1	C	1	B	1	B	1	D
2	D	2	D	2	D	2	B
3	B	3	B	3	A	3	A
4	A	4	B	4	A	4	A
5	D	5	C	5	A	5	C
6	C	6	A	6	D	6	A
7	B	7	D	7	A	7	A
8	C	8	A	8	A	8	D
9	D	9	D	9	B	9	D
10	A	10	A	10	D	10	C
11	A	11	B	11	B	11	D
12	A	12	B	12	D	12	B
13	B	13	C	13	B	13	B
14	A	14	C	14	B	14	D
15	B	15	B	15	C	15	A
16	B	16	A	16	C	16	C
17	C	17	C	17	C	17	B
18	C	18	C	18	D	18	C
19	B	19	D	19	C	19	B
20	D	20	C	20	D	20	D
21	C	21	B	21	C	21	A
22	B	22	A	22	B	22	C
23	B	23	A	23	A	23	B
24	B	24	A	24	B	24	D
25	A	25	C	25	D	25	D
26	D	26	D	26	D	26	C
27	D	27	D	27	C	27	B
28	C	28	D	28	C	28	D
29	A	29	D	29	A	29	D
30	D	30	B	30	C	30	A
31	D	31	C	31	B	31	B
32	A	32	B	32	A	32	B
33	D	33	C	33	B	33	A
34	C	34	B	34	D	34	C
35	B	35	A	35	C	35	C
36	A	36	A	36	B	36	D
37	A	37	D	37	D	37	A
38	C	38	C	38	A	38	C
39	A	39	C	39	B	39	D
40	C	40	A	40	A	40	A
41	A	41	A	41	A	41	C
42	C	42	D	42	D	42	D
43	D	43	B	43	B	43	A
44	A	44	B	44	D	44	B
45	B	45	D	45	A	45	B
46	B	46	A	46	B	46	C
47	B	47	B	47	C	47	C

48 C 49 D 50 D	48 C 49 D 50 C	48 C 49 C 50 D	48 B 49 A 50 D

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	**2.D**	**3.A**	**4.A**	**5.A**	**6.D**	**7.A**	**8.A**	**9.B**	**10.D**
11.B	**12.D**	**13.B**	**14.B**	**15.C**	**16.C**	**17.C**	**18.B**	**19.C**	**20.D**
21.C	**22.B**	**23.A**	**24.B**	**25.D**	**26.D**	**27.C**	**28.C**	**29.A**	**30.C**
31.B	**32.A**	**33.B**	**34.D**	**35.C**	**36.B**	**37.D**	**38.A**	**39.B**	**40.A**
41.A	**42.D**	**43.B**	**44.D**	**45.A**	**46.B**	**47.C**	**48.C**	**49.C**	**50.D**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y+8z-4=0$. Tâm của (S) có tọa

độ là:

A. $(1;-2;\,4)$. **B.** $(-1;2;-4)$. **C.** $(-2;4;-8)$. **D.** $(2;-4;8)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm là: $(-1;2;-4)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu biễn các số phức $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\left|\overline{z}+2-i\right|=\left|z+3i\right|$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=x+1$. **B.** $y=4x-4$. **C.** $y=-4x+4$. **D.** $y=x-1$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=x+yi\,(x,y\in\mathbb{R})\Rightarrow \overline{z}=x-yi$ và $M(x;y)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Ta có: $\left|\overline{z}+2-i\right|=\left|z+3i\right|\Leftrightarrow\left|x-yi+2-i\right|=\left|x+yi+3i\right|$

$\Leftrightarrow\left|(x+2)+(-y-1)i\right|=\left|x+(y+3)i\right|$

$\Leftrightarrow\sqrt{(x+2)^2+(y+1)^2}=\sqrt{x^2+(y+3)^2}$

$\Leftrightarrow x^2+4x+4+y^2+2y+1=x^2+y^2+6y+9\Leftrightarrow 4x-4y-4=0\Leftrightarrow y=x-1$.

Vậy tập hợp các điểm biểu biễn các số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán là đường thẳng có phương trình là $y=x-1$.

Câu 3: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phươn trình:

A. $y=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2+\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}}=2$. Suy ra đồ thị hàm số có tiệmcận ngang là $y=2$.

Câu 4: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-3x+2$ và trục Ox. Thể tích của khối tròn xoay sinh ra khi quay hình (H) quanh trục Ox bằng:

A. $V=\dfrac{\pi}{30}$. **B.** $V=\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{1}{30}$. **D.** $V=\dfrac{\pi}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$x^2-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Khi đó: $V=\pi\int\limits_1^2\left(x^2-3x+2\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{30}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

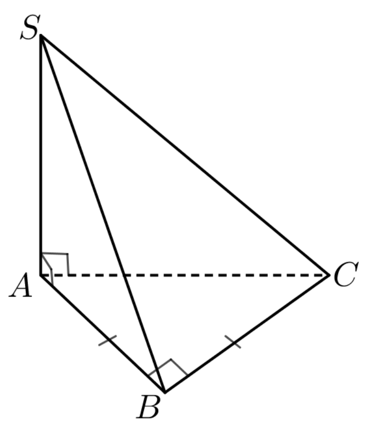
Chọn A

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a$, SA vuông góc với đáy. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60^0. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. a^3. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



- Ta có, $\begin{cases} BC\perp BA \\ BC\perp SA \end{cases} \Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow SB\perp BC$.

- Hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) cắt nhau theo giao tuyến BC có $SB\subset(SBC)$, $SB\perp BC$ và $AB\subset(ABC)$, $AB\perp BC$ nên góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SBA}$. Theo giả thiết ta có $\widehat{SBA}=60^0$.

- Xét tam giác SAB vuông tại A có $SA = AB.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$.

- Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{a^2}{2}.a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 7: Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z = 8 - 3i$ có toạ độ là

A. $M(8;-3)$. **B.** $N(8;3)$. **C.** $P(-3;8)$. **D.** $Q(3;-8)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn số phức $z = 8 - 3i$ có toạ độ là $(8;-3)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x^2 - 4x + 3)(2x + x^2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ 2x + x^2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$. Suy ra $f'(x)$ có 4 nghiệm đơn nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 9: Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 36.

Lời giải

Chọn B

Thể tích khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}.2.6 = 4$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 5$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_6 bằng

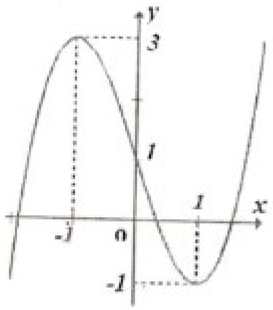
A. 25. **B.** 32. **C.** 15. **D.** 160.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_6 = u_1.q^5 = 5.2^5 = 160$.

Câu 11: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c + d$ bằng



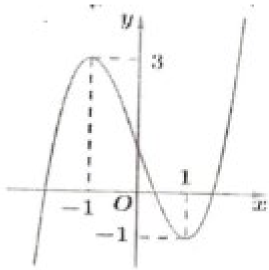
A. $T = 4$. **B.** $T = -1$. **C.** $T = 1$. **D.** $T = 3$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;-1)$ ta có: $-1=a+b+c+d$. Vậy $T=a+b+c+d=-1$.

Câu 12: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

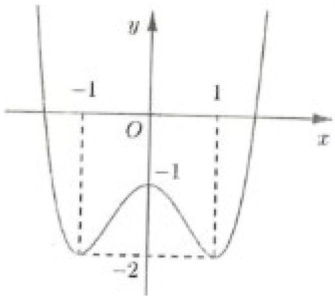
A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình có ba nghiệm thực phân biệt khi $-1<m<3$. Do đó, có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 13: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là:



A. $(0;-1)$. **B.** $(1;-2)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

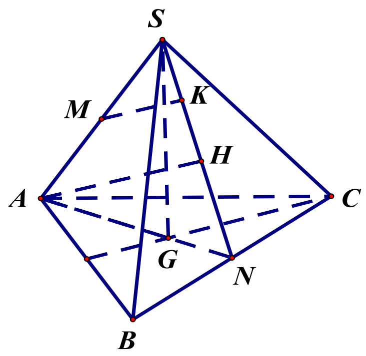
Chọn B

Câu 14: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên $2a$, M là trung điểm của SA. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{165}}{45}$. **B.** $\frac{a\sqrt{165}}{30}$. **C.** $\frac{a\sqrt{165}}{15}$. **D.** $\frac{a\sqrt{165}}{20}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi N là trung điểm BC. Khi đó, ta có: $\begin{cases} BC \perp AN \\ BC \perp SG \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAN) \Rightarrow (SBC) \perp (SAN)$

Lại có: $(SBC) \cap (SAN) = SN$. Do đó, kẻ $\begin{cases} MK \perp SN \Rightarrow MK \perp (SBC) \\ AH \perp SN \Rightarrow AH \perp (SBC) \end{cases} \Rightarrow MK // AH$.

Ta có: $d(M,(SBC)) = MK = \frac{1}{2}AH$ (vì $\frac{MK}{AH} = \frac{SM}{SA} = \frac{1}{2}$).

Ta có: $\sin \widehat{ANH} = \frac{AH}{AN} \Rightarrow AH = \sin \widehat{ANH}.AN = \frac{SG}{SN}.AN = \frac{\sqrt{SA^2 - AG^2}.AN}{\sqrt{SB^2 - NB^2}}$

$$= \frac{\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{1}{2}a\right)^2}} = \frac{a\sqrt{165}}{15}.$$

Vậy $d(M,(SBC)) = MK = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{165}}{30}$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} < 9$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $3^{x+2} < 9 \Leftrightarrow 3^{x+2} < 3^2 \Leftrightarrow x+2 < 2 \Leftrightarrow x < 0$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-3) < 1$ là

A. $(3;10)$. **B.** $(-\infty;10)$. **C.** $(3;13)$. **D.** $(-\infty;13)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log(x-3) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-3 > 0 \\ x-3 < 10 \end{cases} \Leftrightarrow 3 < x < 13 \Rightarrow x \in (3;13)$.

Câu 17: Nếu $\int_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=1$, $\int_2^3 g\left(x\right)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_2^3 \left[2f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** -2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_2^3 \left[2f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=2\int_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_2^3 g\left(x\right)\mathrm{d}x=2.1-4=-2.$

Câu 18: Nếu $\int_{-2}^0 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_{-2}^0 \left[x-2f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** -2. **C.** -6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{-2}^0 \left[x-2f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int_{-2}^0 x\mathrm{d}x-2\int_{-2}^0 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2-2.(-2)=2.$

Câu 19: Đạo hàm của hàm số $y=2^{x+1}$ là

A. $y'=-2^{x+1}.\ln 2$. **B.** $y'=\dfrac{-2^{x+1}}{\ln 2}$. **C.** $y'=2^{x+1}.\ln 2$. **D.** $y'=\dfrac{2^{x+1}}{\ln 2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y=2^{x+1}\Rightarrow y'=\left(x+1\right)'.2^{x+1}.\ln 2=2^{x+1}.\ln 2.$

Câu 20: Cho hình trụ có bán kính đáy $R=3$ và độ dài đường sinh $l=5$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 12π. **B.** 36π. **C.** 15π. **D.** 45π.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối trụ đã cho là: $V=\pi R^2 l=\pi.3^2.5=45\pi.$

Câu 21: Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_2 a=\log_8\left(ab\right)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a=b^2$. **B.** $a^3=b$. **C.** $a^2=b$. **D.** $a=b$.

Lời giải

Chọn C

$\log_2 a=\log_8\left(ab\right)\Leftrightarrow \log_2 a=\log_8 a+\log_8 b\Leftrightarrow \log_2 a-\dfrac{1}{3}\log_2 a=\dfrac{1}{3}\log_2 b$

$\Leftrightarrow \log_2 a\left(1-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{1}{3}\log_2 b\Leftrightarrow \dfrac{2}{3}\log_2 a=\dfrac{1}{3}\log_2 b\Leftrightarrow a^{\frac{2}{3}}=b^{\frac{1}{3}}\Leftrightarrow \sqrt[3]{a^2}=\sqrt[3]{b}\Leftrightarrow a^2=b.$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n}=\left(1;2;3\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(1;-2;3\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(1;-2;-1\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(1;3;-2\right)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23: Từ một nhóm học sinh gồm 6 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh có cả nam và nữ?

A. 288. **B.** 364. **C.** 168. **D.** 120.

Lời giải

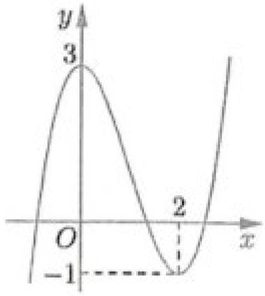
Chọn A

Trường hợp 1: Chọn 1 nam và 2 nữ: $C_6^1.C_8^2$.

Trường hợp 2: Chọn 2 nam và 1 nữ: $C_6^2.C_8^1$.

$\Rightarrow C_6^1.C_8^2 + C_6^2.C_8^1 = 288$.

Câu 24: Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

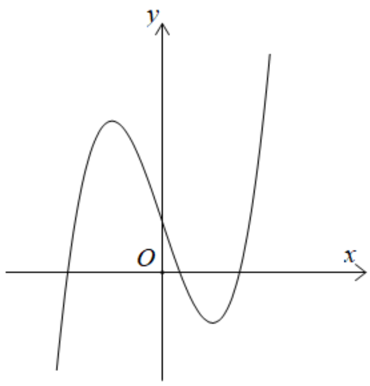
Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng của $A\left(-1;2;5\right)$ qua mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ là.

A. $\left(1;-2;-5\right)$. **B.** $\left(0;2;5\right)$. **C.** $\left(-1;-2;-5\right)$. **D.** $\left(1;2;5\right)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 26: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên dưới



A. $y = x^2 + x - 1$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 1$. **C.** $y = \dfrac{2x+1}{x-3}$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Chọn D

Câu 27: Cho số phức $z = -2 + 5i$, phần ảo của số phức z^2 bằng

A. $21i$. **B.** 21. **C.** -20. **D.** $-20i$.

Lời giải

Chọn C

$z=-2+5i\Rightarrow z^2=(-2+5i)^2=-21-20i$.

=> phần ảo của số phức z^2 bằng -20.

Câu 28: Trên khoảng $(1;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $\dfrac{1}{(1-x)\ln 2}$. **B.** $\dfrac{\ln 2}{1-x}$. **C.** $\dfrac{1}{(x-1)\ln 2}$. **D.** $\dfrac{\ln 2}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

$$y=\log_2(x-1)\Rightarrow y'=\frac{(x-1)'}{(x-1)\ln 2}=\frac{1}{(x-1)\ln 2}.$$

Câu 29: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{12}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

SA vuông góc với đáy nên $h=SA\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SA=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, bán kính mặt cầu tâm $A(1;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Bán kính mặt cầu tâm $A(1;1;3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x-2y+z+3=0$ bằng

$$d(A,(P))=\frac{|2.1-2.1+3+3|}{\sqrt{2^2+(-2)^2+1^2}}=2.$$

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc d?

A. $Q(-1;1;-3)$. **B.** $P(1;-1;3)$. **C.** $M(-2;-4;1)$. **D.** $N(2;1;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Nhận thấy đường thẳng d đi qua điểm $P(1;-1;3)$.

Câu 32: Cho $\int\left(\dfrac{1}{x}+2x\right)\mathrm{d}x=f(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f'(x)=\dfrac{1}{x}+2x$. **B.** $f'(x)=-\dfrac{1}{x^2}+2$. **C.** $f'(x)=\dfrac{1}{x^2}+2$. **D.** $f'(x)=\ln x+x^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int\left(\frac{1}{x}+2x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)+C\Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{1}{x}+2x$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A\left(1;2;1\right)$, $B\left(-1;3;1\right)$, $C\left(3;4;3\right)$ có phương trình là

A. $x+2y-3z+2=0$. **B.** $x+2y-3z-2=0$. **C.** $x-2y-3z+6=0$. **D.** $x-2y-3z+10=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=\left(-2;1;0\right)\\ \overrightarrow{AC}=\left(2;2;2\right)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(2;4;-6\right)$.

Mặt phẳng $\left(ABC\right):\begin{cases}\text{qua } A\left(1;2;1\right)\\ \text{VTPT } \vec{n}=\left(1;2;-3\right)\end{cases}$ có phương trình $x+2y-3z-2=0$.

Câu 34: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $4^x-3.2^{x+1}+5=0$ bằng

A. $\frac{1}{\log_2 5}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** 5. **D.** $\log_2 5$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $4^x-3.2^{x+1}+5=0\Leftrightarrow 4^x-6.2^x+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^x=1\\ 2^x=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\log_2 5\end{array}\right.$.

Tổng tất cả các nghiệm của phương trình là $S=\log_2 5$.

Câu 35: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x+x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\cos x+\frac{x^2}{2}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\cos x+x^2+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\cos x+\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\cos x+x^2+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(\sin x+x\right)\mathrm{d}x=-\cos x+\frac{x^2}{2}+C$.

Câu 36: Số phức liên hợp của số phức $z=-1+2i$ là

A. $1+2i$. **B.** $-1-2i$. **C.** $-1+2i$. **D.** $1-2i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z=-1+2i$ là $\overline{z}=-1-2i$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(-2;1;4\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):2x+2y-z-3=0$. Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng $\left(P\right)$ có tọa độ là

A. $\left(1;1;3\right)$. **B.** $\left(2;5;2\right)$. **C.** $\left(0;0;-3\right)$. **D.** $\left(0;3;3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng Δ đi qua vuông góc với (P) là : $\Delta:\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+2t \\ z=4-t \end{cases}$.

Hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P) là giao điểm của Δ và (P) có tọa độ là $(0;3;3)$.

Câu 38: Từ một hộp chứa 15 quả cầu gồm 4 quả cầu màu xanh, 5 quả cầu màu đỏ và 6 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 4 quả. Xác suất để lấy được 4 quả có đủ ba loại màu bằng

A. $\frac{48}{91}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{7}{40}$. **D.** $\frac{21}{40}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^4$.

Ta xét các trường hợp:

TH1: 4 viên bi lấy ra có 1 xanh, 1 đỏ, 2 vàng: $C_4^1.C_5^1.C_6^2$.

TH2: 4 viên bi lấy ra có 1 xanh, 2 đỏ, 1 vàng: $C_4^1.C_5^2.C_6^1$.

TH3: 4 viên bi lấy ra có 2 xanh, 1 đỏ, 1 vàng: $C_4^2.C_5^1.C_6^1$.

Xác suất để lấy được 4 quả có đủ ba loại màu là:

$$P(A)=\frac{C_4^2.C_5^1.C_6^1+C_4^1.C_5^2.C_6^1+C_4^1.C_5^1.C_6^2}{C_{15}^4}=\frac{48}{91}.$$

Câu 39: Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+az+b=0$, (với a,b là tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực (a,b) để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $z_1(1+2i)-|z_2|=-10+10i$?

A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Chọn B

TH1: $\Delta>0$.

Phương trình có hai nghiệm là hai số thực phân biệt

$$z_1(1+2i)-|z_2|=-10+10i \Leftrightarrow (z_1-|z_2|)+2z_1.i=-10+10i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1-|z_2|=-10 \\ 2z_1=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1=5 \\ |z_2|=15 \end{cases}$$

+) $z_1=5;z_2=15$ là hai nghiệm của phương trình

$$\begin{cases} 25+5a+b=0 \\ 225+15a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-20 \\ b=75 \end{cases} \text{ thỏa mãn } \Delta>0$$

+) $z_1=5;z_2=-15$ là hai nghiệm của phương trình

$$\begin{cases} 25+5a+b=0 \\ 225-15a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=10 \\ b=-75 \end{cases} \text{ thỏa mãn } \Delta>0$$

TH2: $\Delta<0$

Phương trình có hai nghiệm là hai số phức liên hợp $\Rightarrow |z_1|=|z_2|$.

$$z_1(1+2i)-|z_2|=-10+10i \Leftrightarrow z_1(1+2i)=(|z_1|-10)+10i \Rightarrow |z_1(1+2i)|=\sqrt{(|z_1|-10)^2+100}$$

$\Leftrightarrow 5|z_1|^2 = |z_1|^2 - 20|z_1| + 200 \Leftrightarrow |z_1| = 5$

Thay vào biểu thức ta được $z_1 = 3 + 4i \Rightarrow z_2 = 3 - 4i$

$z_1 + z_2 = -a \Rightarrow a = -6$

$z_1.z_2 = b \Rightarrow b = 25$

Vậy có 3 cặp (a,b) thỏa mãn.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_2^2(4x) - 3\log_{\sqrt{2}} x - 7\right].\sqrt{3^x - 3.2^{x-1}} \le 0$?

A. 8 **B.** 9 **C.** 6 **D.** 7

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $x > 0; 3^x - 3.2^{x-1} \ge 0$

TH1: $3^x - 3.2^{x-1} = 0 \Leftrightarrow 3^x = \frac{3}{2}.2^x \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = 1 (t/m)$

TH2:

$$\begin{cases} 3^x - 3.2^{x-1} > 0 \\ \log_2^2(4x) - 3\log_{\sqrt{2}} x - 7 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ (2 + \log_2 x)^2 - 6\log_2 x - 7 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \log_2^2 x - 2\log_2 x - 3 \le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ -1 \le \log_2 x \le 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ \frac{1}{2} \le x \le 8 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x \le 8$$

$\Rightarrow x \in \{1; 2; 3; ...; 8\}$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn $|x^3 - 3x^2 + m| \le 4$ với mọi $x \in [1;3]$?

A. 5 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

$$|x^3 - 3x^2 + m| \le 4 \Leftrightarrow -4 \le x^3 - 3x^2 + m \le 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 \ge -4 - m \\ x^3 - 3x^2 \le 4 - m \end{cases}, \forall x \in [1;3]$$

Xét $f(x) = x^3 - 3x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$			0	$+$			
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} -4 \ge -4-m \\ 0 \le 4-m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 0 \\ m \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m \le 4 \Rightarrow m \in \{0;1;2;3;4\}$

Câu 42: Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ nguyên dương thỏa mãn:
$2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}\ln\sqrt{x+y-1}$ và $x;y \le 2023$?

A. 2020. **B.** 12. **C.** 45. **D.** 44.

Lời giải

Chọn D

$2^{(x-1)(x+1)}\ln\left[(x+1)^2+1\right]=2^{y-x-3}\ln\sqrt{x+y-1}$

$\Leftrightarrow 2^{x^2-1}\ln\left(x^2+2x+2\right)=2^{y-x-4}\ln\left(x+y-1\right)$

$\Leftrightarrow 2^{x^2+2x+2}\ln\left(x^2+2x+2\right)=2^{x+y-1}\ln\left(x+y-1\right)$ (*)

Đặt $u=x^2+2x+2\ge 1, v=x+y-1\ge 1$ với mọi x,y nguyên dương.

(*) $\Leftrightarrow f(u)=f(v)$ với $f(t)=2^t\ln t;\ t\ge 1$.

Ta có $f'(t)=2^t\ln 2.\ln t+\dfrac{2^t}{t}>0, \forall t\ge 1$ do đó hàm $f(t)$ đồng biến trên $[1;+\infty)$.

Từ đó ta có $u=v \Leftrightarrow x^2+2x+2=x+y-1 \Leftrightarrow y=x^2+x+3\le 2023$

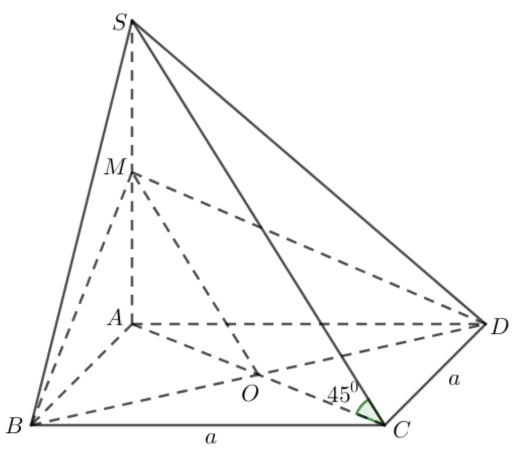
$\Leftrightarrow x^2+x-2020\le 0 \Leftrightarrow -45,447...\le x\le 44,447...$ mà x nguyên dương nên $x\in\{1;2;3;...;43;44\}$. Với mỗi giá trị x ta được một giá trị $y=x^2+x+3$. Vậy có 44 cặp số $(x;y)$ thỏa đề bài.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a; cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng 45^0. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và BD bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** a.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\widehat{\left(SC,(ABCD)\right)}=\widehat{SCA}=45^0$.

Gọi M là trung điểm của SA, $O=AC\cap BD$ thì MO là đường trung bình của tam giác SAC, suy ra $SC//MO\subset(MBD)$ nên ta có:

$d_{(SC,\,BD)} = d_{(SC,\,(MBD))} = d_{(C,\,(MBD))} = d_{(A,\,(MBD))}$ (Do mặt phẳng (MBD) đi qua trung điểm O của AC).

Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên ta có:

$$AC = a\sqrt{2} \Rightarrow SA = AC.\tan 45^0 = a\sqrt{2} \Rightarrow AM = \frac{SA}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Khối $AMBD$ là tam diện vuông tại A nên ta có:

$$\frac{1}{d^2_{(A;(MBD))}} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{a^2} \Rightarrow d^2_{(A;(MBD))} = \frac{a^2}{4} \Rightarrow d_{(A;(MBD))} = \frac{a}{2}.$$

Vậy $d_{(SC;BD)} = \frac{a}{2}$.

Câu 44: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-4;+\infty)$ để hàm số $y = -x^4 + 54x^2 - 2mx$ có ba điểm cực trị?

A. 110. **B.** 112. **C.** 113. **D.** 111.

Lời giải

Chọn D

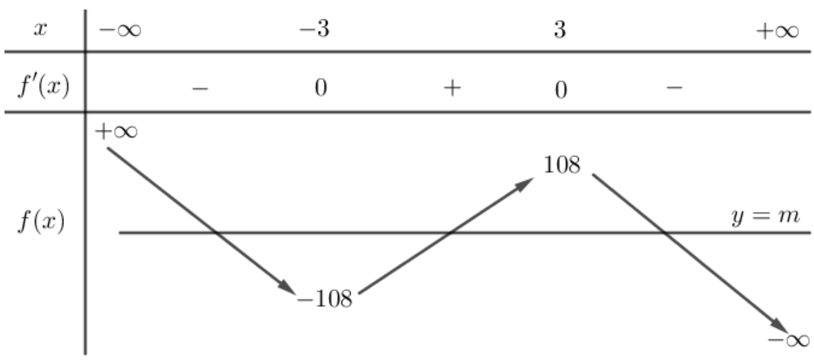
Ta có: $y = -4x^3 + 108x - 2m$.

Để hàm số có ba cực trị thì $y = -4x^3 + 108x - 2m = 0$ phải có ba nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow m = -2x^3 + 54x$ phải có ba nghiệm phân biệt.

Xét hàm $f(x) = -2x^3 + 54x$ với $x \in \mathbb{R}$ ta có: $f'(x) = -6x^2 + 54 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Để phương trình có ba nghiệm phân biệt thì $-108 < m < 108$.

Mà $m \in (-4;+\infty)$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = \{-3;-2;-1;...;107\}$. Vậy có 111 giá trị.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(1;2;2)$, $I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm M. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IM bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $AB:\begin{cases} x=1 \\ y=1+t \\ z=1+t \end{cases}$. Gọi $C=AB\cap(Oxy)\Rightarrow C(1;0;0)$.

Khi đó CM là một tiếp tuyến của mặt cầu $(S)\Rightarrow CM^2=CA.CB=4\Rightarrow CM=2$.

Khi đó $M(x;y;0)$ thuộc đường tròn $(C):(x-1)^2+y^2=4\Rightarrow x^2+y^2=3+2x$.

Ta có $IM=\sqrt{x^2+y^2+16}=\sqrt{19+2x}$ với $x\in[-1;3]$, khi đó $IM\le 5$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)=2|x-1|$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(2)+F(0)=5$. Giá trị của biểu thức $P=F(3)+F(-2)$ bằng

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

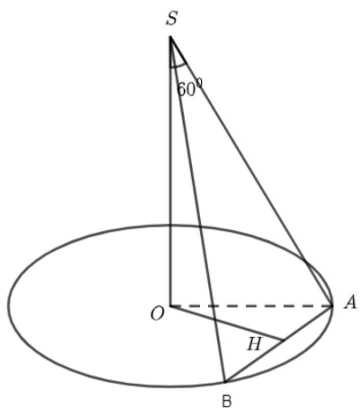
Ta có $P=F(3)+F(-2)=F(2)+\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x+F(0)+\int\limits_0^{-2} f(x)\mathrm{d}x=0$.

Câu 47: Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng 120^0. Một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 3. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

A. $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$. **B.** $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=18\sqrt{3}\pi$. **D.** $S_{xq}=28\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Chọn C



Vì góc ở đỉnh bằng $120^0\Rightarrow \widehat{OSA}=60^0$

Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow OH\perp AB$

Ta có: $SO\perp OH\Rightarrow d(SO,AB)=OH=3$

Ta có ΔSAB vuông cân tại S nên $AB=\sqrt{2}.SA=\sqrt{2}l$

$OA=SA.\sin 60^0=\dfrac{\sqrt{3}}{2}l$

Xét ΔOHA vuông tại H ta có:

$OH=\sqrt{OA^2-AH^2}=\dfrac{l}{2}=3\Rightarrow l=6$

Bán kính đường tròn đáy $r=OA=\dfrac{\sqrt{3}}{2}.l=3\sqrt{3}$

$S_{xq}=\pi rl=\pi.3\sqrt{3}.6=18\sqrt{3}\pi$

Câu 48: Biết số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $T=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

A. $|z|=\sqrt{33}$. **B.** $|z|=50$. **C.** $|z|=5\sqrt{2}$. **D.** $|z|=\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$ có điểm biểu diễn là M

$|z-3-4i|=\sqrt{5}\Leftrightarrow(x-3)^2+(y-4)^2=5\quad(C)$

$T=|z+2|^2-|z-i|^2=(x+2)^2+y^2-x^2-(y-1)^2=4x+2y+3$

$\Leftrightarrow 4x+2y+3-T=0\quad(\Delta)$

Khi đó, M là giao điểm của (C) và Δ

$\Rightarrow d(I,\Delta)\le R\Leftrightarrow\dfrac{|4.3+2.4+3-T|}{\sqrt{16+4}}\le\sqrt{5}\Leftrightarrow|23-T|\le 10\Leftrightarrow 13\le T\le 33$

$T=33\Leftrightarrow\begin{cases}4x+2y-30=0\\(x-3)^2+(y-4)^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=5\\y=5\end{cases}$

Ta có: $|z|=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z-6=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt, đồng thời vuông góc với Δ là

A. $\begin{cases}x=2+4t\\y=3+3t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=3+3t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=3-3t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=3-3t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Điểm $A(1+a;2+a;-a)\in\Delta$ thay vào phương trình (P) suy ra

$(1+a)+2(2+a)+2(-a)-6=0\Leftrightarrow a=1$ suy ra $A(2;3;-1)$.

Mặt khác $\begin{cases}d\subset(P)\\d\perp\Delta\end{cases}$ suy ra $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{n_P}\right]=(4;-3;1)$.

Do đó phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+4t\\y=3-3t\\z=-1+t.\end{cases}$

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, thỏa mãn $x^2+4x^2f(x)=\left[f'(x)\right]^2,\ \forall x\in[1;3],\ f(1)=-\frac{1}{4}$. Tính $I=\int\limits_1^3 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $\frac{20}{3}$. **B.** $\frac{117}{15}$. **C.** $\frac{23}{3}$. **D.** $\frac{233}{30}$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm $f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $[1;3]$, ta có

$$x^2+4x^2f(x)=\left[f'(x)\right]^2\Leftrightarrow x^2\left(1+4f(x)\right)=\left[f'(x)\right]^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{2f'(x)}{\sqrt{1+4f(x)}}=2x\Leftrightarrow\left(\sqrt{1+4f(x)}\right)'=2x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1+4f(x)}=x^2+C.$$

Vì $f(1)=-\frac{1}{4}$ nên $C=-1$. Do đó $f(x)=\frac{\left(x^2-1\right)^2-1}{4}$.

Vậy $I=\int\limits_1^3\frac{\left(x^2-1\right)^2-1}{4}\,\mathrm{d}x=\frac{233}{30}$.