

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng 5π và bán kính đáy bằng 1. Độ dài đường sinh của hình nón bằng:

- A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. $3\sqrt{2}$. D. 5.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1) \geq 1$ là

- A. $(-\infty; 9)$. B. $[9; +\infty)$. C. $[-1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Câu 3: Trên mặt phẳng cho 2023 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vector, khác vector – không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 2023 điểm đã cho?

- A. A_{2023}^2 . B. C_{2023}^2 . C. 2^{2023} . D. 2023^2 .

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$ và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. B. $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $V = \frac{7\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 5: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2 - 4x$, $y = 0$ trong mặt phẳng Oxy . Quay hình (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích V bằng

- A. $V = \int_0^4 |x^2 - 4x| dx$. B. $V = \pi \int_0^4 |x^2 - 4x| dx$.
C. $V = \int_0^4 (x^2 - 4x)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^4 (x^2 - 4x)^2 dx$.

Câu 6: Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $4^{2x} - 6.4^x + 8 = 0$. Tổng $x_1 + x_2$ bằng:

- A. $x_1 + x_2 = 8$. B. $x_1 + x_2 = 3$. C. $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$. D. $x_1 + x_2 = 6$.

Câu 7: Cho số phức $z = 3 - 4i$. Phần ảo của số phức $(1 - i)z$ bằng ?

- A. 7. B. -7. C. -1. D. 1.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = 2023^x + 1$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = \frac{2023^x}{\ln 2023} + C$. B. $\int f(x) dx = 2023^x \cdot \ln 2023 + C$.
C. $\int f(x) dx = 2023^x \cdot \ln 2023 + x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2023^x}{\ln 2023} + x + C$.

Câu 9: Hàm số $y = \log_2(x^2 - x + 3)$ có đạo hàm bằng:

- A. $y' = \frac{2x-1}{(x^2-x+3)\ln 2}$. B. $y' = \frac{2x-1}{x^2-x+3}$.

C. $y' = \frac{(2x-1)\ln 2}{x^2 - x + 3}$.

D. $y' = \frac{1}{(x^2 - x + 3)\ln 2}$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{4}} + \log_2 x$ là

A. $(0;1) \cup (1; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $(1; +\infty)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = (2a^2 - a)^x$. Số các giá trị a nguyên trên $[-10;10]$ để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} là

A. 18.

B. 21.

C. 20.

D. 19.

Câu 12: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z + 1 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là:

A. $I(1;0;3)$.

B. $I(-1;0;-3)$.

C. $I(-1;0;3)$.

D. $I(1;0;-3)$.

Câu 13: Biểu thức $\sqrt[3]{\frac{x}{y}} \sqrt[5]{\frac{y}{x}}$, $(x, y > 0)$ viết dưới dạng $\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{m}{n}}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 11.

B. 17.

C. 19.

D. 15.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+4=0$. Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng d và (α) . Giá trị $a-b+c$ bằng

A. 4.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 15: Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y = x^4 + 2x^2 + 7$.

B. $y = 2x + 3$.

C. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

D. $y = x^5 + 1$.

Câu 16: Gọi A, B là giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = x - 2$ và $y = \frac{7x-14}{x+2}$. Điểm $I(a;b)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB . Giá trị $a-b$ bằng:

A. 5.

B. 7.

C. $\frac{7}{2}$.

D. 2.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{2}{x-1}$. Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là:

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -2; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (α) là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \\ z = -3 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 19: Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}} \left(\frac{8^b}{2^a}\right) = \log_{\frac{1}{16}} \sqrt[3]{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - 3b = \frac{1}{24}$.

B. $3a - b = \frac{1}{24}$.

C. $a + 3b = \frac{1}{24}$.

D. $3b - a = \frac{1}{24}$.

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 1-i$. Kết luận nào sau đây là **sai**?

- A. $\frac{z_1}{z_2} = i$. B. $|z_1 z_2| = 2$. C. $z_1 + z_2 = 2$. D. $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$.

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu tiên $u_1 = 2$ và công sai $d = 2$. Tìm u_{2023} ?

- A. $u_{2023} = 4046$. B. $u_{2023} = 2^{2023}$. C. $u_{2023} = 4048$. D. $u_{2023} = 2^{2022}$.

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{5}$ và công bội $q = 5$. Giá trị của $\sqrt{u_{2022} \cdot u_{2024}}$ bằng

- A. 5^{2023} . B. 5^{2024} . C. 5^{2022} . D. 5^{2021} .

Câu 23: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$. Hiệu $M - m$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 3 ↘		-1	↗ $+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất $y = 3$. D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1; -1)$.

Câu 25: Một hình trụ có chiều cao bằng a và đường kính đường tròn đáy bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đó bằng:

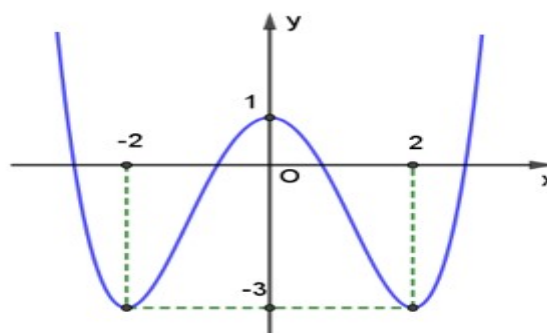
- A. $\frac{16\pi a^3}{3}$. B. $\frac{4\pi a^3}{3}$. C. $4\pi a^3$. D. $16\pi a^3$.

Câu 26: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

- A. -1. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. -3.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm của phương trình

$|3f(x)| - 5 = 0$ là



- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 28: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Điểm M là trung điểm của BC . Góc giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 29: Nếu $\int_0^{10} f(x) dx = 9$ thì $\int_0^{10} [x + f(x)] dx$ bằng

- A. 59. B. 14. C. 19. D. 109.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $M(-1; -4; 2)$. B. $N(5; 4; -2)$. C. $P(2; 4; -1)$. D. $Q(8; 8; -1)$.

Câu 31: Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Hỏi hàm số $g(x) = [f(x)]^5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $M(1; 2; 3)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng:

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{5}{29}$. C. $\frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 33: Biết mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu đó bằng

- A. 12π . B. 12. C. $4\sqrt{3}$. D. $4\sqrt{3}\pi$.

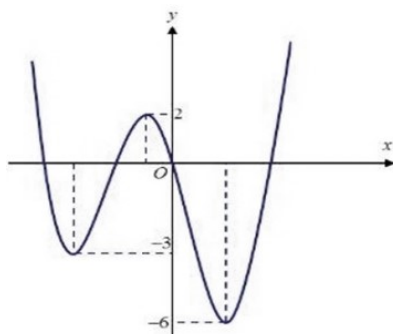
Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA = 2\sqrt{6}a$ vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SB và SC . Biết góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp đa diện $ABCMN$ bằng

- A. $S = 36\pi a^2$. B. $S = 72\pi a^2$. C. $S = 24\pi a^2$. D. $S = 8\pi a^2$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d_1 cắt trục Oz tại A và cắt d_2 tại B sao cho AB nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là:

- A. $2x - y + z + \frac{1}{5} = 0$. B. $2x - y + z + \frac{1}{4} = 0$. C. $-2x + y - z + 1 = 0$. D. $-2x + y - z - \frac{1}{3} = 0$.

Câu 36: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left| f(x - 2023) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Số tập con của tập S bằng



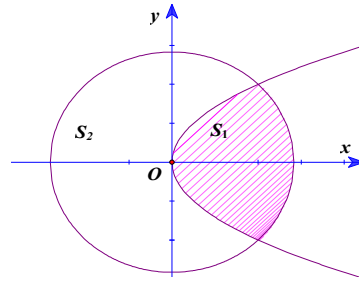
A. 8.

B. 4.

C. 16.

D. 32.

Câu 37: Biết rằng parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (như hình vẽ). Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.



A. $S = 16$.

B. $S = 13$.

C. $S = 15$.

D. $S = 14$.

Câu 38: Cho phương trình $16x^2 - 2.4^{x^2+1} + 9 - m = 0$ (m là tham số). Số giá trị nguyên của $m \in [-23; 23]$ để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thực phân biệt là

A. 22.

B. 23.

C. 20.

D. 21.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(x) > -8, f(0) = 1$ và $f'(x)\sqrt{x^2 + 9} = 2x\sqrt{f(x) + 8}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f(5)$ có giá trị bằng

A. 13.

B. $\sqrt{34}$.

C. 26.

D. $\frac{17}{2}$.

Câu 40: Cho số phức z . Biết rằng các điểm biểu diễn hình học các số phức $z, iz, z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 24. Mô đun của số phức z bằng

A. $4\sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. 6.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 3), B(4; 2; 3)$ và

$(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Biết điểm C thuộc mặt cầu (S) và $\widehat{ACB} = 45^\circ$, phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $ax + by + cz + 3 = 0, (a, b, c \in \mathbb{Z})$. Giá trị $a + b + c + 2$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} -x^2 + mx + 6, & x \leq 2 \\ \frac{n}{2}x - 4, & x > 2 \end{cases}$, ($m, n \in \mathbb{R}$) liên tục trên \mathbb{R} . Hỏi có tất cả bao nhiêu

giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị?

A. 5.

B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 43: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 3$ và $|z_1 - z_2| = 4$. Tính $|z_1 + z_2|$ bằng:

A. 5.

B. 7.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Câu 44: Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{(\sqrt{5})^x}{\ln 5}$ cắt trục tung tại điểm M và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M cắt trục hoành tại điểm N . Tọa độ điểm N là

A. $N\left(\frac{1}{\ln 5}; 0\right)$.

B. $N\left(\frac{-2}{\ln 5}; 0\right)$.

C. $N\left(\frac{2}{\ln 5}; 0\right)$.

D. $N\left(\frac{-1}{\ln 5}; 0\right)$.

Câu 45: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 4t + 5$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. 20 (m/s). B. 243(m/s). C. 16 (m/s). D. 144 (m/s).

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $|z+1| \geq 1$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = \left| \frac{(1+i)z+i+2}{z+1} \right|$ lần lượt là M và m . Tổng giá trị của $M^2 + m^2$ bằng:

- A. 4. B. 6. C. $8+4\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên $[0; 4]$. Biết $f(0) = 1$ và

$f(x)f(4-x) = e^{x^2-4x}$ với mọi $x \in [0; 4]$. Tính tích phân $I = \int_0^4 \frac{(x^3 - 6x^2)f'(x)}{f(x)} dx$

- A. $I = -\frac{16}{5}$. B. $I = -\frac{256}{5}$. C. $I = -\frac{14}{3}$. D. $I = -\frac{128}{3}$.

Câu 48: Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} - 2^{x+1} = 1 - 2^{x-2}(x^3 - 6x^2 + 9x + m)$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (a; b)$. Khi đó giá trị $P = a^2 - ab + b^2$ là

- A. $P = 32$. B. $P = 112$. C. $P = 48$. D. $P = 80$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0); M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua

AM cắt các tia $Oy; Oz$ lần lượt tại B, C . Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{34}}{9}$. C. $\frac{8\sqrt{17}}{3}$. D. $4\sqrt{6}$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $\widehat{SCA} = \widehat{SBA} = 90^\circ$. Khoảng cách giữa hai cạnh SA và BC là $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{15}$. B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{15}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{5}$.

----- HẾT -----

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$. Hiệu $M - m$ bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 2: Gọi $x_1; x_2$ là hai nghiệm của phương trình $4^{2x} - 6.4^x + 8 = 0$. Tổng $x_1 + x_2$ bằng:

- A. $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$. B. $x_1 + x_2 = 3$. C. $x_1 + x_2 = 8$. D. $x_1 + x_2 = 6$.

Câu 3: Một hình trụ có chiều cao bằng a và đường kính đường tròn đáy bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đó bằng:

- A. $4\pi a^3$. B. $\frac{16\pi a^3}{3}$. C. $16\pi a^3$. D. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$ và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. B. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. C. $V = \frac{7\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 5: Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Hỏi hàm số $g(x) = [f(x)]^5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 6: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2 - 4x$, $y = 0$ trong mặt phẳng Oxy . Quay hình (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích V bằng

- A. $V = \pi \int_0^4 |x^2 - 4x| dx$. B. $V = \int_0^4 (x^2 - 4x)^2 dx$.
C. $V = \int_0^4 |x^2 - 4x| dx$. D. $V = \pi \int_0^4 (x^2 - 4x)^2 dx$.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = 2023^x + 1$. Khẳng định nào dưới đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = \frac{2023^x}{\ln 2023} + x + C$. B. $\int f(x) dx = 2023^x \cdot \ln 2023 + C$.
C. $\int f(x) dx = 2023^x \cdot \ln 2023 + x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2023^x}{\ln 2023} + C$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{2}{x-1}$. Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là:

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{4}} + \log_2 x$ là

- A. $(0;1) \cup (1;+\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$. C. $(1;+\infty)$. D. $(0;+\infty)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $M(1;2;3)$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (P) bằng:

- A. $\frac{5}{9}$. B. $\frac{5}{29}$. C. $\frac{5}{\sqrt{29}}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

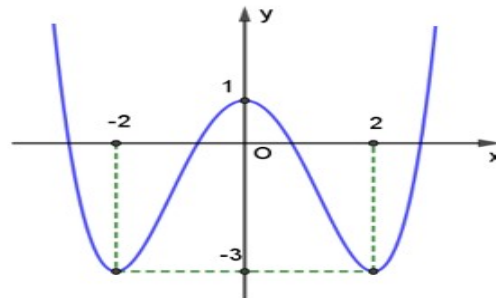
Câu 11: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Điểm M là trung điểm của BC . Góc giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 12: Cho số phức $z = 3 - 4i$. Phần ảo của số phức $(1 - i)z$ bằng ?

- A. -7 . B. 1 . C. -1 . D. 7 .

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $|3f(x)| - 5 = 0$ là



- A. 4. B. 8. C. 6. D. 2.

Câu 14: Biểu thức $\sqrt[3]{\frac{x}{y}} \sqrt{\frac{y}{x}}$, $(x, y > 0)$ viết dưới dạng $\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{m}{n}}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó $m + n$ bằng

- A. 15. B. 19. C. 11. D. 17.

Câu 15: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z + 1 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là:

- A. $I(1;0;-3)$. B. $I(1;0;3)$. C. $I(-1;0;3)$. D. $I(-1;0;-3)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 4 = 0$. Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của đường thẳng d và (α) . Giá trị $a - b + c$ bằng

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 4.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -2; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (α) là

- A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.
- C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \\ z = -3 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

Câu 18: Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{8^b}{2^a}\right) = \log_{\frac{1}{16}}\sqrt[3]{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a - 3b = \frac{1}{24}$. B. $3a - b = \frac{1}{24}$. C. $a + 3b = \frac{1}{24}$. D. $3b - a = \frac{1}{24}$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Kết luận nào sau đây là sai?

- A. $\frac{z_1}{z_2} = i$. B. $|z_1 z_2| = 2$. C. $z_1 + z_2 = 2$. D. $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$.

Câu 20: Nếu $\int_0^{10} f(x) dx = 9$ thì $\int_0^{10} [x + f(x)] dx$ bằng

- A. 59. B. 109. C. 19. D. 14.

Câu 21: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{5}$ và công bội $q = 5$. Giá trị của $\sqrt{u_{2022} \cdot u_{2024}}$ bằng

- A. 5^{2024} . B. 5^{2021} . C. 5^{2022} . D. 5^{2023} .

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $M(-1; -4; 2)$. B. $Q(8; 8; -1)$. C. $N(5; 4; -2)$. D. $P(2; 4; -1)$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 3$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất $y = 3$. D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1; -1)$.

Câu 24: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng 5π và bán kính đáy bằng 1. Độ dài đường sinh của hình nón bằng:

- A. $\sqrt{5}$. B. 5. C. $3\sqrt{2}$. D. 3.

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu tiên $u_1 = 2$ và công sai $d = 2$. Tìm u_{2023} ?

- A. $u_{2023} = 4046$. B. $u_{2023} = 4048$. C. $u_{2023} = 2^{2022}$. D. $u_{2023} = 2^{2023}$.

Câu 26: Hàm số $y = \log_2(x^2 - x + 3)$ có đạo hàm bằng:

- A. $y' = \frac{(2x-1)\ln 2}{x^2 - x + 3}$. B. $y' = \frac{1}{(x^2 - x + 3)\ln 2}$.
 C. $y' = \frac{2x-1}{(x^2 - x + 3)\ln 2}$. D. $y' = \frac{2x-1}{x^2 - x + 3}$.

Câu 27: Cho hàm số $y = (2a^2 - a)^x$. Số các giá trị a nguyên trên $[-10; 10]$ để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} là

A. 21.

B. 18.

C. 20.

D. 19.

Câu 28: Gọi A, B là giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = x - 2$ và $y = \frac{7x - 14}{x + 2}$. Điểm $I(a; b)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB . Giá trị $a - b$ bằng:

A. 7.

B. 2.

C. 5.

D. $\frac{7}{2}$.

Câu 29: Biết mặt cầu có bán kính $R = \sqrt{3}$. Thể tích của khối cầu đó bằng

A. 12π .

B. 12.

C. $4\sqrt{3}$.

D. $4\sqrt{3}\pi$.

Câu 30: Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y = x^5 + 1$.

B. $y = 2x + 3$.

C. $y = x^4 + 2x^2 + 7$.

D. $y = \frac{x + 1}{x - 2}$.

Câu 31: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -1.

B. 2.

C. $\frac{3}{2}$.

D. -3.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x + 1) \geq 1$ là

A. $(-\infty; 9)$.

B. $[-1; +\infty)$.

C. $[9; +\infty)$.

D. $(-1; +\infty)$.

Câu 33: Trên mặt phẳng cho 2023 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vector, khác vector - không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 2023 điểm đã cho?

A. C_{2023}^2 .

B. 2^{2023} .

C. 2023^2 .

D. A_{2023}^2 .

Câu 34: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 3$ và $|z_1 - z_2| = 4$. Tính $|z_1 + z_2|$ bằng:

A. 5.

B. 7.

C. $2\sqrt{5}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 3), B(4; 2; 3)$ và

$(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 9$. Biết điểm C thuộc mặt cầu (S) và $\widehat{ACB} = 45^\circ$, phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng: $ax + by + cz + 3 = 0$, $(a, b, c \in \mathbb{Z})$. Giá trị $a + b + c + 2$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 0.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) > -8, f(0) = 1$ và

$f'(x)\sqrt{x^2 + 9} = 2x\sqrt{f(x) + 8}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f(5)$ có giá trị bằng

A. $\sqrt{34}$.

B. 13.

C. 26.

D. $\frac{17}{2}$.

Câu 37: Cho số phức z . Biết rằng các điểm biểu diễn hình học các số phức $z, iz, z + iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 24. Mô đun của số phức z bằng

A. $2\sqrt{6}$.

B. $4\sqrt{3}$.

C. $3\sqrt{2}$.

D. 6.

Câu 38: Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 4t + 5$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và S (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 243 (m/s).

B. 144 (m/s).

C. 20 (m/s).

D. 16 (m/s).

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d_1 cắt trục Oz tại A và cắt d_2 tại B sao cho AB nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $2x - y + z + \frac{1}{5} = 0.$

B. $2x - y + z + \frac{1}{4} = 0.$

C. $-2x + y - z + 1 = 0.$

D. $-2x + y - z - \frac{1}{3} = 0.$

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA = 2\sqrt{6}a$ vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên các cạnh SB và SC . Biết góc giữa hai mặt phẳng (AMN) và (ABC) bằng 60° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp đa diện $ABCMN$ bằng

A. $S = 36\pi a^2.$

B. $S = 24\pi a^2.$

C. $S = 8\pi a^2.$

D. $S = 72\pi a^2.$

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} -x^2 + mx + 6, & x \leq 2 \\ \frac{n}{2}x - 4, & x > 2 \end{cases}$, $(m, n \in \mathbb{R})$ liên tục trên \mathbb{R} . Hỏi có tất cả bao nhiêu

giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị?

A. 5.

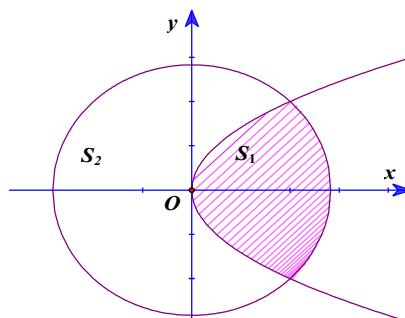
B. 6.

C. 7.

D. 8.

Câu 42: Biết rằng parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (như hình vẽ). Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản.

Tính $S = a + b + c$.



A. $S = 14.$

B. $S = 13.$

C. $S = 16.$

D. $S = 15.$

Câu 43: Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{(\sqrt{5})^x}{\ln 5}$ cắt trục tung tại điểm M và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M cắt trục hoành tại điểm N . Tọa độ điểm N là

A. $N\left(\frac{1}{\ln 5}; 0\right).$

B. $N\left(\frac{-2}{\ln 5}; 0\right).$

C. $N\left(\frac{2}{\ln 5}; 0\right).$

D. $N\left(\frac{-1}{\ln 5}; 0\right).$

Câu 44: Cho phương trình $16^{x^2} - 2.4^{x^2+1} + 9 - m = 0$ (m là tham số). Số giá trị nguyên của $m \in [-23; 23]$ để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thực phân biệt là

A. 20.

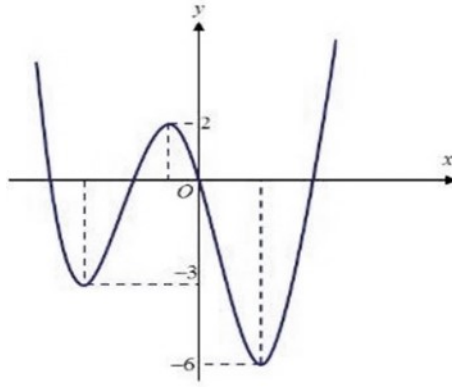
B. 22.

C. 23.

D. 21.

Câu 45: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m

để hàm số $y = \left| f(x - 2023) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Số tập con của tập S bằng



A. 8.

B. 4.

C. 32.

D. 16.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $\widehat{SCA} = \widehat{SBA} = 90^\circ$. Khoảng cách giữa hai cạnh SA và BC là $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{15}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{15}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{5}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2;0;0); M\left(\frac{1}{2};1;1\right)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia $Oy; Oz$ lần lượt tại B, C . Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{8\sqrt{34}}{9}$.

C. $\frac{8\sqrt{17}}{3}$.

D. $4\sqrt{6}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên $[0;4]$. Biết $f(0) = 1$ và $f(x)f(4-x) = e^{x^2-4x}$ với mọi $x \in [0;4]$. Tính tích phân $I = \int_0^4 \frac{(x^3 - 6x^2)f'(x)}{f(x)} dx$

A. $I = -\frac{16}{5}$.

B. $I = -\frac{128}{3}$.

C. $I = -\frac{256}{5}$.

D. $I = -\frac{14}{3}$.

Câu 49: Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} - 2^{x+1} = 1 - 2^{x-2}(x^3 - 6x^2 + 9x + m)$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (a;b)$. Khi đó giá trị $P = a^2 - ab + b^2$ là

A. $P = 112$.

B. $P = 48$.

C. $P = 80$.

D. $P = 32$.

Câu 50: Cho số phức z thỏa mãn $|z+1| \geq 1$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left| \frac{(1+i)z+i+2}{z+1} \right|$ lần lượt là M và m . Tổng giá trị của $M^2 + m^2$ bằng:

A. 4.

B. $8+4\sqrt{3}$.

C. 6.

D. 2.

----- HẾT -----

MÃ ĐỀ 101

Mã câu hỏi	Câu đề chuẩn	Câu đề hvj	Thứ tự Hvj	Đáp án chuẩn	Đáp án Hvj
25	25	1	A-C-B-D	D	D
17	17	2	C-B-D-A	B	B
1	1	3	D-C-A-B	D	A
24	24	4	A-C-B-D	B	C
20	20	5	A-B-D-C	C	D
16	16	6	C-D-A-B	A	C
22	22	7	C-D-B-A	D	B
18	18	8	A-B-C-D	D	D
15	15	9	A-B-C-D	A	A
12	12	10	A-B-C-D	C	C
14	14	11	A-B-C-D	D	D
28	28	12	C-D-B-A	A	D
11	11	13	B-D-A-C	A	C
29	29	14	A-B-C-D	A	A
6	6	15	D-B-A-C	D	A
10	10	16	B-C-D-A	A	D
8	8	17	C-A-B-D	C	A
33	33	18	D-B-A-C	C	D
13	13	19	A-D-B-C	A	A
21	21	20	A-D-C-B	B	D
2	2	21	C-A-D-B	C	A
3	3	22	B-C-A-D	D	D
7	7	23	D-A-B-C	A	B
4	4	24	B-A-D-C	C	D
26	26	25	A-B-C-D	C	C
5	5	26	C-D-B-A	A	D
9	9	27	A-C-D-B	C	B
23	23	28	B-A-C-D	C	C
19	19	29	B-A-D-C	B	A
31	31	30	A-B-C-D	B	B
32	32	31	A-B-C-D	B	B
30	30	32	A-B-C-D	C	C
27	27	33	C-D-B-A	A	D
45	44	34	A-B-C-D	B	B
44	45	35	A-D-B-C	A	A
35	35	36	B-A-C-D	C	C
40	40	37	B-A-C-D	C	C
36	36	38	C-D-A-B	C	A
38	38	39	A-B-C-D	C	C
41	41	40	A-B-C-D	A	A
42	42	41	A-B-C-D	B	B
43	43	42	A-B-C-D	B	B
37	37	43	C-D-A-B	A	C
34	34	44	D-C-B-A	C	B
39	39	45	B-A-D-C	B	A
48	48	46	A-C-B-D	C	B
47	47	47	A-B-C-D	A	A
46	46	48	D-A-B-C	B	C
50	50	49	D-A-C-B	A	B
49	49	50	A-B-C-D	A	A

MÃ ĐỀ 102

Mã câu hỏi	Câu đề chuẩn	Câu đề hvj	Thứ tự Hvj	Đáp án chuẩn	Đáp án Hvj
7	7	1	D-C-A-B	A	C
16	16	2	A-D-C-B	A	A
26	26	3	C-A-D-B	C	A
24	24	4	A-B-D-C	B	B
32	32	5	D-C-B-A	B	C
20	20	6	B-D-A-C	C	D
18	18	7	D-B-C-A	D	A
8	8	8	C-A-B-D	C	A
12	12	9	A-B-C-D	C	C
30	30	10	A-B-C-D	C	C
23	23	11	B-A-C-D	C	C
22	22	12	D-A-B-C	D	A
9	9	13	B-D-C-A	C	C
11	11	14	C-A-B-D	A	B
28	28	15	A-C-B-D	A	A
29	29	16	C-B-D-A	A	D
33	33	17	D-B-A-C	C	D
13	13	18	A-D-B-C	A	A
21	21	19	A-D-C-B	B	D
19	19	20	B-C-D-A	B	A
3	3	21	C-D-A-B	D	B
31	31	22	A-D-B-C	B	C
4	4	23	B-A-D-C	C	D
25	25	24	A-D-B-C	D	B
2	2	25	C-D-B-A	C	A
15	15	26	C-D-A-B	A	C
14	14	27	B-A-C-D	D	D
10	10	28	C-A-B-D	A	B
27	27	29	C-D-B-A	A	D
6	6	30	C-B-D-A	D	C
5	5	31	C-B-D-A	A	D
17	17	32	C-D-B-A	B	C
1	1	33	C-A-B-D	D	D
37	37	34	C-D-A-B	A	C
42	42	35	C-B-D-A	B	B
38	38	36	B-A-C-D	C	C
41	41	37	C-A-B-D	A	B
39	39	38	A-C-B-D	B	C
44	45	39	A-D-B-C	A	A
45	44	40	A-C-D-B	B	D
43	43	41	A-B-C-D	B	B
40	40	42	D-A-B-C	C	D
34	34	43	D-C-B-A	C	B
36	36	44	A-C-D-B	C	B
35	35	45	B-A-D-C	C	D
49	49	46	A-B-C-D	A	A
50	50	47	D-A-C-B	A	B
47	47	48	A-D-B-C	A	A
46	46	49	A-B-C-D	B	B
48	48	50	A-B-C-D	C	C

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.C	5.D	6.C	7.B	8.D	9.A	10.C
11.D	12.D	13.C	14.A	15.A	16.D	17.A	18.D	19.A	20.D
21.A	22.D	23.B	24.D	25.C	26.D	27.B	28.C	29.A	30.B
31.B	32.C	33.D	34.B	35.A	36.B	37.C	38.A	39.C	40.A
41.B	42.B	43.C	44.B	45.A	46.B	47.B	48.C	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho hình nón có diện tích xung quanh bằng 5π và bán kính đáy bằng 1. Độ dài đường sinh của hình nón bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. 3. C. $3\sqrt{2}$. **D. 5.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Độ dài đường sinh của hình nón bằng } l = \frac{S_{xq}}{\pi r} = \frac{5\pi}{\pi \cdot 1} = 5.$$

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1) \geq 1$ là

- A. $(-\infty; 9)$. **B. $[9; +\infty)$.** C. $[-1; +\infty)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\log(x+1) \geq 1 \Leftrightarrow x+1 \geq 10 \Leftrightarrow x \geq 9.$$

Câu 3: Trên mặt phẳng cho 2023 điểm phân biệt. Có bao nhiêu vectơ, khác vectơ – không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 2023 điểm đã cho?

- A. A_{2023}^2 .** B. C_{2023}^2 . C. 2^{2023} . D. 2023^2 .

Lời giải

Chọn A

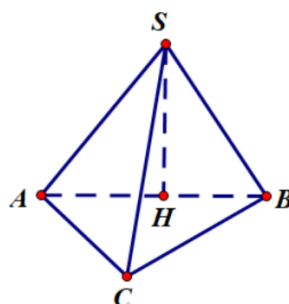
Số vectơ, khác vectơ – không có điểm đầu và điểm cuối được lấy từ 2023 điểm đã cho là A_{2023}^2 .

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại A , $BC = a\sqrt{2}$ và tam giác SAB đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{8}$. B. $V = \frac{5\sqrt{3}a^3}{12}$. **C. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.** D. $V = \frac{7\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn C



Kẻ $SH \perp AB \Rightarrow SH \perp (ABC)$

Ta có $\triangle ABS$ đều nên $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có $\triangle ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow AB = AC = \frac{BC}{\sqrt{2}} = a$

Diện tích $\triangle ABC$ là: $S_{ABC} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 5: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2 - 4x$, $y = 0$ trong mặt phẳng Oxy . Quay hình (H) quanh trục Ox ta được một khối tròn xoay có thể tích V bằng

A. $V = \int_0^4 |x^2 - 4x| dx$. B. $V = \pi \int_0^4 |x^2 - 4x| dx$.

C. $V = \int_0^4 (x^2 - 4x)^2 dx$. D. $V = \pi \int_0^4 (x^2 - 4x)^2 dx$.

Lời giải

Chọn D

Câu 6: Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $4^{2x} - 6 \cdot 4^x + 8 = 0$. Tổng $x_1 + x_2$ bằng

A. $x_1 + x_2 = 8$. B. $x_1 + x_2 = 3$. C. $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$. D. $x_1 + x_2 = 6$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 4^x$, phương trình trở thành $t^2 - 6t + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = 2 \end{cases}$.

Suy ra $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{1}{2}$.

Vậy $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}$.

Câu 7: Cho số phức $z = 3 - 4i$. Phần ảo của số phức $(1 - i)z$ bằng

A. 7. B. -7. C. -1. D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1 - i)z = (1 - i)(3 - 4i) = -1 - 7i$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = 2023^x + 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{2023^x}{\ln 2023} + C$. B. $\int f(x) dx = 2023^x \cdot \ln 2023 + C$.

C. $\int f(x) dx = 2023^x \cdot \ln 2023 + x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2023^x}{\ln 2023} + x + C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 9: Hàm số $y = \log_2(x^2 - x + 3)$ có đạo hàm bằng

A. $y' = \frac{2x-1}{(x^2-x+3)\ln 2}$.

B. $y' = \frac{2x-1}{x^2-x+3}$.

C. $y' = \frac{(2x-1)\ln 2}{x^2-x+3}$.

D. $y' = \frac{1}{(x^2-x+3)\ln 2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y = \log_2(x^2 - x + 3) \Rightarrow y' = \frac{2x-1}{(x^2-x+3)\ln 2}$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{3}{4}} + \log_2 x$ là

A. $(0;1) \cup (1;+\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $\begin{cases} x-1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$.

Tập xác định: $(1;+\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = (2a^2 - a)^x$. Số các giá trị a nguyên trên $[-10;10]$ để hàm số đồng biến trên \mathbb{R} là

A. 18.

B. 21.

C. 20.

D. 19.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = (2a^2 - a)^x$ đồng biến trên \mathbb{R} khi $2a^2 - a > 1 \Leftrightarrow 2a^2 - a - 1 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a > 1 \\ a < -\frac{1}{2} \end{cases}$.

Vì $a \in \mathbb{Z}, a \in [-10;10] \Rightarrow a \in \{-10; -9; \dots; -1; 2; 3; \dots; 10\}$.

Vậy có 19 số thỏa mãn.

Câu 12: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z + 1 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

A. $I(1;0;3)$.

B. $I(-1;0;-3)$.

C. $I(-1;0;3)$.

D. $I(1;0;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6z + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 + (z+3)^2 = 9$.

Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là $I(1;0;-3)$.

Câu 13: Biểu thức $\sqrt[3]{\frac{x}{y}} \sqrt[5]{\frac{y}{x}}$, $(x, y > 0)$ viết dưới dạng $\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{m}{n}}$, $m, n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó $m + n$ bằng

A. 11.

B. 17.

C. 19.

D. 15.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$\sqrt[3]{\frac{x}{y}} \sqrt[5]{\frac{y}{x}} = \sqrt[3]{\frac{x}{y} \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^{-\frac{1}{5}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{4}{5}}} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\frac{4}{15}}$$

$$\Rightarrow m + n = 4 + 15 = 19.$$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 4 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là giao điểm của đường thẳng d và (α) . Giá trị $a - b + c$ bằng

A. 4.**B. 0.****C. 2.****D. 3.****Lời giải****Chọn A**

$$\text{Vì } M \in d \Rightarrow M(t+1; -t-2; 2t+1)$$

$$M \in (P): t+1+2(-t-2)-(2t+1)+4=0 \Leftrightarrow -3t=0 \Leftrightarrow t=0$$

$$\Rightarrow M(1; -2; 1).$$

Câu 15: Hàm số nào sau đây có cực trị?

A. $y = x^4 + 2x^2 + 7$.**B. $y = 2x + 3$.****C. $y = \frac{x+1}{x-2}$.****D. $y = x^5 + 1$.****Lời giải****Chọn A**

$$\text{Xét } y = x^4 + 2x^2 + 7 \Rightarrow y' = 4x^3 + 4x = 4x(x^2 + 1)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Vậy hàm số có 1 cực trị.

Câu 16: Gọi A, B là giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y = x - 2$ và $y = \frac{7x-14}{x+2}$. Điểm $I(a; b)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB . Giá trị $a - b$ bằng

A. 5.**B. 7.****C. $\frac{7}{2}$.****D. 2.****Lời giải****Chọn D**

Xét phương trình tương giao:

$$x - 2 = \frac{7x-14}{x+2} \Rightarrow (x-2)(x+2) = 7x-14$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4 = 7x - 14 \Leftrightarrow x^2 - 7x + 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow A(5; 3), B(2; 0)$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow a - b = \frac{7}{2} - \frac{3}{2} = 2.$$

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{2}{x-1}$ Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 0$ suy ra có 1 TCN $y = 0$.

$\lim_{x \rightarrow 1} y = \infty$ suy ra có 1 TCD $x = 1$.

Vậy hàm số có 2 tiệm cận.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -2; -1)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng qua M và vuông góc với (α) là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = -2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$ **B.** $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

C. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

D. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -t \\ z = -3 + t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$

Lời giải

Chọn D

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Vì $\Delta \perp (\alpha)$ nên Δ có 1 VTCP là $\vec{u}_\Delta = (2; -1; 1)$, ta loại được đáp án A, **B.**

Thay điểm $M(3; -2; -1)$ vào đáp án C: $\begin{cases} 3 = -1 + 2t \\ -2 = 1 - t \\ -1 = -2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 3 \\ t = 1 \end{cases}$ (không thỏa mãn).

Câu 19: Xét các số thực a và b thỏa mãn $\log_{\sqrt{2}} \left(\frac{8^b}{2^a} \right) = \log_{\frac{1}{16}} \sqrt[3]{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a - 3b = \frac{1}{24}$. **B.** $3a - b = \frac{1}{24}$.

C. $a + 3b = \frac{1}{24}$. **D.** $3b - a = \frac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\sqrt{2}} \left(\frac{8^b}{2^a} \right) = \log_{\frac{1}{16}} \sqrt[3]{2} \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2^2}} \left(\frac{2^{3b}}{2^a} \right) = \frac{-1}{12}$$
$$\Leftrightarrow 2 \log_2 2^{3b-a} = -\frac{1}{12} \Leftrightarrow 3b - a = \frac{-1}{24} \Leftrightarrow a - 3b = \frac{1}{24}.$$

Câu 20: Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 - i$. Kết luận nào sau đây là sai?

A. $\frac{z_1}{z_2} = i$. **B.** $|z_1 z_2| = 2$. **C.** $z_1 + z_2 = 2$. **D.** $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $|z_1 - z_2| = |2i| = 2$ nên D sai.

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) với số hạng đầu tiên $u_1 = 2$ và công sai $d = 2$. Tìm u_{2023} .

- A.** $u_{2023} = 4046$. **B.** $u_{2023} = 2^{2023}$. **C.** $u_{2023} = 4048$. **D.** $u_{2023} = 2^{2022}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_{2023} = u_1 + 2022d = 2 + 2022 \cdot 2 = 4046$.

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{1}{5}$ và công bội $q = 5$. Giá trị của $\sqrt{u_{2022} \cdot u_{2024}}$ bằng

- A.** 5^{2023} . **B.** 5^{2024} . **C.** 5^{2022} . **D.** 5^{2021} .

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt{u_{2022} \cdot u_{2024}} = u_{2023} = u_1 \cdot q^{2022} = \frac{1}{5} \cdot 5^{2022} = 5^{2021}$.

Câu 23: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$. Hiệu $M - m$ bằng

- A.** $\frac{3}{2}$. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = [0; 2]$.

Ta có $f'(x) = \frac{2-2x}{2\sqrt{2x-x^2}} = \frac{1-x}{\sqrt{2x-x^2}}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1-x = 0 \Leftrightarrow x = 1 \in [0; 2]$.

Lại có $f(0) = 0$, $f(1) = 1$, $f(2) = 0$.

Từ đó suy ra $M = 1$, $m = 0$.

Vậy $M - m = 1$.

Câu 24: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	↗ 3	↘ -1	↗ $+\infty$	

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

C. Hàm số đạt giá trị lớn nhất $y = 3$.

D. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(1; -1)$.

Câu 25: Một hình trụ có chiều cao bằng a và đường kính đường tròn đáy bằng $4a$. Thể tích của khối trụ đó bằng:

A. $\frac{16\pi a^3}{3}$.

B. $\frac{4\pi a^3}{3}$.

C. $4\pi a^3$.

D. $16\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C

Theo đề, ta có $h = a$, $r = \frac{4a}{2} = 2a$.

Vậy thể tích của khối trụ đã cho bằng $\pi r^2 \cdot h = \pi \cdot (2a)^2 \cdot a = 4\pi a^3$.

Câu 26: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -1 .

B. $\frac{3}{2}$.

C. 2 .

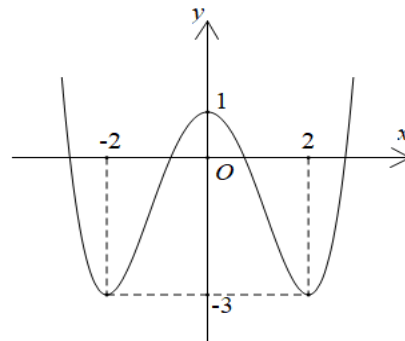
D. -3 .

Lời giải

Chọn D

Cho $x = 0 \Rightarrow y = -3$. Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm của phương trình $|3f(x)| - 5 = 0$ là



A. 2 .

B. 6 .

C. 8 .

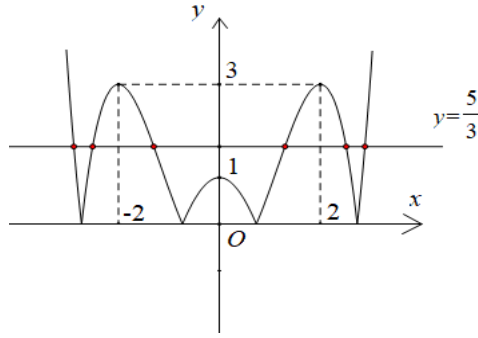
D. 4 .

Lời giải

Chọn B

$|3f(x)| - 5 = 0 \Leftrightarrow |f(x)| = \frac{5}{3} \Rightarrow$ số nghiệm của phương trình $|3f(x)| - 5 = 0$ là số giao điểm

của đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ và đường thẳng $y = \frac{5}{3}$.



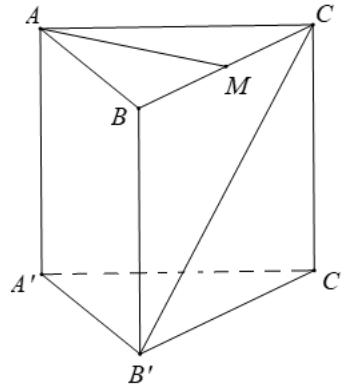
Dựa vào đồ thị trên, ta có số nghiệm của phương trình $|3f(x)| - 5 = 0$ là 6.

Câu 28: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Điểm M là trung điểm của BC . Góc giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Lời giải

Chọn C



$$\text{Ta có } \begin{cases} AM \perp BC \\ AM \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AM \perp (BCC'B') \Rightarrow AM \perp B'C$$

\Rightarrow góc giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng 90° .

Câu 29: Nếu $\int_0^{10} f(x) dx = 9$ thì $\int_0^{10} [x + f(x)] dx$ bằng

A. 59. B. 14. C. 19. D. 109.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_0^{10} [x + f(x)] dx = \int_0^{10} f(x) dx + \int_0^{10} x dx = \int_0^{10} f(x) dx + \frac{x^2}{2} \Big|_0^{10} = 59.$$

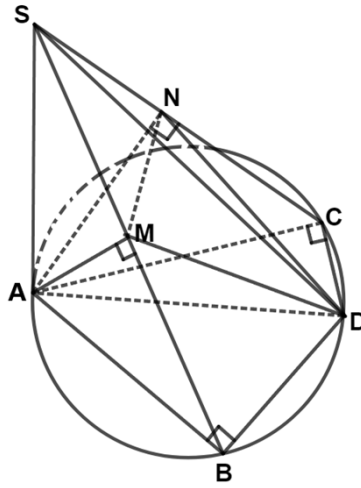
Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4t \\ z = -1 - t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?

- A. $M(-1; -4; 2)$. B. $N(5; 4; -2)$. C. $P(2; 4; -1)$. D. $Q(8; 8; -1)$.

Lời giải

Chọn B

Với $t = 1$ ta có d đi qua điểm $N(5; 4; -2)$.



Kẻ AD là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Khi đó $AC \perp CD; AB \perp BD$

$$\Rightarrow BD \perp (SAB), DC \perp (SAC) \Rightarrow DC \perp AN, DB \perp AM$$

$$\Rightarrow AM \perp (SBD); AN \perp (SCD) \Rightarrow AM \perp SD; SN \perp SD$$

Do đó $SD \perp (AMN)$

$$\Rightarrow ((AMN), (ABC)) = (SD, SA) = \widehat{DSA} = 60^\circ.$$

$$\text{Tam giác } SAD \text{ vuông tại } A \text{ có } \tan DSA = \frac{AD}{SA} \Leftrightarrow \tan 60^\circ = \frac{AD}{SA}$$

$$\Rightarrow AD = SA \cdot \tan 60 = 2a\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} = 6a\sqrt{2}.$$

$$\text{Do } AM \perp (SBD) \Rightarrow AM \perp MD.$$

$$\text{Do } AN \perp (SCD) \Rightarrow AN \perp ND.$$

Vì các $\triangle ACD; \triangle ABD; \triangle AMD; \triangle AND$ là các tam giác vuông cùng nhận AM là cạnh huyền

$$\Rightarrow A, B, C, M, N \text{ cùng thuộc mặt cầu đường kính } AM.$$

$$\text{Do đó mặt cầu ngoại tiếp đa diện } ABCMN \text{ có bán kính là } R = \frac{AM}{2} = 3a\sqrt{2}.$$

$$\text{Vậy diện tích mặt cầu là } S = 4\pi R^2 = 72\pi a^2.$$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{1}$. Mặt phẳng (P) vuông góc với d_1 cắt trục Oz tại A và cắt d_2 tại B sao cho AB nhỏ nhất. Phương trình mặt phẳng (P) là:

A. $2x - y + z + \frac{1}{5} = 0.$ **B.** $2x - y + z + \frac{1}{4} = 0.$

C. $-2x + y - z + 1 = 0.$ **D.** $-2x + y - z - \frac{1}{3} = 0.$

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } (P) \perp (d_1) \Rightarrow \vec{n}_{(P)} = \vec{u}_{d_1} = (2; -1; 1).$$

$$\text{Mặt phẳng } (P) \text{ có dạng } 2x - y + z + m = 0.$$

(P) cắt Oz tại A $\Rightarrow A(0;0;-m)$.

(P) cắt d_2 tại B $\Rightarrow B(1+t;2t;-2+t)$

Thay $B(1+t;2t;-2+t)$ vào phương trình (P) ta được: $2.(1+t)-2t-2+t+m=0$.

$$\Leftrightarrow 2+2t-2t-2+t+m=0 \Leftrightarrow m=-t.$$

$$\Rightarrow B(1-m;-2m;-2-m).$$

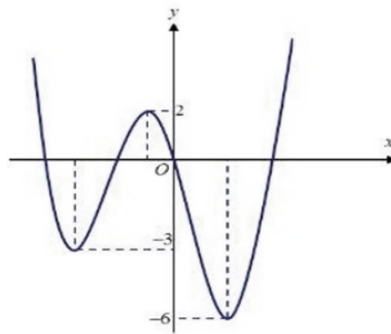
$$AB = \sqrt{(1-m)^2 + (-2m)^2 + (-2-m+m)^2} = \sqrt{(1-m)^2 + 4m^2 + 4} = \sqrt{5m^2 - 2m + 5}.$$

Để AB nhỏ nhất $\Rightarrow \sqrt{5m^2 - 2m + 5}$ nhỏ nhất.

$$\text{Đặt } f(x) = 5m^2 - 2m + 5 \Rightarrow f'(x) = 10m - 2 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{5}.$$

$$\Rightarrow (P) \text{ có dạng: } -2x + y - z + \frac{1}{5} = 0.$$

Câu 36: Cho đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \left| f(x-2023) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị. Số tập con của tập S bằng.



A. 8.

B. 4.

C. 16.

D. 32.

Lời giải

Chọn B

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x-2023)$ bằng số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$, số

điểm cực trị của hàm số $y = \left| f(x-2023) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ bằng số điểm cực trị của hàm số

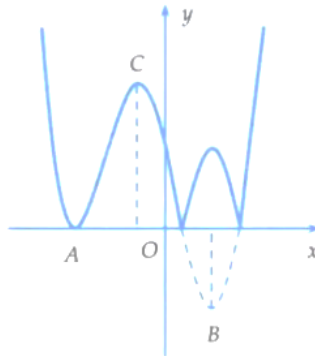
$$y = \left| f(x) + \frac{1}{3}m^2 \right|.$$

Đồ thị hàm số $y = f(x) + \frac{1}{3}m^2$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ lên $\frac{1}{3}m^2$ đơn vị theo phương Ox.

Để xác định số cực trị của hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{3}m^2 \right|$, ta xét vị trí của các điểm A, B của đồ thị

hàm số so với trục hoành Ox sau khi tịnh tiến lên trên $\frac{1}{3}m^2$ đơn vị.

- Nếu 2 điểm A, B cùng nằm dưới trục Ox sau khi tịnh tiến, tức ta tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ lên trên một khoảng nhỏ hơn 3 đơn vị, hay $\frac{1}{3}m^2 = 3 \pm m = \pm 3$ thì đồ thị hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ được vẽ như hình dưới đây:

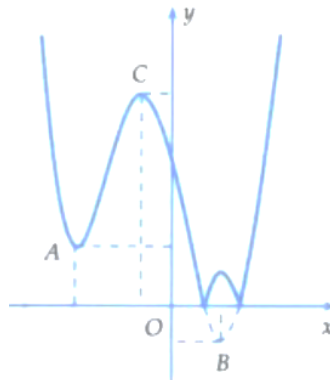


Khi đó đồ thị hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị.

- Nếu điểm A nằm phía trên trục Ox và điểm B nằm phía dưới trục Ox sau khi tịnh tiến, tức ta tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ lên trên một khoảng lớn hơn 3 và nhỏ hơn 6 đơn vị, hay

$$3 < \frac{1}{3}m^2 < 6 \Leftrightarrow 9 < m^2 < 18 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 > 9 \\ m^2 < 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 \\ m < -3 \\ -3\sqrt{2} < m < 3\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 < m < 3\sqrt{2} \\ -3\sqrt{2} < m < -3 \end{cases} \text{ thì đồ thị}$$

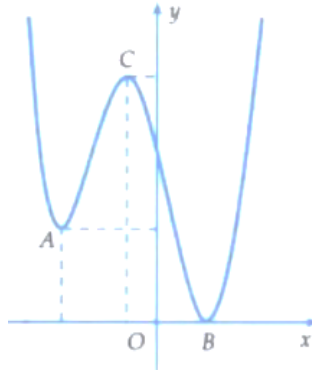
hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ được vẽ như hình bên.



Khi đó đồ thị hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị.

- Nếu điểm A nằm phía trên trục Ox , điểm B thuộc trục Ox sau khi tịnh tiến, tức ta tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ lên trên một khoảng bằng 6 đơn vị, hay

$$\frac{1}{3}m^2 = 6 \Leftrightarrow m^2 = 18 \Leftrightarrow m = \pm 3\sqrt{2} \text{ thì đồ thị hàm số } y = \left| f(x) + \frac{1}{3}m^2 \right| \text{ được vẽ như hình bên.}$$

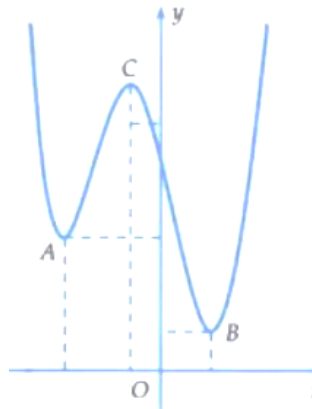


Khi đó đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

- Nếu hai điểm A, B đều nằm phía trên trục Ox sau khi tịnh tiến, tức ta tịnh tiến đồ thị hàm số

$y = f(x)$ lên một khoảng lớn hơn 6 đơn vị, hay $\frac{1}{3}m^2 > 6 \Leftrightarrow m^2 > 18 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3\sqrt{2} \\ m < -3\sqrt{2} \end{cases}$ thì đồ thị

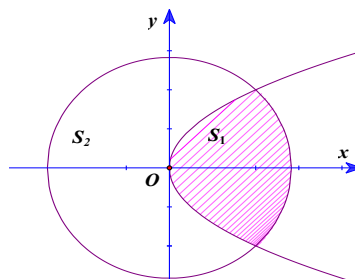
hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ được vẽ như hình bên.



Vậy hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{3}m^2 \right|$ có 5 điểm cực trị khi $\begin{cases} 3 \leq m < 3\sqrt{2} \\ -3\sqrt{2} < m \leq -3 \end{cases}$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-4; -3; 3; 4\}$. Có 4 giá trị của m .

Câu 37: Biết rằng parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (như hình vẽ). Khi đó $S_2 - S_1 = a\pi - \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.



A. $S = 16$.

B. $S = 13$.

C. $S = 15$.

D. $S = 14$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường tròn (C) là

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(t/m) \\ x = -4(\text{loai}) \end{cases}$$

$$S_1 = 2 \left[\int_0^2 \sqrt{2x} \, dx + \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2} \, dx \right].$$

$$\text{Tính } A = \int_0^2 \sqrt{2x} \, dx = \sqrt{2} \frac{2}{3} x\sqrt{x} \Big|_0^2 = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Tính } B = \int_2^{2\sqrt{2}} \sqrt{8-x^2} \, dx.$$

$$\text{Đặt } x = 2\sqrt{2} \sin t, t \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$dx = 2\sqrt{2} \cos t \, dt.$$

$$B = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{8-8\sin^2 t} \cdot 2\sqrt{2} \cos t \, dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 8 \cos^2 t \, dt = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 4(1 + \cos 2t) \, dt = (4t + 2 \sin 2t) \Big|_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} = \pi - 2$$

$$S_1 = 2 \left(\frac{2}{3} + \pi \right) = \frac{4}{3} + 2\pi.$$

$$S_2 = 8\pi - S_1 = 6\pi - \frac{4}{3}$$

$$S_2 - S_1 = 4\pi - \frac{8}{3}.$$

$$\text{Do đó } a = 4; b = 8; c = 3 \Rightarrow S = a + b + c = 15.$$

- Câu 38:** Cho phương trình $16x^2 - 2 \cdot 4^{x^2+1} + 9 - m = 0$ (m là tham số). Số giá trị nguyên của $m \in [-23; 23]$ để phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm thực phân biệt là
A. 22. **B. 23.** **C. 20.** **D. 21.**

Lời giải

Chọn A

$$\text{Đặt } t = 4^{x^2}. \text{ Vì } x^2 \geq 0 \Rightarrow t \geq 1$$

$$\text{Phương trình có dạng } t^2 - 8t + 9 - m = 0 \quad (1).$$

$$\text{NX: +) } t = 1 \Rightarrow t = 4^{x^2} \Rightarrow x = 0$$

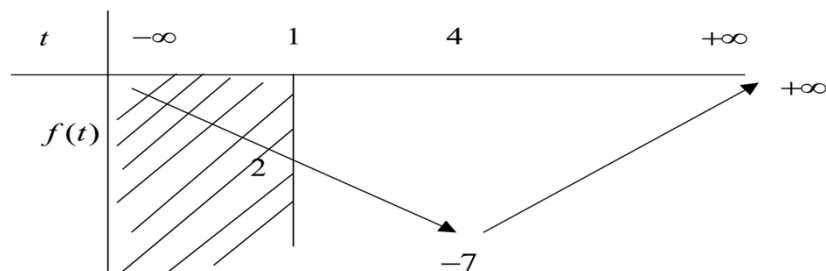
+) Với mỗi $t > 1 \Rightarrow t = 4^{x^2}$ có hai nghiệm x phân biệt.

Do đó để phương trình ban đầu có đúng hai nghiệm thực phân biệt thì pt (1) có đúng một nghiệm $t > 1$.

$$t^2 - 8t + 9 - m = 0 \Leftrightarrow t^2 - 8t + 9 = m.$$

$$\text{Xét } f(t) = t^2 - 8t + 9$$

Ta có bảng biến thiên của $f(t)$ là



Từ bảng biến thiên suy ra $\begin{cases} m > 2 \\ m = -7 \end{cases}$

Vậy $m \in \{3; 4; 5; \dots; 23\} \cup \{-7\}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f(x) > -8, f(0) = 1$ và $f'(x)\sqrt{x^2+9} = 2x\sqrt{f(x)+8}, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó $f(5)$ có giá trị bằng

A. 13.

B. $\sqrt{34}$.

C. 26.

D. $\frac{17}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$f'(x)\sqrt{x^2+9} = 2x\sqrt{f(x)+8}, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)+8}} = \frac{2x}{\sqrt{x^2+9}}$$

$$\Rightarrow \int_0^5 \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)+8}} dx = \int_0^5 \frac{2x}{\sqrt{x^2+9}} dx$$

$$\int_0^5 \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)+8}} dx = \int_0^5 \frac{2x}{\sqrt{x^2+9}} dx$$

$$\Leftrightarrow \int_0^5 \frac{d(f(x)+8)}{\sqrt{f(x)+8}} = \int_0^5 \frac{d(x^2+9)}{\sqrt{x^2+9}}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{f(x)+8} \Big|_0^5 = 2\sqrt{x^2+9} \Big|_0^5$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{f(5)+8} - 3 = \sqrt{34} - 3 \Leftrightarrow f(5) = 26.$$

Câu 40: Cho số phức z . Biết rằng các điểm biểu diễn hình học các số phức $z, iz, z+iz$ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 24. Mô đun của số phức z bằng

A. $4\sqrt{3}$.

B. $3\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}), z_1 = iz = i(a + bi) = -b + ai, z_2 = z + iz = (a - b) + (a + b)i$.

Xét các điểm $A(a; b), B(-b; a), C(a - b; a + b)$ là các điểm biểu diễn hình học của z, z_1, z_2 .

Ta có

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= (-b-a; a-b); \overrightarrow{AC} = (-b; a) \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} |(-b-a) \cdot a + b(a-b)| \\ &= \frac{1}{2} |-a^2 - b^2| = 24 \Rightarrow a^2 + b^2 = 48.\end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = 4\sqrt{3}.$$

- Câu 41:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -1; 3)$, $B(4; 2; 3)$ và $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$. Biết C thuộc mặt cầu (S) và $\widehat{ACB} = 45^\circ$, phương trình mặt phẳng (ABC) có dạng $ax + by + cz + 3 = 0 (a, b, c \in \mathbb{Z})$. Giá trị $a + b + c + 2$ bằng
- A. 0.** **B. 1.** **C. 2.** **D. 3.**

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta thấy } (1-1)^2 + (-1-2)^2 + (3-3)^2 = 9 \Rightarrow A \in (S); (4-1)^2 + (2-2)^2 + (3-3)^2 = 9 \Rightarrow B \in (S)$$

Vì vậy A, B, C thuộc đường tròn giao tuyến của mặt phẳng (ABC) và mặt cầu (S) .

Lại có bán kính mặt cầu ngoại tiếp của $\triangle ABC: r = \frac{AB}{2 \sin \widehat{ACB}} = 3 = R, R$ là bán kính của mặt cầu (S) . Do đó mặt phẳng (ABC) qua I , $(ABC) \equiv (ABI)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AI}] = (0; 0; -9) = 9(0; 0; -1)$.

$$(ABC): -z + 3 = 0 \Rightarrow a = b = 0; c = -1 \Rightarrow a + b + c + 2 = 1.$$

- Câu 42:** Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} -x^2 + mx + 6, & x \leq 2 \\ \frac{n}{2}x - 4, & x > 2 \end{cases}$ ($m, n \in \mathbb{R}$) liên tục trên \mathbb{R} . Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị?
- A. 5.** **B. 6.** **C. 7.** **D. 8.**

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} nên hàm số liên tục tại liên tục tại $x = 2$ nên

$$-4 + 2m + 6 = \frac{n}{2} \cdot 2 - 4 \Leftrightarrow n = 2m + 6.$$

$$\text{Ta có } y = f'(x) = \begin{cases} -2x + m, & x < 2 \\ \frac{n}{2}, & x > 2 \end{cases} \quad (m, n \in \mathbb{R}).$$

Để hàm số $y = f(x)$ có đúng hai điểm cực trị thì hàm số phải đạt cực trị tại điểm $x = 2$ và

$$f'(x) \text{ đổi dấu qua } x = 2 \text{ suy ra } \lim_{x \rightarrow 2^-} f'(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 2^+} f'(x) < 0 \Leftrightarrow (m-4) \frac{n}{2} < 0$$

$$\Leftrightarrow (m-4)(m+3) < 0 \Leftrightarrow -3 < m < 4.$$

Vì vậy $-3 < m < 4 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}} m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$.

- Câu 43:** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = 3$ và $|z_1 - z_2| = 4$. Tính $|z_1 + z_2|$ bằng
A. 5. B. 7. C. $2\sqrt{5}$. D. $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|z_1 - z_2| = 4 \Leftrightarrow |z_1 - z_2|^2 = 16 \Leftrightarrow (z_1 - z_2)(\overline{z_1 - z_2}) = 16 \Leftrightarrow z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2 = 2$.

Do đó $|z_1 + z_2|^2 = (z_1 + z_2)(\overline{z_1 + z_2}) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + z_1\overline{z_2} + \overline{z_1}z_2 = 20$ suy ra $|z_1 + z_2| = 2\sqrt{5}$.

- Câu 44:** Biết đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{(\sqrt{5})^x}{\ln 5}$ cắt trục tung tại điểm M và tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M cắt trục hoành tại điểm N. Tọa độ điểm N là
A. $N\left(\frac{1}{\ln 5}; 0\right)$. B. $N\left(\frac{-2}{\ln 5}; 0\right)$. C. $N\left(\frac{2}{\ln 5}; 0\right)$. D. $N\left(\frac{-1}{\ln 5}; 0\right)$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{(\sqrt{5})^x}{\ln 5}$ cắt trục tung tại điểm $M\left(0; \frac{1}{\ln 5}\right)$.

Mặt khác $y' = \frac{1}{\ln 5} \cdot (\sqrt{5})^x \cdot \ln \sqrt{5} = \frac{1}{2}(\sqrt{5})^x$ suy ra $y'(0) = \frac{1}{2}$.

Tiếp tuyến của đồ thị (C) tại M là $y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{\ln 5}$.

Tiếp tuyến cắt trục hoành tại điểm N. Tọa độ điểm N là $N\left(\frac{-2}{\ln 5}; 0\right)$.

- Câu 45:** Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 4t + 5$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?
A. 20 (m/s). B. 243 (m/s). C. 16 (m/s). D. 144 (m/s).

Lời giải

Chọn A

Vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{3}t^3 + 4t^2 + 4t + 5$ nên vận tốc của vật được tính theo công thức là $v(t) = s' = -t^2 + 8t + 4$.

Trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, tức là $t \in [0; 9]$, ta có:

$$v(t) = -t^2 + 8t + 4 = -(t-4)^2 + 20 \leq 20, \forall t \in (0, 9).$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t - 4 = 0 \Leftrightarrow t = 4 \in [0; 9]$.

Vận tốc lớn nhất của vật đạt được trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động là 20 (m/s).

Câu 46: Cho số phức z thỏa mãn $|z+1| \geq 1$. Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \left| \frac{(1+i)z+i+2}{z+1} \right|$ lần lượt là M và m . Tổng giá trị của $M^2 + m^2$ bằng:

- A. 4. B. 6. C. $8+4\sqrt{3}$. D. 2.

Lời giải

Chọn B

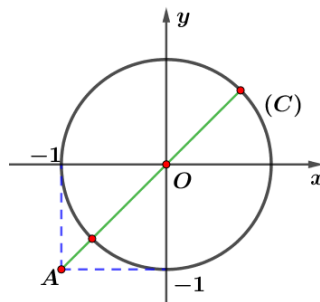
Điều kiện : $z+1 \neq 0 \Leftrightarrow z \neq -1$.

$$\text{Ta có: } P = \left| \frac{(1+i)z+i+2}{z+1} \right| = \left| \frac{(z+1)i+z+1+1}{z+1} \right| = \left| \frac{1}{z+1} + 1+i \right|.$$

$$\text{Đặt } w = \frac{1}{z+1} \text{ thì } P = |w+1+i|.$$

Gọi N là điểm biểu diễn cho số phức w và $A(-1;-1)$. Khi đó: $P = |w+1+i| = AN$.

Ta lại có: $|z+1| \geq 1 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{z+1} \right| \leq 1 \Rightarrow |w| \leq 1$ hay điểm N thuộc hình tròn (C) có tâm O và bán kính $R=1$ và N khác điểm O .



$$\text{Mà } M = AN_{\max} = OA + R = \sqrt{2} + 1 \text{ và } m = AN_{\min} = OA - R = \sqrt{2} - 1.$$

$$\text{Suy ra } M^2 + m^2 = (\sqrt{2} + 1)^2 + (\sqrt{2} - 1)^2 = 6.$$

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm liên tục trên $[0;4]$. Biết $f(0)=1$ và

$$f(x).f(4-x) = e^{x^2-4x} \text{ với mọi } x \in [0;4]. \text{ Tính tích phân } I = \int_0^4 \frac{(x^3 - 6x^2)f'(x)}{f(x)} dx.$$

- A. $I = -\frac{16}{5}$. B. $I = -\frac{256}{5}$. C. $I = -\frac{14}{3}$. D. $I = -\frac{128}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Từ giả thiết $f(x).f(4-x) = e^{x^2-4x} \Rightarrow \ln[f(x)] + \ln[f(4-x)] = x^2 - 4x$ và $f(4)=1$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x^3 - 6x^2 \\ dv = \frac{f'(x)}{f(x)} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 3(x^2 - 4x) dx \\ v = \ln[f(x)] \end{cases}.$$

Tính được $I = -3 \int_0^4 (x^2 - 4x) \ln[f(x)] dx$ (*).

Ta có: $\int_0^4 (x^2 - 4x) \ln[f(4-x)] dx \xrightarrow{t=4-x} \int_0^4 (x^2 - 4x) \ln[f(x)] dx$.

Từ đó suy ra $I + I = -3 \int_0^4 (x^2 - 4x)^2 dx \Rightarrow I = -\frac{256}{5}$.

Câu 48: Phương trình $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} - 2^{x+1} = 1 - 2^{x-2} (x^3 - 6x^2 + 9x + m)$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $m \in (a; b)$. Khi đó giá trị $P = a^2 - ab + b^2$ là

A. $P = 32$.

B. $P = 112$.

C. $P = 48$.

D. $P = 80$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết suy ra: $2^{x-2+\sqrt[3]{m-3x}} - 2^{x+1} = 1 - 2^{x-2} [(x-2)^3 + m - 3x + 8]$ (*).

Đặt $\begin{cases} u = x - 2 \\ v = \sqrt[3]{m - 3x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u^3 = (x - 2)^3 \\ v^3 = m - 3x \end{cases}$.

Phương trình (*) trở thành: $2^{u+v} - 2^{u+3} = 1 - 2^u [u^3 + v^3 + 8] \Leftrightarrow 2^v + v^3 = 2^{-u} + (-u)^3$.

Hàm đặc trưng $f(t) = 2^t + t^3$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Từ đó suy ra $v = -u \Rightarrow \sqrt[3]{m - 3x} = 2 - x \Leftrightarrow m = (2 - x)^3 + 3x$.

Xét hàm số $f(x) = (2 - x)^3 + 3x \rightarrow f'(x) = -3(2 - x)^2 + 3$.

Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $f(1) < m < f(3) \Rightarrow 4 < m < 8$.

Tính $P = a^2 - ab + b^2 = 4^2 - 4.8 + 8^2 = 48$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(2; 0; 0)$, $M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$. Mặt phẳng (P) thay đổi qua AM cắt các tia Oy , Oz lần lượt tại B , C . Khi mặt phẳng (P) thay đổi thì diện tích tam giác ABC đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{8\sqrt{34}}{9}$.

C. $\frac{8\sqrt{17}}{3}$.

D. $4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn B

Ta đặt $B\left(0; \frac{1}{b}; 0\right)$, $C\left(0; 0; \frac{1}{c}\right)$, khi đó $(P): \frac{x}{2} + by + cz = 1 \Leftrightarrow (P): x + 2by + 2cz - 2 = 0$.

Ta có $M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right) \in (P) \Leftrightarrow \frac{1}{2} + 2b + 2c - 2 = 0 \Leftrightarrow b + c = \frac{3}{4} \Rightarrow 0 < bc \leq \frac{9}{64}$.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{3V_{O.ABC}}{d(O,(ABC))} = \frac{3 \cdot \frac{1}{6} \cdot 2 \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}}{\frac{2}{\sqrt{1+4b^2+4c^2}}} = \frac{\sqrt{1+4b^2+4c^2}}{2bc} \geq \sqrt{\frac{1+8bc}{4b^2c^2}}$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{1+4x}{x^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x} \text{ với } x \in \left(0; \frac{9}{32}\right].$$

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{-2}{x^3} + \frac{-4}{x^2} = \frac{-2-4x}{x^3} < 0, \forall x \in \left(0; \frac{9}{32}\right] \text{ nên } f(x) \text{ nghịch biến trên } \left(0; \frac{9}{32}\right].$$

$$\text{Suy ra } \min_{x \in \left(0; \frac{9}{32}\right]} f(x) = f\left(\frac{9}{32}\right) = \frac{2176}{81} \Rightarrow S_{ABC} \geq \sqrt{\frac{2176}{81}} = \frac{8\sqrt{34}}{9}.$$

$$\text{Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} b=c > 0 \\ 2bc = \frac{9}{32} \end{cases} \Leftrightarrow b=c = \frac{3}{8}.$$

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $\widehat{SCA} = \widehat{SBA} = 90^\circ$. Khoảng cách giữa hai cạnh SA và BC là $\frac{\sqrt{3}a}{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{\sqrt{5}a^3}{15}$.

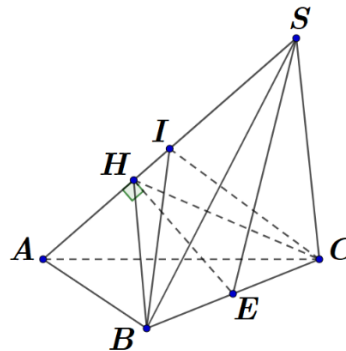
B. $\frac{a^3\sqrt{30}}{15}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\widehat{SCA} = \widehat{SBA} = 90^\circ$ nên C, B thuộc mặt cầu tâm I với I là trung điểm SA .

Gọi E là trung điểm AB , khi đó (SAE) là mặt phẳng trung trực của BC .

Trong (SAE) , kẻ EH vuông góc với SA với H thuộc SA .

Khi đó EH là đoạn vuông góc chung của SA và BC .

$$\Rightarrow EH = \frac{\sqrt{3}a}{3} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{21}}{6} \Rightarrow BS = \frac{a\sqrt{35}}{5} \Rightarrow SA = \frac{2a\sqrt{15}}{5}.$$

$$\text{Khi đó } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot BC \cdot d(SA, BC) \cdot \sin(SA, BC) = \frac{\sqrt{5}a^3}{15}.$$

∞ HẾT ∞