

(Thí sinh không được sử dụng tài liệu)

Họ, tên thí sinh:..... SBD: .....

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt cầu  $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$  có bán kính bằng

- A. 8.                                      B. 32.                                      C. 4.                                      D. 16.

**Câu 2:** Số phức liên hợp của số phức  $z = -3 + 7i$  là

- A.  $\bar{z} = 3 + 7i$ .                                      B.  $\bar{z} = 3 - 7i$ .                                      C.  $\bar{z} = -3 - 7i$ .                                      D.  $\bar{z} = 7 - 3i$ .

**Câu 3:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 8$  trên đoạn  $[1; 3]$  bằng

- A. 2.                                      B. 8.                                      C. 6.                                      D. 4.

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  và thỏa mãn  $f(2) = -3; f(5) = 4$ . Tính  $I = \int_2^5 f'(x) dx$ .

- A. -1.                                      B. 1.                                      C. -7.                                      D. 7.

**Câu 5:** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 60.                                      B. 30.                                      C. 15.                                      D. 10.

**Câu 6:** Cho số phức  $(2-i)\bar{z} + 7i = 4$ . Tìm mô đun của  $z$ .

- A.  $|z| = \sqrt{13}$ .                                      B.  $|z| = \sqrt{2}$ .                                      C.  $|z| = 13$ .                                      D.  $|z| = 2$ .

**Câu 7:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$		↗ 2	↘ -2	↗ $+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-2; 2)$ .                                      B.  $(-1; 1)$ .                                      C.  $(-2; 1)$ .                                      D.  $(-1; +\infty)$ .

**Câu 8:** Nếu  $\int_1^6 6f(x) dx = 24$  thì  $\int_1^6 f(x) dx$  bằng

- A. 144.                                      B. 24.                                      C. 18.                                      D. 4.

**Câu 9:** Với mọi số thực dương  $a$ ,  $\log_3(27a) - \log_3 a$  bằng

- A.  $\log_3(26a)$ .                                      B. 9.                                      C. 3.                                      D.  $3 - 2\log_3 a$ .

**Câu 10:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $A(1; 2; 0), B(3; -1; 1), C(-1; 2; 2)$ . Tọa độ trọng tâm tam giác  $ABC$  là

- A.  $(1; 1; 1)$ .                                      B.  $(3; 3; 3)$ .                                      C.  $(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2})$ .                                      D.  $(1; -1; 1)$ .

**Câu 11:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-3}{x+1}$  là đường thẳng có phương trình

- A.  $y = -1$ .                                      B.  $x = -1$ .                                      C.  $y = 2$ .                                      D.  $x = 2$ .

**Câu 12:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\Delta: \begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$  có một vectơ chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_3 = (-1; 2; 2)$ .      B.  $\vec{u}_2 = (-1; -2; -2)$ .      C.  $\vec{u}_1 = (3; 2; 1)$ .      D.  $\vec{u}_4 = (1; 2; 2)$ .

**Câu 13:** Tập xác định của hàm số  $y = x^{-\frac{2}{3}}$  là

- A.  $(0; +\infty)$ .      B.  $(-\infty; 1)$ .      C.  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ .      D.  $\mathbb{R}$ .

**Câu 14:** Đạo hàm của hàm số  $y = 6^x$  là

- A.  $y' = \frac{6^x}{\ln 6}$ .      B.  $y' = 6^{x+1}$ .      C.  $y' = x6^{x-1}$ .      D.  $y' = 6^x \ln 6$ .

**Câu 15:** Cho cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 6$  và  $u_2 = -12$ . Công bội  $q$  của cấp số nhân đã cho là

- A.  $q = -\frac{1}{2}$ .      B.  $q = -2$ .      C.  $q = -18$ .      D.  $q = -6$ .

**Câu 16:** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_3(x-1) > 2$  là

- A.  $(7; +\infty)$ .      B.  $(1; +\infty)$ .      C.  $(10; +\infty)$ .      D.  $(9; +\infty)$ .

**Câu 17:** Nếu  $\int_1^4 f(x)dx = 12$  và  $\int_4^6 f(x)dx = -8$  thì  $\int_1^6 f(x)dx$  bằng

- A. 4.      B. -4.      C. 20.      D. -20.

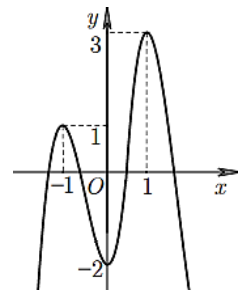
**Câu 18:** Với hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $\int_0^2 f(x)dx = -4$  và  $f(2) = 6$ . Tính

$$I = \int_0^2 x \cdot f'(x)dx.$$

- A. 16.      B. 10.      C. 8.      D. 2.

**Câu 19:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 0.      B. -2.      C. 1.      D. -1.



**Câu 20:** Cho khối chóp có diện tích đáy là  $B$ , chiều cao là  $h$ . Thể tích  $V$  của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $V = \frac{1}{3} Bh$ .      B.  $V = Bh$ .      C.  $V = \frac{4}{3} Bh$ .      D.  $V = 2Bh$ .

**Câu 21:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng đi qua điểm  $B(2;1;1)$  đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng  $(\alpha): 2x - y + z = 0$  và  $(\beta): x - y - z + 18 = 0$  có phương trình là

- A.  $2x + y + z - 6 = 0$ .      B.  $2x + y - z - 4 = 0$ .      C.  $2x + 3y - z - 6 = 0$ .      D.  $2x + 3y - z + 6 = 0$ .

**Câu 22:** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + 2i$  và  $z_2 = 3 - 4i$ , khi đó  $z_1 z_2$  bằng

- A.  $-11 - 2i$ .      B.  $-2 + 6i$ .      C.  $4 - 2i$ .      D.  $11 + 2i$ .

**Câu 23:** Nghiệm của phương trình  $6^{1-x} = 36$  là

- A.  $x = 3$ .      B.  $x = -1$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $x = -5$ .

**Câu 24:** Diện tích  $S$  của mặt cầu bán kính  $R$  được tính theo công thức nào dưới đây?

- A.  $S = \frac{4}{3}\pi R^2$ .      B.  $S = 2\pi R^2$ .      C.  $S = \frac{1}{3}\pi R^2$ .      D.  $S = 4\pi R^2$ .

**Câu 25:** Đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  và trục hoành có tất cả bao nhiêu điểm chung?

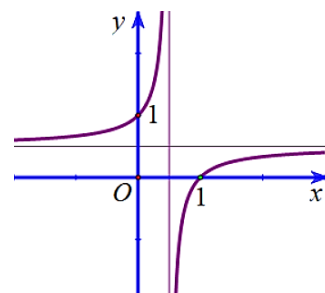
- A. 2.      B. 1.      C. 3.      D. 0.

**Câu 26:** Công thức tính thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là  $R$  và chiều cao  $h$  là

- A.  $V = 2\pi R^2 h$ .      B.  $V = \frac{4}{3}\pi R^2 h$ .      C.  $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$ .      D.  $V = \pi R^2 h$ .

**Câu 27:** Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?

- A.  $y = \frac{2x+1}{2x-1}$ .      B.  $y = \frac{x+1}{2x+1}$ .  
C.  $y = \frac{2x-1}{2x+1}$ .      D.  $y = \frac{x-1}{2x-1}$ .



**Câu 28:** Hàm số nào dưới đây có 3 điểm cực trị?

- A.  $y = x^4 - 4x^2$ .      B.  $y = x^4 + 4x^2$ .      C.  $y = x^3 - 3x + 2$ .      D.  $y = \frac{x-2}{x+2}$ .

**Câu 29:** Với  $a$  là số thực dương và  $b \neq 0$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.  $\log_2(ab^2) = \log_2 a + 2\log_2 |b|$ .      B.  $\log_2(ab^2) = \log_2 a + 2\log_2 b$ .  
C.  $\log_2(ab^2) = \log_2 a - 2\log_2 |b|$ .      D.  $\log_2(ab^2) = \log_2 a - 2\log_2 b$ .

**Câu 30:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = 2x - \sin x$  là

- A.  $\int f(x) dx = 2 + \cos x + C$ .      B.  $\int f(x) dx = x^2 + \cos x + C$ .  
C.  $\int f(x) dx = x^2 - \cos x + C$ .      D.  $\int f(x) dx = 2 - \cos x + C$ .

**Câu 31:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

$x$	$-\infty$	1	2	3	4	$+\infty$		
$y'$		+	0	-	0	+	0	-

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1.      B. 3.      C. 2.      D. 4.

**Câu 32:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): 2x - y + z - 3 = 0$  và điểm  $A(1; 2; 1)$ . Đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  có phương trình là

- A.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 - t \\ z = 1 + t \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$ .

**Câu 33:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P): x + 2y - z + 1 = 0$  đi qua điểm nào sau đây?

- A.  $A(1; 2; -6)$ .      B.  $B(1; -1; 4)$ .      C.  $C(1; 1; -4)$ .      D.  $D(1; 1; 4)$ .

**Câu 34:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $A'B$  và  $AD'$  bằng

- A.  $60^\circ$ .      B.  $45^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $90^\circ$ .

**Câu 35:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  đáy  $ABC$  là tam giác vuông cân tại  $A$ ,  $AB = 2\sqrt{5}$  và  $AA' = 2\sqrt{10}$ . Tính khoảng cách từ điểm  $A$  tới mặt phẳng  $(A'BC)$ .

- A.  $\sqrt{10}$ .      B.  $2\sqrt{3}$ .      C.  $2\sqrt{5}$ .      D.  $2\sqrt{2}$ .

**Câu 36:** Từ một hộp chứa 17 quả cầu được đánh số từ 1 đến 17. Chọn ngẫu nhiên 2 quả cầu trong hộp. Tính xác suất để tổng các số trên hai quả cầu là một số chẵn.

A.  $\frac{9}{34}$ .

B.  $\frac{9}{17}$ .

C.  $\frac{8}{17}$ .

D.  $\frac{7}{34}$ .

**Câu 37:** Có tất cả bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh trong một nhóm có 8 học sinh?

A. 20160.

B. 48.

C. 28.

D. 14.

**Câu 38:** Trên mặt phẳng tọa độ, điểm  $M(4; -3)$  là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

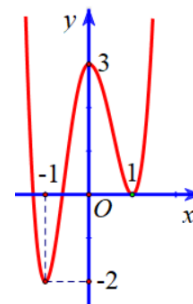
A.  $4 - 3i$ .

B.  $-3 - 4i$ .

C.  $4 + 3i$ .

D.  $-3 + 4i$ .

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị như hình vẽ bên. Tính



tích phân  $I = \int_1^2 |f'(2x-3)| dx$ .

A. 5.

B. 4.

C. 8.

D. 2.

**Câu 40:** Cho số phức  $z = a + bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $2z = (1+i)|z| + (3+z)i$ . Tính giá trị của  $T = 10a + 5b$ ?

A. 5.

B. 10.

C. 15.

D. -5.

**Câu 41:** Cho khối chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi cạnh bằng  $2a$ ,  $\widehat{ABC} = 60^\circ$ . Tam giác  $SAB$  cân tại  $S$  và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa mặt phẳng  $(SCD)$  và mặt đáy bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $2\sqrt{3}a^3$ .

B.  $6\sqrt{3}a^3$ .

C.  $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ .

D.  $\sqrt{3}a^3$ .

**Câu 42:** Cho khối lăng trụ  $(T)$  có bán kính đáy bằng  $2\sqrt{3}a$ . Gọi  $A, B$  lần lượt là hai điểm nằm trên hai đường tròn đáy của lăng trụ  $(T)$  sao cho  $AB$  cách trục một khoảng bằng  $2a$  đồng thời góc giữa  $AB$  và trục của lăng trụ bằng  $30^\circ$ . Tính diện tích xung quanh của lăng trụ  $(T)$ .

A.  $12\sqrt{2}\pi a^2$ .

B.  $24\sqrt{2}\pi a^2$ .

C.  $48\pi a^2$ .

D.  $48\sqrt{2}\pi a^2$ .

**Câu 43:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho mặt phẳng  $(P): x - 2y + 2z - 9 = 0$ . Đường thẳng  $\Delta$  nằm trong

$(P)$  đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng  $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$  có phương trình là

A.  $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{3}$ .

B.  $\frac{x+3}{-4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$ .

C.  $\frac{x+4}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-3}{2}$ .

D.  $\frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-3}$ .

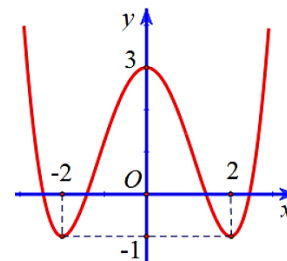
**Câu 44:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Tập nghiệm của phương trình  $f'(f(x)-1) = 0$  có tất cả bao nhiêu phần tử?

A. 8.

B. 9.

C. 12.

D. 11.



**Câu 45:** Có tất cả bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn  $\frac{4^x - 17 \cdot 2^{x+2} + 256}{\sqrt{3 - \log_6(2x)}} \geq 0$ ?

A. 105.

B. 104.

C. 103.

D. 102.

**Câu 46:** Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$  tồn tại ít nhất 1011 số nguyên  $x$  thuộc  $(0; 2022)$  thỏa mãn  $4^{x+y} + 2x^3 \leq (2x+1)4^y + x^2(4^x - 1)$ ?

A. 10.

B. 8.

C. 9.

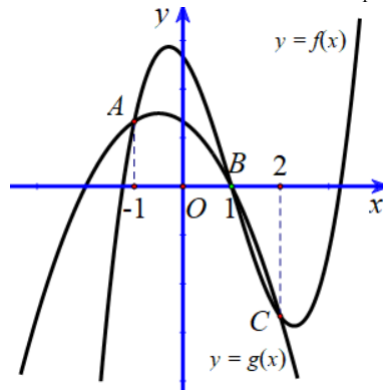
D. 505.

**Câu 47:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$  và hai điểm  $A(0;1;-4)$ ,  $B(4;-7;-4)$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên mặt phẳng  $(P): 2x+2y-z+10=0$  sao cho  $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = AM^2$ . Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ  $M$  tới đường thẳng  $d$ ?

A.  $2\sqrt{3}$ .B.  $\sqrt{58}$ .C.  $3\sqrt{2}$ .

D. 6.

**Câu 48:** Cho hàm số  $y = f(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c$ , ( $a \neq 0$ ) và  $y = g(x) = mx^2 + nx + p$ , ( $m \neq 0$ ) có đồ thị cắt nhau tại ba điểm  $A, B, C$  như hình vẽ dưới đây. Biết rằng đồ thị hàm số  $y = g(x)$  là một parabol có trục đối xứng là  $x = -\frac{1}{2}$  và diện tích tam giác  $ABC$  bằng 2. Tính  $\int_1^3 f(x)dx$ .

A.  $-\frac{5}{2}$ .

B. -4.

C.  $-\frac{4}{3}$ .D.  $\frac{28}{3}$ .

**Câu 49:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = (x-1)(x^2-4)(x+10)$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(|x|^3 + 3|x| - 3m - m^2)$  có đúng 7 điểm cực trị?

A. 3.

B. 4.

C. 6.

D. 5.

**Câu 50:** Cho các số phức  $z, w$  và  $t$  lần lượt thỏa mãn  $|z+1-2i|=1$ ,  $w=3i(z+1)+1+4i$  và  $|t-4+i|=|t-3i|$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $T = |z-t| + |w-t|$ .

A. 6.

B. 14.

C.  $2\sqrt{5}-4$ .D.  $\frac{14\sqrt{5}}{3}$ .

----- HẾT -----

*Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.*

**BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ TN THPT MÔN TOÁN - NGÀY 19/06/2022**

Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án	Mã đề	Câu	Đáp án
101	1	C	102	1	B	103	1	C	104	1	A
101	2	C	102	2	C	103	2	A	104	2	A
101	3	D	102	3	D	103	3	B	104	3	B
101	4	D	102	4	B	103	4	C	104	4	C
101	5	B	102	5	D	103	5	A	104	5	B
101	6	A	102	6	D	103	6	B	104	6	B
101	7	B	102	7	D	103	7	A	104	7	B
101	8	D	102	8	A	103	8	C	104	8	A
101	9	C	102	9	C	103	9	D	104	9	D
101	10	A	102	10	B	103	10	C	104	10	D
101	11	C	102	11	A	103	11	B	104	11	C
101	12	A	102	12	B	103	12	C	104	12	A
101	13	A	102	13	A	103	13	B	104	13	D
101	14	D	102	14	A	103	14	D	104	14	A
101	15	B	102	15	D	103	15	A	104	15	D
101	16	C	102	16	B	103	16	A	104	16	C
101	17	A	102	17	A	103	17	D	104	17	C
101	18	A	102	18	D	103	18	A	104	18	C
101	19	B	102	19	C	103	19	D	104	19	B
101	20	A	102	20	B	103	20	C	104	20	D
101	21	C	102	21	C	103	21	D	104	21	D
101	22	D	102	22	C	103	22	A	104	22	B
101	23	B	102	23	D	103	23	D	104	23	C
101	24	D	102	24	A	103	24	A	104	24	D
101	25	C	102	25	A	103	25	D	104	25	A
101	26	D	102	26	C	103	26	C	104	26	C
101	27	D	102	27	C	103	27	D	104	27	B
101	28	A	102	28	D	103	28	B	104	28	B
101	29	A	102	29	B	103	29	B	104	29	D
101	30	B	102	30	A	103	30	C	104	30	D
101	31	B	102	31	C	103	31	D	104	31	C
101	32	A	102	32	D	103	32	D	104	32	A
101	33	D	102	33	D	103	33	A	104	33	B
101	34	A	102	34	A	103	34	B	104	34	D
101	35	D	102	35	A	103	35	D	104	35	B
101	36	C	102	36	A	103	36	C	104	36	A
101	37	C	102	37	C	103	37	B	104	37	C
101	38	A	102	38	D	103	38	A	104	38	D
101	39	B	102	39	C	103	39	C	104	39	B
101	40	C	102	40	D	103	40	D	104	40	B
101	41	A	102	41	C	103	41	B	104	41	A
101	42	D	102	42	D	103	42	D	104	42	D
101	43	D	102	43	B	103	43	B	104	43	C
101	44	B	102	44	B	103	44	C	104	44	D
101	45	B	102	45	C	103	45	B	104	45	A
101	46	C	102	46	B	103	46	D	104	46	C
101	47	C	102	47	B	103	47	B	104	47	C
101	48	B	102	48	D	103	48	A	104	48	A
101	49	B	102	49	A	103	49	A	104	49	D
101	50	A	102	50	B	103	50	C	104	50	A

## HƯỚNG DẪN GIẢI SƠ LƯỢC MỘT SỐ CÂU VẬN DỤNG CAO

**Câu 1.** Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương  $y$  sao cho ứng với mỗi  $y$  tồn tại ít nhất 1011 số nguyên  $x$  thuộc  $(0; 2022)$  thỏa mãn  $4^{x+y} + 2x^3 \leq (2x+1)4^y + x^2(4^x - 1)$ ?

- A. 9.                      B. 10.                      C. 8.                      D. 505.

HD

Ta có  $4^{x+y} + 2x^3 \leq (2x+1)4^y + x^2(4^x - 1) \Leftrightarrow (4^x - 2x - 1)(x^2 - 4^y) \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2^y$  (Do  $x \geq 1 \Rightarrow 4^x - 2x - 1 > 0$ )  
 $\Rightarrow 2^y \leq x < 2022$ . Số lượng số nguyên  $x$  thỏa mãn là:  $2021 - 2^y + 1 \geq 1011 \Leftrightarrow 2^y \leq 1011 \Leftrightarrow 1 \leq y \leq \log_2 1011$ .

Vậy cho 9 số nguyên dương  $y$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 2.** Cho các số phức  $z, w$  và  $t$  lần lượt thỏa mãn  $|z+1-2i|=1$ ,  $w=3i(z+1)+1+4i$  và  $|t-4+i|=|t-3i|$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của  $T=|z-t|+|w-t|$ .

- A. 6.                      B. 14.                      C.  $2\sqrt{5}-4$ .                      D.  $\frac{14\sqrt{5}}{3}$ .

HD

Gọi  $A, B, M$  lần lượt là điểm biểu diễn cho  $z, w$  và  $t$ .

Ta thấy  $A$  thuộc đường tròn  $(C)$  tâm  $I(-1; 2), R=1$ ,  $B$  thuộc đường tròn  $(C')$  tâm  $J(-5; 4), R'=3$  và  $M$  thuộc đường thẳng  $\Delta: x-y-1=0$  và hai đường tròn này cùng phía, không có điểm chung so với đường thẳng  $\Delta$ .

Lại có:  $T=|z-t|+|w-t|=AM+BM$ .

Lấy đối xứng đường tròn  $(C)$  qua đường thẳng  $\Delta$  ta được đường tròn  $(C_1)$  có tâm  $I_1(3; -2), R_1=1$ .

Do tính chất đối xứng, với mỗi điểm  $A$  trên  $(C)$  luôn tồn tại điểm  $A_1$  trên  $(C_1)$  sao cho:  $MA=MA_1$ .

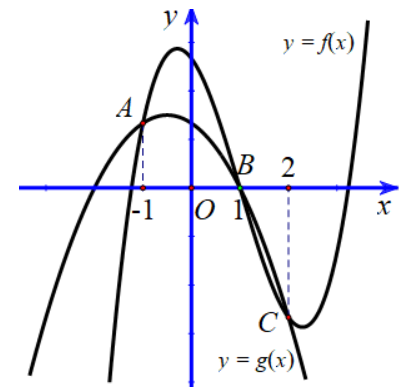
Từ đó  $T=|z-t|+|w-t|=AM+BM=A_1M+BM \geq I_1J - R_1 - R' = 6$ .

**Câu 3.** Cho hàm số  $y=f(x)=ax^3-2x^2+bx+c$  ( $a>0$ ) và  $y=g(x)=mx^2+nx+p$  ( $m<0$ ) có đồ thị cắt nhau tại ba điểm  $A, B, C$  như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số  $y=g(x)$  là một parabol có trục đối xứng là  $x=-\frac{1}{2}$  và diện tích tam giác  $ABC$  bằng 2. Tính  $\int_1^3 f(x)dx$ .

- A. -4.                      B.  $-\frac{5}{2}$ .                      C.  $\frac{28}{3}$ .                      D.  $-\frac{4}{3}$ .

HD

Từ đồ thị ta thấy  $f(x)-g(x)=a(x-2)(x^2-1)=a(x^3-2x^2-x+2)$  (1)



Do  $g(x)$  có trục đối xứng là  $x = -\frac{1}{2}$  và đi qua  $B(1;0)$  nên  $g(x) = mx^2 + mx - 2m$ .

Ta có  $A(-1; -2m), B(1;0), C(2;4m) \Rightarrow \overline{AB} = (2; 2m); \overline{AC} = (3; 6m) \Rightarrow S_{\Delta ABC} = |3m| = 2 \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$

$$\Rightarrow g(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}.$$

Mặt khác  $f(x) - g(x) = ax^3 - 2x^2 + bx + c + \frac{2}{3}x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} = ax^3 - \frac{4}{3}x^2 + \left(b + \frac{2}{3}\right)x + c - \frac{4}{3}$  (2)

Từ (1) và (2) ta tìm được  $a = \frac{2}{3}, b = -\frac{4}{3}, c = \frac{8}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x^3 - 2x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{8}{3} \Rightarrow \int_1^3 f(x)dx = -4$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm là  $f'(x) = (x-1)(x^2-4)(x+10)$ , với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(|x|^3 + 3|x| - 3m - m^2)$  có đúng 7 điểm cực trị?

- A. 4.            B. 5.            C. 6.            D. 3.**

HD

Ta thấy  $g(x) = f(|x|^3 + 3|x| - 3m - m^2) = f(|x^3 + 3x| - 3m - m^2)$ .

Đặt  $u = x^3 + 3x \Rightarrow u' = 3x^2 + 3 > 0$ , với mỗi giá trị của  $u$  chỉ cho đúng 1 giá trị  $x$ .

Hàm số  $g(x)$  trở thành  $g(u) = f(|u| - 3m - m^2)$ .

Yêu cầu bài toán trở thành  $g(u) = f(|u| - 3m - m^2)$  có đúng 7 điểm cực trị  $\Leftrightarrow h = f(u - 3m - m^2)$  có đúng 3 điểm cực trị dương.

$$\text{Ta có } h' = f'(u - 3m - m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} u = -10 + 3m + m^2 \\ u = -2 + 3m + m^2 \\ u = 1 + 3m + m^2 \\ u = 2 + 3m + m^2 \end{cases}.$$

$$\text{YCBT} \Rightarrow -10 + 3m + m^2 \leq 0 < -2 + 3m + m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 3m - 10 \leq 0 \\ m^2 + 3m - 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow m \in \{-5; -4; 1; 2\}.$$

**Câu 5.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho đường thẳng  $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$  và hai điểm  $A(0;1;-4), B(4;-7;-4)$ .

Gọi  $M$  là điểm nằm trên mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 10 = 0$  sao cho  $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = AM^2$ . Tìm khoảng cách nhỏ nhất từ  $M$  tới đường thẳng  $d$ ?

- A.  $3\sqrt{2}$ .            B.  $\sqrt{58}$ .            C.  $2\sqrt{3}$ .            D. 6.**

HD



Từ giả thiết  $\overline{AM} \cdot \overline{AB} = AM^2 \Leftrightarrow \overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0 \Rightarrow M$  thuộc mặt cầu  $(S)$  có đường kính là  $AB$  nên tâm  $I(2; -3; -4)$ ,  $R = 2\sqrt{5}$  và  $d(I; (P)) = 4$ .

Do đó  $M$  thuộc đường tròn giao tuyến của  $(P)$  và  $(S)$  có tâm  $H$  bán kính  $r = 2$  và  $IH \perp (P)$ .

Gọi  $(Q)$  là mặt phẳng chứa  $d$  và vuông góc với  $(P) \Rightarrow (Q): x - 2y - 2z - 1 = 0$ .

Nhận thấy  $IH // (Q) \Rightarrow d(H; (Q)) = d(I; (Q)) = 5$  và đt  $d$  song song và cách  $(P)$  một khoảng bằng 3.

Khoảng cách từ  $M$  tới  $d$ :

$$d(M; d) = \sqrt{d^2(M; (Q)) + d^2(d; (P))} = \sqrt{d^2(M; (Q)) + 9} \geq \sqrt{[d(H; (Q)) - r]^2 + 9} = 3\sqrt{2} .$$

