SỞ GD & ĐT HÀ TĨNH
CỤM LIÊN TRƯỜNG THPT

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề 101

Họ và tên thí sinh: .... ***SBD:*** ....

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-4, \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** -9. **D.** 9.

Câu 2. Mođun số phức $z=3-2i$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 13.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;3)$?

A. $-x+2y-3z+1=0$. **B.** $x-2y-3z+2=0$. **C.** $x-2z+3=0$. **D.** $x-2y+3=0$.

Câu 4. Mặt phẳng $(P):3x+5y-z-2=0$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ.

A. $(0;0;-2)$. **B.** $(3;5;-1)$ **C.** $(3;5;0)$. **D.** $(0;0;2)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng phức, cho số phức $z=3-2i$. Điểm biểu diễn cho số phức $\bar{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $M(-3;-2)$. **B.** $Q(3;2)$. **C.** $N(-2;3)$. **D.** $P(2;-3)$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ có thể tích $V=12a^3$ và diện tích đáy $B=6a^2$. Tính chiều cao h của khối lăng trụ đó

A. $h=3a$. **B.** $h=2a$. **C.** $h=6a$. **D.** $h=4a$.

Câu 7. Biết rằng phương trình $\log_3(x-3)=2$ có một nghiệm là x_0. Giá trị x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(2;5)$. **B.** $(11;14)$. **C.** $(12;+\infty)$. **D.** $(4;12)$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

Hỏi bảng biến thiên đó là của hàm số nào trong các hàm số sau

A. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x}{x-1}$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-6x+1$. **B.** $y=x^3-6x^2+12x+2$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+5}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}(-3;0;1)$ và $\vec{b}(-1;5;m)$. Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{b}$

A. $m=-8$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=8$.

Câu 11. Cho n điểm phân biệt trên mặt phẳng $(n \in \mathbb{N}, n>2)$. Số véctơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối lấy trong n điểm đã cho bằng:

A. $2n$. **B.** P_n. **C.** A_n^2. **D.** C_n^2.

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \le 8$ là

A. $[-3;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Câu 13. Với mọi số thực a dương, $\log_3 \frac{a^3}{27}$ bằng

A. $\frac{1}{3}(\log_3 a-1)$. **B.** $3(\log_3 a-1)$. **C.** $3\log_3 a-1$. **D.** $\log_3 a-3$.

Câu 14. Cho số phức $z=3+2i$. Phần ảo của số phức $\frac{1}{z}$ bằng

A. $\frac{3}{13}$. **B.** $\frac{2}{13}$. **C.** $-\frac{2}{13}$. **D.** $-\frac{2}{13}i$.

Câu 15. Công thức tính diện tích mặt cầu bán kính R là

A. $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $S=4\pi R^2$. **C.** $S=2\pi R^2$. **D.** $S=\pi R^2$.

Câu 16. Cho hàm số $y=\frac{5}{1-2x}$. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y=\frac{1}{2}$. **B.** $y=-\frac{5}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=5$.

Câu 17. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=3x^3-2x+1$?

A. $C(0;0)$. **B.** $D(1;1)$. **C.** $A(-1;2)$. **D.** $B(1;2)$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=\ln(-x^2+3)$ là

A. $(-\sqrt{3};\sqrt{3})$. **B.** $(-\infty;-\sqrt{3})\cup(\sqrt{3};+\infty)$. **C.** $[-\sqrt{3};\sqrt{3}]$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{\pm\sqrt{3}\}$.

Câu 19. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{\frac{3}{5}}$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{5}x^{-\frac{2}{5}}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{5}{8}x^{\frac{8}{5}}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{5}x^{\frac{1}{5}}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{8}{5}x^{\frac{8}{5}}+C$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S): $x^2+y^2+z^2-2x-4y+4z-7=0$. Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu (S):

A. $I(1;2;-2)$. **B.** $I(2;4;-4)$. **C.** $I(-2;-4;4)$. **D.** $I(-1;-2;2)$.

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn: $(1+2i)z=-4+7i$. Số phức liên hợp của z là

A. $3+2i$. **B.** $2+3i$. **C.** $2-3i$. **D.** $3-2i$.

Câu 22. Cho hàm $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Mệnh đề nào sau đây là **đúng?**

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 23. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $AB=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2a$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 24. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AB=a; AD=b; AA'=c$. Thể tích V của khối hộp chữ nhật đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{6}abc$. **B.** $V=abc$. **C.** $V=\frac{1}{3}abc$. **D.** $V=\frac{1}{2}abc$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-z+12=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình là

A. $\frac{x+2}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+1}{-1}$. **B.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 27. Cho hình nón có đường sinh bằng $4a$, diện tích xung quanh bằng $8\pi a^2$. Tính chiều cao của hình nón đó theo a.

A. $2a$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Câu 28. Cho $a;b$ là các số thực dương thỏa mãn: $\log_3 a^3b^2-\log_3 b=4$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^3b=81$. **B.** $a^2b=4$. **C.** $a^3b=12$. **D.** $ab=1$.

Câu 29. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3-3x^2+5x+\frac{1}{3}$ trên đoạn $[0;2]$. Tính tổng $S=m+M$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 30. Đạo hàm của hàm số $y=2022^x$ là:

A. $y'=2022^x.\ln 2022$. **B.** $y'=2022^x.\ln x$. **C.** $y'=x.2022^{x-1}$. **D.** $y'=\frac{2022^x}{\ln 2022}$.

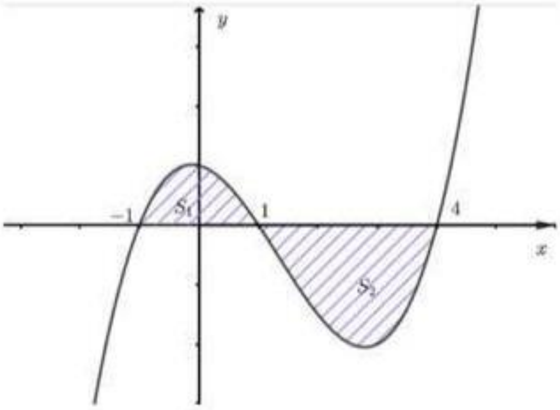
Câu 31. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 32. Biết $F(x)=x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int\limits_0^3[1+f(x)]dx$ bằng

A. $\frac{93}{4}$. **B.** $\frac{39}{4}$. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Biết diện tích hai phần gạch chéo lần lượt là $S_1=5, S_2=12$. Tính $I=\int_{-1}^{4}f(x)dx$

A. 7. **B.** -7. **C.** 17. **D.** 60.

Câu 34. Hàm số $F(x)=\frac{x^3}{3}+e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào sau đây?

A. $f(x)=3x^2+e^x$. **B.** $f(x)=\frac{x^4}{12}+e^x$. **C.** $f(x)=x^2+e^x$. **D.** $f(x)=\frac{x^4}{3}+e^x$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=0$.

Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của AB. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'CD)$ và $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AA'=a\sqrt{7}$.

A. $V=4\sqrt{7}a^3$. **B.** $V=24a^3$. **C.** $V=12\sqrt{7}a^3$. **D.** $V=8a^3$.

Câu 37. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m-1)z+m^2-3=0$ (m là tham số thực).Gọi S là tập hợp giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-z_2|=2\sqrt{5}$. Tính tổng các phần tử của tập S.

A. 4. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 5.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left(\log_2^2(x-1)-2\log_2(x-1)-3\right)\sqrt{100-x^2}\le 0$?

A. 10. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=\sin x-9\cos 3x, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$, khi đó $F(\pi)$ bằng

A. 2π. **B.** $2+2\pi$. **C.** -2π. **D.** $2-2\pi$.

Câu 40. Cho hai đường thẳng song song a và b. Trên đường thẳng a lấy 6 điểm phân biệt; trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm trong các điểm đã cho trên hai đường thẳng a và b. Tính xác xuất để 3 điểm được chọn tạo thành một tam giác.

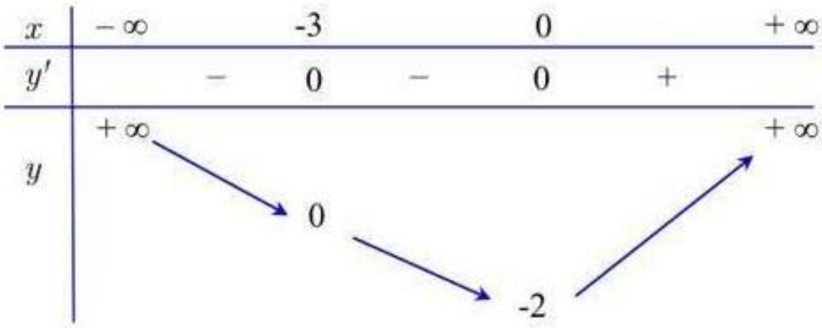
A. $\frac{5}{11}$. **B.** $\frac{60}{169}$. **C.** $\frac{2}{11}$. **D.** $\frac{9}{11}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$ và đường thẳng $d_2:\frac{x}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+2}{-5}$. Phương trình đường thẳng đi qua $A(1;-1;2)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{14}=\frac{y+1}{17}=\frac{z-2}{9}$.

C. $\frac{x+1}{14}=\frac{y-1}{17}=\frac{z+2}{9}$. **D.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-2}{4}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Đặt $g(x)=f\left[2f(x)+1\right]$ Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $g'(x)=0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

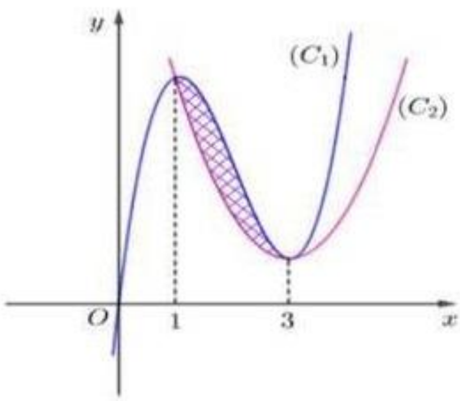
Câu 43. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $5|z_1-i|=|z_1+1+i|+3|z_1-1-3i|$ và $|z_2+i|=5$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_1+z_2-2-4i|$ bằng

A. $5+3\sqrt{5}$. **B.** $2+\sqrt{13}$. **C.** 9. **D.** $5+4\sqrt{5}$.

Câu 44. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA\perp ABC$, tam giác ABC vuông tại B, $AC=2a$, $BC=a$, $SB=2a\sqrt{3}$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng SBC.

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $g(x)=ax^2+bx+e\left(a,b,c,d,e\in\mathbb{R},a\neq 0\right)$ có đồ thị lần lượt là hai đường cong (C_1), (C_2) ở hình vẽ bên. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1), (C_2) bằng $\frac{8}{3}$. Tính $f(2)-g(-1)$.



A. $f(2)-g(-1)=-26$.
B. $f(2)-g(-1)=-24$.
C. $f(2)-g(-1)=-28$.
D. $f(2)-g(-1)=-30$.

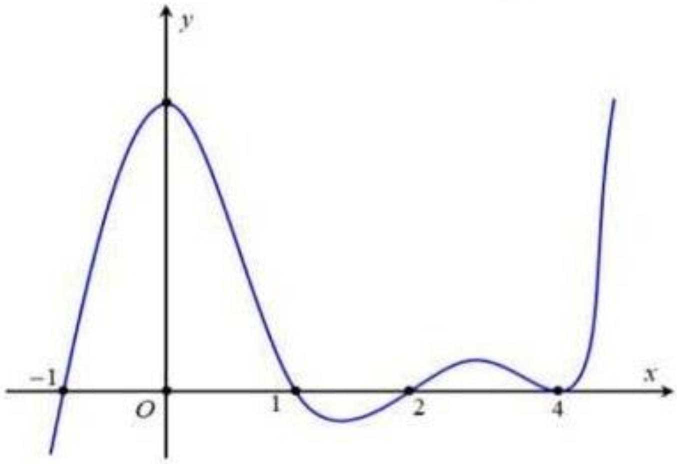
Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng: $(\alpha):2x+y-z-3=0$ và $(\beta):2x-y+5=0$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) song song với trục Oz và chứa giao tuyến của (α) và (β).

A. $(P):2x+y-5=0$.
B. $(P):2x-y+5=0$.
C. $(P):2x-y-5=0$.
D. $(P):2x+y+5=0$.

Câu 47. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;R)$ và $(O';R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O;R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O;R)$ một góc $60°$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho theo R.

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.
B. $V=\dfrac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$.
C. $V=\dfrac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$.
D. $V=\dfrac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)+2022m^3$ có đúng 11 điểm cực trị?



A. 1.
B. 2.
C. 0.
D. 5.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):(x+4)^2+(y-1)^2+z^2=16$, $(S_2):(x+4)^2+(y-1)^2+z^2=36$ và điểm $A(6;3;0)$. Đường thẳng d di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1), đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B,C. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất là

A. $4\sqrt{5}.(\sqrt{26}+2)$.
B. $8\sqrt{5}.(\sqrt{26}+2)$.
C. $4\sqrt{130}$.
D. $8\sqrt{26}$.

Câu 50. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2022$, $y\ge 2$ và $x^2+x-xy=x\log_2(xy-x)-2^x$?

A. 2023.
B. 2022.
C. 12.
D. 11.

------------- **HẾT** -------------

SỞ GD & ĐT HÀ TĨNH
CỤM LIÊN TRƯỜNG THPT

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC 2021 - 2022
Môn: TOÁN

ĐÁP ÁN CÁC MÃ ĐỀ

Mã đề [101]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	A	B	B	B	C	B	C	C	A	B	C	B	C	D	A	B	A	C	B	A	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	D	A	D	D	B	C	D	B	A	C	C	D	B	A	D	A	C	B	D	A	A	D

Mã đề [102]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	A	C	A	B	B	D	A	A	C	D	D	C	B	A	B	A	B	C	D	A	C	C	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	D	C	B	A	A	B	D	D	D	D	B	C	B	C	D	A	A	A	B	A	D	B	B

Mã đề [103]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	D	D	D	B	D	C	B	C	B	B	B	C	D	A	C	D	A	B	C	B	C	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	D	D	A	C	A	D	A	A	B	D	A	C	C	A	C	B	A	A	B	A	B	A	B

Mã đề [104]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	A	C	C	D	C	A	A	A	A	D	A	B	D	C	B	D	B	C	D	C	B	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	B	C	A	C	D	A	B	C	C	B	D	B	B	D	A	A	A	D	A	A	B	B	C	B

Mã đề [105]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	A	B	C	B	A	A	B	A	D	C	C	A	A	C	D	A	B	C	A	D	D	B
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
D	C	D	C	C	B	B	A	D	D	B	A	A	C	A	C	B	B	C	B	B	A	D	D	D

Mã đề [106]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	B	B	D	D	B	C	C	A	C	C	C	D	D	B	D	A	C	B	A	D	B	C	B
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
D	A	C	A	D	A	B	B	D	C	D	A	C	D	B	A	A	A	A	D	A	C	B	B	C

Mã đề [107]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	A	C	B	A	B	C	D	A	B	D	C	A	B	C	D	D	A	B	A	B	B	C	C	C
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
D	C	B	D	B	A	D	D	B	B	C	A	B	A	C	D	D	A	A	C	D	A	D	B	A

Mã đề [108]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	D	A	C	C	D	D	D	A	A	A	A	D	A	C	C	A	A	B	D	A	B	B
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
B	B	C	B	B	C	D	A	B	A	C	D	C	A	C	B	B	A	D	D	B	C	C	D	B

HDG MỘT SỐ CÂU VD-VDC

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=\sin x-9\cos 3x,\forall x\in\mathbb{R}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$, khi đó $F(\pi)$ bằng

A. -2π. **B.** $2-2\pi$. **C.** 2π. **D.** $2+2\pi$.

Lời giải

Ta có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int(\sin x-9\cos 3x)\mathrm{d}x=-\cos x-3\sin 3x+C$.

Do $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1\Rightarrow-\cos\frac{\pi}{2}-3\sin\left(3.\frac{\pi}{2}\right)+C=1\Rightarrow C=-2$.

Nên $f(x)=-\cos x-3\sin 3x-2$.

Ta có $F(x)=\int(-\cos x-3\sin 3x-2)\mathrm{d}x=-\sin x+\cos 3x-2x+C_1$.

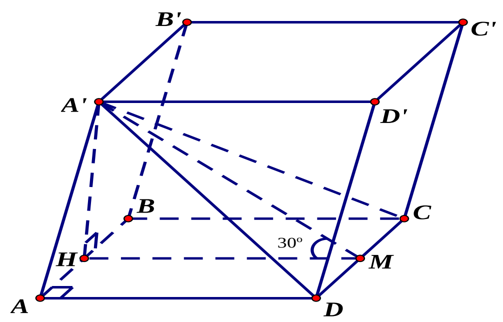
Do $F(0)=2\Rightarrow-\sin 0+\cos(3.0)-2.0+C_1=2\Rightarrow C_1=1$.

Vậy $F(x)=-\sin x+\cos 3x-2x+1\Rightarrow F(\pi)=-2\pi$.

Câu 42. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trung điểm H của AB. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'CD)$ và $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AA'=a\sqrt{7}$.

A. $V=8a^3$. **B.** $V=4\sqrt{7}a^3$. **C.** $V=24a^3$. **D.** $V=12\sqrt{7}a^3$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của CD.

Ta có $\left.\begin{array}{l}CD\perp HM\\CD\perp A'H\end{array}\right\}\Rightarrow CD\perp(A'HM)\Rightarrow CD\perp A'M$

Mà $(A'CD)\cap(ABCD)=CD$ và $CD\perp HM$

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng $(A'CD)$ và $(ABCD)$ bằng góc giữa hai đường thẳng $A'M$ và HM và bằng góc $A'MH=30°$ (vì tam giác $A'HM$ vuông tại H).

Đặt $AD=x(x>0)$ $\Rightarrow HM=x, AH=\frac{x}{2}$.

Có $\tan 30°=\frac{A'H}{HM}\Rightarrow A'H=\frac{x}{\sqrt{3}}$.

Trong tam giác vuông $A'HA$ có $A'A^2=A'H^2+AH^2$

$$\Leftrightarrow 7a^2=\frac{x^2}{3}+\frac{x^2}{4}\Leftrightarrow x=2\sqrt{3}a=AD.$$

$$\Rightarrow A'H=2a.$$

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=2a.\left(2a\sqrt{3}\right)^2=24a^3$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m-1)z+m^2-3=0$ (m là tham số thực).Gọi S là tập hợp giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-z_2|=2\sqrt{5}$. Tính tổng các phần tử của tập S.

A. 5. **B.** 4. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Xét phương trình : $z^2-2(m-1)z+m^2-3=0$ (1).Ta có:

$\Delta'=(b')^2-ac=(m-1)^2-1.(m^2-3)=4-2m$.

Trường hợp 1: Nếu $\Delta'>0\Leftrightarrow m<2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm thực z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-z_2|=2\sqrt{5}\Leftrightarrow(z_1-z_2)^2=20\Leftrightarrow(z_1+z_2)^2-4z_1.z_2=20$ $(*)$.

Theo Vi-ét ta có: $\begin{cases}z_1+z_2=2(m-1)\\ z_1.z_2=m^2-3\end{cases}$ thay vào (*) có

$4(m-1)^2-4(m^2-3)=20\Leftrightarrow 4-2m=5\Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$ (thỏa mãn).

Trường hợp 2: Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow m>2$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phức là

$z_1=(m-1)+i\sqrt{2m-4}$, $z_2=(m-1)-i\sqrt{2m-4}$. Ta có

$|z_1-z_2|=2\sqrt{5}\Leftrightarrow\left|2i\sqrt{2m-4}\right|=2\sqrt{5}\Leftrightarrow\sqrt{2m-4}=\sqrt{5}\Leftrightarrow m=\frac{9}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy $S=\left\{-\frac{1}{2};\frac{9}{2}\right\}$ nên tổng các phần tử của S là 4.

Câu 44. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $5|z_1-i|=|z_1+1+i|+3|z_1-1-3i|$ và $|z_2+i|=5$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_1+z_2-2-4i|$ bằng

A. $5+3\sqrt{5}$. **B.** $2+\sqrt{13}$. **C.** 9. **D.** $5+4\sqrt{5}$.

Lời giải

Gọi $z_1=x_1+y_1i\Rightarrow M(x_1;y_1)$

$z_2=x_2+y_2i\Rightarrow N(x_2;y_2)$

$z_3=i\Rightarrow C(0;1)$

$z_4=-1-i\Rightarrow A(-1;-1)$

$z_5=1+3i\Rightarrow B(1;3)$

Dễ thấy điểm C là trung điểm của AB và $AB=2\sqrt{5}$

Theo công thức đường trung tuyến, ta có:

$$MC^2=\frac{MA^2+MB^2}{2}-\frac{AB^2}{4}\Leftrightarrow MA^2+MB^2=2MC^2+\frac{AB^2}{2}$$

Mặt khác theo bài ra ta có: $5|z_1-i|=|z_1+1+i|+3|z_1-1-3i|$

$\Rightarrow 5MC=MA+3MB\le\sqrt{3^2+1^2}.\sqrt{MA^2+MB^2}$ (BĐT Bunhiakovski).

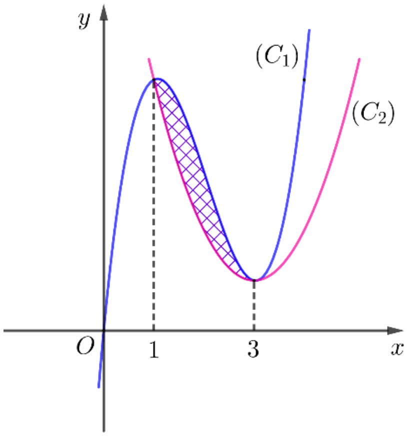
$\Leftrightarrow 25MC^2\le 10\left(MA^2+MB^2\right)=10\left(2MC^2+10\right)$

$\Leftrightarrow 5MC^2 \le 100 \Leftrightarrow MC^2 \le 20 \Leftrightarrow MC \le 2\sqrt{5}$

$P = |z_1 + z_2 - 2 - 4i| = |(z_1 - i) + (z_2 + i) + (-2 - 4i|$

$\le |z_1 - i| + |z_2 + i| + |-2 - 4i| = 2\sqrt{5} + 5 + 2\sqrt{5} = 4\sqrt{5} + 5.$

Câu 45. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $g(x) = ax^2 + bx + e\,(a, b, c, d, e \in \mathbb{R}, a \ne 0)$ có đồ thị lần lượt là hai đường cong (C_1), (C_2) ở hình vẽ bên.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị (C_1), (C_2) bằng $\frac{8}{3}$. Tính $f(2) - g(-1)$.

A. $f(2) - g(-1) = -26$.

B. $f(2) - g(-1) = -24$.

<u>C.</u> $f(2) - g(-1) = -28$.

D. $f(2) - g(-1) = -30$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có $f(x) - g(x) = a(x-1)(x-3)^2$ và $a > 0$

Ta có: $S = \int_1^3 |f(x) - g(x)|\,dx = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \int_1^3 \left|a(x-1)(x-3)^2\right| dx = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \int_1^3 a(x-1)(x-3)^2\,dx = \frac{8}{3}$

$\Leftrightarrow \int_1^3 a\left(x^3 - 7x^2 + 15x - 9\right) dx = \frac{8}{3} \Leftrightarrow a\left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{7}{3}x^3 + \frac{15}{2}x^2 - 9x\right)\Bigg|_1^3 = \frac{8}{3} \Leftrightarrow \frac{4}{3}a = \frac{8}{3} \Leftrightarrow a = 2$.

Do đó $f(x) - g(x) = 2(x-1)(x-3)^2 \Leftrightarrow (ax^3 + bx^2 + cx + d) - (ax^2 + bx + e) = 2(x-1)(x-3)^2$

$\Leftrightarrow ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x + d - e = 2\left(x^3 - 7x^2 + 15x - 9\right)$

Đồng nhất hệ số ta có

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b - a = -14 \\ c - b = 30 \\ d - e = -18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -12 \\ c = 18 \\ d = e - 18 \end{cases}$$

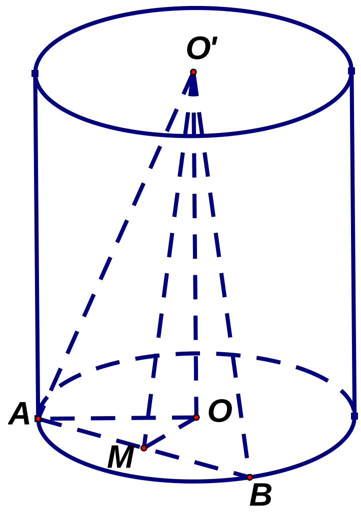
$\Rightarrow f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x + e - 18; g(x) = 2x^2 - 12x + e \Rightarrow f(2) - g(-1) = -28$

Vậy $f(2) - g(-1) = -28$.

Câu 47. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O;R)$ một góc $60°$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho theo R .

A. $V=\dfrac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. **B.** $V=\dfrac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. **C.** $V=\dfrac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. **D.** $V=\dfrac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

Lời giải



Đặt độ dài cạnh $AB=x$ $(x>0)$ và M là trung điểm AB.

Vì tam giác $O'AB$ đều nên

$O'A=O'B=AB=x\Rightarrow O'M=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}$.

Vì mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O;R)$ góc $60°$ nên $O'MO=60°$.

Xét tam giác $O'OM$ vuông tại O ta có: $\cos O'MO=\dfrac{OM}{O'M}$.

Suy ra

$$\cos 60°=\dfrac{OM}{\dfrac{x\sqrt{3}}{2}}\Leftrightarrow OM=\dfrac{x\sqrt{3}}{4}$$

Xét tam giác OAM vuông ở M có: $OA^2=OM^2+AM^2$ nên

$$R^2=\left(\dfrac{x\sqrt{3}}{4}\right)^2+\left(\dfrac{x}{2}\right)^2\Leftrightarrow R^2=\dfrac{7}{16}x^2\Rightarrow x=\dfrac{4\sqrt{7}}{7}R$$

Do đó: $O'M=\dfrac{x\sqrt{3}}{2}=\dfrac{2\sqrt{21}}{7}R$ và $OM=\dfrac{x\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}R$. Vì vậy, ta có

$$OO'=\sqrt{O'M^2-OM^2}=\dfrac{3\sqrt{7}}{7}R.$$

Vậy thể tích khối trụ là $V=\pi R^2.h=\pi R^2.\dfrac{3\sqrt{7}}{7}R\Rightarrow V=\dfrac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn $0\le x\le 2022$, $y\ge 2$ và $x^2+x-xy=x\log_2(xy-x)-2^x$?

A. 2022. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 2023.

Lời giải

Từ điều kiện $0\le x\le 2022$, $y\ge 2$, ta được $xy-x=x(y-1)\ge 0$.

Kết hợp điều kiện của $\log_2(xy-x)$, ta được.

Đặt $t=\log_2(xy-x)$. Khi đó ta được $x^2-2^t=xt-2^x\Leftrightarrow 2^x+x.x=2^t+x.t$ (1)

Nếu $x>t$ thì $2^x+x.x>2^t+x.t$, với $x>0$, mâu thuẫn với (1).

Tương tự $x<t$ cũng được kết quả mâu thuẫn với (1).

Từ đó: $x=t\Leftrightarrow xy-x=2^x\Leftrightarrow y=1+\dfrac{2^x}{x}$.

Vì $0 < x \le 2022$, $x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z}$ nên $2^x \vdots x$ suy ra $x \in \{2^0, 2^1, 2^2, ..., 2^{10}\}$.

Ứng với mỗi giá trị của x ở trên thì $y = 1 + \dfrac{2^x}{x}$ có duy nhất một giá trị tương ứng.

Vậy có 11 cặp số nguyên thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):(x+4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$, $(S_2):(x+4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 36$ và điểm $A(6;3;0)$. Đường thẳng d di động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1), đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C. Tam giác ABC có diện tích lớn nhất là

A. $4\sqrt{5}.(\sqrt{26}+2)$. **B.** $8\sqrt{5}.(\sqrt{26}+2)$. **C.** $4\sqrt{130}$. **D.** $8\sqrt{26}$.

Lời giải

Mặt cầu $(S_1),(S_2)$ có cùng tâm $I(-4;1;0)$ và lần lượt có bán kính là $R_1 = 4, R_2 = 6$.

Ta có $IA = 2\sqrt{26} > R_2 > R_1$, suy ra điểm A nằm ngoài $(S_1),(S_2)$.

Gọi T là hình chiếu của I trên d, ta có $TB = \sqrt{IB^2 - IT^2} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$,

Suy ra $BC = 4\sqrt{5}$.

Gọi (P) là tiếp diện của mặt cầu (S_1) tại T, khi đó đường thẳng d qua T và nằm trong (P).

Gọi H là hình chiếu của A trên d.

Ta có $AH \le AT$, dấu bằng xảy ra khi $d \perp AT$.

Gọi M, N là các giao điểm của đường thẳng AI và (S_1) với M là điểm gần A hơn.

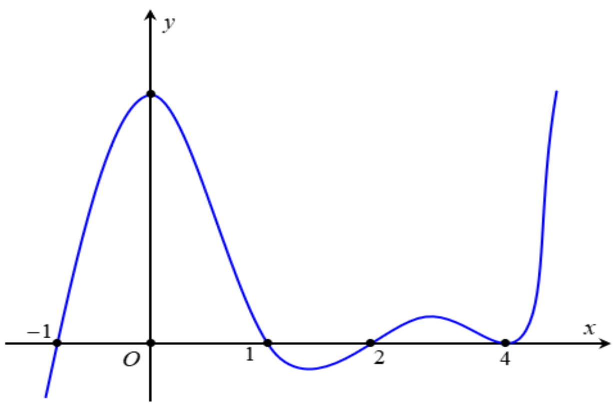
Ta có $AN = AI + R_1 = 2\sqrt{26} + 4$.

Mà $AT \le AN \Rightarrow AH \le 2\sqrt{26} + 4$, dấu bằng xảy ra khi $d \perp AN$.

Mặt khác $S_{ABC} = \dfrac{1}{2} AH.BC \Rightarrow S_{ABC} \le \dfrac{1}{2}.4\sqrt{5}.(2\sqrt{26}+4) = 4\sqrt{5}.(\sqrt{26}+2)$.

Vậy diện tích lớn nhất của tam giác ABC là $4\sqrt{5}.(\sqrt{26}+2)$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có đúng 4 điểm chung với trục hoành như hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left(|x|^3 - 3|x| + m + 2021\right) + 2022m^3$ có đúng 11 điểm cực trị?



A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Với mỗi tham số m thì số điểm cực trị của hàm số : $y = f\left(|x|^3 - 3|x| + m + 2021\right) + 2022m^3$

và : $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$ là như nhau.

Do đó ta chỉ cần tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số $:y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$

có đúng 11 điểm cực trị.

Xét $x>0$: Hàm số có dạng $y=f\left(x^3-3x+m+2021\right)$

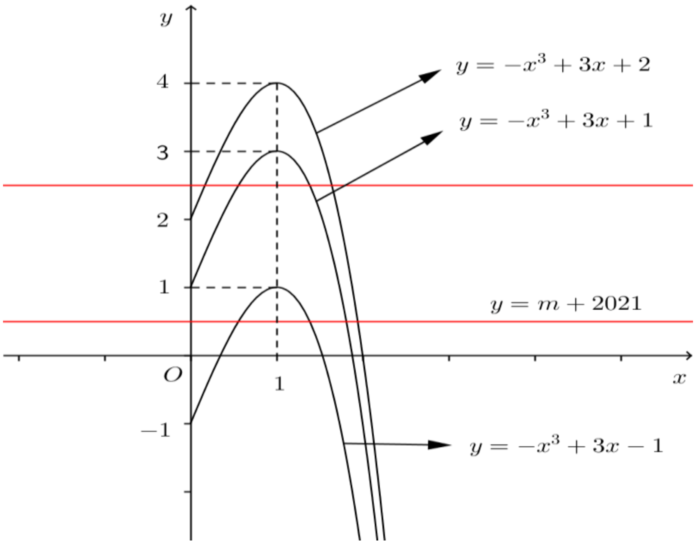
Khi đó ta có đạo hàm như sau: $y'=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+m+2021\right)$

Do nghiệm của phương trình $x^3-3x+m+2021=4$ là các nghiệm bội chẵn của phương trình $y'=0$ nên ta chỉ cần quan tâm đến các nghiệm còn lại. Tức là

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-3=0\\ f'\left(x^3-3x+m+2021\right)=0\end{array}\right.\Leftarrow\left[\begin{array}{l}x=1\ (\text{do } x>0)\\ x^3-3x+m+2021=-1\\ x^3-3x+m+2021=1\\ x^3-3x+m+2021=2\end{array}\right.\Leftrightarrow$$

$$\left[\begin{array}{l}x=1\ (\text{do } x>0)\\ m+2021=-x^3+3x-1\\ m+2021=-x^3+3x+1\\ m+2021=-x^3+3x+2\end{array}\right.$$

Vẽ đồ thị ba hàm số $y=-x^3+3x-1;\ y=-x^3+3x+1;\ y=-x^3+3x+2$ với $x>0$ trên cùng một hệ trục.



Hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2021\right)$ có đúng 11 điểm cực trị

$\Leftrightarrow$ Hàm số $y=f\left(x^3-3x+m+2021\right)$ có đúng 5 điểm cực trị dương

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f'\left(x^3-3x+m+2021\right)=0$ có đúng 4 nghiệm bội lẻ dương và khác 1

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m+2021$ cắt đồ thị ba hàm số $y=-x^3+3x-1;\ y=-x^3+3x+1;$ $y=-x^3+3x+2$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ dương khác 1

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<m+2021<1\\ 2<m+2021<3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2022<m<-2020\\ -2019<m<-2018\end{array}\right.$. Do điều kiện m nguyên nên $m=-2021$.

Vậy chỉ có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.