SỞ GD & ĐT GIA LAI TRƯỜNG THPT PLEIKU	THI THỬ TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM HỌC 2019 - 2020 MÔN TOÁN
ĐỀ CHÍNH THỨC *(Đề có 6 trang)*	*Thời gian làm bài : 90 Phút; (Đề có 50 câu)*

Họ tên : .... Số báo danh : .... **Mã đề 101**

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+2) \le 3$ là

A. $[-2;25]$. **B.** $(-\infty;-2]\cup[25;+\infty)$. **C.** $\varnothing$. **D.** $(-2;25]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

ĐK: $x > -2$

Ta có: $\log_3(x+2) \le 3 \Leftrightarrow x+2 \le 27 \Leftrightarrow x \le 25$. Kết hợp đk $-2 < x \le 25$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;5;-3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(2;0;-3)$. **B.** $(2;5;0)$. **C.** $(2;5;-3)$. **D.** $(0;5;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;5;-3)$ trên mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là $(2;0;-3)$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y=(x+3)^{\sqrt{2}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

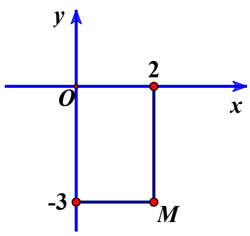
Chọn B.

Vì $\sqrt{2} \notin \mathbb{Z}$ nên điều kiện để hàm số xác định: $x+3>0 \Leftrightarrow x>-3$..

Vậy tập xác định của hàm số là $(-3;+\infty)$.

Câu 4:

Điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây ?



A. $2+3i$. **B.** $2-3i$. **C.** $-2-3i$. **D.** $-3+2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào hình vẽ điểm M là điểm biểu diễn của số phức $z=2-3i$.

Câu 5: Cho hai số phức $z_1=2+3i$ và $z_2=4+5i$. Gọi $w=2(z_1+z_2)$. Phần ảo của số phức liên hợp w bằng

A. 8. **B.** 10. **C.** 28. **D.** -16.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $w=2(6+8i)=12+16i \Rightarrow \overline{w}=12-16i$.

Phần ảo của $\overline{w}$ bằng -16.

Câu 6: Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin 3x-e^{3x}$.

A. $F(x)=-\frac{\cos 3x}{3}-\frac{e^{3x}}{3}+C.$ **B.** $F(x)=-\frac{\cos 3x}{3}+\frac{e^{3x}}{3}+C.$

C. $F(x)=\frac{\cos 3x}{3}-\frac{e^{3x}}{3}+C.$ **D.** $F(x)=\frac{\cos 3x}{3}+\frac{e^{3x}}{3}+C.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $F(x)=\int f(x)dx=\int(\sin 3x-e^{3x})dx=-\frac{\cos 3x}{3}-\frac{e^{3x}}{3}+C.$

Câu 7: Cho b là số thực dương tùy ý, $\log_{3^2} b^4$ bằng

A. $3\log_3 b.$ **B.** $\log_3 b.$ **C.** $2\log_3 b.$ **D.** $8\log_3 b.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\log_{3^2} b^4=\frac{4}{2}\log_3 b=2\log_3 b.$

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$, có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau :

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Từ bảng xét dấu ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi qua $x=-3$, $x=0$ và $x=3$ nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 9: Cho khối cầu (S) có bán kính bằng $r=2a$. Thể tích của khối cầu (S) bằng

A. $32\pi a^3$. **B.** $\frac{32a^3}{3}$. **C.** $\frac{32\pi a^3}{3}$. **D.** $32a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Thể tích của khối cầu $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4\pi(2a)^3}{3}=\frac{32\pi a^3}{3}$.

Câu 10: Phương trình $2^{x-1}=\frac{1}{4}$ có nghiệm là

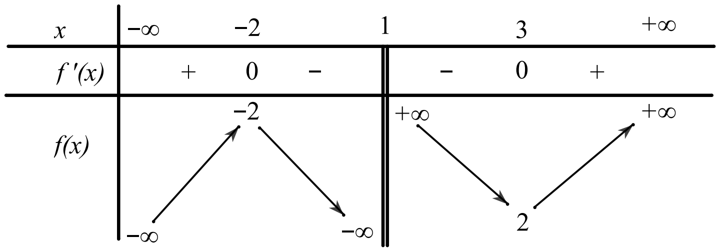
A. 1. **B.** 2. **C.** -1. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$2^{x-1}=\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow 2^{x-1}=2^{-2}\Leftrightarrow x-1=-2\Leftrightarrow x=-1.$

Câu 11: Hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau :



Hàm số $f(x)$ đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-2\,;3)$. **B.** $(1\,;3)$. **C.** $(-\infty\,;2)$. **D.** $(2\,;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào bảng biến thiên của đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng $(-2;1)$ và $(1\,;3)$.

Câu 12: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đồ thị hàm phân thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{d}{c}$ và tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{c}$.

Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=1$; $y=2$.

Câu 13: Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A. $1+2i$. **B.** $-1-2i$. **C.** $-1+2i$. **D.** $2-i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Số phức liên hợp của $z=a+bi$ là $\overline{z}=a-bi$.

Số phức liên hợp của $z=1-2i$ là $\overline{z}=1+2i$.

Câu 14: Cho khối hộp chữ nhật có ba kích thước là $a, 2a, 4a$. Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng

A. $\dfrac{8a^3}{3}$. **B.** $5a^3$. **C.** a^3. **D.** $8a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Thể tích của khối hộp chữ nhật đã cho bằng $a.2a.4a=8a^3$.

Câu 15: Ban chấp hành Đoàn Trường THPT Pleiku có 15 người, có bao nhiêu cách chọn một bí thư và một phó bí thư từ 15 người trong ban chấp hành ?

A. $15!$. **B.** 105. **C.** 210. **D.** 15^2.

Hướng dẫn giải

Chọn: C
Mỗi cách chọn hai người gồm một bí thư và một phó bí thư là một chỉnh hợp chập 2 của 15.
Số cách chọn là $A_{15}^{2}=210$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz,$ cho mặt phẳng $(P): 2x-3z+1=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{a}=(2;-3;1)$. **B.** $\vec{b}=(2;-3;0)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;1)$. **D.** $\vec{u}=(2;0;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.
Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{u}=(2;0;-3)$.

Câu 17: Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1=1$ và $u_4=8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

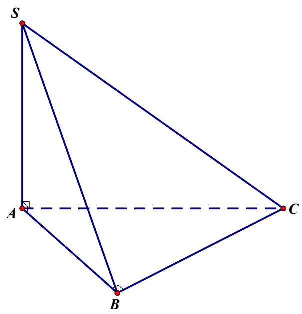
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn: B.

$u_4=u_1.q^3 \Rightarrow q^3=\dfrac{u_4}{u_1}=8 \Rightarrow q=2.$

Câu 18:
Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông cân tại B và $BC=3a$ (minh họa như hình vẽ bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Hướng dẫn giải

Chọn D.
Ta có AB là hình chiếu vuông góc của SB trên mp(ABC) suy ra góc giữa SB và mp(ABC) là góc $\widehat{SBA}$.

Xét tam giác SAB vuông tại $A \Rightarrow \tan\widehat{SBA}=\dfrac{SA}{AB}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3a}=\dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{SBA}=30^0$.

Vậy góc giữa SB và mp(ABC) bằng $30°$.

Câu 19: Trong không gian, cho tam giác đều ABC có cạnh $4a$. Khi quay tam giác ABC xung quanh đường trung tuyến AM của tam giác ABC thì đường gấp khúc ABM tạo thành một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $8\pi a^2$. **B.** $6\pi a^2$. **C.** $10\pi a^2$. **D.** $5\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.
Hình nón tạo thành có độ dài đường sinh $l=4a$, bán kính đáy $R=2a$.
Diện tích xung quanh của hình nón là $S=\pi Rl=\pi.2a.4a=8\pi a^2$.

Câu 20: Xét $\int_0^1 x^2 e^{(x^3+1)}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=x^3+1$ thì $\int_0^1 x^2 e^{(x^3+1)}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}\int_0^2 e^u\mathrm{d}u$. **B.** $\frac{1}{3}\int_0^1 e^u\mathrm{d}u$. **C.** $3\int_1^2 e^u\mathrm{d}u$. **D.** $\frac{1}{3}\int_1^2 e^u\mathrm{d}u$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đặt $u=x^3+1 \Rightarrow du=3x^2dx$.

Đổi cận $x=0\Rightarrow t=1; x=1\Rightarrow t=2$.

Do đó $\int_0^1 x^2.e^{(x^3+1)}dx=\frac{1}{3}\int_1^2 e^u du$.

Câu 21: Cho hình trụ có bán kính đáy $r=4$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 10 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 40π cm^2. **B.** $\frac{160}{3}\pi$ cm^2. **C.** 80π cm^2. **D.** $\frac{40}{3}\pi$ cm^2.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Độ dài đường sinh là $l=10$ cm.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.4.10=80\pi$ cm^2.

Câu 22: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+4$ và đường thẳng $y=-4x+8$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+4$ và đường thẳng $y=-4x+8$ là nghiệm phương trình $x^3-3x^2+4=-4x+8 \Leftrightarrow x^3-3x^2+4x-4=0 \Leftrightarrow x=2$.

Câu 23:

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $y=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Quan sát bảng biến thiên, ta có điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $x=0$.

Câu 24: Gọi z_1 và z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2-4z+5=0$, trong đó z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương. Giá trị của biểu thức $P=(z_1-2z_2).\overline{z}_2-4z_1$ bằng

A. -5. **B.** -15. **C.** -10. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $z^2 - 4z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = 2+i \\ z_2 = 2-i \end{array}\right.$.

Vậy $P = (z_1 - 2z_2).\overline{z_2} - 4z_1 = \left[2+i-2(2-i)\right].(2+i) - 4(2+i) = -15$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $4^x - 3.2^x + 2 \le 0$ là

A. $(1;2)$. **B.** $[0;1]$. **C.** $[1;2]$. **D.** $[0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = 2^x$, đk $t > 0$. Khi đó bất phương trình trở thành $t^2 - 3t + 2 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le t \le 2 \Leftrightarrow 2^0 \le 2^x \le 2^1 \Leftrightarrow 0 \le x \le 1$.

Câu 26: Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = xe^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ xung quanh trục Ox được tính bởi công thức nào dưới đây ?

A. $V = \pi\int_0^1 x^2e^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $V = \pi\int_0^1 x.e^x\mathrm{d}x$. **C.** $V = \int_0^1 x^2e^{2x}\mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi\int_0^1 x^2e^x\mathrm{d}x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi $y = f(x)$, $y = 0$, $x = a$, $x = b$ $(a < b)$ xác định bởi:

$V = \pi\int_a^b f^2(x)\mathrm{d}x$.

Vậy, $V = \pi\int_0^1 x^2\mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$.

Câu 27: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, biết $AB = 3a$ và $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 3a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{9a^3}{2}$. **D.** $\frac{a^3}{3}$.

Hướng dẫn giải

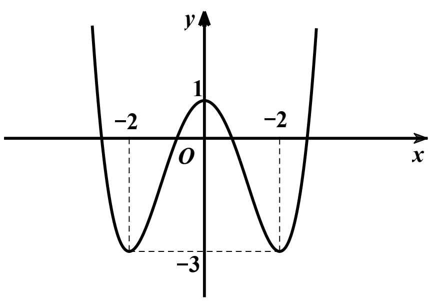
Chọn B.

Đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$ và $BC = a$ nên có diện tích $S = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{3a^2}{2}$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V = \frac{1}{3}S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.\frac{3a^2}{2}.3a = \frac{3a^3}{2}$.

Câu 28:

Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x) + 1 = m$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.



A. $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m>1 \end{array}\right.$. **B.** $m>2$. **C.** $m \geq 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=m-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-1>1 \\ m-1=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(2;-1;1)$. Mặt cầu đường kính AB có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(2;1;1)$ và $R=2$. **B.** $I(0;-4;0)$ và $R=4$. **C.** $I(0;-2;0)$ và $R=4$. **D.** $I(0;-2;0)$ và $R=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Gọi $I(x_I;y_I;z_I)$ là tâm mặt cầu đường kính AB, khi đó I cũng là trung điểm của đoạn thẳng AB. Do đó $\left\{\begin{array}{l} x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2} \\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2} \\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x_I=2 \\ y_I=1 \\ z_I=1 \end{array}\right. \Rightarrow I(2;1;1)$.

Gọi R là bán kính mặt cầu tâm I đường kính AB thì:

$R=IA=\sqrt{(x_I-x_A)^2+(y_I-y_A)^2+(z_I-z_A)^2}=2$.

Câu 30: Với a,b là hai số dương tùy ý và a khác 1, $\log_a(a^2b^3)$ bằng

A. $6\log_a b$. **B.** $5\log_a$. **C.** $2+3\log_a b$. **D.** $6(1+\log_a b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\log_a(a^2b^3)=\log_a a^2+\log_a b^3=2+3\log_a b$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{3}$ và mặt phẳng $(Q):2x+y-z=0$. Phương trình mặt phẳng chứa d và vuông góc với (Q) là

A. $x+2y+z=0$. **B.** $x+2y-1=0$. **C.** $x-2y-1=0$. **D.** $x-2y+z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $\left\{\begin{array}{l} \vec{n}_{(P)}\perp\vec{u}_d \\ \vec{n}_{(P)}\perp\vec{n}_{(Q)} \end{array}\right.$ và $\left[\vec{n}_{(Q)};\vec{u}_d\right]=(4;-8;0)$. Nên chọn $\vec{n}_{(P)}=(1;-2;0)$

Vì mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;0;-1)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $x-2y-1=0$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(\alpha):x-2y+z-1=0$. Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (α) là

A. $(-9;-13;4)$. **B.** $(1;2;-1)$. **C.** $(-1;-1;0)$. **D.** $(3;5;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng d có phương trình tham số là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2+3t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=-1-t \end{cases}$.

Gọi $M=d\cap(\alpha)$. Ta có:

$$M\in d\Rightarrow M(1+2t;2+3t;-1-t).$$
$$M\in(\alpha)\Rightarrow(1+2t)-2(2+3t)+(-1-t)-1=0\Leftrightarrow -5t-5=0\Leftrightarrow t=-1.$$

Vậy giao điểm của d và (α) là $M(-1;-1;0)$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=t \\ y=-1-4t \\ z=6+6t \end{cases}$,

$d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Phương trình đường thẳng đi qua điểm A, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-2}{4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{4}$.

Hướng dẫn giải

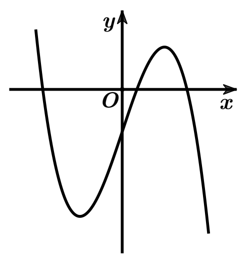
Chọn B.

Ta có $\begin{cases} \vec{u}_{d_1}=(1;-4;6) \\ \vec{u}_{d_2}=(2;1;-5) \end{cases}$. Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với d_1, d_2.

Suy ra $\vec{u}_d=\left[\vec{u}_{d_1},\vec{u}_{d_2}\right]=(14;17;9)$. Vậy phương trình $d:\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Câu 34:

Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=x^4+3x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi xuống nên hệ số $a<0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y=-x^3+3x-1$.

Câu 35: Cho số phức $z_1=-1+3i$ và $z_2=2-2i$. Mô đun của số phức $w=z_1+z_2-5$ bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{17}$. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{21}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có:

$w = z_1 + z_2 - 5 = -1 + 3i + 2 - 2i - 5 = -4 + i$

$\Rightarrow |w| = \sqrt{(-4)^2 + 1^2} = \sqrt{17}.$

Câu 36: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 10x^2 + 2$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 2. **B.** -22. **C.** -23. **D.** -7.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $f'(x) = 4x^3 - 20x$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 20x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in [-1;2] \\ x = \pm\sqrt{5} \notin [-1;2] \end{array}\right.$.

Có $f(-1) = -7; f(0) = 2; f(2) = -22.$

Vậy $\max\limits_{[-1;2]} f(x) = 2$ tại $x = 0.$

Câu 37: Cắt một khối nón bằng một mặt phẳng qua trục của nó ta được thiết diện là một tam giác đều cạnh a. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{8}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{12}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{12}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Khối nón có bán kính đáy $r = \frac{a}{2}$ và chiều cao $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

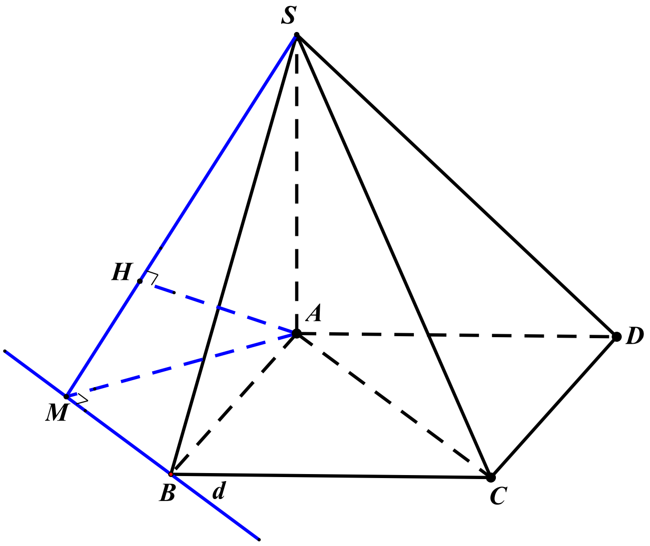
Thể tích của khối nón được tính theo công thức $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45°. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

A. $\frac{4a}{7}$. **B.** $\frac{2a}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{10}a}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{10}a}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$

$\Rightarrow$Góc giữa SC và $(ABCD)$ bằng $\widehat{SCA} = 45^0 \Rightarrow SA = AC = \sqrt{2}a.$

- Kẻ đường thẳng d qua B và song song AC.
- Gọi M là hình chiếu vuông góc của A trên d, H là hình chiếu vuông góc của A trên SM.
- Ta có $SA \perp BM$, $MA \perp BM$ nên $AH \perp BM \Rightarrow AH \perp (SBM)$.
- Do đó $d\left(AC, SB\right) = d\left(A, \left(SBM\right)\right) = AH.$
- Tam giác SAM vuông tại A, có đường cao AH, nên $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AM^2} = \dfrac{5}{2a^2}.$

Vậy $d\left(AC, SB\right) = AH = \dfrac{\sqrt{10}a}{5}.$

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $f(x) = 4xf(x^2) + 2x + 1$. Tính $I = \int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x.$

A. $I = 2.$ **B.** $I = -2.$ **C.** $I = -4.$ **D.** $I = -6.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có

$$\int\limits_0^1 f(x)dx = \int\limits_0^1 \left[4xf(x^2) + 2x + 1\right]dx \Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx = 4\int\limits_0^1 xf(x^2)dx + \int\limits_0^1 (2x+1)\,dx$$

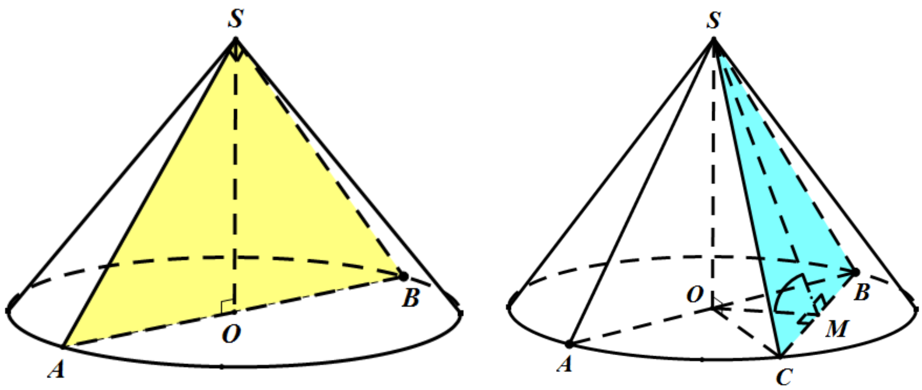
$$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx = 2\int\limits_0^1 f(t)dt + 2 \Rightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx = -2.$$

Câu 40: Cắt hình nón đỉnh S bởi một mặt phẳng đi qua trục ta được thiết diện là tam giác SAB vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Gọi C là một điểm thuộc đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60^0. Diện tích của tam giác SBC bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}.$ **B.** $\dfrac{\sqrt{5}a^2}{3}.$ **C.** $\dfrac{\sqrt{5}a^2}{2}.$ **D.** $\dfrac{\sqrt{2}a^2}{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi O là tâm của đường tròn đáy. Giả sử mặt phẳng đi qua trục SO của hình nón và cắt hình nón theo một thiết diện là tam giác ΔSAB vuông cân tại S có cạnh huyền $AB = a\sqrt{2}$.

Ta có ΔSAB vuông cân tại S nên $SO = OA = OB = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $r = OB = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có $\begin{cases} (SBC) \cap (OBC) = BC \\ OM \subset (OBC), OM \perp BC \\ SM \subset (SBC), SM \perp BC \end{cases}$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (OBC) bằng $(SM, OM) = \widehat{SMO} = 60^0$.

Vì ΔSMO vuông tại O nên $SM = \dfrac{SO}{\sin \widehat{SMO}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2} : \sin 60^0 = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$ và $OM = SM.\cos\widehat{SMO} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}.\cos 60^0 = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$.

Ta lại có ΔOBM vuông tại M nên $BM = \sqrt{OB^2 - OM^2} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{6}}{6}\right)^2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $BC = 2BM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy diện tích ΔSBC là $S = \dfrac{1}{2}SM.BC = \dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3}.\dfrac{2a\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m sao cho hàm số $f(x) = -\dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x + 2109m - 2020$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = -x^2 - 2mx + 2m - 3$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) = -x^2 - 2mx + 2m - 3 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1<0 \\ (-m)^2-(-1)(2m-3)\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2+2m-3\le 0 \Leftrightarrow -3\le m\le 1.$$

Do m nhận giá trị nguyên âm nên $m\in\{-3;-2;-1\}$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	3	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	3

Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương ?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

- Ta có $f'(x)=\dfrac{a-bc}{(cx+1)^2}, \forall x\ne -\dfrac{1}{c}$

-Từ BBT ta thấy, đồ thị có tiệm cận đứng $x=-2$ và tiệm cận ngang $y=3$ và hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $\begin{cases} -\dfrac{1}{c}<0 & (1) \\ \dfrac{a}{c}>0 & (2) \\ a-bc<0 & (3) \end{cases}$

Từ (1), (2) và (3), suy ra $c>0, a>0, b>0.$

Câu 43: Trong đợt ứng phó dịch bệnh Covid-19, Sở Y tế thành phố đã chọn ngẫu nhiên 3 đội phòng chống dịch cơ động trong số 5 đội của Trung tâm y tế dự phòng thành phố và 20 đội của các Trung tâm y tế cơ sở để kiểm tra công tác chuẩn bị. Xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn bằng

A. $\dfrac{11}{23}$. **B.** $\dfrac{21}{23}$. **C.** $\dfrac{209}{230}$. **D.** $\dfrac{201}{230}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Số phần tử của không gian mẫu là $C_{25}^3=2300$.

Số kết quả thuận lợi cho biến cố "có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở" là $C_{20}^2.C_5^1+C_{20}^3=2090$.

Xác suất để có ít nhất 2 đội của các Trung tâm y tế cơ sở được chọn bằng $\dfrac{2090}{2300}=\dfrac{209}{230}$.

Câu 44: Một cửa hàng ngày đầu chỉ bán được 5 sản phẩm, nhưng do quảng cáo hiệu quả và chất lượng sản phẩm tốt nên những ngày sau số lượng sản phẩm bán ra đều tăng gấp đôi so với ngày trước đó. Số ngày ít nhất để cửa hàng đó bán hết 1200 sản phẩm là

A. 9. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số sản phẩm bán được ở ngày 1, 2, 3, ... lập thành cấp số nhân với $u_1 = 5, q = 2$.

Theo giả thiết ta có $S_n \geq 1200 \Leftrightarrow 5.\dfrac{2^n - 1}{2-1} \geq 1200 \Leftrightarrow 2^n \geq 241 \Leftrightarrow n \geq \log_2 241 \approx 7,91$.

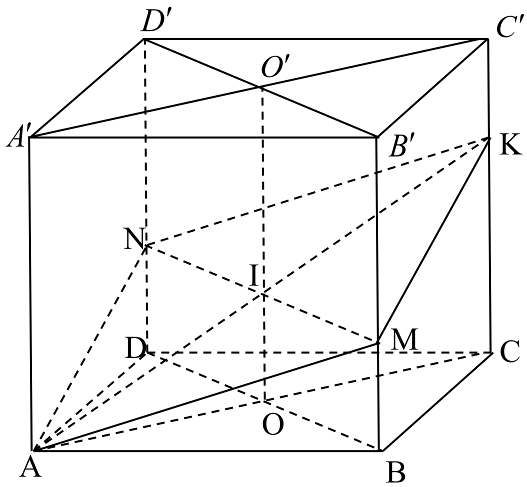
Vậy số ngày **ít nhất** để cửa hàng đó bán hết 1200 sản phẩm là 8.

Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Gọi K là điểm trên cạnh CC' sao cho $CK = \dfrac{2}{3}a$. Mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A, K và song song với BD, mặt phẳng (α) cắt BB', DD' lần lượt tại M và N. Thể tích của khối đa diện $BCDNMK$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{9}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{2a^3}{9}$. **D.** $\dfrac{a^3}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



Vì (α) // BD nên MN // BD.

Gọi O, O' lần lượt là tâm của hai hình vuông $ABCD$ và $A'B'C'D'$, $I = MN \cap OO'$.

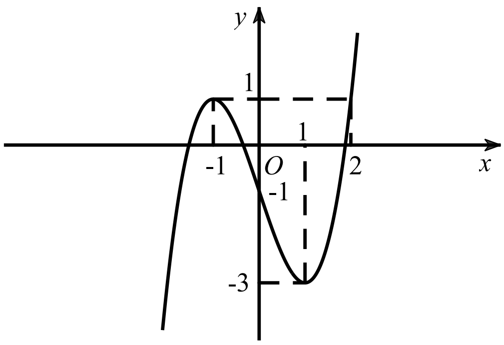
$\Rightarrow BM = OI = \dfrac{1}{2}CK = \dfrac{a}{3}$

Gọi V là thể tích khối đa diện cần tính.

Ta có $V = 2V_{OBC.IMK} = 2(V_{A.BCKM} - V_{A.OBMI}) = 2(\frac{1}{3}AB.S_{BCKM} - \frac{1}{3}AO.S_{OBMI}) = \frac{2}{3}(AB.S_{BCKM} - AO.S_{OBMI})$

$= \dfrac{2}{3}\left[AB.\dfrac{1}{2}BC.(BM + CK) - AO.OB.BM\right] = \dfrac{2}{3}\left[a.\dfrac{1}{2}a.(\dfrac{a}{3} + \dfrac{2a}{3}) - \dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{a}{3}\right] = \dfrac{2a^3}{9}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau :



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};3\pi\right]$ của phương trình $2f\left(2\cos x+1\right)+3=0$ là

A. 7. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 12.

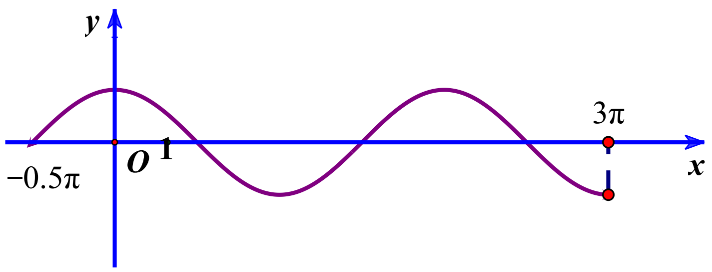
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $2f\left(2\cos x+1\right)+3=0\Leftrightarrow f\left(2\cos x+1\right)=-\frac{3}{2}$

Dựa vào BBT ta có:

$$f\left(2\cos x+1\right)=-\frac{3}{2}<-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}2\cos x+1=m\in\left(-\infty;-2\right) & \left(1\right)\\ 2\cos x+1=n\in\left(0;1\right) & \left(2\right)\\ 2\cos x+1=p\in\left(1;2\right) & \left(3\right)\end{array}\right.$$



Dựa vào đồ thị hàm số $y=\cos x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};3\pi\right]$ ta có:

$\left(1\right)\Leftrightarrow 2\cos x+1=m\in\left(-\infty;-2\right)\Leftrightarrow\cos x=\frac{m-1}{2}\in\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)\Rightarrow$ phương trình vô nghiệm

$\left(2\right)\Leftrightarrow 2\cos x+1=n\in\left(0;1\right)\Leftrightarrow\cos x=\frac{n-1}{2}\in\left(-\frac{1}{2};0\right)\Rightarrow$ phương trình có 3 nghiệm phân biệt

$\left(3\right)\Leftrightarrow 2\cos x+1=p\in\left(1;2\right)\Leftrightarrow\cos x=\frac{p-1}{2}\in\left(0;\frac{1}{2}\right)\Rightarrow$ phương trình có 4 nghiệm phân biệt

Câu 47: Cho hàm số $f(x)=\ln(x+\sqrt{x^2+1})$ và hai số thực dương a,b thỏa mãn $f(a)+f(b-2)\le 0$ và $4ab+\frac{1}{ab}=2(a+b)$. Giá trị của biểu thức a^3+b^3 bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $f(a)+f(b-2)\le 0 \Leftrightarrow \ln(a+\sqrt{a^2+1})+\ln\left[b-2+\sqrt{(b-2)^2+1}\right]\le 0$

$\Leftrightarrow \ln\left\{(a+\sqrt{a^2+1})\left[b-2+\sqrt{(b-2)^2+1}\right]\right\}\le 0 \Leftrightarrow (a+\sqrt{a^2+1})\left[b-2+\sqrt{(b-2)^2+1}\right]\le 1$

$\Leftrightarrow (a+\sqrt{a^2+1})(-a+\sqrt{a^2+1})\left[b-2+\sqrt{(b-2)^2+1}\right]\le(-a+\sqrt{a^2+1})$

$\Leftrightarrow b-2+\sqrt{(b-2)^2+1}\le -a+\sqrt{(-a)^2+1}$ (1)

Xét hàm số $g(t)=t+\sqrt{t^2+1}$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $g'(t)=1+\dfrac{t}{\sqrt{t^2+1}}=\dfrac{\sqrt{t^2+1}+t}{\sqrt{t^2+1}}>0,\forall t\in R.$

$\Rightarrow g(t)=t+\sqrt{t^2+1}$ đồng biến trên R.

Từ (1) suy ra $g(b-2)\le g(-a)\Rightarrow b-2)\le -a \Leftrightarrow a+b\le 2$ (2)

Mặt khác $2(a+b)=4ab+\dfrac{1}{ab}\ge 2\sqrt{4ab.\dfrac{1}{ab}}=4$ (3)

$\Rightarrow a+b\ge 2$. Kết hợp với (2) suy ra $a+b=2$.

Trong (3) xảy ra dấu "=" khi $4ab=\dfrac{1}{ab}\Rightarrow ab=\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=5$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 và hai điểm $A(-1;3), B(1;-1)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$. Xét hàm số $g(x)=f(2x^3+x-1)+m.$ Giá trị của m để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$ là

A. $m=-12.$ **B.** $m=-13.$ **C.** $m=-1.$ **D.** $m=3.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Vì $f(x)$ là hàm đa thức bậc 3 do đó $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d,(a\ne 0).$

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c.$

Mặt khác hai điểm $A(-1;3), B(1;-1)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$.

Ta có hệ $\begin{cases}3a-2b+c=0\\3a+2b+c=0\\-a+b-c+d=3\\a+b+c+d=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=-3\\d=1\end{cases}$

Do đó $f(x)=x^3-3x+1\Rightarrow f'(x)=3x^2-3.$

$f'(x)=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Ta có $g'(x)=(6x^2+1)f'(2x^3+x-1).$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(2x^3+x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^3+x-1=-1\\2x^3+x-1=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=x_0\end{array}\right.$ với $x_0\in(0;1)$ và $2{x_0}^3+x_0-1=1.$

Suy ra $g(0)=f(-1)+m=m+3; g(1)=f(2)+m=m+3; g(x_0)=m-1.$

Do đó $\max\limits_{[0;1]} g(x)=m+3\Rightarrow m+3=-10\Leftrightarrow m=-13.$

Câu 49: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + y$.

A. $P_{\min} = \frac{-3+2\sqrt{11}}{3}$. **B.** $P_{\min} = \frac{-1+\sqrt{11}}{3}$. **C.** $P_{\min} = \frac{-3+2\sqrt{11}}{9}$.. **D.** $P_{\min} = \frac{-2+9\sqrt{11}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\log_3 \frac{1-xy}{x+2y} = 3xy + x + 2y - 4$$

$$\Leftrightarrow \log_3(1-xy) - \log_3(x+2y) = 3(xy-1) + (x+2y) - 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3 3(1-xy) - \log_3(x+2y) = 3(xy-1) + (x+2y)$$

$$\Leftrightarrow \log_3 3(1-xy) + 3(1-xy) = \log_3(x+2y) + (x+2y)$$

Xét hàm $f(t) = \log_3 t + t,\ t > 0$ có $f'(t) = \frac{1}{t\ln 3} + 1 > 0,\ \forall t > 0$. Suy ra hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Suy ra $f(3(1-xy)) = f(x+2y) \Leftrightarrow 3 - 3xy = x + 2y \Leftrightarrow x = \frac{3-2y}{1+3y}$

Điều kiện $\frac{1-xy}{x+2y} > 0 \Leftrightarrow \frac{1+2y^2}{6y^2+3} > 0 \Leftrightarrow \forall y \in \mathbb{R}$.

Xét $P = x + y = y + \frac{3-2y}{1+3y}$

Xét hàm số $f(y) = y + \frac{3-2y}{1+3y}$

$$f'(y) = 1 - \frac{11}{(1+3y)^2} = \frac{(1+3y)^2 - 11}{(1+3y)^2} = \frac{9y^2 + 6y - 10}{(1+3y)^2}$$

Lập BBT ra kết quả.

Vậy $P_{\min} = \frac{-3+2\sqrt{11}}{3}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ có $f(1) = 2 - 2\sqrt{2}$ và $f'(x) = \frac{1}{(x+1)\sqrt{x} + x\sqrt{x+1}}$ với $x > 0$. Khi đó $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $4\sqrt{3} + \frac{8\sqrt{2}}{3} - 12$. **B.** $\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3} - 4$. **C.** $\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3} - 3$. **D.** $\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{3} - 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\int \frac{1}{(x+1)\sqrt{x} + x\sqrt{x+1}} dx = \int \frac{(x+1)\sqrt{x} - x\sqrt{x+1}}{(x+1)^2 x - x^2(x+1)} dx$$

$$= \int \frac{(x+1)\sqrt{x} - x\sqrt{x+1}}{x(x+1)} dx = \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x+1}} \right) dx = 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x+1} + C$$

Suy ra $f(x) = 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x+1} + C$

Mà $f(1) = 2 - 2\sqrt{2} \Leftrightarrow C = 0$.

Ta có: $\int\limits_1^3 f(x)dx = \int\limits_1^3 \left(2\sqrt{x} - 2\sqrt{x+1}\right) dx = \left(\frac{4}{3} x\sqrt{x} - \frac{4}{3}(x+1)\sqrt{x+1} \right)\Bigg|_1^3 = 4\left(\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3} - 3 \right)$.

------ HẾT ------