

ĐỀ CHÍNH THỨC

MÃ ĐỀ.....

Họ và tên.....Số báo danh.....Lớp.....

**Câu 1.** Nghiệm của phương trình  $2^x = 8$  là

- A.  $x = 4$ .                      B.  $x = 6$ .                      C.  $x = 1$ .                      D.  $x = 3$ .

**Câu 2.** Cho khối lăng trụ có diện tích đáy  $S$ , đường cao  $h$ . Thể tích khối lăng trụ này bằng

- A.  $\frac{Sh}{3}$ .                      B.  $Sh$ .                      C.  $S^2h$ .                      D.  $\frac{S^2h}{3}$ .

**Câu 3.** Hàm số  $y = (x+1)^{\frac{1}{2}}$  xác định khi

- A.  $x \in \mathbb{R}$ .                      B.  $x \geq -1$ .                      C.  $x > -1$ .                      D.  $x > 1$ .

**Câu 4.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$-2$		$0$		$2$		$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$					
$f(x)$	$+\infty$	↘		$1$	↗		$3$	↘		$1$	↗		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(-\infty; -2)$ .                      B.  $(2; +\infty)$ .                      C.  $(0; 2)$ .                      D.  $(0; +\infty)$ .

**Câu 5.** Diện tích của hình cầu có bán kính  $R$  là

- A.  $4\pi R^2$ .                      B.  $\pi R^2$ .                      C.  $\frac{4\pi R^3}{3}$ .                      D.  $\frac{4\pi R^2}{3}$ .

**Câu 6.** Cho khối trụ có bán kính đáy  $R$ , đường cao  $h$ . Thể tích khối trụ này bằng

- A.  $\frac{\pi R^2 h}{3}$ .                      B.  $R^2 h$ .                      C.  $\pi R^2 h$ .                      D.  $\frac{R^2 h}{3}$ .

**Câu 7.** Với  $a$  là số thực dương tùy ý,  $\log_2 a^2$  bằng

- A.  $2 \log_2 a$ .                      B.  $2 - \log_2 a$ .                      C.  $2 + \log_2 a$ .                      D.  $\frac{1}{2} \log_2 a$ .

**Câu 8.** Hàm số  $F(x)$  gọi là một nguyên hàm của hàm số  $f(x)$  trên khoảng  $(a; b)$  nếu có

- A.  $f'(x) = F(x), \forall x \in (a; b)$ .                      B.  $f'(x) = F(x) + C, \forall x \in (a; b)$ .  
C.  $F'(x) = f(x), \forall x \in (a; b)$ .                      D.  $F'(x) = f(x) + C, \forall x \in (a; b)$ .

**Câu 9.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$		$0$		$1$		$+\infty$
$y'$		$-$		$-$	$0$	$+$	
$y$	$2$	↘		$-4$	↗		$+\infty$

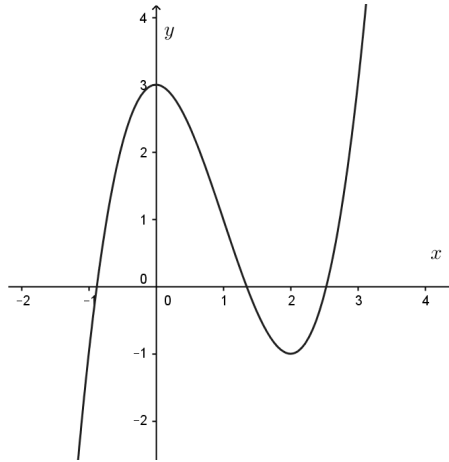
Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 0.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 1.

**Câu 10.** Số phức liên hợp của số phức  $z = 2 - 3i$  là

- A.  $\bar{z} = 2 + 3i$ .                      B.  $\bar{z} = 3 - 2i$ .                      C.  $\bar{z} = -3 + 2i$ .                      D.  $\bar{z} = -2 + 3i$ .

**Câu 11.** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong ở hình vẽ bên dưới ?



- A.  $y = x^3 - 3x^2 + 3$ .    B.  $y = -x^3 + 3x^2 + 3$ .    C.  $y = x^4 - 2x^2 + 3$ .    D.  $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ .

**Câu 12.** Đồ thị của hàm số  $y = \frac{2x-3}{x-1}$  nhận đường thẳng nào sau đây là đường tiệm cận đứng?

- A.  $x = 1$ .                      B.  $x = 3$ .                      C.  $y = 1$ .                      D.  $y = 2$ .

**Câu 13.** Có bao nhiêu cách chọn hai quyển sách từ 7 quyển sách cho trước?

- A.  $A_7^2$ .                      B.  $7^2$ .                      C.  $2^7$ .                      D.  $C_7^2$ .

**Câu 14.** Cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu tiên  $u_1 = 1$ , công bội  $q = 2$  thì số hạng thứ năm  $u_5$  bằng

- A. 32.                      B. 16.                      C. 11.                      D. 9.

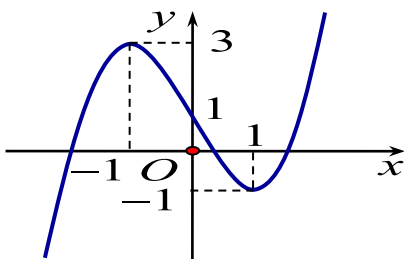
**Câu 15.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , hình chiếu của điểm  $M(1;2;3)$  lên trục  $Oy$  là điểm

- A.  $M'(1;0;0)$ .                      B.  $M'(0;0;3)$ .                      C.  $M'(0;2;0)$ .                      D.  $M'(1;0;3)$ .

**Câu 16.** Cho hình nón có bán kính đáy  $R$ , đường cao  $h$ . Diện tích xung quanh của hình nón này là

- A.  $\pi Rh$ .                      B.  $2\pi Rh$ .                      C.  $\pi R\sqrt{R^2 + h^2}$ .                      D.  $2\pi R\sqrt{R^2 + h^2}$ .

**Câu 17.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình  $2f(x) + 1 = 0$  là

- A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 18.** Gọi  $z_1; z_2$  là hai nghiệm phức của phương trình  $z^2 - 2z + 3 = 0$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = z_1 + z_2 - z_1 \cdot z_2$ .

- A.  $A = 5$ .                      B.  $A = 1$ .                      C.  $A = -5$ .                      D.  $A = -1$ .

**Câu 19.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , đường thẳng  $d$  đi qua hai điểm  $A(1; -1; 2); B(0; 3; -1)$  có phương trình là

$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} x=1+t \\ y=-1+4t \\ z=2-3t \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x=1+t \\ y=-1-4t \\ z=2+3t \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x=t \\ y=3+4t \\ z=-1-3t \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x=t \\ y=3-4t \\ z=-1-3t \end{cases} \end{array}$$

**Câu 20.** Nếu  $\int_1^2 f(x)dx = 1$ ;  $\int_1^3 f(x)dx = -1$  thì  $\int_2^3 f(x)dx =$

A. 2.                      B. 0.                      C. 3.                      D. -2.

**Câu 21.** Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x - 1$  tại điểm  $M(1; -2)$  là

A.  $y = x + 1$ .                      B.  $y = x - 1$ .                      C.  $y = x - 3$ .                      D.  $y = x + 3$ .

**Câu 22.** Phương trình  $\log_3(x^2 - 2x) = \log_3(2x - 3)$  có bao nhiêu nghiệm?

A. 3.                      B. 2.                      C. 1.                      D. 0.

**Câu 23.** Khối chóp  $S.ABC$  có  $SA = a\sqrt{3}$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABC)$ , tam giác  $ABC$  vuông tại  $B$ ,  $AB = a$ , tam giác  $SBC$  cân. Thể tích khối chóp  $S.ABC$  bằng

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .                      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ .                      C.  $a^3\sqrt{3}$ .                      D.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$ .

**Câu 24.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có  $f'(x) = x^9(x-1)^8(x-2)^{2020}$ . Số điểm cực trị của hàm số  $y = f(x)$  là

A. 0.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 25.** Tìm họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = x^2 e^{x^3+1}$ .

A.  $\int f(x)dx = e^{x^3+1} + C$ .                      B.  $\int f(x)dx = 3e^{x^3+1} + C$ .  
C.  $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} e^{x^3+1} + C$ .                      D.  $\int f(x)dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C$ .

**Câu 26.** Tập nghiệm của bất phương trình  $\log_2^2 x - 3\log_2 x + 2 < 0$  là

A. (2; 4).                      B. (1; 4).                      C. (1; 2).                      D. (0; 2).

**Câu 27.** Cho khối lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ ,  $AC' = a\sqrt{3}$ . Thể tích khối lăng trụ này là

A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ .                      B.  $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$ .

**Câu 28.** Cho khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng  $a$ , cạnh bên bằng  $a\sqrt{2}$ . Thể tích khối chóp này là

A.  $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$ .                      B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .                      C.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ .                      D.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$ .

**Câu 29.** Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{4x-1}{(x+2)^2}$  trên khoảng  $(-2; +\infty)$  là

A.  $4\ln(x+2) + \frac{9}{x+2} + C$ .                      B.  $4\ln(x+2) + \frac{4}{x+2} + C$ .  
C.  $4\ln(x+2) - \frac{4}{x+2} + C$ .                      D.  $4\ln(x+2) - \frac{9}{x+2} + C$ .

**Câu 30.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(P)$  đi qua ba điểm  $A(1; -1; 0)$ ;  $B(-1; -2; 3)$ ;  $C(0; 0; 3)$  có phương trình là  $2x + by + cz + d = 0 (b; c; d \in \mathbb{Z})$  thì  $b + c + d =$

A. -3.                      B. 3.                      C. 2.                      D. 1.

**Câu 31.** Bất phương trình  $\log_{0,5}(4x+14) < \log_{0,5}(x^2+7x+10)$  có tập nghiệm là

A.  $S = (-4; -2)$ .                      B.  $S = \left(\frac{-7}{2}; 1\right)$ .

C.  $S = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$ .

D.  $S = (-2; 1)$ .

**Câu 32.** Có hai giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$  có một tiệm cận ngang là  $y = 1$ . Tổng hai giá trị này bằng

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

**Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-m}$  nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

A.  $m < \frac{-1}{2}$ .

B.  $m \leq 1$ .

C.  $\frac{-1}{2} < m \leq 1$ .

D.  $\frac{-1}{2} \leq m < 1$ .

**Câu 34.** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2-x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ , trục hoành và các

đường thẳng  $x = 0, x = 2$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $(H)$  quanh trục hoành bằng

A.  $\frac{9}{5}$ .

B.  $\frac{8\pi}{15}$ .

C.  $\frac{32}{15}$ .

D.  $\frac{9\pi}{5}$ .

**Câu 35.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 2 = 0$  Tính  $S = z_1^{2020} + z_2^{2020}$ .

A. 1.

B. -1.

C.  $-(2^{1010})$ .

D.  $-(2^{1011})$ .

**Câu 36.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm  $A(1;2;3)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 7 = 0$ . Khoảng cách từ điểm  $B(0;3;12)$  đến đường thẳng  $\Delta$  bằng

A.  $\sqrt{110}$ .

B.  $\sqrt{15}$ .

C.  $\sqrt{74}$ .

D.  $\sqrt{21}$ .

**Câu 37.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Góc giữa mặt phẳng  $(A'BC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $A'.BCC'B'$  là

A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .

D.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 38.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có thể tích bằng  $\frac{a^3}{3}$ , tam giác  $SBC$  cân tại  $B$ ,  $BC = a\sqrt{3}, SC = 2a$ .

Tính khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

A.  $a\sqrt{2}$ .

B.  $a$ .

C.  $\frac{a}{2}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 39.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để bất phương trình  $5.4^x + m.25^x - 7.10^x \leq 0$  có nghiệm. Số phần tử của  $S$  là

A. 3.

B. vô số.

C. 2.

D. 1.

**Câu 40.** Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa một lượng nước như nhau, độ cao mức nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Lúc đó, bán kính đáy  $r_1, r_2, r_3$  của ba bình (theo thứ tự) I, II, III lập thành một cấp số nhân với công bội bằng

A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

B. 2.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\sqrt{2}$ .

**Câu 41.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12, 3 học sinh lớp 11 và 5 học sinh lớp 10 thành một hàng ngang. Xác suất để có cách xếp không có 2 học sinh cùng khối lớp đứng cạnh nhau là

A.  $\frac{11}{630}$ .

B.  $\frac{1}{126}$ .

C.  $\frac{1}{105}$ .

D.  $\frac{11}{360}$ .

**Câu 42.** Cho hàm số  $f(x) = x^5 + 3x^3 - 4m$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để phương trình  $f(\sqrt[3]{f(x)+m}) = x^3 - m$  có nghiệm thuộc đoạn  $[1; 2]$ ?

A. 15.

B. 16

C. 17.

D. 18.

**Câu 43.** Cho  $f(x)$  là hàm số liên tục trên  $\mathbb{R}$  thỏa mãn  $f(x) + f'(x) = \cos x, \forall x$  và  $f(0) = 1$ . Tích  $e^\pi f(\pi)$  bằng

A.  $\frac{e^\pi - 1}{2}$ .

B.  $\frac{e^\pi + 3}{2}$

C.  $\frac{-e^\pi + 1}{2}$ .

D.  $\frac{e^\pi - 3}{2}$ .

**Câu 44.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z\sqrt{3} - 2 = (1+i)|z| - (2+z)i$ . Giá trị của  $|\bar{z}|$  là

A.  $\sqrt{2}$ .

B. 2

C.  $2\sqrt{2}$ .

D. 1.

**Câu 45.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $BC = a\sqrt{2}; CD = a; \widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ , góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng  $60^\circ$ . Tính diện tích hình cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .

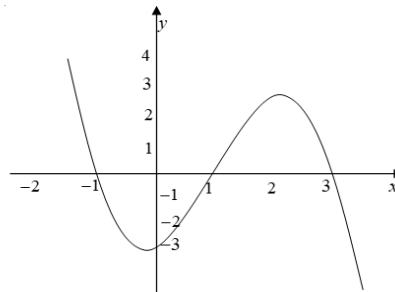
A.  $8\pi a^2$ .

B.  $9\pi a^2$ .

C.  $3\pi a^2$ .

D.  $6\pi a^2$ .

**Câu 46.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$  được cho như hình dưới.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 3)$ .

B.  $(13; +\infty)$ .

C.  $(-7; 3)$ .

D.  $(-\infty; -7)$ .

**Câu 47.** Cho  $x, y, z > 0; a, b, c > 1$  và  $a^x = b^y = c^z = \sqrt[3]{abc}$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - z^2 + z$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $(0; 2)$ .

B.  $(1; 3)$ .

C.  $(2; 4)$ .

D.  $(3; +\infty)$ .

**Câu 48.** Cho các số không âm  $a; b$  thỏa mãn điều kiện  $a \geq b + 1; 2^{a-b} + 2^{2b-2a} = 1 + \log_2 \sqrt[4]{34 - 2a + b}$ . Có bao nhiêu số tự nhiên không vượt quá tổng  $a + b$ ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

**Câu 49.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có thể tích  $V$  và đáy  $ABCD$  là hình bình hành, gọi  $M$  là trung điểm  $SB$ ,  $N$  là điểm thuộc cạnh  $SD$  sao cho  $SN = 2ND$ . Tính thể tích của tứ diện  $ACMN$  theo  $V$ .

A.  $V_{ACMN} = \frac{V}{4}$ .

B.  $V_{ACMN} = \frac{V}{3}$ .

C.  $V_{ACMN} = \frac{V}{6}$ .

D.  $V_{ACMN} = \frac{2V}{9}$ .

**Câu 50.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = |x| - |x^3 - x + m|$  trên đoạn  $[-1; 2]$  không bé hơn  $-2020$ ?

A. 2019.

B. 4040.

C. 4037.

D. 4041.

.....HẾT.....

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	B	A	C	A	C	D	A	A	A	D	B	C	C	D	D	B	D	C	C	B	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	D	A	A	A	D	A	C	B	D	C	B	D	C	A	A	B	C	B	D	D	B	C	A	C

HƯỚNG DẪN GIẢI MỘT SỐ CÂU ĐỊNH LƯỢNG

**Câu 31.** Bất phương trình  $\log_{0,5}(4x+14) < \log_{0,5}(x^2+7x+10)$  có tập nghiệm là

- A.  $S = (-4; -2)$ .  
 B.  $S = \left(-\frac{7}{2}; 1\right)$ .  
 C.  $S = (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$ .  
 D.  $S = (-2; 1)$ .

**Chọn D**

Bất phương trình (bpt) đã cho tương đương với hệ  $\begin{cases} x^2 + 7x + 10 > 0 \\ 4x + 14 > x^2 + 7x + 10 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x < 1$ .

**Câu 32.** Có hai giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$  có một tiệm cận ngang là  $y = 1$ . Tổng hai giá trị này bằng

- A. 4.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 1.

**Chọn A**

$$1 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx + |x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}}{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{m + \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{m + 1}{2}$$

$$\Rightarrow m = 1.$$

$$1 = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{mx + |x| \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}}{x \left(2 - \frac{1}{x}\right)} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{m - \sqrt{1 - \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}}}{2 - \frac{1}{x}} = \frac{m - 1}{2}$$

$$\Rightarrow m = 3.$$

Tổng hai giá trị của  $m$  là 4.

**Câu 33.** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-m}$  nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

- A.  $m < \frac{-1}{2}$ .                                      B.  $m \leq 1$ .                                      C.  $\frac{-1}{2} < m \leq 1$ .                                      D.  $\frac{-1}{2} \leq m < 1$ .

**Chọn C**

$$\text{YCBT tương đương với } \begin{cases} y' = \frac{-2m-1}{(x-m)^2} < 0, \forall x \neq m \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m-1 < 0 \\ m \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{-1}{2} < m \leq 1.$$

**Câu 34.** Gọi  $(H)$  là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{khi } x \leq 1 \\ 2-x & \text{khi } x > 1 \end{cases}$ , trục hoành và các đường thẳng  $x = 0, x = 2$ . Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay  $(H)$  quanh trục hoành bằng

A.  $\frac{9}{5}$ .

B.  $\frac{8\pi}{15}$ .

C.  $\frac{32}{15}$ .

D.  $\frac{9\pi}{5}$ .

**Chọn B**

$$V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx + \pi \int_1^2 (x-2)^2 dx = \frac{8\pi}{15}.$$

**Câu 35.** Gọi  $z_1, z_2$  là hai nghiệm của phương trình  $z^2 - 2z + 2 = 0$  Tính  $S = z_1^{2020} + z_2^{2020}$ .

A. 1.

B. -1.

C.  $-(2^{1010})$ .

D.  $-(2^{1011})$ .

**Chọn D**

. Nghiệm của phương trình là  $1-i; 1+i$ .

.  $S = [(1-i)^2]^{1010} + [(1+i)^2]^{1010} = (-2i)^{1010} + (2i)^{1010} = 2^{1010}(2i^{1010}) = 2^{1011} \cdot (i^4)^{252} \cdot i^2 = -(2^{1011})$ .

**Câu 36.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm  $A(1;2;3)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 7 = 0$ . Khoảng cách từ điểm  $B(0;3;12)$  đến đường thẳng  $\Delta$  bằng

A.  $\sqrt{110}$ .

B.  $\sqrt{15}$ .

C.  $\sqrt{74}$ .

D.  $\sqrt{21}$ .

**Chọn C**

Phương trình  $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ .  $H \in \Delta \Rightarrow H(1 + 2t; 2 + 2t; 3 - t) \Rightarrow \overline{BH} = (1 + 2t; -1 + 2t; -9 - t)$ .

$H$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  trên  $\Delta$  nên  $\overline{BH}$  vuông góc với  $\overline{u_\Delta} = (2; 2; -1)$

$\Rightarrow 2(1 + 2t) + 2(-1 + 2t) - (-9 - t) = 0 \Rightarrow t = -1 \Rightarrow BH = \sqrt{74}$ .

**Câu 37.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$  có cạnh đáy bằng  $a$ . Góc giữa mặt phẳng  $(A'BC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $60^\circ$ . Thể tích của khối chóp  $A'.BCC'B'$  là

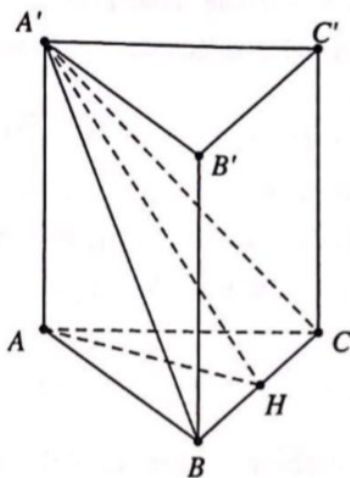
A.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

B.  $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

C.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$ .

D.  $\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Chọn B**



$H$  là trung điểm  $BC$  thì  $AH \perp BC$ , lại có  $BC \perp AA' \Rightarrow BC \perp (A'HA)$  suy ra góc giữa mặt phẳng  $(A'BC)$  và mặt phẳng  $(ABC)$  bằng  $\widehat{A'HA} = 60^\circ$ .

Có  $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$

$\Rightarrow V_{A'.ABC} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$ .

Do đó  $V_{A'.BCC'B'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{A'.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ .

**Câu 38.** Cho khối chóp  $S.ABC$  có thể tích bằng  $\frac{a^3}{3}$ , tam giác  $SBC$  cân tại  $B$ ,  $BC = a\sqrt{3}, SC = 2a$ .

tại  $B$ ,  $BC = a\sqrt{3}, SC = 2a$ .

Tính khoảng cách từ điểm  $A$  đến mặt phẳng  $(SBC)$ .

A.  $a\sqrt{2}$ .

B.  $a$ .

C.  $\frac{a}{2}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

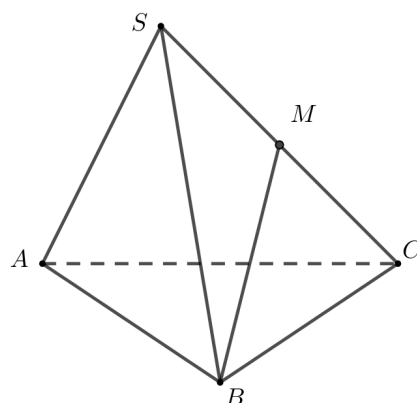
**Chọn D**

Gọi  $M$  là trung điểm của  $SC \Rightarrow BM \perp SC$  (vì tam giác  $SBC$  cân tại  $B$ ).

$$\Rightarrow BM = \sqrt{SB^2 - SM^2} = a\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2} BM \cdot SC = a^2\sqrt{2}$$

$$V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \frac{1}{3} S_{\Delta SBC} \cdot d(A, (SBC)) \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$



**Câu 39.** Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số  $m$  để bất phương trình  $5 \cdot 4^x + m \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0$  có nghiệm. Số phần tử của  $S$  là

A. 3.

B. vô số.

C. 2.

D. 1.

**Chọn C**

$$5 \cdot 4^x + m \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x + 7 \cdot \left(\frac{10}{25}\right)^x \Rightarrow m \leq -5u^2 + 7u \left(u = \left(\frac{2}{5}\right)^x > 0\right)$$

Lập bảng biến thiên hàm số  $y = -5u^2 + 7u, u > 0$  được  $m \leq \frac{49}{20} \Rightarrow m \in \{1; 2\}$ .

**Câu 40.** Ba chiếc bình hình trụ cùng chứa một lượng nước như nhau, độ cao mức nước trong bình II gấp đôi bình I và trong bình III gấp đôi bình II. Lúc đó, bán kính đáy  $r_1, r_2, r_3$  của ba bình (theo thứ tự) I, II, III lập thành một cấp số nhân với công bội bằng

A.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .

B. 2.

C.  $\frac{1}{2}$ .

D.  $\sqrt{2}$ .

**Chọn A**

Gọi  $h_1, h_2, h_3$  thứ tự là độ cao mức nước trong bình I, II, III thì  $\pi r_1^2 h_1 = \pi r_2^2 h_2 = \pi r_3^2 h_3$  và  $h_2 = 2h_1, h_3 = 2h_2 \Rightarrow h_3 = 4h_1$ .

$$\Rightarrow r_1^2 h_1 = 2r_2^2 h_1 = 4r_3^2 h_1 \Rightarrow r_1 = r_2\sqrt{2} = 2r_3 \Rightarrow r_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} r_1; r_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} r_2.$$

Do đó công bội  $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

**Câu 41.** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12, 3 học sinh lớp 11 và 5 học sinh lớp 10 thành một hàng ngang. Xác suất để có cách xếp không có 2 học sinh cùng khối lớp đứng cạnh nhau là

A.  $\frac{11}{630}$ .

B.  $\frac{1}{126}$

C.  $\frac{1}{105}$ .

D.  $\frac{11}{360}$ .

**Chọn A**

$$n(\Omega) = 10!$$

A là biến cố cần xét. Xếp 5 bạn lớp 10 thành một hàng ngang có  $5!$  cách. Mỗi cách xếp này tạo 4 kẽ giữa hai bạn liên tiếp và hai đầu, tạo 6 điểm, đánh dấu từ trái sang là 1;2;3;4;5;6.

TH1. Xếp 5 bạn còn lại vào 5 vị trí 1;2;3;4;5 hoặc 2;3;4;5;6 thì có  $2 \cdot 5!$  cách.

TH2. Xếp 5 bạn còn lại vào 4 vị trí 2;3;4;5, trong đó có một vị trí “kép” có hai bạn không cùng lớp. Có cách chọn một chỗ cho vị trí “kép”. Mỗi cách chọn này có 2 cách chọn một bạn lớp 12, 3 cách chọn một bạn lớp 11 và hai cách xếp hai bạn được chọn vào vị trí “kép”, còn ba vị trí còn lại và ba bạn còn lại, có  $3!$  cách xếp, do đó có  $4 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3!$  cách.





Lấy mô đun hai vế, được

$$|(\sqrt{3} + i)z| = |(a+2) + (a-2)i| \Leftrightarrow |\sqrt{3} + i||z| = \sqrt{(a+2)^2 + (a-2)^2} \Leftrightarrow (2a)^2 = 2a^2 + 8 \Rightarrow a = 2.$$

Vậy  $a = |z| = 2$ .

**Câu 45.** Cho tứ diện  $ABCD$  có  $BC = a\sqrt{2}; CD = a; \widehat{BCD} = \widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ , góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $CD$  bằng  $60^\circ$ . Tính diện tích hình cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$ .

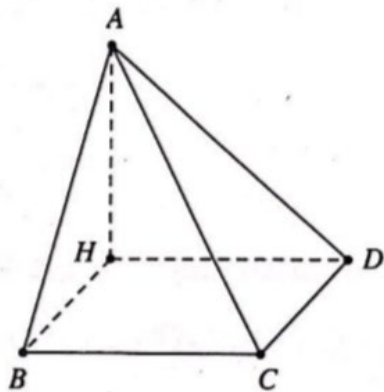
A.  $8\pi a^2$ .

B.  $9\pi a^2$ .

C.  $3\pi a^2$ .

D.  $6\pi a^2$ .

**Chọn D**



Gọi  $H$  là hình chiếu của  $A$  trên mặt phẳng  $(BCD)$ . Giả thiết có  $BC$  vuông góc  $AB$  nên  $BC$  vuông góc với  $HB$ , tương tự,  $CD$  vuông góc với  $HD$ , suy ra  $HBCD$  là hcn.

$$\text{Ta có } HB \parallel CD \Rightarrow (\widehat{AB; CD}) = (\widehat{AB; HB}) = \widehat{ABH} = 60^\circ.$$

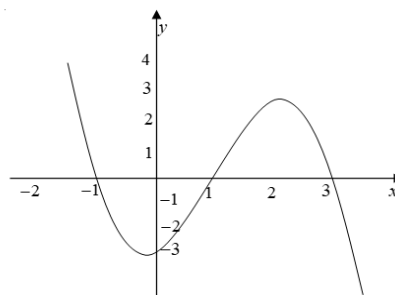
Tam giác  $ABH$  vuông tại  $H$ , có  $\tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{HB} \Rightarrow AH = a\sqrt{3} = AC$ .

Có hình cầu ngoại tiếp tứ diện  $ABCD$  là hình cầu ngoại tiếp hình chóp  $A.HBCD$ , có  $H, B, D$  nhìn đoạn  $AC$  dưới một góc  $90^\circ$  nên bán kính hình cầu ngoại tiếp hình chóp  $A.HBCD$  là

$$R = \frac{AC}{2} = \frac{AH\sqrt{2}}{2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}.$$

Vậy diện tích cần tính là  $S = 4\pi R^2 = 6\pi a^2$ .

**Câu 46:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm xác định và liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Đồ thị hàm số  $y = f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$  được cho như hình dưới.



Hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A.  $(-\infty; 3)$ .

B.  $(1; +\infty)$ .

C.  $(-7; 3)$ .

D.  $(-\infty; -7)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $y = f(x^3 - 3x^2 + 4x + 1) \Rightarrow y' = (3x^2 - 6x + 4)f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$ .

$$y' = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 6x + 4 = 0 \\ f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$3$	$+\infty$			
$3x^2 - 6x + 4$			+					
$f'(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$		↗		↘		↗		↘

Hàm số  $f(x^3 - 3x^2 + 4x + 1)$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -1), (1; 3)$ .

Đặt  $g(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 1$  thì theo trên,  $g'(x) = 3x^2 - 6x + 4 > 0, \forall x$  nên

$x \in (-\infty; -1) \Rightarrow g(x) \in (-\infty; -7); x \in (1; 3) \Rightarrow g(x) \in (3; 13)$ .

Suy ra hàm số  $y = f(u)$  đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\infty; -7), (3; 13)$ .

**Câu 47.** Cho  $x, y, z > 0; a, b, c > 1$  và  $a^x = b^y = c^z = \sqrt[3]{abc}$ . Giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - z^2 + z$  thuộc khoảng nào dưới đây?

A.  $(0; 2)$ .

B.  $(1; 3)$ .

C.  $(2; 4)$ .

D.  $(3; +\infty)$ .

**Chọn B**

Lấy logarit cơ số  $abc$  thì từ  $a^x = b^y = c^z = \sqrt[3]{abc} \Rightarrow x \log_{abc} a = y \log_{abc} b = z \log_{abc} c = \frac{1}{3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 3 \log_{abc} a \\ \frac{1}{y} = 3 \log_{abc} b \\ \frac{1}{z} = 3 \log_{abc} c \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3(\log_{abc} a + \log_{abc} b + \log_{abc} c) = 3 \log_{abc} abc = 3$$

Suy ra  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 - \frac{1}{z}$  và  $P = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - z^2 + z = 3 - \frac{1}{z} - z^2 + z = f(z), z > 0$ .

Khảo sát hàm số  $f(z)$  với  $z > 0$ , suy ra  $f(z) \leq 2, \forall z > 0, "="$  khi  $z = 1$ . Tồn tại  $x = y = z = 1$  để  $P = 2$ .

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức  $P$  là 2.

**Câu 48.** Cho các số không âm  $a; b$  thỏa mãn điều kiện  $a \geq b + 1; 2^{a-b} + 2^{2b-2a} = 1 + \log_2 \sqrt[4]{34 - 2a + b}$ . Có bao nhiêu số tự nhiên không vượt quá tổng  $a + b$ ?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 4.

**Chọn C**

$$\text{Có } 2^{a-b} + 2^{2b-2a} = 2^{a-b} + \frac{1}{2^{2a-2b}} = \frac{1}{8} 2^{a-b} + \frac{1}{8} 2^{a-b} + \frac{1}{2^{2a-2b}} + \frac{3}{4} 2^{a-b} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{1}{8^2} + \frac{3}{4} 2^{a-b}} \geq \frac{3}{4} + \frac{3}{4} 2^1 = \frac{9}{4},$$

$$\text{dấu "=" xảy ra chỉ khi } \begin{cases} a - b = 1 \\ \frac{1}{8} 2^{a-b} = \frac{1}{2^{2a-2b}} \end{cases} \Leftrightarrow a - b = 1 \quad (1)$$

Có  $a \geq b + 1 \Leftrightarrow -2a \leq -2b - 2 \Rightarrow -2a + b \leq -b - 2 \leq -2 \Rightarrow 34 - 2a + b \leq 32$  do đó

$$\sqrt[4]{34 - 2a + b} \leq \sqrt[4]{32} = 2^{\frac{5}{4}} \text{ và } 1 + \log_2 \sqrt[4]{34 - 2a + b} \leq 1 + \log_2 2^{\frac{5}{4}} = \frac{9}{4},$$

dấu “=” xảy ra chỉ khi  $b = 0$  (2)

Từ (1) và (2), đẳng thức ở giả thiết chỉ xảy ra khi  $\begin{cases} a = b + 1 \\ b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$ .

Vậy có hai số tự nhiên không vượt quá  $a + b$ .

**Câu 49.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có thể tích  $V$  và đáy  $ABCD$  là hình bình hành, gọi  $M$  là trung điểm  $SB$ ,  $N$  là điểm thuộc cạnh  $SD$  sao cho  $SN = 2ND$ . Tính thể tích của tứ diện  $ACMN$  theo  $V$ .

- A.**  $V_{ACMN} = \frac{V}{4}$ .      **B.**  $V_{ACMN} = \frac{V}{3}$ .      **C.**  $V_{ACMN} = \frac{V}{6}$ .      **D.**  $V_{ACMN} = \frac{2V}{9}$ .

**Chọn A**

Giả thiết suy ra  $\frac{SM}{SB} = \frac{1}{2}, \frac{SN}{SD} = \frac{2}{3}$ , khoảng cách từ  $C$  đến  $(AMN)$

bằng hai lần khoảng cách từ  $O$  đến  $(AMN)$  nên

$$V_{C.AMN} = 2V_{O.AMN} = 2(V_{S.ABD} - V_{S.AMN} - V_{M.AOB} - V_{N.AOD})$$

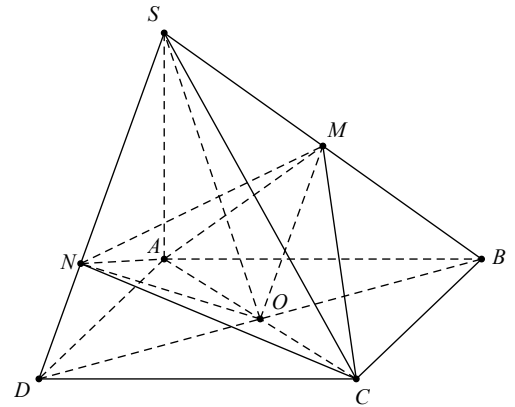
$$\text{Lại có } V_{S.ABD} = \frac{V}{2}, V_{S.AOB} = V_{S.AOD} = \frac{V}{4}$$

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{3}V_{S.ABD} = \frac{V}{6}$$

$$\frac{V_{M.AOB}}{V_{S.AOB}} = \frac{MB}{SB} = \frac{1}{2} \Rightarrow V_{M.AOB} = \frac{1}{2}V_{S.AOB} = \frac{V}{8}$$

$$\frac{V_{N.AOD}}{V_{S.AOD}} = \frac{ND}{SD} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{N.AOD} = \frac{1}{3}V_{S.AOD} = \frac{V}{12}$$

$$\text{Vậy } V_{C.AMN} = 2V_{O.AMN} = 2\left(\frac{V}{2} - \frac{V}{6} - \frac{V}{8} - \frac{V}{12}\right) = \frac{V}{4}$$



**Câu 50.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = |x| - |x^3 - x + m|$  trên đoạn  $[-1; 2]$  không bé hơn  $-2020$ ?

- A.** 2019.      **B.** 4040.      **C.** 4037.      **D.** 4041.

**Chọn C**

.Giả thiết suy ra  $|x| - |x^3 - x + m| \geq -2020, \forall x \in [-1; 2]$

$$\Leftrightarrow |x^3 - x + m| \leq |x| + 2020, \forall x \in [-1; 2]$$

$$\Leftrightarrow -|x| - 2020 \leq x^3 - x + m \leq |x| + 2020, \forall x \in [-1; 2]$$

$$\Leftrightarrow f(x) = -x^3 + x - |x| - 2020 \leq m \leq -x^3 + x + |x| + 2020 = g(x), \forall x \in [-1; 2]$$

$$\cdot f(x) = \begin{cases} -x^3 - 2020, & x \geq 0 \\ -x^3 + 2x - 2020, & x < 0 \end{cases} \cdot \text{Lập BTT hàm số trên đoạn } [-1; 2], \text{ suy ra } m \geq -2020.$$

$$\cdot g(x) = \begin{cases} -x^3 + 2x + 2020, & x \geq 0 \\ -x^3 + 2020, & x < 0 \end{cases} \cdot \text{Lập BTT hàm số trên đoạn } [-1; 2], \text{ suy ra } m \leq 2016.$$

Ta được  $-2020 \leq m \leq 2016, m \in \mathbb{C} \Rightarrow m \in \{-2020; -2019; \dots -1; 0; 1; \dots; 2016\}$  nên có 4037 giá trị cần tìm.

.....