TRƯỜNG ĐHSP HÀ NỘI TRƯỜNG THPT CHUYÊN	KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020 BÀI THI MÔN TOÁN *Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)*

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3|x| \le 0$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $(0;1]$. **D.** $[-1;1]\setminus\{0\}$.

Câu 2. Nếu một khối lăng trụ đứng có diện tích đáy bằng B và cạnh bên bằng h thì có thể tích là

A. $\frac{1}{2}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** Bh. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 3. Cho khối cầu có đường kính bằng 1. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 4π. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{12}$.

Câu 4. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và đường kính đáy a bằng

A. πal. **B.** $4\pi al$. **C.** $2\pi al$. **D.** $\frac{1}{2}\pi al$.

Câu 5. Cho tập hợp M có 2020 phần tử. Số tập con của M có 2 phần tử là

A. A_{2020}^2. **B.** 2^{2020}. **C.** C_{2020}^2. **D.** 2020^2.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(x-1)(x-2)^2(x-3), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 7. Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn x; $2x$; 1 lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

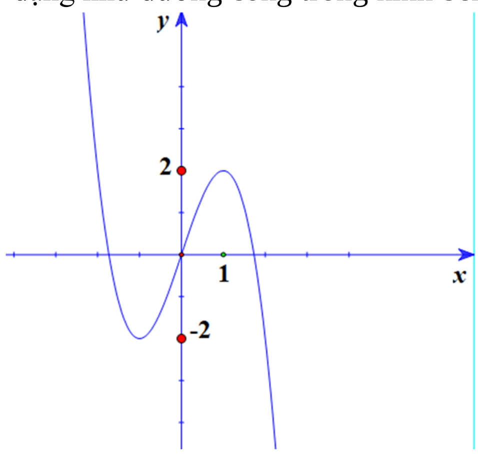
Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=e^x$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $[e;+\infty)$.

Câu 9. Cho khối nón có chiều cao h và đường kính đáy là a. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\frac{1}{12}\pi a^2h$. **B.** $\frac{1}{6}\pi a^2h$. **C.** $\frac{1}{4}\pi a^2h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi a^2h$.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y=-x^4+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=3x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Câu 11. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=\ln x$ trên $(0;+\infty)$ nếu

A. $F'(x)=\dfrac{1}{\ln x}\ \ \forall x\in(0;+\infty)$.

B. $F'(x)=\ln x\ \ \forall x\in(0;+\infty)$.

C. $F'(x)=\dfrac{1}{x}\ \ \forall x\in(0;+\infty)$.

D. $F'(x)=e^x\ \ \forall x\in(0;+\infty)$.

Câu 12. Nghiệm phương trình $2^x=e$ là

A. 2^e. **B.** $\log e$. **C.** $\ln 2$. **D.** $\log_2 e$.

Câu 13. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-5x}{4x+7}$ là

A. $y=-\dfrac{5}{4}$. **B.** $x=\dfrac{3}{5}$. **C.** $x=\dfrac{3}{4}$. **D.** $x=-\dfrac{7}{5}$.

Câu 14. Nếu khối chóp $O.ABC$ thoả mãn $OA=a, OB=b, OC=c$ và $OA\perp OB, OB\perp OC$, $OC\perp OA$ thì có thể tích là

A. abc. **B.** $\dfrac{abc}{3}$. **C.** $\dfrac{abc}{2}$. **D.** $\dfrac{abc}{6}$.

Câu 15. Hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên trong hình bên.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x)=-0,5$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{81}\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $\dfrac{3}{4}\log_3 a$. **B.** $\dfrac{1}{12}\log_3 a$. **C.** $\dfrac{4}{3}\log_3 a$. **D.** $\dfrac{1}{27}\log_3 a$.

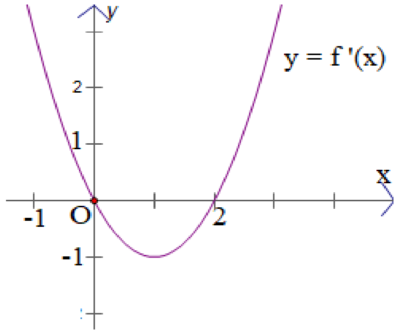
Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R thỏa mãn $f(0)=2$, $\int_0^1 f'(x)dx=5$ thì

A. $f(1)=7$. **B.** $f(1)=10$. **C.** $f(1)=3$. **D.** $f(1)=-3$.

Câu 18. Số phức nghịch đảo của $z=3+4i$ là

A. $3-4i$. **B.** $\dfrac{3}{25}-\dfrac{4}{25}i$. **C.** $\dfrac{3}{25}+\dfrac{4}{25}i$. **D.** $\dfrac{3}{5}-\dfrac{4}{5}i$.

Câu 19. Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng



A. $(1;2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(2;3)$.

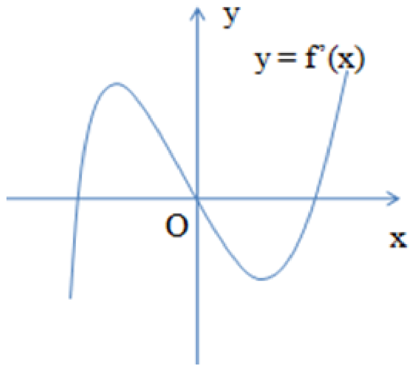
Câu 20. Cho hai số phức $z_1 = 3+2i$ và $z_2 = 4+5i$. Phần ảo của số phức $z = z_1 + \overline{z_2}$ bằng

A. 7. **B.** $7i$. **C.** $-3i$. **D.** -3.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2} > \frac{1}{3}$ là

A. $\left(-\infty;\log_2\frac{1}{3}\right)$ **B.** $\left(\log_2\frac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_2\frac{1}{3}\right)\cup\left(\log_2\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 22. Cho đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Gọi $m,\ n$ là số điểm cực tiểu và cực đại của hàm số đã cho. Giá trị của biểu thức $2m-n$ bằng



A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 23. Cho $z = x + (x-1)i, x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị thực của x thỏa mãn z^2 là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 24. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Mặt phẳng chứa A và trục Oz có phương trình là

A. $2x-y=0$ **B.** $x+y-z=0$. **C.** $3y-2z=0$. **D.** $3x-z=0$.

Câu 25. Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + 2020x + m$ và trục hoành có điểm chung?

A. Vô số. **B.** 2020. **C.** 4080. **D.** 2021.

Câu 26. Cho ba số dương a,b,c. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(a;0;c)$ và $B(c;a;b)$. Giả sử đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm I. Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng

A. $\frac{b}{c}$. **B.** $\frac{c}{a}$. **C.** $\frac{c}{b}$. **D.** $\frac{a}{c}$.

Câu 27. Cho $z = 25i - 3$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ là điểm nào dưới đây?

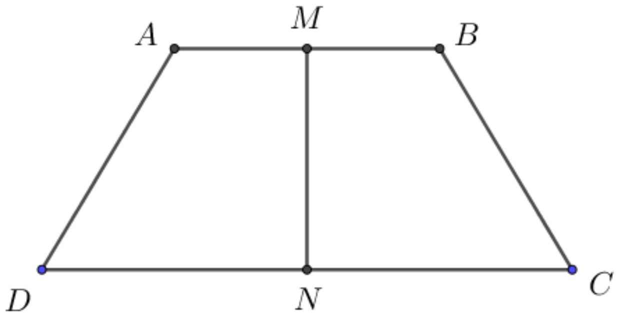
A. $N(-3;25)$. **B.** $P(-25;-3)$. **C.** $Q(-3;-25)$. **D.** $(25;-3)$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-4)$, $B(-1;-2;-4)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2+y^2+(z-4)^2=5$. **B.** $x^2+y^2+(z+4)^2=20$.

C. $x^2+y^2+(z+4)^2=5$. **D.** $x^2+y^2+(z-4)^2=20$.

Câu 29. Trong không gian. cho hình thang cân $ABCD$, $AB//CD$, $AB=3a$, $CD=6a$, đường cao $MN=2a$, với M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi quay hình thang cân $ABCD$ xung quanh trục đối xứng MN thì được một hình nón cụt có diện tích xung quanh là



A. $3,75\pi a^2$. **B.** $11,25\pi a^2$. **C.** $7,5\pi a^2$. **D.** $15\pi a^2$.

Câu 30. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$. Gọi D_1 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, các đường $x=0$, $x=1$ và trục Ox. Gọi D_2 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}f(x)$, các đường $x=0$, $x=1$ và trục Ox. Quay các hình phẳng D_1, D_2 quanh trục Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2.

A. $V_1=9V_2$. **B.** $V_2=9V_1$. **C.** $V_2=3V_1$. **D.** $V_2=3V_1$.

Câu 31. Trong các hàm số sau, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)=\frac{1}{1-x}$ trên khoảng $(1;+\infty)$

A. $y=\ln|1-x|$. **B.** $y=-\ln(1-x)$. **C.** $y=\ln\frac{1}{x-1}$. **D.** $y=\ln|x-1|$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC') bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 33. Xét các số thực dương $a,\ b,\ c$ khác 1 thỏa mãn $\sqrt{\log_c b}=a$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^c=b^{\frac{1}{c}}$. **B.** $c^a=b^{\frac{1}{a}}$. **C.** $c^{2a}=b$. **D.** $c^{2b}=a$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x-4y+5=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_2=(2;\ 4;\ 0)$. **B.** $\vec{n}_1=(-1;\ 2;\ 0)$. **C.** $\vec{n}_4=(0;\ 2;\ -4)$. **D.** $\vec{n}_3=(2;\ -4;\ 5)$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-4}{1}=\frac{z-5}{-2}$ và các điểm $A(3+m;4+m;5-2m)$, $B(4-n;5-n3+2n)$ với m,n là các số thực. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $A\notin d, B\in d$. **B.** $A\in d, B\in d$. **C.** $A\in d, B\notin d$. **D.** $A\notin d; B\notin d$.

Câu 36. Xét các khẳng định sau

i. Nếu giá trị nhỏ nhất của hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng m thì có số thực x_1 thỏa mãn $f(x_1)=m, f(x)>m\,\forall x\in(-\infty;+\infty)\setminus\{x_1\}$.

ii. Nếu giá trị nhỏ nhất của hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng m thì có số thực x_1 thỏa mãn $f(x_1)=m, f(x)\ge m\,\forall x\in(-\infty;+\infty)\setminus\{x_1\}$.

iii. Nếu giá trị lớn nhất của hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng M thì có số thực x_2 thỏa mãn $f(x_2)=M, f(x)<M\ \forall x\in(-\infty;+\infty)\setminus\{x_2\}$.

iiii. Nếu giá trị lớn nhất của hàm đa thức bậc bốn $y=f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng M thì có số thực x_2 thỏa mãn $f(x_2)=M, f(x)\le M\ \forall x\in(-\infty;+\infty)\setminus\{x_2\}$.

Số khẳng định đúng là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 37. Tìm tập hợp tất cả số phức z thỏa mãn $z^2=|z|^2$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** Z. **C.** C. **D.** Q.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-1;1;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 5x-10y-15z-6=0$ có phương trình tham số là

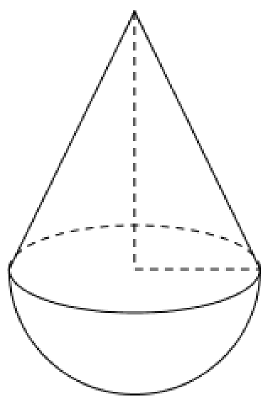
A. $\begin{cases} x=-1+5t \\ y=1+10t \\ z=15t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=5t \\ y=-10t \\ z=-15t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=5+2t \\ z=6+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+5t \\ y=1-10t \\ z=15t \end{cases}$.

Câu 39. Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với lương tháng đầu là 8 triệu, cứ sau 6 tháng thì tăng lương 10%. Nếu tính theo hợp đồng thì sau đúng 5 năm, người đó nhận được tổng số tiền của công ty là

A. $80(1{,}1^{10}-1)$ (triệu đồng). **B.** $800(1{,}1^{10}-1)$ (triệu đồng).

C. $480(1{,}1^{10}-1)$ (triệu đồng). **D.** $48(1{,}1^{10}-1)$ (triệu đồng).

Câu 40. Một đồ chơi bằng gỗ có dạng một khối nón và một nửa khối cầu ghép với nhau (hình bên). Đường sinh của khối nón bằng $5cm$, đường cao của khối nón là $4cm$. Thể tích của đồ chơi bằng:



A. $30\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $72\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $48\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $54\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên của m thuộc đoạn $[-100;100]$ để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{(x-m)\sqrt{2x-x^2}}$ có đúng hai đường tiệm cân ?

A. 200. **B.** 2. **C.** 199. **D.** 0.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm nằm trong tứ diện, bốn mặt phẳng chứa M lần lượt song song với các mặt $(BCD),(CDA),(DAB),(ABC)$ chia khối tứ diện $ABCD$ thành các khối đa diện trong đó có bốn tứ diện có thể tích lần lượt là $1,1,1,8$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. 121. **B.** 64. **C.** 125. **D.** 100.

Câu 43. Cho các số thực x,y thay đổi, thỏa mãn $x>y>0$ và $\ln(x-y)+\frac{1}{2}\ln(xy)=\ln(x+y)$. Giá trị nhỏ nhất của $M=x+y$ là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 16.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập số thực thỏa mãn

$f(x)+(5x-2)f\left(5x^2-4x\right)=50x^3-60x^2+23x-1\forall x\in R$. Giá trị của biểu thức $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 45. Nhân ngày khai trương siêu thị MC, các khách hàng vào siêu thị được đánh số thứ tự là các số tự nhiên liên tiếp và có thể được tặng quà (khách hàng đầu tiên được đánh số thứ tự là 1). Cứ 4 khách vào MC thì khách thứ 4 được tặng một cái lược cài tóc, cứ 5 khách vào MC thì khách thứ 5 được tặng một cái khan mặt, cứ 6 khách vào MC thì khách thứ 6 được tặng một hộp kem đánh rang. Sau 30 phút mở cửa, có 200 khách đầu tiên vào MC và tất cả khách vẫn ở trong MC. Chọn ngẫu nhiên 1 khách hàng trong 200 khách đầu tiên, xác suất để chọn được khách hàng được tặng cả 3 món quà là

A. $\dfrac{1}{200}$. **B.** $\dfrac{1}{100}$. **C.** $\dfrac{3}{100}$. **D.** $\dfrac{3}{200}$.

Câu 46. Xét các khẳng định sau:

i)Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R thỏa mãn $f'(x)>0\forall x\in R$ thì hàm số đồng biến trên R.

ii)Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R thỏa mãn $f'(x)\ge 0\forall x\in R$ và đẳng thức chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên R thì hàm số đồng biến trên R.

iii)Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R và đồng biến trên R thì $f'(x)\ge 0\forall x\in R$ và đẳng thức chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên R.

iv)Nếu hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)\ge 0\forall x\in R$ và đẳng thức xảy ra tại vô hạn điểm trên R thì hàm số $y=f(x)$ không đồng biến trên R.

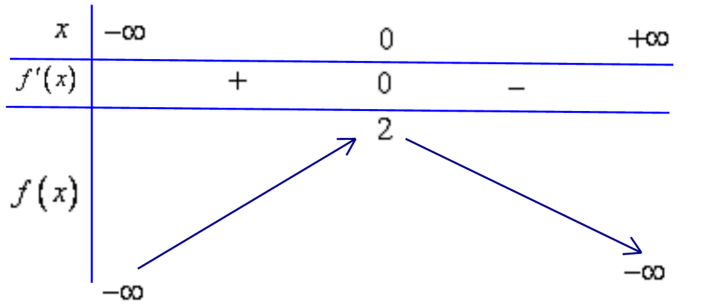
Số khẳng định đúng là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 47. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên n có 4 chữ số thỏa mãn $\left(2^n+3^n\right)^{2020}<\left(2^{2020}+3^{2020}\right)^n$. Số phần tử của S là

A. 8999. **B.** 2019. **C.** 1010. **D.** 7979.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập số thực và có bảng biến thiên như như hình bên dưới.



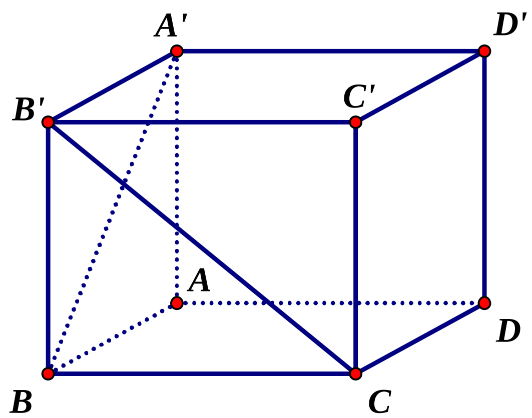
Số nghiệm phân biệt của phương trình $f\left(x - \dfrac{1}{\ln x}\right) = 1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-20\,;\,20]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x+m+6}{x-m}$ trên đoạn $[1\,;\,3]$ là số dương?

A. 9. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 50. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 5a; AD = 6a; BD = 7a; AA' = \dfrac{12\sqrt{6}a}{7}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là



A. $\dfrac{12a}{7}$. **B.** $\dfrac{12\sqrt{2}a}{7}$. **C.** $\dfrac{12\sqrt{6}a}{7}$. **D.** $\dfrac{12\sqrt{3}a}{7}$.

----------------------**HẾT**----------------------

TRƯỜNG ĐHSP HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2020
BÀI THI MÔN TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	C	B	A	C	C	A	C	A	D	B	D	A	D	B	B	A	B	A	D	D	A	B	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	C	C	B	A	C	D	B	B	B	D	A	C	C	A	A	C	C	A	D	C	D	C	A	D

PHẦN LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3|x| \le 0$ là

A. $(-\infty;1]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $(0;1]$. **D.** $[-1;1]\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_3|x| \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 0 \\ |x| \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ne 0 \\ -1 \le x \le 1 \end{cases}$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3|x| \le 0$ là $[-1;1]\setminus\{0\}$.

Câu 2. Nếu một khối lăng trụ đứng có diện tích đáy bằng B và cạnh bên bằng h thì có thể tích là

A. $\frac{1}{2}Bh$. **B.** $3Bh$. **C.** Bh. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn C

Nếu một khối lăng trụ đứng có diện tích đáy bằng B và cạnh bên bằng h thì có thể tích là Bh.

Câu 3. Cho khối cầu có đường kính bằng 1. Thể tích của khối cầu đã cho bằng

A. 4π. **B.** $\frac{\pi}{6}$. **C.** $\frac{4\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{12}$.

Lời giải

Chọn B

Do khối cầu có đường kính bằng 1 nên có bán kính là $R = \frac{1}{2}$.

Vậy thể tích khối cầu đã cho là: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{\pi}{6}$.

Câu 4. Diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh l và đường kính đáy a bằng

A. πal. **B.** $4\pi al$. **C.** $2\pi al$. **D.** $\frac{1}{2}\pi al$.

Lời giải

Chọn A

Bán kính đáy của hình trụ là: $r = \frac{a}{2}$.

Khi đó, diện tích xung quanh của hình trụ đã cho là: $2\pi rl = 2\pi\frac{a}{2}l = \pi al$.

Câu 5. Cho tập hợp M có 2020 phần tử. Số tập con của M có 2 phần tử là

A. A_{2020}^{2}. **B.** 2^{2020}. **C.** C_{2020}^{2}. **D.** 2020^{2}.

Lời giải

Chọn C

Số tập con của M có 2 phần tử là: C_{2020}^{2}.

Câu 6. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ thỏa mãn $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(x-2\right)^{2}\left(x-3\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=3$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn C

$$f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(x-2\right)^{2}\left(x-3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\\x=3\end{array}\right..$$

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta thấy: hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 7. Gọi S là tập hợp tất cả các số thực x thỏa mãn x; $2x$; 1 lập thành một cấp số nhân. Số phần tử của S là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: x; $2x$; 1 lập thành một cấp số nhân.

Suy ra: $4x^{2}=x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{1}{4}\end{array}\right.$.

Vậy $S=\left\{0;\dfrac{1}{4}\right\}$. Vậy số phần tử của S là 2.

Câu 8. Tập xác định của hàm số $y=e^{x}$ là

A. $\left[0;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;+\infty\right)$. **D.** $\left[e;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn C

$y=e^{x}$. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Câu 9. Cho khối nón có chiều cao h và đường kính đáy là a. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{12}\pi a^{2}h$. **B.** $\dfrac{1}{6}\pi a^{2}h$. **C.** $\dfrac{1}{4}\pi a^{2}h$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi a^{2}h$.

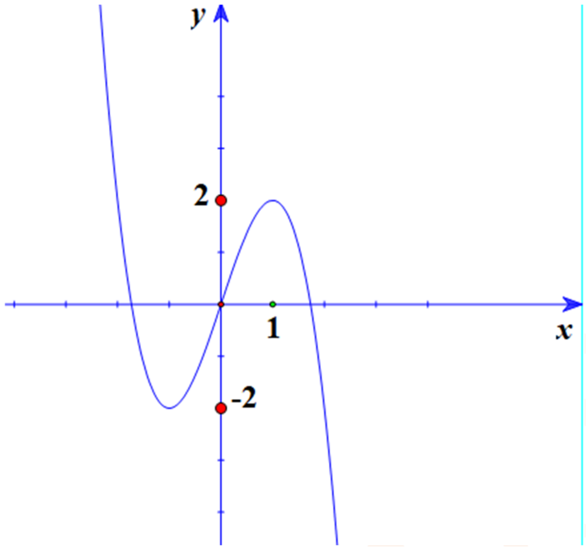
Lời giải

Chọn A

Bán kính của mặt đáy là $\dfrac{a}{2}$.

Thể tích của khối nón đã cho bằng: $V=\frac{1}{3}.\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 h=\frac{1}{12}\pi a^2 h$.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như đường cong trong hình bên



A. $y=-x^4+3x^2$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=3x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Lời giải

Chọn D

Quan sát đồ thị hàm số ta thấy:

Đây là đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a<0$. Nên chọn **D.**

Câu 11. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=\ln x$ trên $(0;+\infty)$ nếu

A. $F'(x)=\frac{1}{\ln x}\ \forall x\in(0;+\infty)$.

B. $F'(x)=\ln x\ \forall x\in(0;+\infty)$.

C. $F'(x)=\frac{1}{x}\ \forall x\in(0;+\infty)$.

D. $F'(x)=e^x\ \forall x\in(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 12. Nghiệm phương trình $2^x=e$ là

A. 2^e. **B.** $\log e$. **C.** $\ln 2$. **D.** $\log_2 e$.

Lời giải

Chọn D

Câu 13. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3-5x}{4x+7}$ là

A. $y=-\frac{5}{4}$. **B.** $x=\frac{3}{5}$. **C.** $x=\frac{3}{4}$. **D.** $x=-\frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3-5x}{4x+7}=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3-5x}{4x+7}=-\frac{5}{4}$.

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3-5x}{4x+7}$ là $y=-\frac{5}{4}$

Câu 14. Nếu khối chóp $O.ABC$ thoả mãn $OA=a, OB=b, OC=c$ và $OA\perp OB, OB\perp OC$, $OC\perp OA$ thì có thể tích là

A. abc. **B.** $\frac{abc}{3}$. **C.** $\frac{abc}{2}$. **<u>D.</u>** $\frac{abc}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp $O.ABC$ là: $V_{O.ABC}=\frac{1}{3}.OA.\frac{OB.OC}{2}=\frac{OA.OB.OC}{6}$.

Câu 15. Hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên trong hình bên.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=-0,5$ là

A. 2. **<u>B.</u>** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có đường thẳng $y=-0,5$ cắt đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ tại 3 điểm phân biệt $x_1; x_2; x_3$

Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_{81}\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $\frac{3}{4}\log_3 a$. **<u>B.</u>** $\frac{1}{12}\log_3 a$. **C.** $\frac{4}{3}\log_3 a$. **D.** $\frac{1}{27}\log_3 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_{81}\sqrt[3]{a}=\log_{3^4}a^{\frac{1}{3}}=\frac{1}{4}.\frac{1}{3}\log_3 a=\frac{1}{12}\log_3 a$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên R thỏa mãn $f\left(0\right)=2$, $\int_0^1 f'\left(x\right)dx=5$ thì

<u>A.</u> $f\left(1\right)=7$. **B.** $f\left(1\right)=10$. **C.** $f\left(1\right)=3$. **D.** $f\left(1\right)=-3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int_0^1 f'\left(x\right)dx=5 \Leftrightarrow f\left(x\right)\Big|_0^1=5 \Leftrightarrow f\left(1\right)-f\left(0\right)=5 \Leftrightarrow f\left(1\right)-2=5 \Leftrightarrow f\left(1\right)=7$.

Câu 18. Số phức nghịch đảo của $z=3+4i$ là

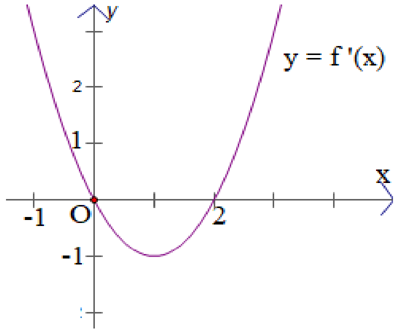
A. $3-4i$. **<u>B.</u>** $\frac{3}{25}-\frac{4}{25}i$. **C.** $\frac{3}{25}+\frac{4}{25}i$. **D.** $\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\frac{1}{z}=\frac{1}{3+4i}=\frac{3-4i}{(3+4i)(3-4i)}=\frac{3-4i}{25}=\frac{3}{25}-\frac{4}{25}i$.

Câu 19. Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng



A. $(1;2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$ 0 2 $+\infty$
$f'(x)$	+ 0 − 0 +

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Mà $(1;2)\subset(0;2)$.

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 20. Cho hai số phức $z_1=3+2i$ và $z_2=4+5i$. Phần ảo của số phức $z=z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. 7. **B.** $7i$. **C.** $-3i$. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z=z_1+\overline{z_2}=3+2i+4-5i=7-3i$.

Vậy phần ảo của số phức $z=z_1+\overline{z_2}$ bằng -3.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2}>\frac{1}{3}$ là

A. $\left(-\infty;\log_2\frac{1}{3}\right)$ **B.** $\left(\log_2\frac{1}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_2\frac{1}{3}\right)\cup\left(\log_2\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn D

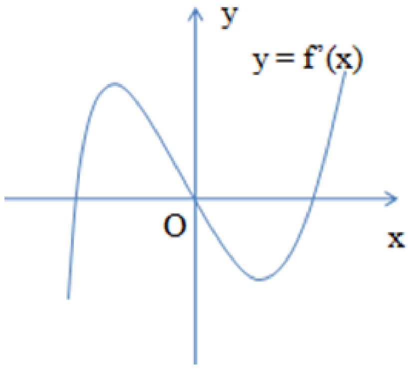
Vì cơ số $2>1$ nên $2^{x^2}>\frac{1}{3}\Leftrightarrow x^2>\log_2\frac{1}{3}$

Do $\log_2\frac{1}{3}<0, x^2\ge 0\,\forall x\in\mathbb{R}$ nên $x^2>\log_2\frac{1}{3}$ (1).

Do $\log_2\frac{1}{3}<0$ nên (1) đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=\mathbb{R}$.

Câu 22. Cho đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Gọi $m,\ n$ là số điểm cực tiểu và cực đại của hàm số đã cho. Giá trị của biểu thức $2m-n$ bằng



A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Gọi a,b là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và trục Ox, ($a<0<b$).

Ta có BBT của hàm số $y=f(x)$ là

x	$-\infty$		a		0		b		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y		↘		↗		↘		↗	

Căn cứ BBT ta thấy hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu nên $m=2;n=1$.

Do đó $2m-n=2.2-1=3$.

Câu 23.

Cho $z = x + (x-1)i, x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị thực của x thỏa mãn z^2 là số thuần ảo?

A. 0. **<u>B.</u>** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z = x + (x-1)i, x \in \mathbb{R}$, suy ra $z^2 = x^2 - (x-1)^2 + 2x(x-1)i$.

Để z^2 là số thuần ảo thì $x^2 - (x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Vậy có một giá trị thực của x để z^2 là số thuần ảo.

Câu 24. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Mặt phẳng chứa A và trục Oz có phương trình là

<u>A.</u> $2x - y = 0$ **B.** $x + y - z = 0$. **C.** $3y - 2z = 0$. **D.** $3x - z = 0$.

Lời giải

Chọn A

Trục Oz đi qua điểm $O(0;0;0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{j} = (0;0;1)$.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (1;2;3)$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa A và trục Oz.

Mặt phẳng (α) có cặp vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{OA}$ và $\vec{j}$ nên một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{OA}; \vec{j}\right] = (2;-1;0)$.

Mặt phẳng $(\alpha): \begin{cases} \text{Qua } A(1;2;3) \\ \text{VTPT } \vec{n} = (2;-1;0) \end{cases}$

Phương trình của mặt phẳng (α) là $2(x-1) - (y-2) = 0$. Hay $(\alpha): 2x - y = 0$.

Câu 25. Có bao nhiêu số nguyên m thỏa mãn đồ thị hàm số $y = x^3 + 2020x + m$ và trục hoành có điểm chung?

<u>A.</u> Vô số. **B.** 2020. **C.** 4080. **D.** 2021.

Lời giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2020x + m$ và trục hoành là

$x^3 + 2020x + m = 0 \, (1)$

$\Leftrightarrow x^3 + 2020x = -m$

Xét hàm số $f(x) = x^3 + 2020x$

Câu 1. $f'(x) = 3x^2 + 2020 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 2020x + m$ và trục hoành bằng số nghiệm của phương trình (1) và bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -m$.

Căn cứ vào bảng biến thiên ta có với mọi giá trị của $m \in \mathbb{R}$ thì đường thẳng $y = -m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Vậy có vô số giá trị của m.

Câu 26. Cho ba số dương a, b, c. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(a;0;c)$ và $B(c;a;b)$. Giả sử đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxy) tại điểm I. Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng

A. $\frac{b}{c}$. **B.** $\frac{c}{a}$. **C.** $\frac{c}{b}$. **D.** $\frac{a}{c}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d(A,(Oxy)) = |c| = c$, $d(B,(Oxy)) = |b| = b$. Do đó, $\frac{IA}{IB} = \frac{d(A,(Oxy))}{d(B,(Oxy))} = \frac{c}{b}$.

Câu 27. Cho $z = 25i - 3$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $\overline{z}$ là điểm nào dưới đây?

A. $N(-3;25)$. **B.** $P(-25;-3)$. **C.** $Q(-3;-25)$. **D.** $(25;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overline{z} = -3 - 25i$. Vậy $Q(-3;-25)$ biểu diễn $\overline{z}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-4)$, $B(-1;-2;-4)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + y^2 + (z-4)^2 = 5$. **B.** $x^2 + y^2 + (z+4)^2 = 20$.

C. $x^2 + y^2 + (z+4)^2 = 5$. **D.** $x^2 + y^2 + (z-4)^2 = 20$.

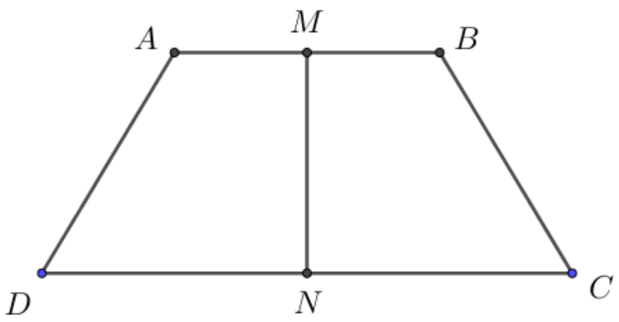
Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm AB. $I(0;0;-4)$ là tâm của mặt cầu. Bán kính mặt cầu $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{5}$.

Vậy phương trình mặt cầu là $x^2 + y^2 + (z+4)^2 = 5$.

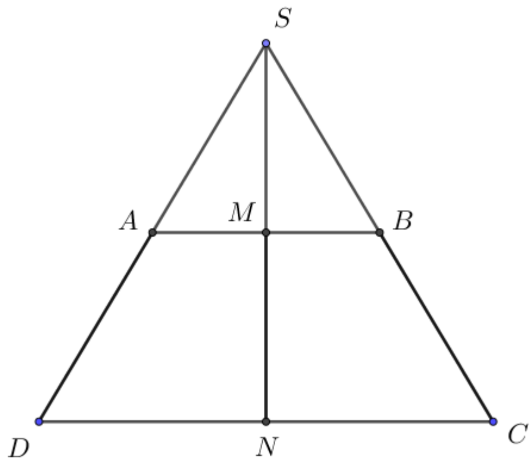
Câu 29. Trong không gian. cho hình thang cân $ABCD$, $AB // CD$, $AB = 3a$, $CD = 6a$, đường cao $MN = 2a$, với M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Khi quay hình thang cân $ABCD$ xung quanh trục đối xứng MN thì được một hình nón cụt có diện tích xung quanh là



A. $3,75\pi a^2$. **B.** $11,25\pi a^2$. **C.** $7,5\pi a^2$. **D.** $15\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi S là giao điểm của hai cạnh bên AD và BC của hình thang. Khi đó S, M, N thẳng hàng. Khi quay quanh SN, tam giác SCD sinh ra khối nón $\left(N_1\right)$ có diện tích xung quanh là S_1, tam giác SAB sinh ra khối nón $\left(N_2\right)$ có diện tích xung quanh S_2 còn hình thang $ABCD$ sinh ra một khối tròn xoay $\left(H\right)$ có diện tích xung quanh $S = S_1 - S_2$.

Do $AB//CD$ và $AB = \dfrac{1}{2}CD$ nên AB là đường trung bình của tam giác SCD nên $SB = BC = \dfrac{SC}{2}$

.

Ta có $BC = \sqrt{MN^2 + \left(NC - MB\right)^2} = \sqrt{4a^2 + \left(3a - \dfrac{3}{2}a\right)^2} = \dfrac{5}{2}a$.

Khi đó $S_1 = \pi NC.SC = \pi 3a.5a = 15\pi a^2$.

$S_2 = \pi MB.SB = \pi \dfrac{3}{2}a.\dfrac{5}{2}a = \dfrac{15}{5}\pi a^2$.

Vậy $S = S_1 - S_2 = 15\pi a^2 - \dfrac{15}{4}\pi a^2 = 11,25\pi a^2$.

Câu 30. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục và nhận giá trị dương trên $\mathbb{R}$. Gọi D_1 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$, các đường $x = 0$, $x = 1$ và trục Ox. Gọi D_2 là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}f\left(x\right)$, các đường $x=0$, $x=1$ và trục Ox. Quay các hình phẳng D_1, D_2 quanh trục Ox ta được các khối tròn xoay có thể tích lần lượt là V_1, V_2.

A. $V_1=9V_2$. **B.** $V_2=9V_1$. **C.** $V_2=3V_1$. **D.** $V_2=3V_1$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng D_1 quay quanh trục Ox là $V_1=\pi\int\limits_0^1 f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Thể tích khối tròn xoay sinh ra do hình phẳng D_2 quay quanh trục Ox là $V_2=\pi\int\limits_0^1\left[\frac{1}{3}f\left(x\right)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{1}{9}\pi\int\limits_0^1 f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Do đó $V_2=\frac{1}{9}V_1\Leftrightarrow V_1=9V_2$.

Câu 31. Trong các hàm số sau, hàm số nào là một nguyên hàm của $f\left(x\right)=\frac{1}{1-x}$ trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$

A. $y=\ln\left|1-x\right|$. **B.** $y=-\ln\left(1-x\right)$. **C.** $y=\ln\frac{1}{x-1}$. **D.** $y=\ln\left|x-1\right|$.

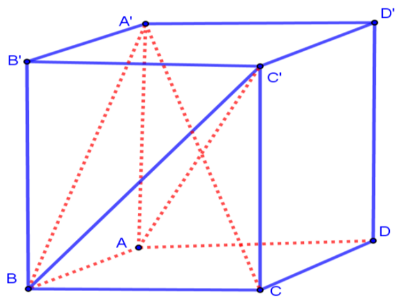
Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\frac{1}{1-x}\mathrm{d}x=-\ln\left|1-x\right|+C=-\ln\left(x-1\right)+C=\ln\frac{1}{x-1}+C$.

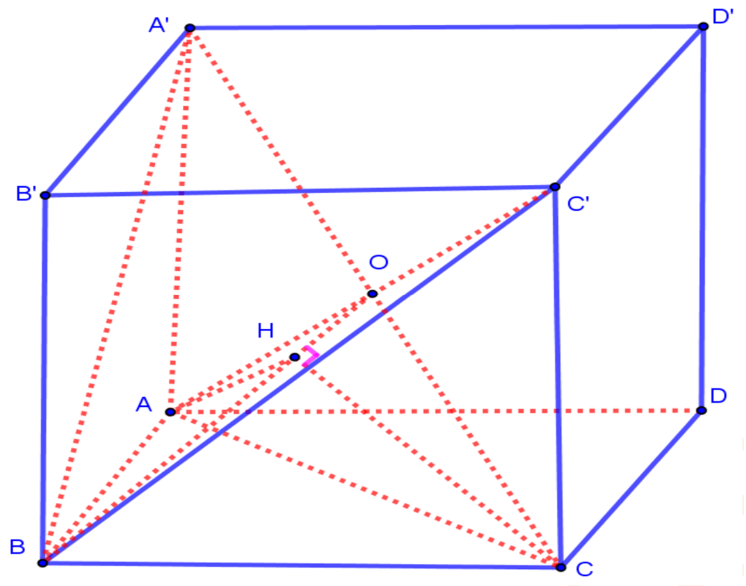
Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Cosin góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'BC\right)$ và $\left(ABC'\right)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{2}$.



Lời giải

Chọn D



Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC')

Gọi $O = A'C \cap AC'$

Gọi H là hình chiếu của A lên BO, $AH \perp BO \Rightarrow CH \perp BO$

Ta có $\begin{cases} (A'BC) \cap (ABC') = BO \\ AH \perp BO \\ CH \perp BO \end{cases} \Rightarrow \widehat{((A'BC);(ABC'))} = \widehat{(AH, CH)}$

Xét tam giác vuông $A'BC$ có $BO = \dfrac{1}{2}A'C = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Ta có $S_{BCH} = \dfrac{1}{2}S_{A'BC} = \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}a\sqrt{2}.a = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$

Mặt khác $S_{BCH} = \dfrac{1}{2}CH.BO = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{4} \Rightarrow CH = \dfrac{\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}}{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Xét tam giác AHC có $\cos\widehat{AHC} = \dfrac{AH^2 + CH^2 - AC^2}{2.AH.CH} = \dfrac{\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2}{2.\left(\dfrac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = -\dfrac{1}{2}$

$\cos\alpha = \left|\cos\widehat{AHD}\right| = \dfrac{1}{2}$.

Câu 33. Xét các số thực dương a, b, c khác 1 thỏa mãn $\sqrt{\log_c b} = a$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^c = b^{\frac{1}{c}}$. **B.** $c^a = b^{\frac{1}{a}}$. **C.** $c^{2a} = b$. **D.** $c^{2b} = a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt{\log_c b} = a \Leftrightarrow \log_c b = a^2 \Leftrightarrow c^{a^2} = b \Leftrightarrow \left(c^a\right)^a = \left(b^{\frac{1}{a}}\right)^a \Leftrightarrow c^a = b^{\frac{1}{a}}$ do $0 < a,\ b,\ c \neq 1$.

Câu 34. Trong không gian *Oxyz*, cho mặt phẳng (P): $2x - 4y + 5 = 0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_2 = (2;\ 4;\ 0)$. **<u>B.</u>** $\vec{n}_1 = (-1;\ 2;\ 0)$. **C.** $\vec{n}_4 = (0;\ 2;\ -4)$. **D.** $\vec{n}_3 = (2;\ -4;\ 5)$.

Lời giải

Chọn B

Từ phương trình của (P) ta thấy $\vec{n} = (2;\ -4;\ 0)$ là một vecto pháp tuyến của (P).

Mà $\vec{n}_1 = (-1;\ 2;\ 0)$ cùng phương với $\vec{n} = (2;\ -4;\ 0)$ nên $\vec{n}_1 = (-1;\ 2;\ 0)$ cũng là vecto pháp tuyến của (P).

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y-4}{1} = \dfrac{z-5}{-2}$ và các điểm $A(3+m;4+m;5-2m)$, $B(4-n;5-n3+2n)$ với m,n là các số thực. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $A \notin d, B \in d$. **<u>B.</u>** $A \in d, B \in d$. **C.** $A \in d, B \notin d$. **D.** $A \notin d; B \notin d$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ A vào đường thẳng d ta được $\dfrac{(3+m)-3}{1} = \dfrac{(4+m)-4}{1} = \dfrac{(5-2m)-5}{-2} = m$

Nên $A \in d$.

Thay tọa độ B vào đường thẳng d ta được $\dfrac{(4-n)-3}{1} = \dfrac{(5-n)-4}{1} = \dfrac{(3+2n)-5}{-2} = -n+1$

Nên $B \in d$.

Câu 36. Xét các khẳng định sau

i. Nếu giá trị nhỏ nhất của hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng m thì có số thực x_1 thỏa mãn $f(x_1) = m, f(x) > m\ \forall x \in (-\infty;+\infty) \setminus \{x_1\}$.

ii. Nếu giá trị nhỏ nhất của hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng m thì có số thực x_1 thỏa mãn $f(x_1) = m, f(x) \geq m\ \forall x \in (-\infty;+\infty) \setminus \{x_1\}$.

iii. Nếu giá trị lớn nhất của hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng M thì có số thực x_2 thỏa mãn $f(x_2) = M, f(x) < M\ \forall x \in (-\infty;+\infty) \setminus \{x_2\}$.

iiii. Nếu giá trị lớn nhất của hàm đa thức bậc bốn $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng M thì có số thực x_2 thỏa mãn $f(x_2) = M, f(x) \leq M\ \forall x \in (-\infty;+\infty) \setminus \{x_2\}$.

Số khẳng định đúng là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **<u>D.</u>** 2.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên miền D:

$$\begin{cases} f(x) \ge m \,\forall\, x \in D \\ \exists x_0 \in D: f(x_0) = m \end{cases} \Rightarrow m = \min_D f(x).$$

Từ đó **i** sai, **ii** đúng. Tương tự **iii** sai, **iiii** đúng.

Câu 37. Tìm tập hợp tất cả số phức z thỏa mãn $z^2 = |z|^2$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** Z. **C.** C. **D.** Q.

Lời giải

Chọn A

Đặt $z = a + bi$.

$$z^2 = |z|^2 \Leftrightarrow (a+bi)^2 = |a+bi|^2 \Leftrightarrow a^2 - b^2 + 2abi = a^2 + b^2 \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = a^2 + b^2 \\ 2ab = 0 \end{cases}$$

Do đó $b = 0 \Rightarrow z$ là số thực.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(-1;1;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 5x - 10y - 15z - 6 = 0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 1 + 10t \\ z = 15t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 5t \\ y = -10t \\ z = -15t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 5 + 2t \\ z = 6 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + 5t \\ y = 1 - 10t \\ z = 15t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

(α) có VTPT $\vec{u} = (1;-2;-3)$.

Đường thẳng Δ đi qua $M(-1;1;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 5x - 10y - 15z - 6 = 0$ có phương trình là $\begin{cases} x = -1 + u \\ y = 1 - 2u \\ z = -3u \end{cases}$.

Đáp án **A** ; **D** loại vì có VTCP không cùng phương với Δ.

Đáp án **B** loại vì với $t = 0$ được điểm có tọa độ $(0;0;0) \notin \Delta$.

Câu 39. Một người nhận hợp đồng dài hạn làm việc cho một công ty với lương tháng đầu là 8 triệu, cứ sau 6 tháng thì tăng lương 10%. Nếu tính theo hợp đồng thì sau đúng 5 năm, người đó nhận được tổng số tiền của công ty là

A. $80(1{,}1^{10} - 1)$ (triệu đồng). **B.** $800(1{,}1^{10} - 1)$ (triệu đồng).

C. $480(1{,}1^{10} - 1)$ (triệu đồng). **D.** $48(1{,}1^{10} - 1)$ (triệu đồng).

Lời giải

Chọn C

Ta coi 6 tháng là một kỳ hạn. Như vậy 5 năm tương ứng với 10 kỳ hạn. Gọi T_n là tổng số tiền người đó nhận được trong kỳ hạn thứ n, khi đó:

$T_1 = 48$ (triệu đồng).

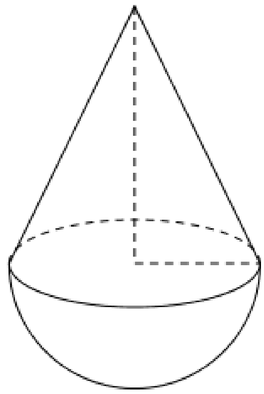
$T_2 = 48.1{,}1$ (triệu đồng).

…..

$T_{10} = 48.1,1^9$ (triệu đồng).

Vậy tổng số tiền mà người đó nhận được là: $T = 48 + 48.1,1 + 48.1,1^2 + ... + 48.1,1^9 = 48.\dfrac{1,1^{10} - 1}{1,1 - 1} = 480\left(1,1^{10} - 1\right)$ (triệu đồng).

Câu 40. Một đồ chơi bằng gỗ có dạng một khối nón và một nửa khối cầu ghép với nhau (hình bên). Đường sinh của khối nón bằng $5cm$, đường cao của khối nón là $4cm$. Thể tích của đồ chơi bằng:



A. $30\pi\left(cm^3\right)$. **B.** $72\pi\left(cm^3\right)$. **C.** $48\pi\left(cm^3\right)$. **D.** $54\pi\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $l = 5cm; h = 4cm$ suy ra bán kính đáy của nón cũng tương ứng bán kính của khối cầu là $r = \sqrt{l^2 - h^2} = 3cm$. Vậy thể tích của đồ chơi là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h + \dfrac{1}{2}.\dfrac{4}{3}.\pi r^3 = 30\pi\left(cm^3\right)$.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên của m thuộc đoạn $[-100;100]$ để đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{(x-m)\sqrt{2x - x^2}}$ có đúng hai đường tiệm cận ?

A. 200. **B.** 2. **C.** 199. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có điều kiện xác định là $\begin{cases} x \neq m \\ x \in (0;2) \end{cases}$, khi đó đồ thị hàm số sẽ không có tiệm cận ngang.

Ta có $\lim\limits_{x \to 0^+} y = \infty, \lim\limits_{x \to 2^-} y = \infty$

Suy ra $x = 0, x = 2$ là hai đường tiệm cận đứng

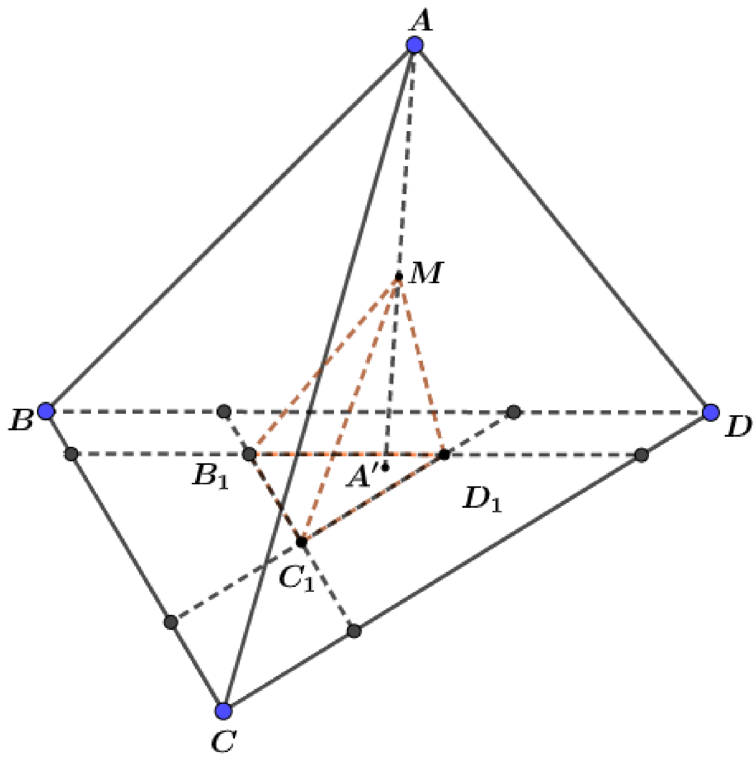
Vậy để đồ thị hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 2 \end{array}\right.$, theo bài m thuộc đoạn $[-100;100]$. Vậy có 200 số nguyên của m thỏa mãn đầu bài.

Câu 42. Cho tứ diện $ABCD$, M là một điểm nằm trong tứ diện, bốn mặt phẳng chứa M lần lượt song song với các mặt $(BCD),(CDA),(DAB),(ABC)$ chia khối tứ diện $ABCD$ thành các khối đa diện trong đó có bốn tứ diện có thể tích lần lượt là $1,1,1,8$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

A. 121. **B.** 64. **C.** 125. **D.** 100.

Lời giải

Chọn C



Gọi $A' = AM \cap (BCD)$; $B' = BM \cap (ACD)$; $C' = CM \cap (ABD)$; $D' = DM \cap (ABC)$

Ta dựng các điểm B_1, C_1, D_1 như hình vẽ.

Khi đó ta có: $\dfrac{V_{MB'C'D'}}{V_{ABCD}} = \left(\dfrac{A'M}{A'A}\right)^3$

Tương tự cho 3 các khối tứ diện còn lại.

Vì $V_{M.BCD} + V_{M.ACD} + V_{M.ABD} + V_{M.ABC} = V_{ABCD} \Rightarrow \dfrac{A'M}{A'A} + \dfrac{B'M}{B'B} + \dfrac{C'M}{C'C} + \dfrac{D'M}{D'D} = 1$

$\Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt[3]{V}} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{V}} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{V}} + \dfrac{1}{\sqrt[3]{V}} = 1 \Rightarrow V = 125$.

Câu 43. Cho các số thực x, y thay đổi, thỏa mãn $x > y > 0$ và $\ln(x-y) + \dfrac{1}{2}\ln(xy) = \ln(x+y)$. Giá trị nhỏ nhất của $M = x + y$ là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **<u>C.</u>** 4. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Với $x > y > 0$, ta có $\ln(x-y) + \dfrac{1}{2}\ln(xy) = \ln(x+y) \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}\ln(xy) = \ln(x+y) - \ln(x-y)$

$\Leftrightarrow \ln(xy) = 2\ln\dfrac{x+y}{x-y} \Leftrightarrow \ln(xy) = \ln\left(\dfrac{x+y}{x-y}\right)^2 \Leftrightarrow xy = \left(\dfrac{x+y}{x-y}\right)^2$

$\Leftrightarrow (x-y)^2 xy = (x+y)^2$ (*)

Đặt $\begin{cases} u = x + y > 0 \\ v = xy > 0 \end{cases}$

Ta có (*) $\Leftrightarrow \left(u^2 - 4v\right)v = u^2 \Leftrightarrow \left(v-1\right)u^2 = 4v^2 \Leftrightarrow u^2 = \dfrac{4v^2}{v-1} = f\left(v\right),\ (v > 1)$

$f'\left(v\right) = \dfrac{8v\left(v-1\right) - 4v^2}{\left(v-1\right)^2} = \dfrac{4v\left(v-2\right)}{\left(v-1\right)^2},\ f'\left(v\right) = 0 \Leftrightarrow v = 2$ do $v > 1$

Bảng biến thiên :

v	1		2		$+\infty$
$f'\left(v\right)$		-	0	+	
$f\left(v\right)$	$+\infty$	$\searrow$	16	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy $\min(x+y) = \min u = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ xy = 2 \\ x > y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + \sqrt{2} \\ y = 2 - \sqrt{2} \end{cases}$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập số thực thỏa mãn

$f(x) + (5x-2)f\left(5x^2 - 4x\right) = 50x^3 - 60x^2 + 23x - 1 \forall x \in R$. Giá trị của biểu thức $\int\limits_0^1 f(x)dx$ bằng

<u>**A.**</u> 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

$\int\limits_0^1 f(x)dx = \int\limits_0^1 (50x^3 - 60x^2 + 23x - 1)dx - \int\limits_0^1 (5x-2)f(5x^2-4x)dx = 3 - \int\limits_0^1 (5x-2)f(5x^2-4x)dx$ (1)

Xét tích phân $\int\limits_0^1 (5x-2)f(5x^2-4x)dx$:

Đặt $t = 5x^2 - 4x$ thì $dt = (5.2x - 4)dx = 2(5x-2)dx$

Khi $x = 1$ thì $t = 1$

Khi $x = 0$ thì $t = 0$

Suy ra:

$\int\limits_0^1 (5x-2)f(5x^2-4x)dx = \frac{1}{2}\int\limits_0^1 f(t)dt = \frac{1}{2}\int\limits_0^1 f(x)dx$

Thay vào (1) ta được:

$\int\limits_0^1 f(x)dx = 3 - \frac{1}{2}\int\limits_0^1 f(x)dx$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}\int\limits_0^1 f(x)dx = 3$

$\Leftrightarrow \int\limits_0^1 f(x)dx = 2$

Câu 45. Nhân ngày khai trương siêu thị MC, các khách hàng vào siêu thị được đánh số thứ tự là các số tự nhiên liên tiếp và có thể được tặng quà (khách hàng đầu tiên được đánh số thứ tự là 1). Cứ 4 khách vào MC thì khách thứ 4 được tặng một cái lược cài tóc, cứ 5 khách vào MC thì khách thứ 5 được tặng một cái khan mặt, cứ 6 khách vào MC thì khách thứ 6 được tặng một hộp kem đánh rang. Sau 30 phút mở cửa, có 200 khách đầu tiên vào MC và tất cả khách vẫn ở trong MC. Chọn ngẫu nhiên 1 khách hàng trong 200 khách đầu tiên, xác suất để chọn được khách hàng được tặng cả 3 món quà là

A. $\frac{1}{200}$. **B.** $\frac{1}{100}$. **C.** $\frac{3}{100}$. **D.** $\frac{3}{200}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu: $C_{200}^{1}=200$

$BCNN(4,5,6)=60$

Để chọn được khách hàng nhận được cả 3 món quà tặng thì số thứ tự của vị khách đó phải là bội của 60.

Từ 1 đến 200 có 3 số chia hết cho 60 là 60, 120, 180.

Như vậy xác suất để chọn được vị khách nhận được cả 3 món quà tặng là $\frac{3}{200}$

Câu 46. Xét các khẳng định sau:

i)Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R thỏa mãn $f'(x)>0\forall x\in R$ thì hàm số đồng biến trên R.

ii)Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R thỏa mãn $f'(x)\geq 0\forall x\in R$ và đẳng thức chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên R thì hàm số đồng biến trên R.

iii)Nếu hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên R và đồng biến trên R thì $f'(x)\geq 0\forall x\in R$ và đẳng thức chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên R.

iv)Nếu hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn $f'(x)\geq 0\forall x\in R$ và đẳng thức xảy ra tại vô hạn điểm trên R thì hàm số $y=f(x)$ không đồng biến trên R.

Số khẳng định đúng là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $y'<0,\forall x\in(1;+\infty)$.

Nhận định i, ii, iii đúng vì 3 nhận định trên là điều kiện cần và điều kiện đủ để hàm số đồng biến trên R.

Nhận định iv sai vì thiếu điều kiện hàm số có đạo hàm trên R.

Câu 47. Gọi S là tập hợp các số tự nhiên n có 4 chữ số thỏa mãn $\left(2^n+3^n\right)^{2020}<\left(2^{2020}+3^{2020}\right)^n$. Số phần tử của S là

A. 8999. **B.** 2019. **C.** 1010. **D.** 7979.

Lời giải

Chọn D

Ta có : $\left(2^n+3^n\right)^{2020}<\left(2^{2020}+3^{2020}\right)^n \Leftrightarrow \log_{2^{2020}+3^{2020}}\left(2^n+3^n\right)^{2020}<\log_{2^{2020}+3^{2020}}\left(2^{2020}+3^{2020}\right)^n$

$n > 2020\log_{2^{2020}+3^{2020}}\left(2^n+3^n\right) \Leftrightarrow n - 2020\log_{2^{2020}+3^{2020}}\left(2^n+3^n\right) > 0$ (1)

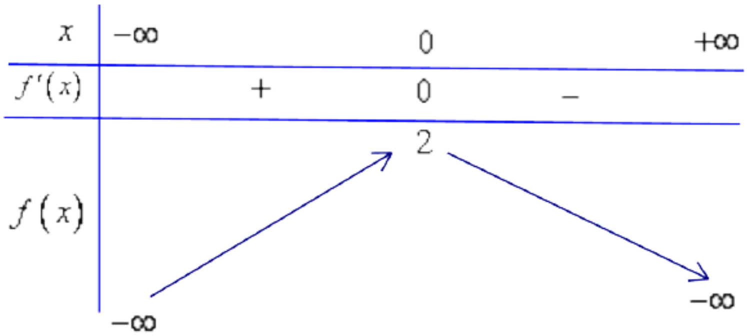
Xét hàm số $f(n) = n - 2020\log_{2^{2020}+3^{2020}}\left(2^n+3^n\right) \Rightarrow f'(n) = 1 - \dfrac{2020\left(2^n\ln 2 + 3^n\ln 3\right)}{\left(2^n+3^n\right)\ln\left(2^{2020}+3^{2020}\right)}$

$$= \frac{\left(2^n+3^n\right)\ln\left(2^{2020}+3^{2020}\right) - 2020\left(2^n\ln 2+3^n\ln 3\right)}{\left(2^n+3^n\right)\ln\left(2^{2020}+3^{2020}\right)}$$

$$= \frac{2^n\ln\dfrac{2^{2020}+3^{2020}}{2^{2020}} + 3^n\ln\dfrac{2^{2020}+3^{2020}}{3^{2020}}}{\left(2^n+3^n\right)\ln\left(2^{2020}+3^{2020}\right)} > 0, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Do đó hàm số $f(n)$ đồng biến trên tập $\mathbb{N}$, mà $f(2020) = 0$ nên bất phương trình (1) tương đương với $f(n) > f(2020) \Rightarrow n > 2020 \Rightarrow S = \{2021; 2022; ...; 9999\}$ nên tập S có 7979 phần tử.

Câu 48. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên tập số thực và có bảng biến thiên như như hình bên dưới.



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f\left(x - \dfrac{1}{\ln x}\right) = 1$ là

A. 2. **B.** 1. **<u>C.</u>** 3. **D.** 4.

Lời giải

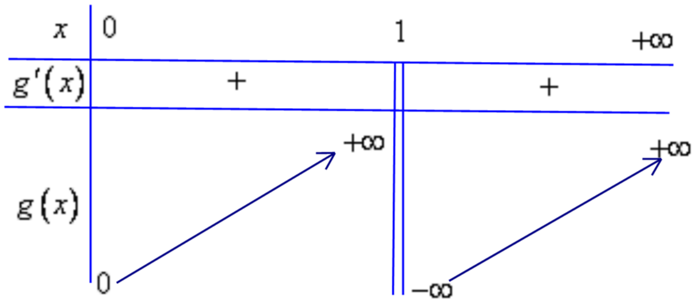
Chọn C

Ta có : $f\left(x - \dfrac{1}{\ln x}\right) = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - \dfrac{1}{\ln x} = a \\ x - \dfrac{1}{\ln x} = b \end{array}\right.$, với $a < 0; b > 0$.

Xét hàm số $g(x) = x - \dfrac{1}{\ln x}$ trên khoảng $(0; +\infty) \setminus \{1\}$.

$g'(x) = 1 + \dfrac{1}{x\ln^2 x} > 0$ với mọi $x \in (0; +\infty) \setminus \{1\}$.

Bảng biến thiên của $g(x)$.



Từ bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình: $x-\dfrac{1}{\ln x}=a\in(-\infty;0)$ cho 1 nghiệm.

Phương trình: $x-\dfrac{1}{\ln x}=b\in(0;+\infty)$ cho 2 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên m thuộc đoạn $[-20\,;\,20]$ để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m+6}{x-m}$ trên đoạn $[1\,;\,3]$ là số dương?

A. 9. **B.** 8. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Để hàm số có giá trị lớn nhất trên $[1\,;\,3]$ thì $m\notin[1\,;\,3]$.

$$y'=\frac{-2m-6}{(x-m)^2}.$$

Trường hợp 1: $-2m-6>0\Leftrightarrow m<-3$.

Khi đó $\max\limits_{x\in[1\,;\,3]}y=y(3)=\dfrac{m+9}{3-m}$.

Để giá trị lớn nhất trên đoạn $[1\,;\,3]$ là số dương thì $\dfrac{m+9}{3-m}>0\Leftrightarrow m+9>0\Leftrightarrow m>-9$.

Vậy các số nguyên m thỏa là $-8,\ -7,\ -6,\ -5,\ -4$.

Trường hợp 2: $-2m-6<0\Leftrightarrow m>-3$.

Khi đó $\max\limits_{x\in[1\,;\,3]}y=y(1)=\dfrac{m+7}{1-m}$.

Để giá trị lớn nhất trên đoạn $[1\,;\,3]$ là số dương thì $\dfrac{m+7}{1-m}>0\Leftrightarrow 1-m>0\Leftrightarrow m<1$.

Vậy các số nguyên m thỏa mãn là $-2,\ -1,\ 0$.

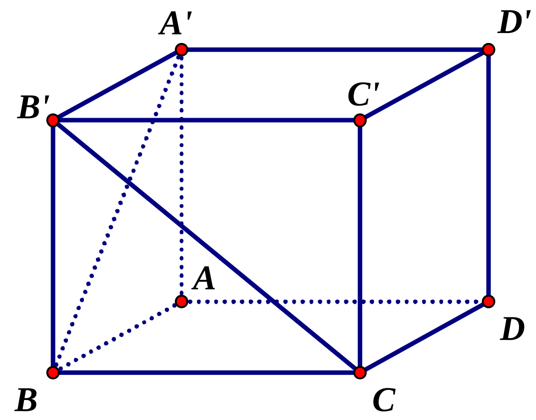
Trường hợp 3: $-2m-6=0\Leftrightarrow m=-3$.

Khi đó $y=1$. Nên $\max\limits_{x\in[1\,;\,3]}y=1$.

Vậy $m=-3$ thỏa.

Kết luận: có 9 số nguyên m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

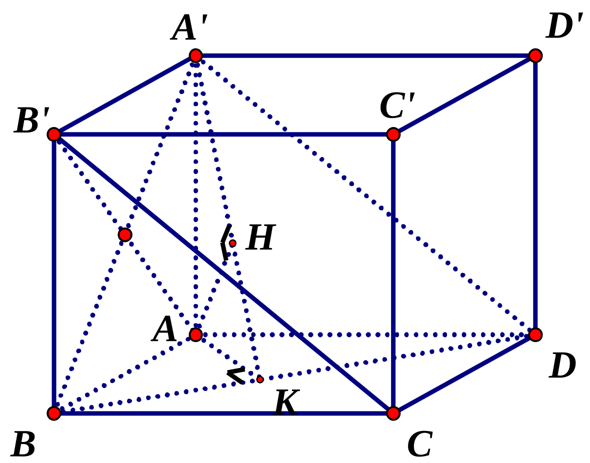
Câu 50. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 5a; AD = 6a; BD = 7a; AA' = \frac{12\sqrt{6}a}{7}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là



A. $\frac{12a}{7}$. **B.** $\frac{12\sqrt{2}a}{7}$. **C.** $\frac{12\sqrt{6}a}{7}$. **D.** $\frac{12\sqrt{3}a}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Có $mp(A'BD)$ đi qua $A'B$ và song song với $B'C$ (do $B'C // A'D$)

Do đó, $d(A'B, B'C) = d(B'C,(A'BD)) = d(B',(A'BD)) = d(A,(A'BD))$

Từ A kẻ $AK \perp BD$ và $AH \perp A'A$. Suy ra $d(A,(A'BD)) = AH$

Tam giác ABD có $p = \frac{5a + 6a + 7a}{2} = 9a$ và $S_{\Delta ABD} = \sqrt{9a.4a.3a.2a} = 6\sqrt{6}a^2$

Mặt khác, $S_{\Delta ABD} = \frac{1}{2}AK.BD \Rightarrow AK = \frac{2S_{\Delta ABD}}{BD} = \frac{12a\sqrt{6}}{7}$

Có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AK^2} + \frac{1}{AA'^2} = \frac{98}{864a^2}$. Vậy $AH = \frac{12\sqrt{3}a}{7}$

-----------------------**HẾT**----------------------