TRƯỜNG THPT CHUYÊN BIÊN HÒA

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

MÃ ĐỀ THI: 102

Câu 1: Dạng $\{n;p\}$ của khối lập phương là:

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{3;4\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{0,5}(3x-2)-1}$ là

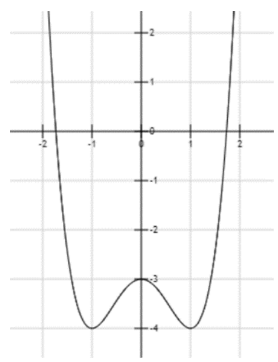
A. $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left[\frac{5}{6};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};\frac{5}{6}\right]$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{6}\right]$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+8x-4y+10z-4=0$. Khi đó (S) có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(-4;2;-5);R=7$. **B.** $I(-4;2;-5);R=4$.

C. $I(-4;2;-5);R=49$. **D.** $I(4;-2;5);R=7$

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m-2$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $-4\le m\le -3$. **B.** $-4<m<-3$.

C. $-2<m<-1$. **D.** $-2\le m\le -1$.

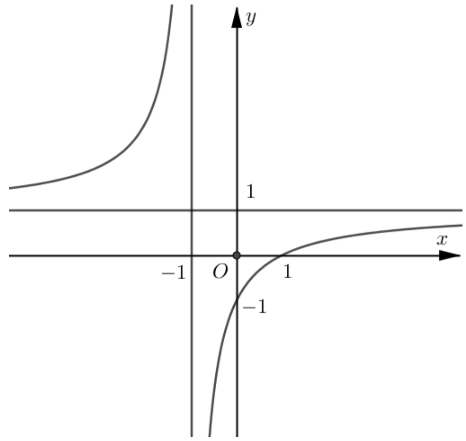
Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc cuả S lên $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AD, đường thẳng SD tạo với đáy một góc bằng 60^0. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{3a^3}{4}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{8}$.

Câu 6: Tính chiều cao h của hình trụ biết chiều cao h bằng hai lần bán kính đáy và thể tích hình trụ bằng 54π.

A. $h=\frac{5}{2}$. **B.** $h=6$. **C.** $h=2$. **D.** $h=4$.

Câu 7: Tìm các số thực a, b để hàm số $y=\frac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình bên?



A. $a=-1;b=1$. **B.** $a=1;b=1$. **C.** $a=1;b=-1$. **D.** $a=-1;b=-1$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $12.25^x-5^{x+2}+12\ge 0$ là

A. $\left(-\infty;\log_5\frac{3}{4}\right]\cup\left[\log_5\frac{4}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left[\log_5\frac{3}{4};\log_5\frac{4}{3}\right]$.

C. $\left(-\infty;\frac{3}{4}\right]\cup\left[\frac{4}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left[\frac{3}{4};\frac{4}{3}\right]$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u}=3\vec{i}+4\vec{j}$ và $\vec{v}=5\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}=3\vec{u}-\vec{v}$.

A. $\vec{a}=(14;14;2)$. **B.** $\vec{a}=(2;5;1)$. **C.** $\vec{a}=(4;10;2)$. **D.** $\vec{a}=(4;10;-2)$.

Câu 10: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$, góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Thể tích của khối nón đã cho là

A. $\pi 8\sqrt{2}a^3$. **B.** $\pi 3\sqrt{2}a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\pi 2\sqrt{2}a^3$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a}=(4;m;2)$ và $\vec{b}=(m-1;2;5)$. Tìm m để $\vec{a}\perp\vec{b}$

A. $m=-2$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 12: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường thẳng $y=x^2$; $y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$ và trục hoành. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành

A. $\frac{7\pi}{5}$. **B.** $\frac{6\pi}{5}$. **C.** $\frac{8\pi}{5}$. **D.** π.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=8$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;4;-5),B(2;3;-6),C(4;4;-5)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

A. $H\left(\frac{5}{2};4;-5\right)$. **B.** $H(1;4;-5)$. **C.** $H(2;3;-6)$. **D.** $H\left(\frac{7}{3};\frac{11}{3};-\frac{16}{3}\right)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-4;6;2)$. Gọi M,N,P lần lượt là hình chiếu của A trên các trục Ox,Oy,Oz. Tính diện tích S của tam giác MNP.

NHÓM TOÁN VD – VDC

A. $S=28$. **B.** $S=\dfrac{49}{2}$. **C.** $S=7$. **D.** $S=14$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+1\,(a\neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$		x_1		x_2 $\quad 0$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3(x+2)^2$. Tìm số điểm cực trị của hàm số đã cho?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3a$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $a\sqrt{5}$, ta được một thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. $2\sqrt{2}\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $36\pi a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}a^3$.

Câu 19: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S. Tính xác suất để số được chọn có đúng bốn chữ số lẻ và chữ số 0 có hai chữ số kề nó là chữ số lẻ

A. $\dfrac{2}{189}$. **B.** $\dfrac{21}{200}$. **C.** $\dfrac{20}{189}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$. **B.** $y=-x^2-3x$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$. **D.** $y=x^3+x$.

Câu 21: Lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu cạnh

A. 15. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 5.

Câu 22. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\dfrac{2}{\pi}\right)^x$. **B.** $y=0,5^{-1}$. **C.** $y=x^3$. **D.** $\log_{\frac{1}{3}}x$.

Câu 23. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+5$.

A. x^4+5x+C. **B.** $12x+C$. **C.** $\dfrac{x^4}{4}+5x+C$. **D.** x^4+2.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=\sqrt{7}$, $AB=3$, $BC=3$. Bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)=2x+\mathrm{s}\,\mathrm{inx}+\cos 5x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=-2$

A. $x^2-\cos x+\frac{1}{5}\mathrm{s}\,\mathrm{inx}-1$. **B.** $x^2+\cos x-\frac{1}{5}\sin x+2$.

C. $x^2+\cos x-\frac{1}{5}\sin x-2$. **D.** $x^2-\cos x+\frac{1}{5}\sin x+1$.

Câu 26: Tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{3-x}$

A. $T=(2;4)$. **B.** $T=\left[2;2\sqrt{2}\right]$.

C. $T=[2;4]$ **D.** $T=\left[2\sqrt{2};4\right]$.

Câu 27: Cấp số cộng (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_4=7 \\ u_4+u_6=18 \end{cases}$ có công sai là

A. $d=-2$. **B.** $d=2$. **C.** $d=6$. **D.** $d=5$.

Câu 28: Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt một chấm là

A. $\frac{8}{36}$. **B.** $\frac{11}{36}$. **C.** $\frac{12}{36}$. **D.** $\frac{6}{36}$.

Câu 29: Tính diện tích của hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=2x^2+x$, trục hoành, các đường thẳng $x=1, x=2$

A. $\frac{19}{3}$. **B.** $\frac{37}{6}$. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** 6.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2

I. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận

II. Hàm số có cực tiểu tại $x=2$.

III. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1);(1;+\infty)$.

IV. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 31: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right|$ là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-4,2,3)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua Oy.

A. $(-4,-2,-3)$. **B.** $(4;2;-3)$. **C.** $(-4,2,3)$. **D.** $(0,2,0)$.

Câu 33: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=12, \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=7$. Tính $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$

A. -19. **B.** 19. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u},\vec{v}$ thỏa mãn $|\vec{u}|=3;|\vec{v}|=4;(\vec{u},\vec{v})=60^0$. Tính độ dài của vectơ $\vec{u}+2\vec{v}$.

A. $\sqrt{97}$. **B.** 8. **C.** 7. **D.** $4\sqrt{6}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và đáy ABC là tam giác đều. Khẳng định nào sau đây **sai**?

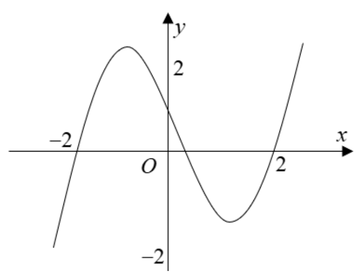
A. $(SAB)\perp(ABC)$.

B. Gọi H là trung điểm của cạnh BC. Khi đó $\widehat{AHS}$ là góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

C. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SAC) là $\widehat{ACB}$.

D. $(SAC)\perp(ABC)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\begin{cases}a<0\\b^2-3ac<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\b^2-3ac>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\b^2-3ac<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\b^2-3ac>0\end{cases}$

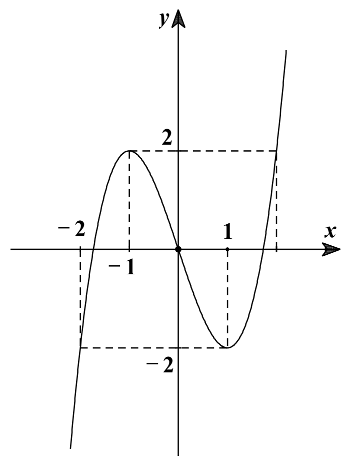
Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;2021]$ để hàm số $y=f(x^2+3x-m)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 2016. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2017.

Câu 38. Cho đa thức $f\left(x\right)$ với hệ số thực và thỏa mãn điều kiện $2f\left(x\right)+f\left(1-x\right)=x^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Biết tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=1$ của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác. Tính diện tích của tam giác đó?

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 39: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ:



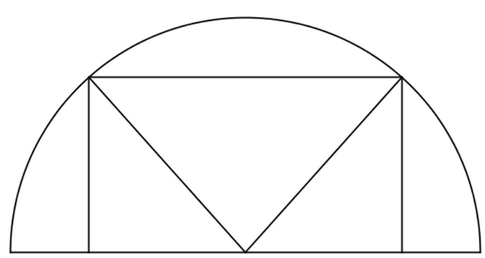
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $8^{f(x)-2}-3.4^{f(x)-2}+\left(m+3\right).2^{f(x)-1}-4-2m=0$ có nghiệm $x\in\left(-1;0\right)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 40: Cho mặt cầu $S\left(O;4\right)$ cố định. Hình nón $\left(N\right)$ gọi là nội tiếp mặt cầu nếu hình nón $\left(N\right)$ có đường tròn đáy và đỉnh thuộc mặt cầu $S\left(O;4\right)$. Tính bán kính đáy r của $\left(N\right)$ để khối nón $\left(N\right)$ có thể tích lớn nhất.

A. $r=3\sqrt{2}$. **B.** $r=\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $r=2\sqrt{2}$. **D.** $r=\frac{8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41. Một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R=6$, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của đường tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp. Tính diện tích lớn nhất của hình chữ nhật đó:



A. $18\,\text{cm}^2$. **B.** $36\,\text{cm}^2$. **C.** $64\,\text{cm}^2$. **D.** $96\,\text{cm}^2$.

Câu 42. Cho các số thực a; b; x; y thỏa mãn $a>1$; $b>1$ và $a^{2x}=b^{2y}=\sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=6x+y^2$ bằng:

A. $\frac{45}{4}$. **B.** 3. **C.** $\frac{54}{16}$. **D.** $\frac{45}{16}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M\left(4;-1;3\right),N\left(-5;11;8\right)$ và $P\left(1;3;m\right)$. Tìm m để M,N,P thẳng hàng.

A. $m=\dfrac{14}{3}$. **B.** $m=18$. **C.** $m=\dfrac{11}{3}$. **D.** $m=-4$.

Câu 44: Cho tam giác OAB đều cạnh $2a$. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng $\left(OAB\right)$ lấy điểm M sao cho $OM=x$. Gọi E,F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và d. Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $x=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $x=\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. **C.** $x=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x=a\sqrt{2}$.

Câu 45: Cho hàm số $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1 và $\widehat{BAD}=\widehat{DAA'}=\widehat{A'AB}=60^o$.

Cho hai M,N thoả mãn điều kiện $\overrightarrow{C'B}=\overrightarrow{BM},\overrightarrow{DN}=2\overrightarrow{DD'}$. Độ dài đoạn thẳng MN là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{19}$. **D.** $\sqrt{15}$.

Câu 46: Một ngân hàng X quy định về số tiền nhận được của ngân hàng sau n năm gửi vào ngân hàng tuân theo công thức $P(n)=A.(1+9\%)^n$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu của khách hàng. Hỏi số tiền ít nhất mà khách hàng B phải gửi vào ngân hàng X là bao nhiêu để sau 5 năm khách hàng đó rút ra được lớn hơn 950 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng triệu)?

A. 618 triệu đồng. **B.** 617 triệu đồng. **C.** 616 triệu đồng. **D.** 619 triệu đồng..

Câu 47: Tính tổng $T=\dfrac{C_{2020}^0}{3}-\dfrac{C_{2020}^1}{4}+\dfrac{C_{2020}^2}{5}-\dfrac{C_{2020}^3}{6}+...-\dfrac{C_{2020}^{2019}}{2022}+\dfrac{C_{2020}^{2020}}{2023}$.

A. $\dfrac{1}{4133456312}$. **B.** $\dfrac{1}{4133456315}$. **C.** $\dfrac{1}{4133456313}$. **D.** $\dfrac{1}{4133456314}$.

Câu 48: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-1$; $\int\limits_0^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int\limits_{-2}^2 f\left(\left|2x-1\right|\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=-3$. **B.** $I=3$. **C.** $I=6$. **D.** $I=2$.

Câu 49. Cho lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $4a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho?

A. $V=2\sqrt{3}a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $V=6\sqrt{3}a^3$. **D.** $V=24\sqrt{3}a^3$.

Câu 50. Tất cả các giá trị của m để phương trình $3^{x^2-3|x-m|}=\log_{x^2+3}\left(3\left|x-m\right|+3\right)$ có nghiệm là

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\geq\dfrac{-3}{4}$. **C.** $m\leq\dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{-3}{4}\leq m\leq\dfrac{3}{4}$.

NHÓM TOÁN VD – VDC

1.B	2.B	3.A	4.C	5.B	6.B	7.B	8.A	9.C	10.C
11.C	12.B	13.B	14.C	15.D	16.C	17.A	18.C	19.C	20.D
21.A	22.A	23.A	24.D	25.A	26.B	27.B	28.B	29.B	30.A
31.D	32.B	33.C	34.A	35.C	36.D	37.B	38.A	39.D	40.D
41.B	42.D	43.A	44.D	45.D	46.A	47.C	48.D	49.D	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Dạng $\{n;p\}$ của khối lập phương là:

A. $\{3;3\}$. **B.** $\{4;3\}$. **C.** $\{3;4\}$. **D.** $\{5;3\}$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{0,5}(3x-2)-1}$ là

A. $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left[\frac{5}{6};+\infty\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};\frac{5}{6}\right]$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{6}\right]$.

Lời giải

Chọn B.

ĐKXĐ: $\begin{cases}3x-2>0\\ \log_{0,5}(3x-2)-1\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}3x-2>0\\ 3x-2\ge\frac{1}{2}\end{cases} \Leftrightarrow 3x-2\ge\frac{1}{2} \Leftrightarrow x\ge\frac{5}{6}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\left[\frac{5}{6};+\infty\right)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+8x-4y+10z-4=0$. Khi đó (S) có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(-4;2;-5); R=7$. **B.** $I(-4;2;-5); R=4$.

C. $I(-4;2;-5); R=49$. **D.** $I(4;-2;5); R=7$

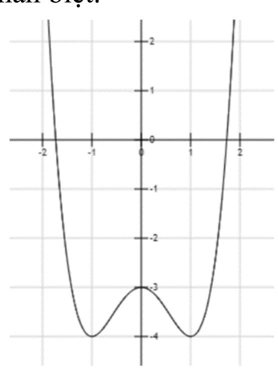
Lời giải

Chọn A.

Mặt cầu (S) có tâm là : $I(-4;2;-5)$ dựa vào công thức phương trình mặt cầu.

Bán kính của mặt cầu (S) là: $R=\sqrt{(-4)^2+2^2+(-5)^2-(-4)}=\sqrt{49}=7$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m-2$ có bốn nghiệm phân biệt.



A. $-4 \le m \le -3$. **B.** $-4 < m < -3$.
C. $-2 < m < -1$. **D.** $-2 \le m \le -1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình $f(x) = m-2$ có bốn thực phân biệt khi và chỉ khi:

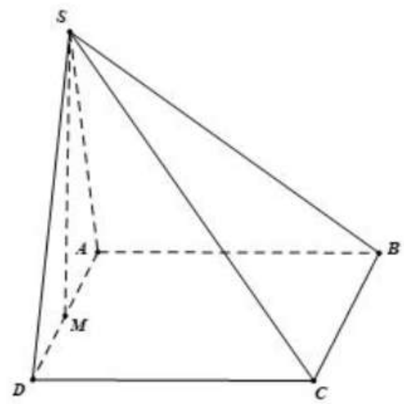
$$-4 < m-2 < -3 \Leftrightarrow -2 < m < -1.$$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{3}$, hình chiếu vuông góc của S lên $(ABCD)$ là trung điểm của cạnh AD, đường thẳng SD tạo với đáy một góc bằng 60^0. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $\dfrac{a^3}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3}{8}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của AD, ta có: $SM \perp (ABCD)$.

Suy ra góc giữa SD và $(ABCD) \Rightarrow \widehat{SDM} = 60^0$.

ΔSAD cân tại S, $\widehat{SDM} = \widehat{SAD} = 60^0 \Rightarrow \Delta SAD$ đều.

Do đó: $SM = \dfrac{(a\sqrt{3})\sqrt{3}}{2} = \dfrac{3a}{2}$.

Suy ra $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot SM \cdot S_{ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{3a}{2} \cdot (a\sqrt{3})^2 = \dfrac{3a^3}{2}$.

Câu 6: Tính chiều cao h của hình trụ biết chiều cao h bằng hai lần bán kính đáy và thể tích hình trụ bằng 54π.

A. $h = \dfrac{5}{2}$. **B.** $h = 6$. **C.** $h = 2$. **D.** $h = 4$.

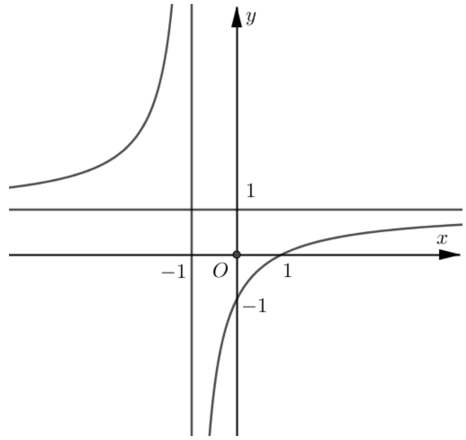
Lời giải

Chọn B

Gọi r là bán kính đáy, ta có: $h = 2r \Rightarrow r = \dfrac{h}{2}$.

Ta có: $V = \pi h r^2 = \pi h \cdot \dfrac{h^2}{4} = \dfrac{\pi h^3}{4} = 54\pi \Rightarrow h = 6$.

Câu 7: Tìm các số thực a, b để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{x+b}$ có đồ thị như hình bên?



A. $a=-1;b=1$. **B.** $a=1;b=1$. **C.** $a=1;b=-1$. **D.** $a=-1;b=-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$; $(0;-1)$ nên ta có $\begin{cases}\dfrac{a-1}{b+1}=0\\ \dfrac{-1}{b}=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\ b=1\end{cases}$.

Khi đó hàm số là $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $12.25^x-5^{x+2}+12\ge 0$ là

A. $\left(-\infty;\log_5\dfrac{3}{4}\right]\cup\left[\log_5\dfrac{4}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left[\log_5\dfrac{3}{4};\log_5\dfrac{4}{3}\right]$.

C. $\left(-\infty;\dfrac{3}{4}\right]\cup\left[\dfrac{4}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left[\dfrac{3}{4};\dfrac{4}{3}\right]$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $12.25^x-5^{x+2}+12\ge 0\Leftrightarrow 12.5^{2x}-25.5^x+12\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}5^x\le\dfrac{3}{4}\\ 5^x\ge\dfrac{4}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le\log_5\dfrac{3}{4}\\ x\ge\log_5\dfrac{4}{3}\end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty;\log_5\dfrac{3}{4}\right]\cup\left[\log_5\dfrac{4}{3};+\infty\right)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u}=3\vec{i}+4\vec{j}$ và $\vec{v}=5\vec{i}+2\vec{j}-2\vec{k}$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}=3\vec{u}-\vec{v}$.

A. $\vec{a}=(14;14;2)$. **B.** $\vec{a}=(2;5;1)$. **C.** $\vec{a}=(4;10;2)$. **D.** $\vec{a}=(4;10;-2)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}=(3;4;0)$; $\vec{v}=(5;2;-2)$.

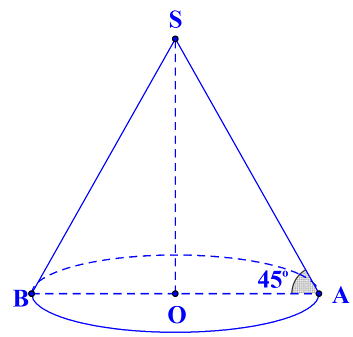
Khi đó $\vec{a}=3\vec{u}-\vec{v}=(3.3-5;3.4-2;3.0+2)=(4;10;2)$.

Câu 10: Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$, góc giữa đường sinh và mặt phẳng đáy bằng $45°$. Thể tích của khối nón đã cho là

A. $\pi 8\sqrt{2}a^3$. **B.** $\pi 3\sqrt{2}a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. **D.** $\pi 2\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $SO = SA.\sin 45° = 2a.\dfrac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2}$ suy ra $OA = SO = a\sqrt{2}$.

Thể tích khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi OA^2.SO = \dfrac{1}{3}\pi\left(a\sqrt{2}\right)^2.a\sqrt{2} - \dfrac{2\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (4;m;2)$ và $\vec{b} = (m-1;2;5)$. Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{b}$

A. $m = -2$. **B.** $m = -3$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = 1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0 \Leftrightarrow 4(m-1) + 2m + 2.5 = 0 \Leftrightarrow m = -1$.

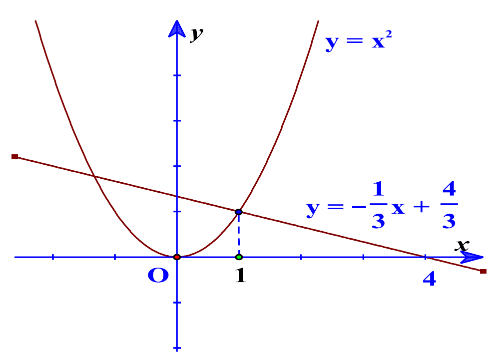
Câu 12: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2$; $y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{4}{3}$ và trục hoành. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành

A. $\dfrac{7\pi}{5}$. **B.** $\dfrac{6\pi}{5}$. **C.** $\dfrac{8\pi}{5}$. **D.** π.

Lời giải

Chọn B

Vẽ các đồ thị ra mặt phẳng tọa độ Oxy, ta được



Thể tích khối tròn xoay cần tìm là $V=\pi\int\limits_0^1 x^4dx+\pi\int\limits_1^4\left(-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}\right)^2dx=\frac{\pi}{5}+\pi=\frac{6\pi}{5}$.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $2^{x+1}=8$ là

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $2^{x+1}=8\Leftrightarrow 2^{x+1}=2^3\Leftrightarrow x=2$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1;4;-5),B(2;3;-6),C(4;4;-5)$. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác ABC.

A. $H\left(\frac{5}{2};4;-5\right)$. **B.** $H(1;4;-5)$. **C.** $H(2;3;-6)$. **D.** $H\left(\frac{7}{3};\frac{11}{3};-\frac{16}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Cách 1: Gọi $H(a;b;c)$ là trực tâm của tam giác ABC. Ta có :

$\overrightarrow{AB}=(1;-1;-1),\overrightarrow{AC}=(3;0;0),\overrightarrow{BC}=(2;1;1)$

$\overrightarrow{AH}=(a-1;b-4;c+5),\overrightarrow{BH}=(a-2;b-3;c+6),\overrightarrow{CH}=(a-4;b-4;c+5)$

H là trực tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi

$$\begin{cases}\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC}=0\\ \overrightarrow{BH}.\overrightarrow{AC}=0\\ \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AH}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2a+b+c=1\\ a=2\\ b-c=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=3\\ c=-6\end{cases}\Leftrightarrow H(2;3;-6).$$

Cách 2: Ta có $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}=0\Rightarrow\Delta ABC$ vuông tại B

Do đó trực tâm H trùng với $B\Rightarrow H(2;3;-6)$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-4;6;2)$. Gọi M,N,P lần lượt là hình chiếu của A trên các trục Ox,Oy,Oz. Tính diện tích S của tam giác MNP.

A. $S=28$. **B.** $S=\frac{49}{2}$. **C.** $S=7$. **D.** $S=14$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $M(-4;0;0),N(0;6;0),P(0;0;2)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(4;6;0),\overrightarrow{MP}=(4;0;2)$.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{MP}\right]\right|=\frac{1}{2}.\sqrt{12^2+(-8)^2+(-24)^2}=14$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+1\,(a\neq 0)$ có bảng biến thiên dưới đây

x	$-\infty$		x_1		x_2	0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0		$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗		$+\infty$

Có bao nhiêu số dương trong các số a,b,c?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

$y'=f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Vì hàm số có hai điểm cực trị âm nên $y'=0$ có hai nghiệm âm phân biệt.

Suy ra $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}<0 \\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c>0 \end{cases}$. Vậy có 3 số dương trong các số a,b,c.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^3(x+2)^2$. Tìm số điểm cực trị của hàm số đã cho?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Vì $f'(x)=x(x-1)^3(x+2)^2$ nên $f'(x)=0$ có các nghiệm $x=0,x=1,x=-2$ và $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi x qua các nghiệm $x=0,x=1$.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

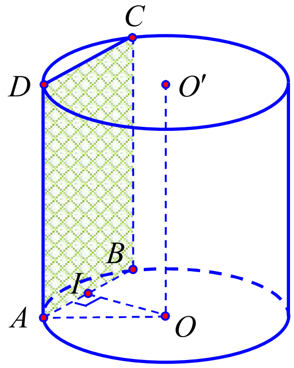
Câu 18: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3a$. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng bằng $a\sqrt{5}$, ta được một thiết diện là một hình vuông. Tính thể tích của khối trụ đã cho.

A. $2\sqrt{2}\pi a^3$. **B.** $12\pi a^3$. **C.** $36\pi a^3$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có khối trụ có $R=3a$.



Mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông $ABCD$.

Khoảng cách giữa OO' và mặt phẳng (P) bằng $OI \Rightarrow OI = a\sqrt{5}$

$\Rightarrow AB = 2AI = 2\sqrt{R^2 - OI^2} = 4a$ .Vậy $h = 4a \Rightarrow V = \pi R^2 h = \pi(3a)^2.4a = 36\pi a^3$.

Câu 19: Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S. Tính xác suất để số được chọn có đúng bốn chữ số lẻ và chữ số 0 có hai chữ số kề nó là chữ số lẻ

A. $\frac{2}{189}$. **B.** $\frac{21}{200}$. **C.** $\frac{20}{189}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $n(\Omega) = 9.A_9^7$

Gọi A "Chọn số có 8 chữ số đôi một khác nhau sao cho có đúng bốn chữ số lẻ và chữ số 0 có hai chữ số kề nó là chữ số lẻ".

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcdefgh}$

Chọn 2 số lẻ trong 5 số lẻ sao cho hai chữ số đó kề số 0 có C_5^2 cách.

Hoán vị hai số lẻ này có $2!$ cách.

Gọi số có dạng $\overline{a_1 0 a_2}$ (trong đó a_1, a_2 là các số lẻ) là X.

Chọn 2 số lẻ còn lại trong 3 số lẻ để có đúng bốn chữ số lẻ có C_3^2 cách.

Chọn 3 số không là số lẻ và khác số 0 có C_4^3 cách.

Hoán vị X, 2 số lẻ còn lại và 3 số không là số lẻ khác không có $6!$ cách.

Suy ra $n(A) = C_5^2.2!.C_3^2.C_4^3.6!$ cách

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{20}{189}$.

Câu 20: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = \frac{x-1}{x-2}$. **B.** $y = -x^2 - 3x$. **C.** $y = \frac{x+1}{x+3}$. **D.** $y = x^3 + x$.

Lời giải

Chọn D.

Loại đáp án A vì $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Loại đáp án C vì $D=\mathbb{R}\backslash\{-3\}$.

Xét đáp án B ta có $y'=-3x^2-3<0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Xét đáp án D ta có $y'=3x^2+1>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 21: Lăng trụ ngũ giác có bao nhiêu cạnh

A. 15 . **B.** 10 . **C.** 20 . **D.** 5 .

Lời giải

Chọn A .

Mỗi mặt đáy là 5 cạnh, số cạnh bên là 5 cạnh

Vậy khối lăng trụ ngũ giác có tất cả $2.5+5=15$ cạnh

Câu 22. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{2}{\pi}\right)^x$. **B.** $y=0,5^{-1}$. **C.** $y=x^3$. **D.** $\log_{\frac{1}{3}}x$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $0<\frac{2}{\pi}<1$, suy ra hàm số $y=\left(\frac{2}{\pi}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 23. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+5$.

A. x^4+5x+C. **B.** $12x+C$. **C.** $\frac{x^4}{4}+5x+C$. **D.** x^4+2.

Lời giải

Chọn A

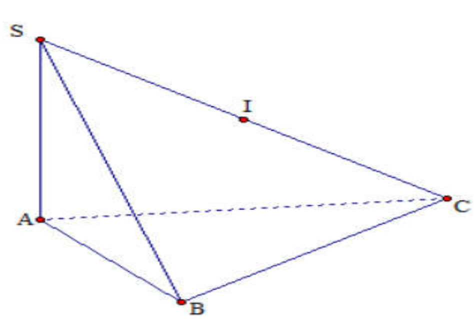
Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(4x^3+5\right)\mathrm{d}x=x^4+5x+C$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=\sqrt{7}$, $AB=3$, $BC=3$. Bán kính R mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

A. 4 . **B.** 3 . **C.** 2 . **D.** $\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $\begin{cases} BC\perp BA \\ BC\perp SA \end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAB)\Rightarrow BC\perp SB$, suy ra tam giác SBC vuông tại B.

Gọi I là trung điểm của SC.

Tam giác SBC vuông tại B, suy ra: $IB = IC = IS \quad (1)$

Tam giác SAC vuông tại A, suy ra: $IA = IC = IS \quad (2)$

Từ (1) và (2) suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Bán kính mặt cầu: $R = \frac{1}{2}SC = \frac{1}{2}\sqrt{SB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{SA^2 + AB^2 + BC^2} = \frac{1}{2}\sqrt{7+9+9} = \frac{5}{2}$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x + \cos 5x$. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -2$

A. $x^2 - \cos x + \frac{1}{5}\sin x - 1$.

B. $x^2 + \cos x - \frac{1}{5}\sin x + 2$.

C. $x^2 + \cos x - \frac{1}{5}\sin x - 2$.

D. $x^2 - \cos x + \frac{1}{5}\sin x + 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x) = \int (2x + \sin x + \cos 5x)dx = x^2 - \cos x + \frac{1}{5}\sin 5x + C$.

Mặt khác $F(0) = -2 \Rightarrow -1 + C = -2 \Rightarrow C = -1$.

Vậy $F(x) = x^2 - \cos x + \frac{1}{5}\sin x - 1$.

Câu 26: Tập giá trị của hàm số $y = \sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$

A. $T = (2;4)$.

B. $T = \left[2;2\sqrt{2}\right]$.

C. $T = [2;4]$

D. $T = \left[2\sqrt{2};4\right]$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} x+1 \ge 0 \\ 3-x \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -1 \\ x \le 3 \end{cases} \Rightarrow -1 \le x \le 3$.

Ta có $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+1}} - \frac{1}{2\sqrt{3-x}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3-x} = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow x = 1$

Khi đó $y(-1) = 2$, $y(1) = 2\sqrt{2}$, $y(3) = 2$. Do đó tập giá trị của hàm số là $T = \left[2;2\sqrt{2}\right]$

NHÓM TOÁN VD – VDC

Câu 27: Cấp số cộng (u_n) thoả mãn $\begin{cases} u_4 = 7 \\ u_4 + u_6 = 18 \end{cases}$ có công sai là

A. $d = -2$. **B.** $d = 2$. **C.** $d = 6$. **D.** $d = 5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} u_4 = 7 \\ u_4 + u_6 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_4 = 7 \\ u_6 = 11 \end{cases} \Rightarrow d = \dfrac{u_6 - u_4}{2} = 2$

Câu 28: Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt một chấm là

A. $\dfrac{8}{36}$. **B.** $\dfrac{11}{36}$. **C.** $\dfrac{12}{36}$. **D.** $\dfrac{6}{36}$.

Lời giải

Chọn C

Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần nên $n(\Omega) = 36$.

Gọi A: " Có ít nhất một lần xuất hiện một chấm"

Suy ra $n(\text{A}) = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(3,1),(4,1),(5,1),(6,1)\}$

Vậy $P(A) = \dfrac{11}{36}$.

Câu 29: Tính diện tích của hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 + x$, trục hoành, các đường thẳng $x = 1, x = 2$

A. $\dfrac{19}{3}$. **B.** $\dfrac{37}{6}$. **C.** $\dfrac{13}{2}$. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Diện tích của hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 2x^2 + x$, trục hoành, các đường thẳng $x = 1, x = 2$ là: $S = \int_1^2 \left|2x^2 + x\right| dx = \left|\int_1^2 \left(2x^2 + x\right) dx\right| = \dfrac{37}{6}$.

(do phương trình $2x^2 + x = 0$ vô nghiệm trên $[1;2]$).

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu khẳng định **sai** trong các khẳng định dưới đây

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
y	-1	$\searrow$	$-\infty \ \Vert \ +\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2

I. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận

II. Hàm số có cực tiểu tại $x = 2$.

III. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1); (1; +\infty)$.

IV. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Do $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1; \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang; $\lim\limits_{x\to1^{\pm}} f(x) = \pm\infty$ nên đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng. Do đó, đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận. (I) đúng

Hàm số có cực tiểu tại $x=2$ đúng nên (II) đúng.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1);(1;2)$ nên (III) sai.

Hàm số không xác định tại $x=1$ nên (IV) sai.

Câu 31: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right|$ là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

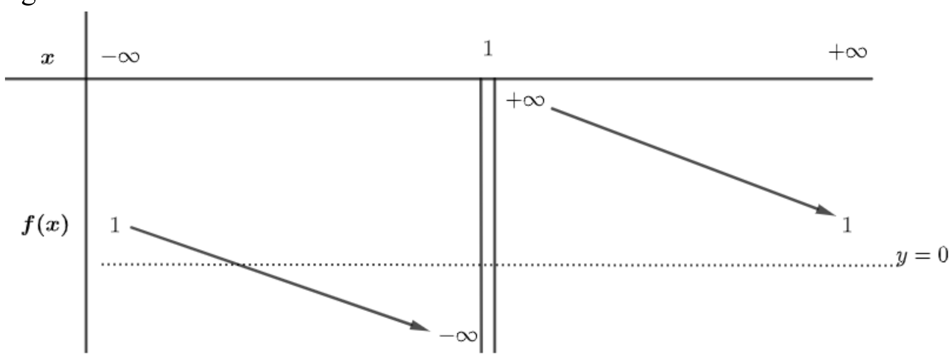
Lời giải

Chọn D

Cách 1:

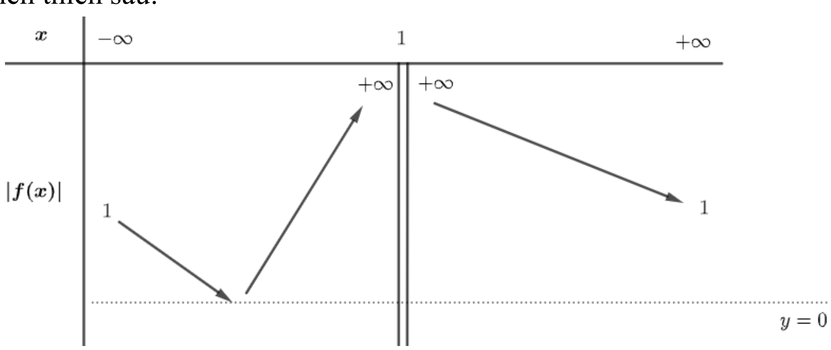
Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$, $f'(x)=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có bảng biến thiên sau:



Từ đó suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ bao gồm phần đồ thị nằm phía trên trục hoành của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đối xứng qua trục hoành của phần đồ thị hàm số $y=f(x)$ ở phía dưới trục hoành.

Ta có bảng biến thiên sau:



Suy ra hàm số $y=|f(x)|$ có 1 đường tiệm cận đứng $x=1$.

Cách 2

Hàm số $y=\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right|$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^-}\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right| = \lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x+2}{1-x} = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+}\left|\dfrac{x+2}{x-1}\right| = \lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+2}{x-1} = +\infty$

Vậy hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M\left(-4,2,3\right)$. Tìm tọa độ điểm N đối xứng với M qua Oy.

A. $\left(-4,-2,-3\right)$. **B.** $\left(4;2;-3\right)$. **C.** $\left(-4,2,3\right)$. **D.** $\left(0,2,0\right)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm đối xứng của $A(a_1,a_2,a_3)$ qua trục Oy là $A'(-a_1,a_2,-a_3)$.

Suy ra $N\left(4;2;-3\right)$.

Câu 33: Cho $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=12, \int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=7$. Tính $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x$

A. -19. **B.** 19. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_1^0 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-12+7=-5$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u},\vec{v}$ thỏa mãn $\left|\vec{u}\right|=3;\left|\vec{v}\right|=4;\left(\vec{u},\vec{v}\right)=60^0$. Tính độ dài của vectơ $\vec{u}+2\vec{v}$.

A. $\sqrt{97}$. **B.** 8. **C.** 7. **D.** $4\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(\left|\vec{u}+2\vec{v}\right|\right)^2=\left(\vec{u}+2\vec{v}\right)^2=\vec{u}^2+4\vec{u}.\vec{v}+4\vec{v}^2=\left|\vec{u}\right|^2+4\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{v}\right|.\cos\left(\vec{u},\vec{v}\right)+4\left|\vec{v}\right|^2$

$=3^2+4.3.4.\cos60^0+4.4^2=97$.

Suy ra: $\left|\vec{u}+2\vec{v}\right|=\sqrt{97}$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$ và đáy ABC là tam giác đều. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\left(SAB\right)\perp\left(ABC\right)$.

B. Gọi H là trung điểm của cạnh BC. Khi đó $\widehat{AHS}$ là góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và $\left(ABC\right)$.

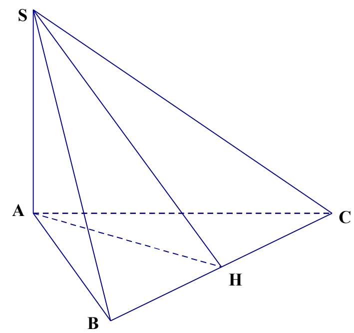
C. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SBC\right)$ và $\left(SAC\right)$ là $\widehat{ACB}$.

D. $\left(SAC\right)\perp\left(ABC\right)$.

Lời giải

Chọn C

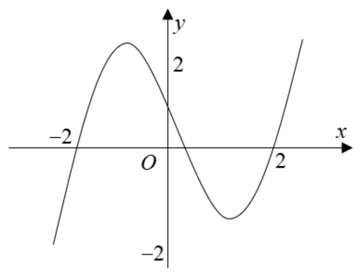
NHÓM TOÁN VD – VDC



□ Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAC) \perp (ABC)$.

□ Do ABC là tam giác đều nên $AH \perp BC$ mà $BC \perp SA$ nên $BC \perp SH$, suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) là $\widehat{AHS}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$ và $\Delta' = b^2 - 3ac$.

□ Đây là hàm số bậc ba có $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$ nên $a > 0$.

□ Hàm số có hai cực trị nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow b^2 - 3ac > 0.$$

Vậy chọn đáp án. **D.**

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (x-1)(x+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10; 2021]$ để hàm số $y = f(x^2 + 3x - m)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. 2016. **B.** 2019. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn B

NHÓM TOÁN VD – VDC

Ta có $f'(t)=(x-1)(x+3)\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\leq -3 \\ x\geq 1 \end{array}\right.$ (*).

Xét hàm số $y=g(x)=f\left(x^2+3x-m\right)$ Có $g'(x)=(2x+3)f'\left(x^2+3x-m\right)$

Vì $2x+3>0,\forall x\in(0;2)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0;2)\Leftrightarrow g'(x)\geq 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow f'\left(x^2+3x-m\right)\geq 0,\forall x\in(0;2)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+3x-m\leq -3,\forall x\in(0;2) \\ x^2+3x-m\geq 1,\forall x\in(0;2) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2+3x\leq m-3,\forall x\in(0;2) \\ x^2+3x\geq m+1,\forall x\in(0;2) \end{array}\right.$ (**)

Có $h(x)=x^2+3x$ luôn đồng biến trên $(0;2)$ nên từ (**) $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m-3\geq 10 \\ m+1\leq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 13 \\ m\leq -1 \end{array}\right.$

Vì $\begin{cases} m\in[-10;2021] \\ m\in\mathbb{Z} \end{cases} \Rightarrow$ Có 2019 giá trị của tham số m.

Vậy có 2019 giá trị của tham số m cần tìm.

Câu 38. Cho đa thức $f(x)$ với hệ số thực và thỏa mãn điều kiện $2f(x)+f(1-x)=x^2,\forall x\in\mathbb{R}$. Biết tiếp tuyến tại điểm có hoành độ $x=1$ của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác. Tính diện tích của tam giác đó?

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2f(x)+f(1-x)=x^2,\forall x\in\mathbb{R}$ (1).

Đặt $t=1-x\Rightarrow 2f(1-t)+f(t)=(1-t)^2,\forall t\in\mathbb{R}\Rightarrow 2f(1-t)+f(x)=(1-x)^2,\forall t\in\mathbb{R}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} 2f(x)+f(1-x)=x^2 \\ 2f(1-x)+f(x)=(1-x)^2 \end{cases} \Rightarrow f(x)=\frac{1}{3}\left(x^2+2x-1\right)$.

Suy ra: $f(1)=\frac{2}{3};f'(1)=\frac{4}{3}$

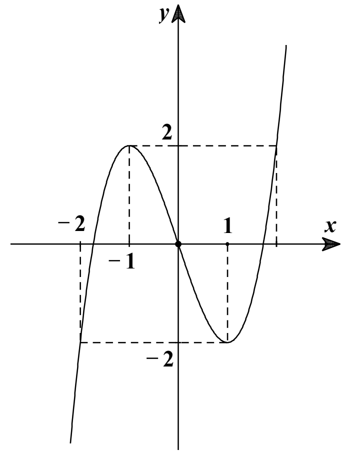
Suy ra phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là:

$y=\frac{4}{3}(x-1)+\frac{2}{3}\Leftrightarrow y=\frac{4}{3}x-\frac{2}{3}$

Tiếp tuyến cắt trục hoành tại $A\left(\frac{1}{2};0\right)$ và cắt trục tung tại $B\left(0;-\frac{2}{3}\right)$

Suy ra diện tích tam giác OAB là: $S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\left|-\frac{2}{3}\right|=\frac{1}{6}$.

Câu 39: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m sao cho phương trình $8^{f(x)-2}-3.4^{f(x)-2}+(m+3).2^{f(x)-1}-4-2m=0$ có nghiệm $x\in(-1;0)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=2^{f(x)-2}$. Với $x\in(-1;0)\Rightarrow f(x)\in(0;2)\Rightarrow t\in\left(\frac{1}{4};1\right)$.

Phương trình trở thành: $t^3-3t^2+2(m+3)t-4-2m=0$

$$(t-1)\left(t^2-2t+4+2m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\notin\left(\frac{1}{4};1\right)\\ m=\dfrac{-t^2+2t-4}{2}=g(t)\ (1)\end{array}\right..$$

Để phương trình ban đầu có nghiệm $x\in(-1;0)$ thì phương trình (1) có nghiệm $t\in\left(\frac{1}{4};1\right)$.

Ta có: $g'(t)=-t+1$, $\forall t\in\left(\frac{1}{4};1\right)$

$g'(t)=0\Leftrightarrow t=1\ (1)$

t	$\frac{1}{4}$		1
$g'(t)$		$+$	
$g(t)$	$-\frac{57}{32}$	$\nearrow$	$-\frac{3}{2}$

Suy ra $g(t)\in\left(-\frac{57}{32};-\frac{3}{2}\right)$ hay $m\in\left(-\frac{57}{32};-\frac{3}{2}\right)$.

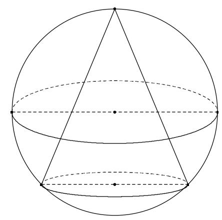
Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Câu 40: Cho mặt cầu $S(O;4)$ cố định. Hình nón (N) gọi là nội tiếp mặt cầu nếu hình nón (N) có đường tròn đáy và đỉnh thuộc mặt cầu $S(O;4)$. Tính bán kính đáy r của (N) để khối nón (N) có thể tích lớn nhất.

A. $r=3\sqrt{2}$. **B.** $r=\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $r=2\sqrt{2}$. **D.** $r=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Thể tích khối nón (N): $V_N=\dfrac{1}{3}h.\pi r^2\ \ (0<r\le 4)$.

Nhận thấy $h=4+\sqrt{16-r^2}\Rightarrow r^2=-h^2+8h$. Với $r\in(0;4]\Rightarrow h\in[4;8)$.

Suy ra: $V_N=\dfrac{\pi}{3}h\left(-h^2+8h\right)=\dfrac{\pi}{3}\left(-h^3+8h^2\right)$.

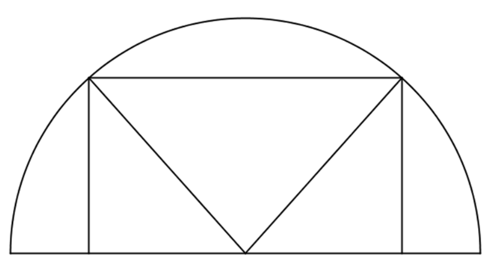
Xét: $f(h)=-h^3+8h^2$ với $h\in[4;8)$. Ta có: $f'(h)=-3h^2+16h$; $f'(h)=0\Rightarrow h=\dfrac{16}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	4		$\dfrac{16}{3}$		8
$f'(h)$		$-$	0	$+$	
$f(h)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Suy ra V_N đạt giá trị lớn nhất khi $h=\dfrac{16}{3}$ hay $r=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41. Một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R=6$, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của đường tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp. Tính diện tích lớn nhất của hình chữ nhật đó:

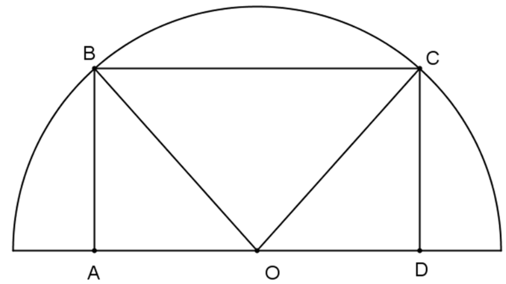


A. $18\,\text{cm}^2$. **B.** $36\,\text{cm}^2$. **C.** $64\,\text{cm}^2$. **D.** $96\,\text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn B

NHÓM TOÁN VD – VDC



Xét hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp trong nửa đường tròn tâm O, bán kính $R=6$ như hình vẽ.

Ta có: $AB^2+OA^2=OB^2 \Rightarrow AB^2+\left(\frac{AD}{2}\right)^2=R^2 \Rightarrow 36=AB^2+\left(\frac{AD}{2}\right)^2 \geq AB.AD=S_{ABCD}$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} AB=3\sqrt{2} \\ AD=6\sqrt{2} \end{cases}$

Vậy diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là $36\,\text{cm}^2$.

Câu 42. Cho các số thực a; b; x; y thỏa mãn $a>1$; $b>1$ và $a^{2x}=b^{2y}=\sqrt{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=6x+y^2$ bằng:

A. $\frac{45}{4}$. **B.** 3. **C.** $\frac{54}{16}$. **D.** $\frac{45}{16}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $a^{2x}=b^{2y}=\sqrt{ab} \Rightarrow \begin{cases} 2x=\log_a\sqrt{ab}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_a b \\ 2y=\log_b\sqrt{ab}=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\log_b a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{4}+\frac{1}{4\log_b a} \\ y=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\log_b a \end{cases}$

Do đó $P=6x+y^2=6\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4\log_b a}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\log_b a\right)^2=\frac{1}{16}(\log_b a)^2+\frac{1}{8}\log_b a+\frac{3}{2\log_b a}+\frac{25}{16}$

Đặt $\log_b a=t$ $(t>0)$ ta được: $f(t)=\frac{1}{16}t^2+\frac{1}{8}t+\frac{3}{2t}+\frac{25}{16}$

$f'(t)=\frac{1}{8}t+\frac{1}{8}-\frac{3}{2t^2}=\frac{1}{8t}(t-2)(t^2+3t+4)$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow t=2$ (do $t>0$)

Bảng biến thiên:

t	0		2		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{45}{16}$	$\nearrow$	$+\infty$

$\Rightarrow \min\limits_{x\in(0;+\infty)} f(t)=\frac{45}{16}$. Vậy $\min P=\frac{45}{16}$

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(4;-1;3), N(-5;11;8)$ và $P(1;3;m)$. Tìm m để M,N,P thẳng hàng.

A. $m=\dfrac{14}{3}$. **B.** $m=18$. **C.** $m=\dfrac{11}{3}$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Chọn A

M,N,P thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{MN},\overrightarrow{NP}$ cùng phương. Ta có $\overrightarrow{MN}=(-9;12;5);\overrightarrow{NP}=(6;-8;m-8)$.

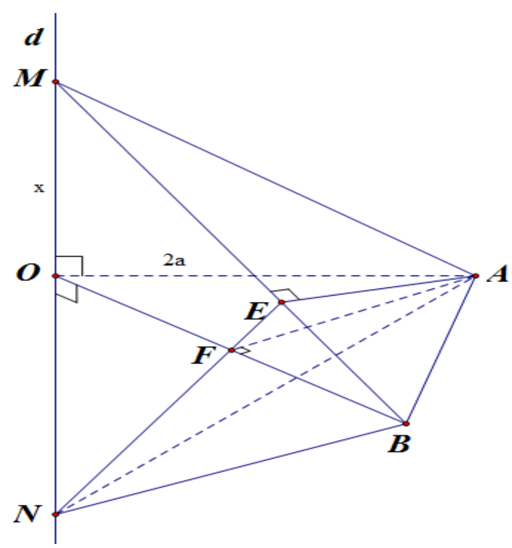
Suy ra $\dfrac{6}{-9}=\dfrac{-8}{12}=\dfrac{m-8}{5}\Leftrightarrow \dfrac{m-8}{5}=\dfrac{-2}{3}\Leftrightarrow 3(m-8)=-10\Leftrightarrow 3(m-8)=-10\Leftrightarrow m=\dfrac{14}{3}$.

Câu 44: Cho tam giác OAB đều cạnh $2a$. Trên đường thẳng d qua O và vuông góc với mặt phẳng (OAB) lấy điểm M sao cho $OM=x$. Gọi E,F lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên MB và OB. Gọi N là giao điểm của EF và d. Tìm x để thể tích tứ diện $ABMN$ có giá trị nhỏ nhất.

A. $x=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $x=\dfrac{a\sqrt{6}}{12}$. **C.** $x=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $x=a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D



Vì tam giác OAB đều cạnh $2a$ nên F là trung điểm của OB do đó $OF=a$. Ta có $AF\perp OB; AF\perp MO\Rightarrow AF\perp(MOB)\Rightarrow AF\perp MB$ mà $MB\perp AE$ suy ra $MB\perp(AEF)$. Do đó $MB\perp EF$ hay $\Delta OBM \backsim \Delta ONF$. Từ đó ta có $\dfrac{OB}{OM}=\dfrac{ON}{OF}\Rightarrow ON=\dfrac{OB.OF}{OM}=\dfrac{2a.a}{x}=\dfrac{2a^2}{x}$.

Thể tích

$$V_{ABMN}=V_{ABOM}+V_{ABON}=\frac{1}{3}S_{OAB}(OM+ON)=\frac{1}{3}.\frac{4a^2\sqrt{3}}{4}\left(x+\frac{2a^2}{x}\right)\geq\frac{a^2\sqrt{3}}{3}.2\sqrt{2a^2}=\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$$

Dấu bằng xảy ra khi $x=\dfrac{2a^2}{x}\Leftrightarrow x=a\sqrt{2}$.

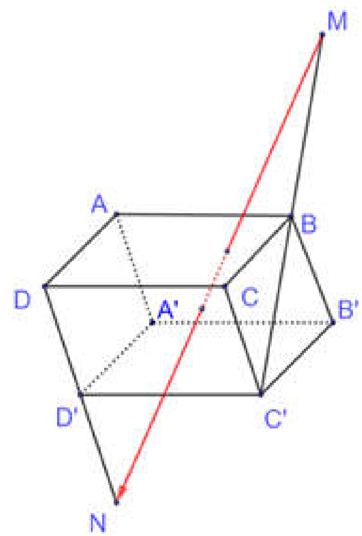
Câu 45: Cho hàm số $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1 và $\widehat{BAD}=\widehat{DAA'}=\widehat{A'AB}=60^o$.

Cho hai M, N thoả mãn điều kiện $\overrightarrow{C'B} = \overrightarrow{BM}, \overrightarrow{DN} = 2\overrightarrow{DD'}$. Độ dài đoạn thẳng MN là

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{19}$. **D.** $\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $\widehat{BAD} = \widehat{DAA'} = \widehat{A'AB} = 60^o$.

$\Rightarrow \Delta ABD = \Delta ABA' = \Delta ADA'$ là các tam giác đều và có cạnh $AB = AD = AA' = 1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA'} = 1.1.\cos 60^{\circ} = \dfrac{1}{2}$.

$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MC'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{D'N} = 2\overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{DD'}$

$= 2\left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}\right) + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{DD'} = 2\overrightarrow{BC} + 2\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{DD'}$

$= 2\overrightarrow{AD} + 2\overrightarrow{AA'} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = 3\overrightarrow{AA'} + 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{MN} = 3\overrightarrow{AA'} + 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{MN}^2 = \left(3\overrightarrow{AA'} + 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}\right)^2$.

$= 9\overrightarrow{AA'}^2 + 4\overrightarrow{AD}^2 + \overrightarrow{AB}^2 + 2.3.2\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AA'} - 2.3\overrightarrow{AA'}.\overrightarrow{AB} - 2.2\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$

$= 9 + 4 + 1 + 6 - 3 - 2 = 15$.

$\Rightarrow MN = \sqrt{15}$.

Câu 46: Một ngân hàng X quy định về số tiền nhận được của ngân hàng sau n năm gửi vào ngân hàng tuân theo công thức $P(n) = A.(1+9\%)^n$, trong đó A là số tiền gửi ban đầu của khách hàng. Hỏi số tiền ít nhất mà khách hàng B phải gửi vào ngân hàng X là bao nhiêu để sau 5 năm khách hàng đó rút ra được lớn hơn 950 triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng triệu)?

A. 618 triệu đồng. **B.** 617 triệu đồng. **C.** 616 triệu đồng. **D.** 619 triệu đồng..

Lời giải

Chọn A

Đề cho $P(n) = 950$ triệu đồng, $n = 5$ năm.

Ta có $P(n) = A.(1+9\%)^n \Rightarrow A = \dfrac{P(n)}{(1+9\%)^n} = \dfrac{950}{(1+0,09)^5} = 617,435$.

Như vậy để thu được lớn hơn 950 triệu đồng thì khách hàng B phải gửi số tiền là 618 triệu đồng.

Câu 47: Tính tổng $T=\frac{C_{2020}^{0}}{3}-\frac{C_{2020}^{1}}{4}+\frac{C_{2020}^{2}}{5}-\frac{C_{2020}^{3}}{6}+...-\frac{C_{2020}^{2019}}{2022}+\frac{C_{2020}^{2020}}{2023}$.

A. $\frac{1}{4133456312}$. **B.** $\frac{1}{4133456315}$. **C.** $\frac{1}{4133456313}$. **D.** $\frac{1}{4133456314}$.

Lời giải

Chọn C.

Xét khai triển nhị thức newton của biểu thức:

$$x^2(1-x)^{2020}=x^2\left(C_{2020}^{0}-C_{2020}^{1}x+C_{2020}^{2}x^2-C_{2020}^{3}x^3+...-C_{2020}^{2019}x^{2019}+C_{2020}^{2020}x^{2020}\right)$$
$$=C_{2020}^{0}x^2-C_{2020}^{1}x^3+C_{2020}^{2}x^4-C_{2020}^{3}x^5+...-C_{2020}^{2019}x^{2021}+C_{2020}^{2020}x^{2022}\quad(*).$$

Lấy tích phân hai vế của đẳng thức $(*)$ với cận chạy từ 0 đến 1 ta được:

$$\int_0^1 x^2(1-x)^{2020}dx=\int_0^1\left(C_{2020}^{0}x^2-C_{2020}^{1}x^3+C_{2020}^{2}x^4-C_{2020}^{3}x^5+...-C_{2020}^{2019}x^{2021}+C_{2020}^{2020}x^{2022}\right)dx$$
$$=\left.\left(\frac{C_{2020}^{0}}{3}x^3-\frac{C_{2020}^{1}}{4}x^4+\frac{C_{2020}^{2}}{5}x^5-\frac{C_{2020}^{3}}{6}x^6+...-\frac{C_{2020}^{2019}}{2022}x^{2022}+\frac{C_{2020}^{2020}}{2023}x^{2023}\right)\right|_0^1$$
$$=\frac{C_{2020}^{0}}{3}-\frac{C_{2020}^{1}}{4}+\frac{C_{2020}^{2}}{5}-\frac{C_{2020}^{3}}{6}+...-\frac{C_{2020}^{2019}}{2022}+\frac{C_{2020}^{2020}}{2023}=T$$

Xét tích phân: $T=\int_0^1 x^2(1-x)^{2020}dx$.

Đặt $t=1-x\Rightarrow x=1-t\Rightarrow dx=-dt$, đổi cận $\begin{cases}x=0\Rightarrow t=1\\x=1\Rightarrow t=0\end{cases}$.

Khi đó:
$$T=-\int_1^0(1-t)^2t^{2020}dt=\int_0^1(t^2-2t+1)t^{2020}dt\int_0^1\left(t^{2022}-2t^{2021}+t^{2020}\right)dt$$
$$=\left.\left(\frac{t^{2023}}{2023}-\frac{t^{2022}}{1011}+\frac{t^{2021}}{2021}\right)\right|_0^1=\frac{1}{2023}-\frac{1}{1011}+\frac{1}{2021}=\frac{1}{4133456313}.$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=-1;\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int_{-2}^{2}f(|2x-1|)\mathrm{d}x$.

A. $I=-3$. **B.** $I=3$. **C.** $I=6$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Chọn D.

Có $I=\int_{-2}^{2}f(|2x-1|)\mathrm{d}x=\int_{-2}^{\frac{1}{2}}f(1-2x)\mathrm{d}x+\int_{\frac{1}{2}}^{2}f(2x-1)\mathrm{d}x=I_1+I_2$

Tính $I_1=\int_{-2}^{\frac{1}{2}}f(1-2x)\mathrm{d}x$. Đặt $u=1-2x\Rightarrow \mathrm{d}u=-2\,\mathrm{d}x\Rightarrow dx=-\frac{1}{2}du$.

Đổi cận : $\begin{cases} x=-2 \Rightarrow u=5 \\ x=\dfrac{1}{2} \Rightarrow u=0 \end{cases}$.

$\Rightarrow I_1 = \dfrac{-1}{2}\int\limits_5^0 f(u)\,\mathrm{du} = \dfrac{1}{2}\int\limits_0^5 f(u)\,\mathrm{du} = \dfrac{5}{2}$

Tính $I_2 = \int\limits_{\frac{1}{2}}^{2} f(2x-1)\,\mathrm{dx}$. Đặt $t = 2x-1 \Rightarrow \mathrm{dt} = 2\,\mathrm{dx} \Rightarrow dx = \dfrac{1}{2}dt$.

Đổi cận : $\begin{cases} x=2 \Rightarrow t=3 \\ x=\dfrac{1}{2} \Rightarrow t=0 \end{cases}$.

$\Rightarrow I_2 = \dfrac{1}{2}\int\limits_0^3 f(u)\,\mathrm{du} = -\dfrac{1}{2}$

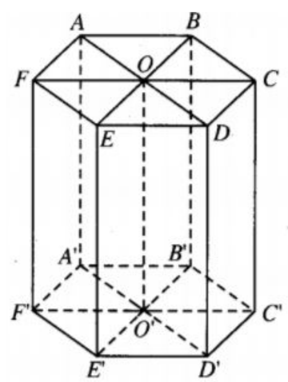
Vậy $I = I_1 + I_2 = \dfrac{5}{2} - \dfrac{1}{2} = 2$.

Câu 49. Cho lăng trụ lục giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $4a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho?

A. $V = 2\sqrt{3}a^3$. **B.** $3\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 6\sqrt{3}a^3$. **D.** $V = 24\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Ta có diện tích đáy lăng trụ là $S = (2a)^2 \dfrac{\sqrt{3}}{4}.6 = 6\sqrt{3}a^2$.

Khi đó thể tích lăng trụ là $V = S.h = 6\sqrt{3}a^2.4a = 24\sqrt{3}a^3$.

Câu 50. Tất cả các giá trị của m để phương trình $3^{x^2-3|x-m|} = \log_{x^2+3}(3|x-m|+3)$ có nghiệm là

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \geq \dfrac{-3}{4}$. **C.** $m \leq \dfrac{3}{4}$. **D.** $\dfrac{-3}{4} \leq m \leq \dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

$3^{x^2-3|x-m|}=\log_{x^2+3}\left(3|x-m|+3\right)$

$\Leftrightarrow 3^{x^2+3-(3|x-m|+3)}=\log_{x^2+3}\left(3|x-m|+3\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{3^{x^2+3}}{3^{3|x-m|+3}}=\dfrac{\log_3\left(3|x-m|+3\right)}{\log_3\left(x^2+3\right)}$

$\Leftrightarrow 3^{x^3+3}.\log_3\left(x^3+3\right)=3^{3|x-m|+3}.\log_3\left(3|x-m|+3\right)$ (*)

Đặt $\begin{cases}a=x^2+3\\ b=3|x-m|+3\end{cases}$

Khi đó $a\geq 3, b\geq 3$.

Xét hàm số $f(t)=3^t.\log_3 t$ với $t\geq 3$.

$f'(t)=3^t\ln 3.\log_3 t+3^t.\dfrac{1}{t\ln 3}>0$ với mọi $t\geq 3$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Khi đó phương trình $(*)$ $\Leftrightarrow f(a)=f(b)$

$\Leftrightarrow a=b$

$\Leftrightarrow x^2+3=3|x-m|+3$

$\Leftrightarrow x^2=3|x-m|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3(x-m)=x^2\\ 3(x-m)=-x^2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x^2-3x+3m=0\\ x^2+3x-3m=0\end{array}\right.$

Để phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\Delta_1=9-12m\geq 0\\ \Delta_2=9+12m\geq 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\leq \dfrac{3}{4}\\ m\geq \dfrac{-3}{4}\end{array}\right. \Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

Do đó $m\in\mathbb{R}$ thì phương trình có nghiệm.