SỞ GD&ĐT HÀ NỘI
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 07 trang)

KỲ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG THPT 2019-2020 LẦN 2
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề.

Câu 1: Cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau nhưng không vuông góc nhau. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng d khi quay quanh Δ là?

A.Mặt cầu. **B.**Mặt trụ. **C.**Mặt nón. **D.**Mặt phẳng.

Câu 2: Trong không gian *Oxyz*, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases} x=1+2t \\ y=-4-3t \\ z=3+2t \end{cases}$ và $(d_2):\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-3}$ là

A. Cắt nhau. **B.** Song song. **C.** Chéo nhau. **D.** Trùng nhau.

Câu 3: Cho số phức $z=4-3i$. Khi đó $|z|$ bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 25. **C.** 7. **D. 5.**

Câu 4: Cho hàm số hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	
y	2 ↗		4 || $-\infty$	↗	3	↘	-1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cân ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 5: Trong không gian *Oxyz*, hình chiếu của điểm $M(-5;2;7)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $H(a;b;c)$.Khi đó giá trị của $a+10b+5c$ bằng

A. 0. **B.**35. **C.**15. **D.**50.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-5	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(4;+\infty)$ **C.** $(2;4)$ **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 7: $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{x^2}+C$. **B.** $-\frac{1}{x^2}+C$. **C.** $\ln|x|+C$. **D.** $\ln x+C$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $M(2;-1;3)$ và nhận véctơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-2)$, có phương trình là

A. $2x-y+3z+5=0$. **B.** $x-y-2z+5=0$. **C.** $x+y-2z-5=0$. **D.** $x+y-2z+5=0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-8y+4z-4=0$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 25. **C.** 5. **D.** $\sqrt{17}$.

Câu 10: Số phức nào sau đây có biểu diễn hình học là điểm $M(3;-5)$?

A. $z=3-5i$. **B.** $z=-3-5i$. **C.** $z=3+5i$. **D.** $z=-3+5i$.

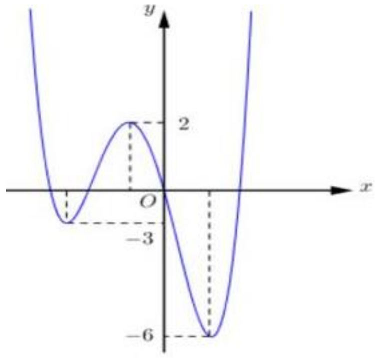
Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 12: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
C. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.
D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -6.

Câu 13: Cho a là một số thực dương, khác 1. Khi đó, $\log_a a^3$ bằng

A. a^3. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** a.

Câu 14: Khối bát diện đều cạnh a có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 15: Tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-x\right)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=\mathbb{R}$.
C. $D=(-\infty;0]\cup[1;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0;1\}$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{-3}$ và $d_2:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-2}{3}$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x-5y+z-22=0$. **B.** $x-5y-z+18=0$. **C.** $x+3y-z+12=0$. **D.** $x+5y-z+18=0$.

Câu 17: Biết hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0;2]$, $f(0)=\sqrt{5}; f(2)=\sqrt{11}$. Tích phân $I=\int_0^2 f(x).f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\sqrt{5}-\sqrt{11}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{11}-\sqrt{5}$. **D.** 6

Câu 18: Cho số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z-2\overline{z}=-1+6i$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 19: Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y=\sin x;\ y=0;\ x=0;\ x=\pi$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (D) quay xung quanh Ox bằng

A. $\dfrac{\pi^2}{1000}$. **B.** $\dfrac{\pi}{1000}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}$. **D.** $\dfrac{\pi^2}{2}$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)^3(2-x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 21: Khối nón có chiều cao bằng bán kính đáy và có thể tích bằng 9π, chiều cao của khối nón đó bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt[3]{9}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 22: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a, AA'=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng A{C}' và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30^o. **B.** 60^o. **C.** 90^o. **D.** 45^o.

Câu 23: Nếu $\int_0^1\left[f^2(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x=5$ và $\int_0^1\left[f(x)+1\right]^2\mathrm{d}x=36$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 31. **C.** 5. **D.** 30.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-2;5;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):2x+2y-z+7=0$ có phương trình là

A. $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-1)^2=\dfrac{25}{9}$. **B.** $(x-2)^2+(y+5)^2+(z+1)^2=16$.

C. $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-1)^2=16$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d qua $M(-3;5;6)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):2x-3y+4z-2=0$ thì đường thẳng d có phương trình là

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+5}{-3}=\dfrac{z+6}{4}$. **B.** $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-5}{3}=\dfrac{z-6}{4}$.

C. $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-5}{-3}=\dfrac{z-6}{-4}$. **D.** $\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-5}{-3}=\dfrac{z-6}{4}$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$, chọn khẳng định **đúng**?

A. Nếu $f'\left(x\right)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f\left(x\right)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

B. Nếu hàm số $y=f\left(x\right)$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu thì giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

C. Nếu $f''\left(x_0\right)=0$ và $f'\left(x_0\right)=0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số.

D. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'\left(x_0\right)=0$.

Câu 27: Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3^x-1}{x}$ bằng

A. e **B.** 1. **C.** $\ln 3$. **D.** $3e$.

Câu 28: Xét cấp số cộng $\left(u_n\right), n\in\mathbb{N}^*$, có $u_1=5, u_{12}=38$. Khi đó u_{10} bằng

A. $u_{10}=35$. **B.** $u_{10}=32$. **C.** $u_{10}=24$. **D.** $u_{10}=30$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u}=\left(1;4;1\right)$ và $\vec{v}=\left(-1;1;-3\right)$. Góc tạo bởi hai véctơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

A. 60° **B.** 30° **C.** 90° **D.** 120°

Câu 30: Tập nghiệm S của phương trình $4^{x^2}=2^{x+1}$ là

A. $S=\left\{-1;\dfrac{1}{2}\right\}$. **B.** $S=\left\{-\dfrac{1}{2};1\right\}$.

C. $S=\left\{\dfrac{1-\sqrt{5}}{2};\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$. **D.** $S=\left\{0;1\right\}$.

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right)<\log_{\frac{1}{2}}\left(2x-1\right)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 1. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 2.

Câu 32: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+3}{x-2}$ trên $\left[-2;1\right]$. Giá trị của $M+m$ bằng?

A. -5. **B.** -6. **C.** $-\dfrac{9}{4}$. **D.** $-\dfrac{25}{4}$.

Câu 33: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có diện tích bằng 10. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. 5. **B.** 5π. **C.** 10. **D.** 10π.

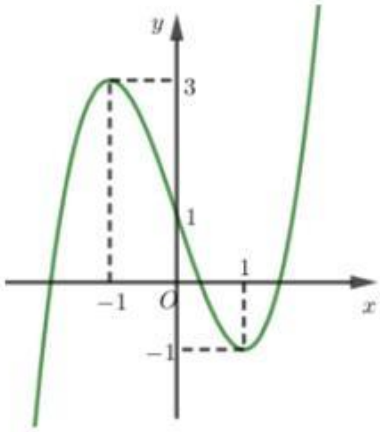
Câu 34: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m\le 3$. **B.** $m>3$. **C.** $m\ge 3$. **D.** $m<3$.

Câu 35: Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển thành đa thức của $\left(2+x\right)^{15}$ là

A. $2^9C_{15}^6$. **B.** $2^{10}C_{15}^5$. **C.** $2^9C_{15}^5$. **D.** $2^{10}C_{15}^6$.

Câu 36: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với có đồ thị như hình vẽ



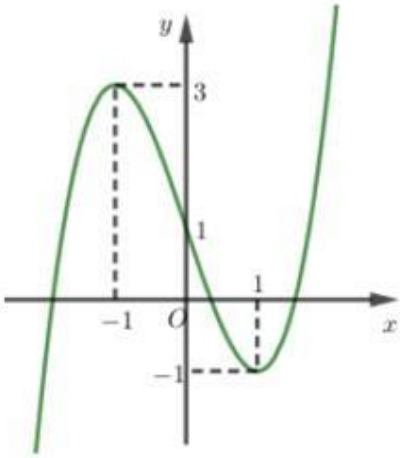
Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f\left(2-x\right)=m$ .có đúng ba nghiệm phân biệt là

A. $\left(1;3\right)$. **B.** $\left(-1;3\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(-3;1\right)$.

Câu 37: Với mỗi số $k>0$, đặt $I_k=\int\limits_{-\sqrt{k}}^{\sqrt{k}}\sqrt{k-x^2}\,\mathrm{d}x$. Khi đó $I_1+I_2+I_3+...+I_{12}$ bằng

A. 650π. **B.** 39π. **C.** 325π. **D.** 78π.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(4-x)+1$ là

A. $\left(5;4\right)$. **B.** $\left(3;2\right)$. **C.** $\left(-3;4\right)$. **D.** $\left(5;8\right)$.

Câu 39: Biết $\int\limits_0^{\ln 2}\frac{e^{2x}}{e^x+1}\mathrm{d}x=a+\ln\frac{b}{c}$ với $a,b,c\in\mathbb{N}^*$ $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Giá trị $a-b+c$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 40: Từ các chữ số 0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9; có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 15, gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 124. **B.** 120. **C.** 136. **D.** 132.

Câu 41: Cho hàm số $y=\left(m+1\right)x^3-5x^2+\left(6-m\right)x+3.$ Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a$, $AD=4a$, $SA\perp(ABCD)$, cạnh SC tạo với mặt đáy góc 30°. Gọi M là trung điểm của BC, N là điểm trên cạnh AD sao cho $DN=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SB là

A. $\frac{a\sqrt{35}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{35}}{7}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{35}}{7}$. **D.** $\frac{3a\sqrt{35}}{7}$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ có 5 nghiệm nguyên?

A. 65021. **B.** 65024. **C.** 65022. **D.** 65023

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại C, tam giác SAB vuông tại A, tam giác SAC cân tại S. Biết $AB=2a$, đường thẳng SB tạo với mặt phẳng (ABC) góc 45°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $a^3\sqrt{5}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{10}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{10}}{2}$.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc $[-2020;2020]$ sao cho phương trình $4^{(x-1)^2}-4m.2^{x^2-2x}+3m-2=0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 2018. **B.** 2022. **C.** 2020. **D.** 2016.

Câu 46: Nếu $\int_0^{\pi} f(x)\sin x\,\mathrm{d}x=20$, $\int_0^{\pi} xf'(x)\sin x\,\mathrm{d}x=5$ thì $\int_0^{\pi^2} f(\sqrt{x})\cos(\sqrt{x})\,\mathrm{d}x$. bằng

A. -50. **B.** -30. **C.** 15. **D.** 25.

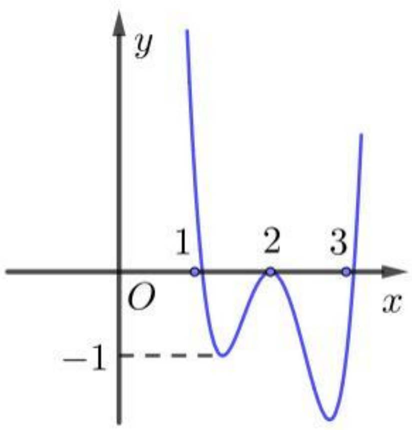
Câu 47: Xét x,y,z là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn điều kiện $xyz=2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\log_2^3 x+\log_2^3 y+\frac{1}{4}\log_2^3 z$ bằng

A. $\frac{1}{32}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Câu 48: Cho 3 mặt cầu có tâm lần lượt là O_1, O_2, O_3 đôi một tiếp xúc ngoài với nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) lần lượt tại A_1, A_2, A_3. Biết $A_1A_2=6$; $A_1A_3=8$; $A_2A_3=10$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh O_1, O_2, O_3, A_1, A_2, A_3 bằng

A. $\frac{1538}{15}$. **B.** $\frac{962}{5}$. **C.** 154. **D.** 90

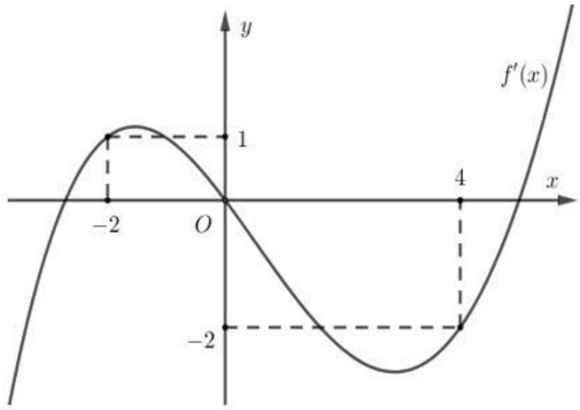
Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ với có đồ thị như hình vẽ



Phương trình $\left|f\left(f\left(x\right)\right)\right|=m$ (với m là tham số thực), có tối đa bao nhiêu nghiệm?

A. 16. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 18.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\left(a\neq 0\right)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng $\left(-6;6\right)$ của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(3-2x+m\right)+x^2-(m+3)x+2m^2$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$. Khi đó tổng giá trị các phần tử của S là

A. 12. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 15.

--------------- HẾT ---------------

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	**C**	**D**	**A**	**C**	**A**	**C**	**D**	**C**	**A**
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A	**D**	**B**	**A**	**A**	**D**	**B**	**A**	**D**	**B**
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
A	**B**	**A**	**D**	**D**	**A**	**C**	**B**	**C**	**B**
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
A	**B**	**D**	**C**	**B**	**B**	**B**	**A**	**A**	**A**
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	**C**	**B**	**B**	**A**	**A**	**C**	**A**	**C**	**B**

HƯỚNG DẪN CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ TOÁN SỞ HÀ NỘI LẦN 2 – 2020

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2C	3D	4A	5C	6A	7C	8D	9C	10A
11A	12D	13B	14A	15A	16D	17B	18A	19D	20B
21A	22B	23A	24D	25D	26A	27C	28B	29C	30B
31A	32B	33D	34C	35B	36B	37B	38A	39A	40A
41D	42C	43B	44B	45A	46A	47C	48A	49C	50B

Câu 1: Cho hai đường thẳng d và Δ cắt nhau nhưng không vuông góc nhau. Mặt tròn xoay sinh bởi đường thẳng d khi quay quanh Δ là?

A.Mặt cầu. **B.**Mặt trụ. **C.**Mặt nón. **D.**Mặt phẳng.

Đáp án C

Định nghĩa mặt nón tròn xoay SGK

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, vị trí tương đối giữa hai đường thẳng $(d_1):\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -4-3t \\ z = 3+2t \end{cases}$ và

$(d_2):\dfrac{x-5}{3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-3}$ là

A. Cắt nhau. **B.** Song song. **C.** Chéo nhau. **D.** Trùng nhau.

Đáp án C

Vecto chỉ phương của (d1) là $\overrightarrow{a_1}=(2;-3;2)$

Vecto chỉ phương của (d2) là $\overrightarrow{a_2}=(3;2;-3)$

Do 2 vecto không cùng phương nên 2 đường thẳng cắt hoặc chéo nhau.

Lấy $A(1;-4;3)\in d_1$ và $B(5;-1;2)\in d_2$ ta có: $\left[\overrightarrow{a_1},\overrightarrow{a_2}\right].\overrightarrow{AB}\neq 0$ suy ra 2 đường thẳng chéo nhau.

Câu 3: Cho số phức $z=4-3i$. Khi đó $|z|$ bằng

A. $\sqrt{7}$. **B.** 25. **C.** 7. **D.** 5.

Đáp án D

Ta có: $|z|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$

Câu 4: Cho hàm số hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định của nó và có bảng biến thiên như hình vẽ :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	
y	2	$\nearrow$	4 || $-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Đáp án A

Từ bảng biến thiên thấy $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=-\infty$ suy ra x = 1 là tiệm cận đứng.

Mặt khác: $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=-1$ suy ra y = 2 và y = -1 là tiệm cận ngang.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(-5;2;7)$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy là điểm $H(a;b;c)$. Khi đó giá trị của $a+10b+5c$ bằng

A. 0. **B.** 35. **C.** 15. **D.** 50.

Đáp án C

Hình chiếu của M(-5;2;7) lên mp (Oxy) là H(-5;2;0) suy ra: a + 10b + 5c = 15

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-5	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Đáp án A

Từ BBT suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng (1;3) nên cũng nghịch biến trên (1;2)

Câu 7: $\int \frac{1}{x}\,dx$ bằng

A. $\frac{1}{x^2}+C$. **B.** $-\frac{1}{x^2}+C$. **C.** $\ln|x|+C$. **D.** $\ln x+C$.

Đáp án C

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) qua điểm $M(2;-1;3)$ và nhận véctơ pháp tuyến $\vec{n}(1;1;-2)$, có phương trình là

A. $2x-y+3z+5=0$. **B.** $x-y-2z+5=0$. **C.** $x+y-2z-5=0$. **D.** $x+y-2z+5=0$.

Đáp án D

Phương trình mp (P) là: 1.(x - 2) + 1.(y + 1) - 2.(z - 3) = 0 hay x + y - 2z + 5 = 0

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x-8y+4z-4=0$. Bán kính mặt cầu (S) bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** 25. **C.** 5. **D.** $\sqrt{17}$.

Đáp án C

Bán kính mặt cầu (S) là $R=\sqrt{1^2+4^2+2^2-(-4)}=\sqrt{25}=5$

Câu 10: Số phức nào sau đây có biểu diễn hình học là điểm $M(3;-5)$?

A. $z=3-5i$. **B.** $z=-3-5i$. **C.** $z=3+5i$. **D.** $z=-3+5i$.

Đáp án A

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

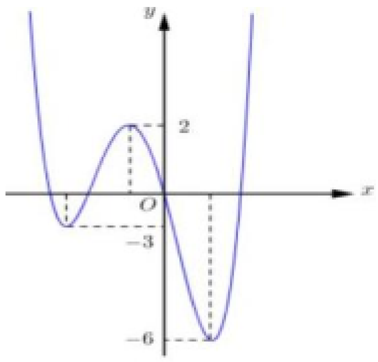
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Đáp án A

Câu 12: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
C. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 2.
D. Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -6.

Đáp án D

Câu 13: Cho a là một số thực dương, khác 1. Khi đó, $\log_a a^3$ bằng

A. a^3. **B.** 3. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** a.

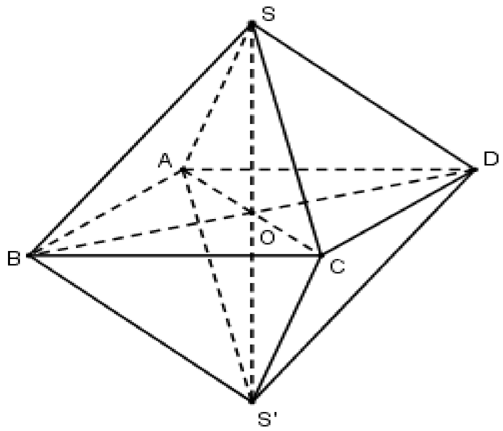
Đáp án B

Ta có: $\log_a a^3 = 3\log_a a = 3$

Câu 14: Khối bát diện đều cạnh a có thể tích bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{2a^3}{3}$.

Đáp án A



Xét hình chóp tứ giác đều S.ABCD có các cạnh bằng a. Khi đó $OB = \frac{1}{2}BD = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có: $SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Khối đa diện đều có thể tích là $V = 2V_{S.ABCD} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 15: Tập xác định D của hàm số $y = \left(x^2 - x\right)^{\sqrt{3}}$ là

A. $D = (1;+\infty)$. **B.** $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (-\infty;0)\cup(1;+\infty)$ **D.** $D = \mathbb{R}\setminus\{0;1\}$

Đáp án C

Do $\sqrt{3}$ không phải số nguyên nên điều kiện là $x^2 - x > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < 0 \end{array}\right.$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng $d_1 : \frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{-3}$ và $d_2 : \frac{x+1}{-2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{3}$. Khi đó phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x - 5y + z - 22 = 0$. **B.** $x - 5y - z + 18 = 0$. **C.** $x + 3y - z + 12 = 0$. **D.** $x + 5y - z + 18 = 0$.

Đáp án D

Vecto chỉ phương của (d1) là $\vec{a_1} = (2;-1;-3)$

Vecto chỉ phương của (d2) là $\overrightarrow{a_2}=(-2;1;3)$

Nhận thấy 2 vecto cùng phương.

Lấy $A(2;-3;5)\in d_1$ và $B(-1;-3;2)\in d_2$ thì A không thuộc d2 nên d1 // d2.

Vecto pháp tuyến mp (P) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{a_1};\overrightarrow{AB}\right]=(3;15;-3)=3(1;5;-1)$

Ta có A thuộc d1 nên A thuộc (P) suy ra (P): 1(x-2) + 5(y+3) -1(z-5) = 0

Hay x + 5y - z + 18 = 0

Câu 17: Biết hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0;2]$, $f(0)=\sqrt{5}; f(2)=\sqrt{11}$. Tích phân $I=\int_0^2 f(x).f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\sqrt{5}-\sqrt{11}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{11}-\sqrt{5}$. **D.** 6

Đáp án B

Ta có $I=\int_0^2 f(x).f'(x)dx=\int_0^2 f(x)df(x)$

Đặt $t=f(x)$ thì $I=\int_{\sqrt{5}}^{\sqrt{11}} tdt=\left.\frac{t^2}{2}\right|_{\sqrt{5}}^{\sqrt{11}}=\frac{1}{2}(11-5)=3$

Câu 18: Cho số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z-2\bar{z}=-1+6i$. Giá trị $a+b$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -1.

Đáp án A

Thay z = a + bi vào phương trình ta được

$$a+bi-2(a-bi)=-1+6i \Leftrightarrow -a+3bi=-1+6i \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$$

Vậy giá trị: a + b = 3

Câu 19: Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi các đường $y=\sin x$; $y=0$; $x=0$; $x=\pi$. Thể tích khối tròn xoay sinh bởi hình (D) quay xung quanh Ox bằng

A. $\frac{\pi^2}{1000}$. **B.** $\frac{\pi}{1000}$. **C.** $\frac{\pi}{2}$. **D.** $\frac{\pi^2}{2}$.

Đáp án D

Thể tích khối tròn xoay là : $V=\pi\int_0^{\pi}\sin^2 xdx=\frac{\pi^2}{2}$

Câu 20: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-1)(x+2)^3(2-x)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Đáp án B

Phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm bội lẻ là x =1, x = -2 và x = 2 nên có 3 cực trị.

Câu 21: Khối nón có chiều cao bằng bán kính đáy và có thể tích bằng 9π, chiều cao của khối nón đó bằng

A. 3. **B.** $3\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt[3]{9}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Đáp án A

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=9\pi \Leftrightarrow r^2h=27$ (*)

Mặt khác $r=h$ nên thay vào (*) suy ra $r^3=27\Leftrightarrow r=3$

Câu 22: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a, AA'=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng A{C}' và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 45°.

Đáp án B

Góc giữa AC’ và mp(ABC) là góc C’AC. Ta có: $\tan C'AC=\frac{CC'}{AC}=\frac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}$

Do đó góc C’AC = 60.

Câu 23: Nếu $\int_0^1\left[f^2(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x=5$ và $\int_0^1\left[f(x)+1\right]^2\mathrm{d}x=36$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** 31. **C.** 5. **D.** 30.

Đáp án A

Ta có: $\int_0^1 f^2(x)dx-\int_0^1 f(x)dx=5$ (1)

và $\int_0^1 f^2(x)dx+2\int_0^1 f(x)dx+\int_0^1 1dx=36$ hay $\int_0^1 f^2(x)dx+2\int_0^1 f(x)dx=35$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\int_0^1 f^2(x)dx=15$ và $\int_0^1 f(x)dx=10$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(-2;5;1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+7=0$ có phương trình là

A. $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-1)^2=\frac{25}{9}$. **B.** $(x-2)^2+(y+5)^2+(z+1)^2=16$.

C. $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-1)^2=4$. **D.** $(x+2)^2+(y-5)^2+(z-1)^2=16$.

Đáp án D

Do mặt cầu (S) tiếp xúc với (P) nên bán kính mặt cầu $R=d(I;(P))=\frac{|2.-2+2.5-1+7|}{\sqrt{2^2+2^2+(-1)^2}}=4$

Mặt cầu (S) có tâm I (-2;5;1) và bán kính R = 4 suy ra đáp án D.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d qua $M(-3;5;6)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x-3y+4z-2=0$ thì đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x-3}{2}=\frac{y+5}{-3}=\frac{z+6}{4}$. **B.** $\frac{x+3}{2}=\frac{y-5}{3}=\frac{z-6}{4}$.

C. $\frac{x+3}{2}=\frac{y-5}{-3}=\frac{z-6}{-4}$. **D.** $\frac{x+3}{2}=\frac{y-5}{-3}=\frac{z-6}{4}$.

Đáp án D

Do d vuông góc (P) nên vecto chỉ phương của d là vecto pháp của (P): $\vec{a}=(2;-3;4)$

Mà M(-3;5;6) thuộc d suy ra đáp án D

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$, chọn khẳng định **đúng**?

A. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu thì giá trị cực đại lớn hơn giá trị cực tiểu.

C. Nếu $f''(x_0)=0$ và $f'(x_0)=0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0)=0$.

Đáp án A

Câu 27: Giới hạn $\lim\limits_{x\to 0}\frac{3^x-1}{x}$ bằng

A. e **B.** 1. **C.** $\ln 3$. **D.** $3e$.

Đáp án C

Ta có giới hạn: $\lim\limits_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x}=\ln a$ suy ra với a = 3 chọn đáp án C.

Câu 28: Xét cấp số cộng $(u_n), n\in\mathbb{N}^*$, có $u_1=5, u_{12}=38$. Khi đó u_{10} bằng

A. $u_{10}=35$. **B.** $u_{10}=32$. **C.** $u_{10}=24$. **D.** $u_{10}=30$.

Đáp án B

Ta có $u_{12} = u_1 + 11d$ suy ra 38 = 5 + 11d nên d = 3. Vậy $u_{10} = u_1 + 9d = 5 + 9.3 = 32$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{u} = (1;4;1)$ và $\vec{v} = (-1;1;-3)$. Góc tạo bởi hai véctơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

A. 60° **B.** 30° **C.** 90° **D.** 120°

Đáp án C.

Ta có: $\vec{u}.\vec{v} = 1.(-1) + 4.1 + 1.(-3) = 0$ do đó hai vecto vuông góc.

Câu 30: Tập nghiệm S của phương trình $4^{x^2} = 2^{x+1}$ là

A. $S = \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}$. **B.** $S = \left\{-\frac{1}{2}; 1\right\}$.

C. $S = \left\{\frac{1-\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$. **D.** $S = \{0;1\}$.

Đáp án B

Ta có: $4^{x^2} = 2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x^2} = 2^{x+1} \Leftrightarrow 2x^2 = x + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Câu 31: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 1. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 2.

Đáp án A

Bất phương trình tương đương với: $x + 1 > 2x - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2$.

Do đó bất phương trình có 1 nghiệm nguyên là x = 1.

Câu 32: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 3}{x - 2}$ trên $[-2;1]$. Giá trị của $M + m$ bằng?

A. -5. **B.** -6. **C.** $-\frac{9}{4}$. **D.** $-\frac{25}{4}$.

Đáp án B

Ta có: $y' = \frac{x^2 - 4x - 5}{(x-2)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 5 \\ x = -1 \end{array}\right.$. Ta có: $y(-2) = -\frac{5}{4}; y(-1) = -1; y(1) = -5$

Do đó $M = -1; m = -5$. Vậy M + m = -6.

Câu 33: Thiết diện qua trục của hình trụ là một hình chữ nhật có diện tích bằng 10. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. 5. **B.** 5π. **C.** 10. **D.** 10π.

Đáp án B

Gọi h là chiều cao hình trụ, r là bán kính đáy. Khi đó theo giả thiết: h.(2r) = 10 suy ra h.r = 5

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = \pi rh = 5\pi$

Câu 34: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $m \le 3$. **B.** $m > 3$. **C.** $m \ge 3$. **D.** $m < 3$.

Đáp án C

Hàm số đồng biến trên R khi và chỉ khi $y' = 3x^2 - 6x + m \ge 0 \forall x \in R$ do đó $\Delta' = 9 - 3m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 3$

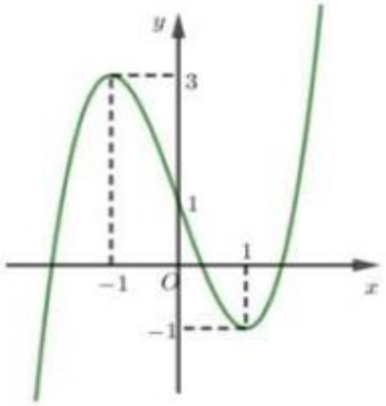
Câu 35: Hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển thành đa thức của $(2+x)^{15}$ là

A. $2^9 C_{15}^6$. **B.** $2^{10} C_{15}^5$. **C.** $2^9 C_{15}^5$. **D.** $2^{10} C_{15}^6$.

Đáp án B

Ta có: $(2+x)^{15} = \sum_{k=0}^{15} C_{15}^k 2^{15-k} x^k$. Số hạng chứa x^5 ứng với k = 5 nên hệ số là $C_{15}^5 2^{10}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với có đồ thị như hình vẽ



Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(2-x) = m$ .có đúng ba nghiệm phân biệt là

A. $(1;3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-3;1)$.

Đáp án B

Xét hàm số: $g(x) = f(2-x) \Rightarrow g'(x) = -f'(2-x)$

Do đó: $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(2-x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x=-1 \\ 2-x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=3 \\ x=1 \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
g'(x)		-	0	+	0	-	
g(x)	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Suy ra phương trình $f(2-x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m < 3$.

Câu 37: Với mỗi số $k>0$, đặt $I_k=\int_{-\sqrt{k}}^{\sqrt{k}}\sqrt{k-x^2}\,\mathrm{d}x$. Khi đó $I_1+I_2+I_3+...+I_{12}$ bằng

A. 650π. **B.** 39π. **C.** 325π. **D.** 78π.

Đáp án B

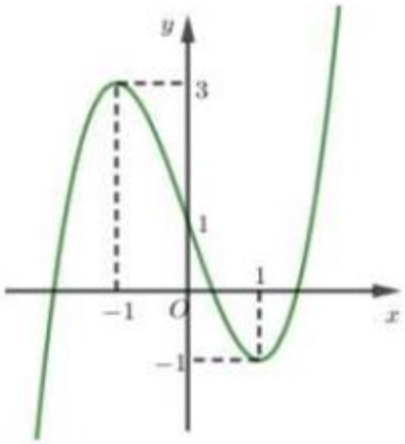
Ta có: $I_k=\int_{-\sqrt{k}}^{\sqrt{k}}\sqrt{k-x^2}dx$. Đặt $x=\sqrt{k}.\sin t\Rightarrow dx=\sqrt{k}\cos tdt$.

Khi đó: $I_k=\int_{-\sqrt{k}}^{\sqrt{k}}\sqrt{k-x^2}dx=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{k-k\sin^2 t}.\sqrt{k}\cos tdt=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}k\cos^2 tdt$

$$=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}k\frac{1+\cos 2t}{2}dt=\frac{k}{2}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(1+\cos 2t)dt=\frac{k}{2}\left(t+\frac{\sin 2t}{2}\right)\Bigg|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}=\frac{k\pi}{2}$$

Do đó: $I_1+I_2+....+I_{12}=\frac{\pi}{2}(1+2+...12)=\frac{12.13}{4}\pi=39\pi$

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(4-x)+1$ là

A. $(5;4)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(-3;4)$. **D.** $(5;8)$.

Đáp án A

Ta có: $y'=-f'(4-x)$ suy ra $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4-x=-1\\4-x=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=3\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
y’		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Do đó điểm cực đại là (5;4).

Câu 39: Biết $\int\limits_0^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{e^x+1}dx = a+\ln\frac{b}{c}$ với $a,b,c \in \mathbb{N}^*$ $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Giá trị $a-b+c$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 6. **D.** 4.

Đáp án A

Đặt $t=e^x \Rightarrow dt = e^x dx = tdx$.

Do đó: $\int\limits_o^{\ln 2} \frac{e^{2x}}{e^x+1}dx = \int\limits_1^2 \frac{t^2}{t+1}\frac{dt}{t} = \int\limits_1^2 \frac{t}{t+1}dt = \int\limits_1^2 1-\frac{1}{t+1}dt = \left(t-\ln(t+1)\right)\Big|_1^2$

$= (2-\ln 3)-(1-\ln 2) = 1+\ln\frac{2}{3}$

Vậy $a-b+c = 1-2+3 = 2$

Câu 40: Từ các chữ số 0, 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9; có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chia hết cho 15, gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 124. **B.** 120. **C.** 136. **D.** 132.

Đáp án A

Ta chia các số trên thành ba tập theo số dư cho 3 như sau: $A=\{0;9\}, B=\{1;4;7\}, C=\{2;5;8\}$

Các số thỏa mãn đề bài có dạng $\overline{abcd} \vdots 15 \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{abcd} \vdots 5, (1) \\ \overline{abcd} \vdots 3, (2) \end{cases}$

Khi đó điều kiện (1) tương đương với $d \in \{0;5\}$.

<u>TH1:</u> d = 0 thì $(a+b+c) \vdots 3$ ta chọn 3 số thuộc tập B hoặc 3 số thuộc tập C hoặc chọn một số là 9, một số thuộc tập B và một số thuộc tập C. Có tất cả $3!+3!+3!3.3 = 66$ số.

<u>TH2:</u> d = 5 thì $(a+b+c):3$ dư 1

+) $abc \neq 0$ Chọn 1 số bằng 9 và 2 số thuộc tập C (khác 5) có : $3! = 6$ số.

Không có số 9 thì chọn 2 số thuộc tập B và 1 số thuộc tập C (khác 5) có $3!C_3^2.2 = 36$ số

+) $\left[\begin{array}{l} b=0 \\ c=0 \end{array}\right.$ Chọn một số là 9 và chọn số còn lại thuộc tập B

Không có số 9 thì chọn 2 số thuộc C (khác 5)

Như vậy có: $2(2.3+2) = 16$ số.

Vậy có tất cả $66+6+36+16 = 124$ số.

Câu 41: Cho hàm số $y=(m+1)x^3-5x^2+(6-m)x+3$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 2

Đáp án D

Hàm số $y = f\left(|x|\right)$ có 5 cực trị khi và chỉ khi hàm số $y = f(x)$ có 2 cực trị nằm bên phải trục Oy hay phương trình $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

Ta có: $3(m+1)x^2 - 10x + 6 - m = 0$ có 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ \Delta' = 5^2 - 3(m+1)(6-m) > 0 \\ S = \dfrac{10}{3(m+1)} > 0 \\ P = \dfrac{6-m}{3(m+1)} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 15m + 7 > 0 \\ -1 < m < 6 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{15+\sqrt{141}}{6} < m < 6 \\ -1 < m < \dfrac{15-\sqrt{141}}{6} \end{array}\right.$$

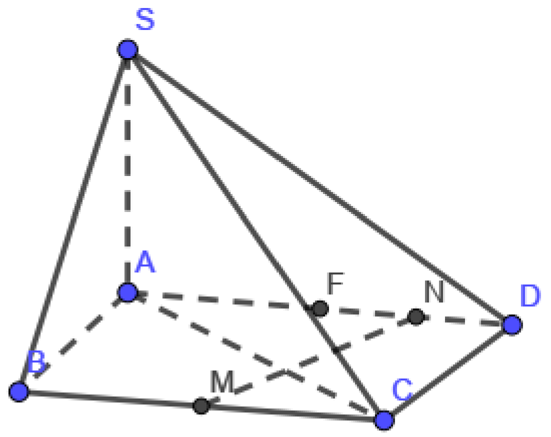
Do m là số nguyên nên $m \in \{0;5\}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2a$, $AD = 4a$, $SA \perp (ABCD)$, cạnh SC tạo với mặt đáy góc 30°. Gọi M là trung điểm của BC, N là điểm trên cạnh AD sao cho $DN = a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và SB là

A. $\dfrac{a\sqrt{35}}{14}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{35}}{7}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{35}}{7}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{35}}{7}$.

Đáp án C

Ta dùng phương pháp tọa độ bằng cách gắn trục Oxyz sao cho A trùng gốc tọa độ O, B thuộc tia Ox, D thuộc tia Oy và S thuộc tia Oz.



Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5}$.

Góc giữa SC và mặt đáy là SCA = 30 suy ra $SA = AC.\tan 30 = 2a\sqrt{\dfrac{5}{3}}$

Cho a = 1 (để dễ tính toán) thì: A(0;0;0) , B(2;0;0) , D(0;4;0) , $S\left(0;0;2\sqrt{\dfrac{5}{3}}\right)$, C(2;4;0)

M là trung điểm BC nên M(2;2;0) và N(0;3;0).

Khi đó: $d(SB,MN)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{SB};\overrightarrow{MN}\right].\overrightarrow{BM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{SB};\overrightarrow{MN}\right]\right|}=\dfrac{2\sqrt{35}}{7}$ suy ra chọn đáp án C.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\left(3^{x^2-x}-9\right)\left(2^{x^2}-m\right)\le 0$ có 5 nghiệm nguyên?

A. 65021. **B.** 65024. **C.** 65022. **D.** 65023

Đáp án B

Nếu $m\le 0$ thì $2^{x^2}-m>0$ suy ra $3^{x^2-x}-9\le 0\Leftrightarrow x^2-x\le 2\Leftrightarrow -1\le x\le 2$ có 4 nghiệm nguyên (loại)

Nếu $m>0$ thì

bất phương trình đã cho tương đương với $\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3^{x^2-x}-9<0\\2^{x^2}-m>0\end{cases}\\\begin{cases}3^{x^2-x}-9\ge 0\\2^{x^2}-m\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x^2-x<2\\x^2>\log_2 m\end{cases}\\\begin{cases}x^2-x\ge 2\\2^{x^2}\le m\end{cases}\end{array}\right.$

TH1: $\begin{cases}-1<x<2\\\left[\begin{array}{l}x>\sqrt{\log_2 m}\\x<-\sqrt{\log_2 m}\end{array}\right.\end{cases}$ $(m\ge 1)$ Nếu hệ này có nghiệm nguyên thì $x\in\{0;1\}$ suy ra $0<m<2$

khi đó hệ sau vô nghiệm nên số nghiệm của bất phương trình không quá 2.

TH2: $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\ge 2\\x\le -1\end{array}\right.\\-\sqrt{\log_2 m}\le x\le\sqrt{\log_2 m}\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2\le x\le\sqrt{\log_2 m}\\-\sqrt{\log_2 m}\le x\le -1\end{array}\right.$

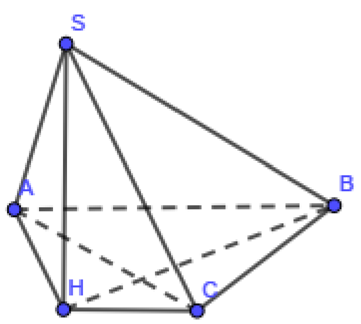
Để bất phương trình có 5 nghiệm nguyên (cụ thể là $\{2;3;-1;-2;-3\}$) thì m phải thỏa mãn điều kiện:

$3\le\sqrt{\log_2 m}<4\Leftrightarrow 9\le\log_2 m<16\Leftrightarrow 2^9\le m<2^{16}$ suy ra có $2^{16}-2^9=65024$ giá trị m thỏa mãn.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông cân tại C, tam giác SAB vuông tại A, tam giác SAC cân tại S. Biết $AB=2a$, đường thẳng SB tạo với mặt phẳng (ABC) góc 45°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $a^3\sqrt{5}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{10}}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{10}}{2}$.

Đáp án B

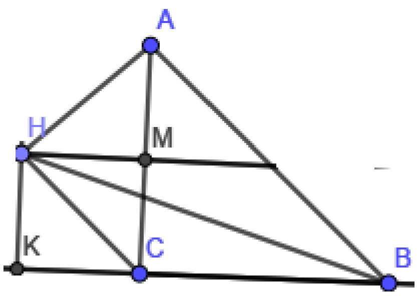


Tam giác ABC vuông cân tại C nên $AC=BC=\dfrac{AB}{\sqrt{2}}=a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác vuông ABC là $S=\dfrac{1}{2}AC.BC=a^2$.

Gọi H là chân đường vuông góc của đỉnh S xuống mp đáy (ABC).

Khi đó góc giữa SB và mp(ABC) là góc SBH = 45 suy ra SH = HB.



Ta có: $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp SH \end{cases} \Rightarrow AB \perp AH$. Hai tam giác vuông SHA và SHC có SA = SC suy ra HA = HC nên H nằm trên trung trực của đoạn AC. Gọi M là trung điểm AC thì $AM = MC = \frac{1}{2}AC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Ta có: $HB^2 = AB^2 + AH^2 = 4a^2 + AM^2 + MH^2 = 4a^2 + \frac{a^2}{2} + MH^2$ (1)

Mặt khác $HB^2 = HK^2 + KB^2 = MC^2 + (KC + CB)^2 = \frac{a^2}{2} + (MH + CB)^2 = \frac{a^2}{2} + MH^2 + 2a^2 + 2\sqrt{2}a.MH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $2a^2 = 2\sqrt{2}a.MH \Rightarrow MH = \frac{a\sqrt{2}}{2} = \frac{AC}{2}$

do đó tam giác AHC vuông cân tại H nên $AH = a$.

Từ đó $HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$ suy ra $SH = a\sqrt{5}$

Vậy thể tích chóp S.ABC là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}a\sqrt{5}.a^2 = \frac{a^3\sqrt{5}}{3}$

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên m thuộc $[-2020; 2020]$ sao cho phương trình $4^{(x-1)^2} - 4m.2^{x^2-2x} + 3m - 2 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt?

A. 2018. **B.** 2022. **C.** 2020. **D.** 2016.

Đáp án A

Đặt $t = 2^{x^2-2x}$ do $x^2 - 2x \geq -1 \Rightarrow t \geq \frac{1}{2}$.

Suy ra với mỗi giá trị $t > \frac{1}{2}$ thì phương trình $t = 2^{x^2-2x}$ có 2 nghiệm phân biệt x.

Khi đó bài toán trở thành tìm m để phương trình: $4t^2 - 4mt + 3m - 2 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn $\frac{1}{2}$.

Điều này tương đương với: $\begin{cases} \Delta' > 0 \\ 4.f\left(\frac{1}{2}\right) > 0 \\ \frac{1}{2} < \frac{S}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 4(3m-2) > 0 \\ 4(1 - 2m + 3m - 2) > 0 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < 1 \end{array}\right. \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$

Do m là số nguyên thuộc $[-2020; 2020]$ suy ra $m \in \{3; 4; 5....; 2020\}$. Vậy có tất cả 2018 giá trị thỏa mãn.

Câu 46: Nếu $\int_0^{\pi} f(x)\sin x dx = 20, \int_0^{\pi} xf'(x)\sin x dx = 5$ thì $\int_0^{\pi^2} f(\sqrt{x})\cos(\sqrt{x})dx$. bằng

A. -50. **B.** -30. **C.** 15. **D.** 25.

Đáp án A

Ta có:

$$\int_0^{\pi} xf'(x)\sin xdx = \int_0^{\pi} x\sin xdf(x) = x\sin xf(x)\Big|_0^{\pi} - \int_0^{\pi} f(x)d(x\sin x)$$

$$= -\int_0^{\pi} f(x)(\sin x + x\cos x)dx = -\int_0^{\pi} f(x)\sin xdx - \int_0^{\pi} f(x)x\cos xdx = 5$$

Mà $\int_0^{\pi} f(x)\sin xdx = 20 \Rightarrow \int_0^{\pi} f(x)x\cos xdx = -25$.

Xét: $I = \int_0^{\pi^2} f(\sqrt{x})\cos(\sqrt{x})dx$. Đặt $t = \sqrt{x} \Rightarrow t^2 = x \Rightarrow 2tdt = dx$

Do đó : $I = \int_0^{\pi} f(t)\cos t.2tdt = 2\int_0^{\pi} f(t)\cos t.tdt = 2.(-25) = -50$.

Câu 47: Xét x, y, z là các số thực lớn hơn 1 thoả mãn điều kiện $xyz = 2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \log_2^3 x + \log_2^3 y + \frac{1}{4}\log_2^3 z$ bằng

A. $\frac{1}{32}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{1}{8}$.

Đáp án C

Ta có : với mọi số thực không âm a, b thì $a^3 + b^3 \ge \frac{(a+b)^3}{4}$. Đẳng thức xảy ra khi a = b.

$$S = \log_2^3 x + \log_2^3 y + \frac{1}{4}\log_2^3 z = \left(\log_2^3 x + \frac{1}{8}\log_2^3 z\right) + \left(\log_2^3 y + \frac{1}{8}\log_2^3 z\right)$$

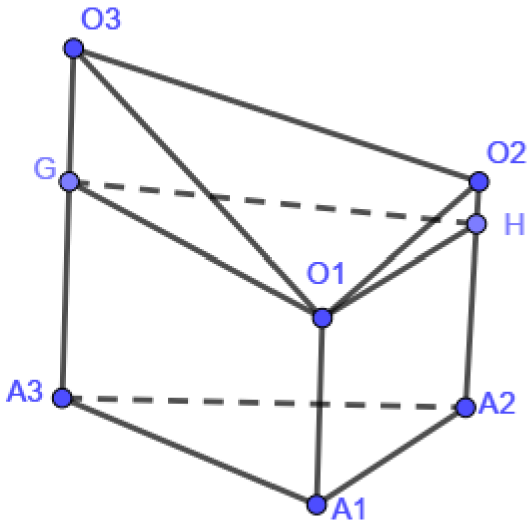
$$= \left(\log_2^3 x + \left(\frac{1}{2}\log_2 z\right)^3\right) + \left(\log_2^3 y + \left(\frac{1}{2}\log_2 z\right)^3\right) \ge \frac{\left(\log_2 x + \log_2 \sqrt{z}\right)^3}{4} + \frac{\left(\log_2 y + \log_2 \sqrt{z}\right)^3}{4}$$

$$= \frac{\left(\log_2 x\sqrt{z}\right)^3}{4} + \frac{\left(\log_2 y\sqrt{z}\right)^3}{4} \ge \frac{\left(\log_2 x\sqrt{z} + \log_2 y\sqrt{z}\right)^3}{16} = \frac{\left(\log_2 xyz\right)^3}{16} = \frac{1}{16}$$

Câu 48: Cho 3 mặt cầu có tâm lần lượt là O_1, O_2, O_3 đôi một tiếp xúc ngoài với nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) lần lượt tại A_1, A_2, A_3. Biết $A_1A_2 = 6$; $A_1A_3 = 8$; $A_2A_3 = 10$. Thể tích khối đa diện lồi có các đỉnh O_1, O_2, O_3, A_1, A_2, A_3 bằng

A. $\frac{1538}{15}$. **B.** $\frac{962}{5}$. **C.** 154. **D.** 90

Đáp án A



Do 3 mặt cầu đôi một tiếp xúc ngoài nên $A_1O_1 = R_1; A_2O_2 = R_2; A_3O_3 = R_3$

Và $O_1O_2 = R_1 + R_2; O_1O_3 = R_1 + R_3; O_2O_3 = R_2 + R_3$.

Từ O_1 dựng $O_1G // A_1A_3; O_1H // A_1A_2$.

Xét tam giác O_1GO_3 vuông tại G có $O_1G = A_1A_3 = 8; GO_3 = R_3 - R_1; O_1O_3 = R_1 + R_3$.

Do đó: $(O_1O_3)^2 = (O_1G)^2 + (GO_3)^2 \Leftrightarrow (R_1 + R_3)^2 = 8^2 + (R_3 - R_1)^2 \Leftrightarrow R_3R_1 = 16$

Tương tự ta có: $R_1R_2 = 9; R_2R_3 = 25$. Từ đó suy ra $R_1 = \frac{12}{5}; R_2 = \frac{15}{4}; R_3 = \frac{20}{3}$

Xét khối đa diện $A_1A_2A_3.O_1HG$ là khối lăng trụ đứng có đáy ABC là tam giác vuông tại A_1 , đường cao

$O_1A_1 = R_1 = \frac{12}{5}$ nên $V_{A_1A_2A_3.O_1HG} = \frac{1}{2}.6.8.\frac{12}{5} = \frac{288}{5}$.

Xét khối chóp $O_1.O_2O_3GH$ có đáy O_2O_3GH là hình thang vuông tại G và H.

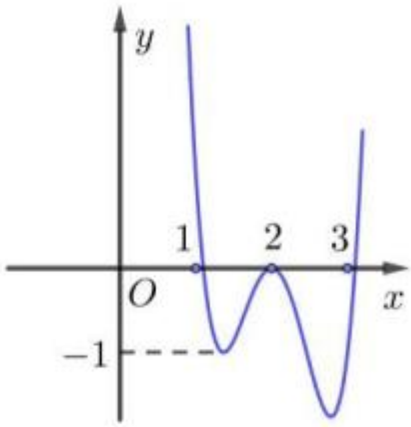
Ta có: $S_{O_2O_3GH} = \frac{(O_2H + O_3G).GH}{2} = \frac{(R_2 - R_1 + R_3 - R_1).A_2A_3}{2} = \frac{337}{12}$.

Chiều cao hình chóp từ đỉnh O_1 bằng đường cao từ đỉnh A_1 của tam giác vuông $A_1A_2A_3$ bằng

$\frac{A_1A_2.A_1A_3}{A_2A_3} = \frac{6.8}{10} = \frac{24}{5}$. Do đó thể tích khối chóp $O_1.O_2O_3GH$ là: $V_{O_1.O_2O_3GH} = \frac{1}{3}.\frac{337}{12}.\frac{24}{5} = \frac{674}{15}$

Vậy thể tích khối đa diện lồi cần tìm là: $V = \frac{674}{15} + \frac{288}{5} = \frac{1538}{15}$

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ với có đồ thị như hình vẽ



Phương trình $\left|f\left(f(x)\right)\right| = m$ (với m là tham số thực), có tối đa bao nhiêu nghiệm?

A. 16. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 18.

Đáp án C

Ta có $f(x) = 0$ có 3 nghiệm x = 1, x = 3 và x = 2 (nghiệm kép)

Các phương trình $f(x) = 1, f(x) = 2, f(x) = 3$ mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

Do đó với m = 0 thì phương trình $\left|f\left(f(x)\right)\right| = m$ chỉ có 6 nghiệm.

Xét m > 0 khi đó $\left[\begin{array}{l} f\left(f(x)\right) = m, (1) \\ f\left(f(x)\right) = -m, (2) \end{array}\right.$

+ Trường hợp 1: $f\left(f(x)\right) = m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = a_1, (0 < a_1 < 1) \\ f(x) = a_2 > 3 \end{array}\right.$ mỗi phương trình cho 2 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt.

+ Trường hợp 2: $f\left(f(x)\right) = -m < 0$ thì phương trình này có tối đa nghiệm nếu $-1 < -m < 0 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Khi đó phương trình (2) tương đương với hệ phương trình:

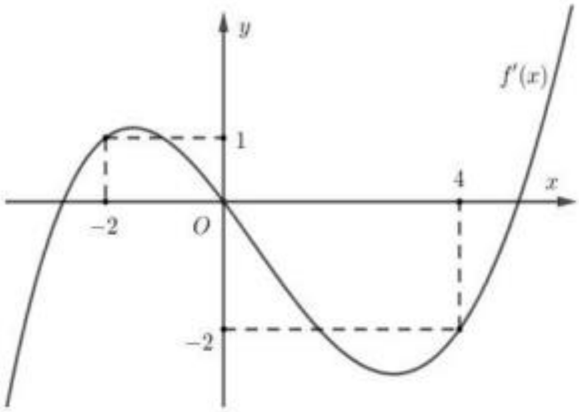
$$\left[\begin{array}{l} f(x) = a_3, (1 < a_3 < 2) \\ f(x) = a_4, (1 < a_4 < 2) \\ f(x) = a_5, (2 < a_5 < 3) \\ f(x) = a_6, (2 < a_6 < 3) \end{array}\right.$$

mỗi phương trình trên cho 2 nghiệm phân biệt (không có nghiệm nào trùng nhau).

Suy ra phương trình (2) có tối đa 8 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có tối đa 12 nghiệm.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\left(a\neq 0\right)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên thuộc khoảng $\left(-6;6\right)$ của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(3-2x+m\right)+x^2-(m+3)x+2m^2$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$. Khi đó tổng giá trị các phần tử của S là

A. 12. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 15.

Đáp án B

Ta có: $g'(x)=-2f'(3+m-2x)+2x-(m+3)<0 \Leftrightarrow \frac{-1}{2}(m+3-2x)<f'(3+m-2x)$

Đặt $t=3+m-2x$ thì $f'(t)>-\frac{1}{2}t$ (*).

Từ đồ thị hàm $y=f'(x)$ suy ra (*) có nghiệm là: -2 < t < 0 hoặc t > 4.

Do đó $\left[\begin{array}{l}-2<3+m-2x<0\\3+m-2x>4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\frac{m+3}{2}<x<\frac{m+5}{2}\\x<\frac{m-1}{2}\end{array}\right.$

Trường hợp 1: $\frac{m+3}{2}\leq 0<1\leq\frac{m+5}{2}\Leftrightarrow m=-3$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $1\leq\frac{m-1}{2}\Leftrightarrow m\geq 3$, do m là số nguyên và $m\in(-6;6)$ suy ra $m\in\{3;4;5\}$.

Vậy các giá trị thỏa mãn của m là tập $S=\{-3;3;4;5\}$ suy ra tổng giá trị tập S là 9.