SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO GIA LAI
TRƯỜNG THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 7 trang)

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2021
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Mã đề thi 101

Họ, tên thí sinh:.. Số báo danh: ....

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho có giá trị cực đại bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 2: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 1$. **B.** $y = -x^2 + 2x$.

C. $y = x^4 - x^2 + 1$. **D.** $y = \dfrac{x-1}{x}$.

Câu 3: Chọn ngẫu nhiên một số trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được số chia hết cho 3 bằng

A. $\dfrac{3}{20}$. **B.** $\dfrac{1}{20}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{10}$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n), biết $u_9 = 17$, $d = 2$. Giá trị của u_{10} bằng

A. $u_{10} = 20$. **B.** $u_{10} = 21$. **C.** $u_{10} = 19$. **D.** $u_{10} = 15$.

Câu 5: Một hình trụ có bán kính đáy bằng a, thiết diện qua trục là một hình vuông. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $4\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi a^2$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-3;0)$, $C(0;0;4)$. Phương trình của mặt phẳng (α) là

A. $6x - 4y + 3z - 12 = 0$. **B.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{-3} + \dfrac{z}{4} = 0$.

C. $6x - 4y + 3z = 0$. **D.** $\dfrac{x}{2} + \dfrac{y}{3} - \dfrac{z}{4} = 1$.

Câu 7: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $2 - 3i$ có tọa độ là

A. $(3;2)$. **B.** $(3;-2)$. **C.** $(-2;3)$. **D.** $(2;-3)$.

Câu 8: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_1^4 f(x)dx = -3$. Giá trị của $\int_2^4 f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \dfrac{1}{3x+1}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\ln|3x+1| + C$.

B. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\ln|3x+1| + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\ln(3x+1) + C$.

D. $\int f(x)\mathrm{d}x = \ln|3x+1| + C$.

Câu 10: Với x là số thực dương tùy ý , $x\sqrt{x^5}$ bằng

A. x^3. **B.** $x^{\frac{7}{2}}$. **C.** $x^{\frac{2}{3}}$. **D.** $x^{\frac{3}{5}}$.

Câu 11: Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước 2; 3; 5 bằng

A. 10. **B.** 12. **C.** 30. **D.** 15.

Câu 12: Biết *F(x)* là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin(\pi - x)$ và $F(\pi) = 1$. Giá trị $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 13: Với x là số thực dương, đạo hàm của hàm số $y = \log_2 x$ là

A. $y' = \frac{x}{\ln 2}$. **B.** $y' = \frac{1}{x}$. **C.** $y' = \frac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y' = x\ln 2$.

Câu 14: Số phức liên hợp của số phức $z = 2 - 3i$ là

A. $\overline{z} = -3 + 2i$. **B.** $\overline{z} = -3 - 2i$. **C.** $\overline{z} = 3 - 2i$. **D.** $\overline{z} = 2 + 3i$.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16: Tích phân $I = \int_0^2 2e^{2x}\mathrm{d}x$ bằng

A. e^4. **B.** $e^4 - 1$. **C.** $4e^4$. **D.** $3e^4 - 1$.

Câu 17: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(16a)$ bằng

A. $4\log_2 a$. **B.** $(\log_2 a)^4$. **C.** $\frac{1}{4} + \log_2 a$. **D.** $4 + \log_2 a$.

Câu 18: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ là

A. $x = 3$. **B.** $x = \frac{1}{2}$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = 2$.

Câu 19: Thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $6a^3$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

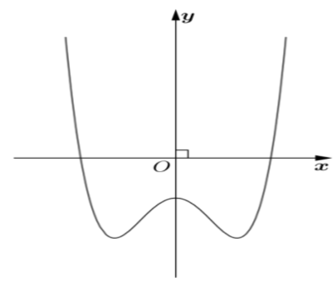
Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 22: Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $V = \pi rh$. **B.** $V = \pi r^2 h$. **C.** $V = \frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

Câu 23: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



A. $y = x^4 + 2x^2 + 2$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 - 2$.

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

D. $y = x^4 - 2x^2 - 1$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3;-2;5), B(-2;1;-3)$ và $C(5;1;1)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $G(2;0;1)$. **B.** $G(2;1;-1)$. **C.** $G(-2;0;1)$. **D.** $G(2;0;-1)$.

Câu 25: Nghiệm của phương trình $3^{2x+3} = 243$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 26: Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $1 + i$. **B.** $5 - 5i$. **C.** $5 - 2i$. **D.** $5 + 4i$.

Câu 27: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ là đường thẳng:

A. $y = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -2$. **D.** $x = 1$.

Câu 28: Cho số phức $z = 3 - 2i$. Môdun của số phúc $z + 1 - i$ bằng

A. 10. **B.** 5. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 29: Trong mặt phẳng cho một tập hợp P gồm 7 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh đều thuộc P ?

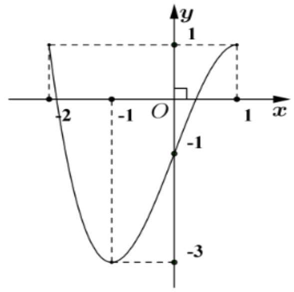
A. C_7^3. **B.** 6. **C.** A_7^3. **D.** 36.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 2 = 0$ có tâm và bán kính lần lượt là

A. $\mathrm{I}(-1;2;-3), \mathrm{R} = 16$. **B.** $\mathrm{I}(-1;2;-3), \mathrm{R} = 4$.

C. $\mathrm{I}(1;-2;3), \mathrm{R} = 4$. **D.** $\mathrm{I}(1;-2;3), \mathrm{R} = 16$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;\ 1]$ như hình vẽ bên dưới. Giá trị $\max\limits_{[-2;\ 1]} |f(x)|$ bằng



A. -3. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

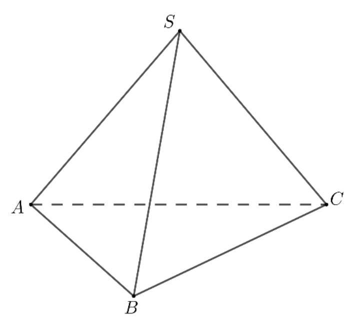
Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=-1-t\\ z=1\end{cases}$ và $d':\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{\sqrt{6}}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 33: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{12-x^2}\geq 125$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[-3;3]$ **D.** $(-\infty;1]$.

Câu 34: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ cạnh đáy bằng a và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\dfrac{3a}{4}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa mặt phẳng (SBC) với mặt phẳng đáy (ABC) bằng

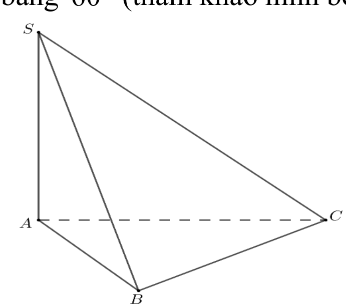


A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;-1;6), B(-3;-1;-4)$, $C(5;-1;0)$ và $D(1;2;1)$. Độ dài chiều cao của tứ diện $ABCD$ kẻ từ đỉnh A bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 5.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SA và mặt phẳng (SBC) bằng 60^0 (tham khảo hình bên dưới). Thể tích của khối



chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{24}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ và $(Q): 3x+2y-5z-4=0$. Giao tuyến của (P) và (Q) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=2-2t \\ y=-1+7t \\ z=-4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1+7t \\ z=4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1+7t \\ z=4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=1-7t \\ z=4t \end{cases}$.

Câu 38: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|2z-\bar{z}|=\sqrt{13}$ và $(1+2i)z$ là số thuần ảo?

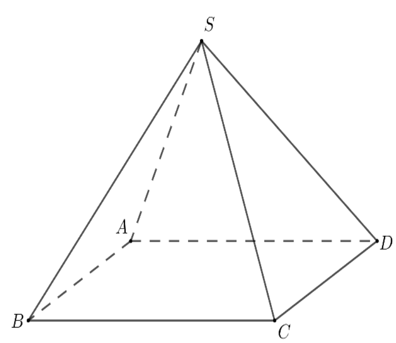
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=81$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x-2y-z+9=0$. Tâm H của đường tròn giao tuyến của (S) và (α) nằm trên đường thẳng nào sau đây ?

A. $\frac{x+3}{2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{-1}$. **B.** $\frac{x+3}{-2}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

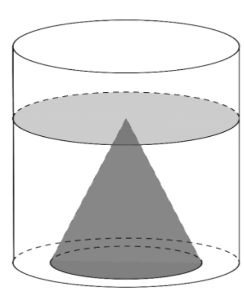
C. $\frac{x+3}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-3}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh bên bằng a và diện tích đáy bằng a^2 (tham khảo hình bên dưới). Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{6}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Câu 41: Một khối nón có chiều cao bằng 12 , đặt trên đáy một hình trụ (các đáy của chúng nằm trên cùng một mặt phẳng, như hình vẽ bên dưới), biết đường kính đáy khối nón bằng bán kính đáy hình trụ. Hình trụ được đổ nước vào cho đến độ cao bằng 12. Độ cao của nước khi đã lấy khối nón ra ngoài hình trụ bằng



A. 11. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^1 f'(\sqrt{x})\mathrm{d}x$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 43: Cho hai hàm $f(x)$ và $g(x)$ có đạo hàm trên $[1;2021]$, thỏa mãn $f(2021)=g(2021)=0$,

$\dfrac{x}{(x+1)^2}g(x)+2020x=(x+1)f'(x)$ và $\dfrac{x^3}{x+1}g'(x)+f(x)=2021x^2$ với mọi $x\in[1;2021]$. Tích phân

$\displaystyle\int_1^{2021}\left[\frac{x}{x+1}g(x)-\frac{x+1}{x}f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{2}.2021^2-2021+\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}.2020^2-2020+\frac{1}{2}$.

C. $-\frac{1}{2}.2020^2+2020-\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}.2021^2+2021-\frac{1}{2}$.

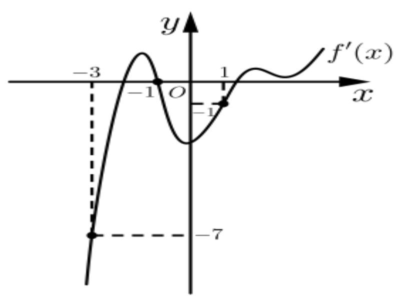
Câu 44: Cho $f(x)$ là hàm số bậc ba thỏa mãn $f(0)=2$ và $f'(1)=0$. Hàm số $f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$ ↘	-3	↗ $+\infty$

Hàm số $g(x)=\left|f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=12f(2x)+32x^3+12x^2-12x+2021$ trên đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right]$ bằng



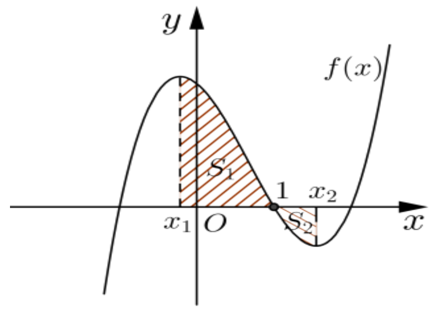
A. $12f(-1)+2026$. **B.** $12f(-3)+1958$. **C.** $12f(1)+2022$. **D.** $f(-1)$.

Câu 46: Có bao nhiêu số nguyên a $(a\geq 2)$ sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn

$$\ln\left(a^{\log x^4}+4a^{\log x^2}+4\right)=\frac{\ln(x-2)}{\log a}?$$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới $f(1)=0$; $f''\left(\frac{2}{3}\right)=0$ và $f\left(\frac{2}{3}\right)=\frac{20}{27}$. Biết hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1,x_2 thỏa mãn $3x_2-6x_1=3\sqrt{7}-2$. Gọi S_1 và S_2 là diện tích của hai hình phẳng được gạch trong hình bên dưới. Tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $(7,1;7,3)$.　　**B.** $(6,5;6,7)$.　　**C.** $(6,7;6,9)$.　　**D.** $(6,9;\ 7,1)$.

Câu 48: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z|=2,\ |i\,w-2+5i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2-wz-4|$ bằng

A. 9.　　**B.** 6.　　**C.** 10.　　**D.** 8.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\right)\le 1$?

A. 4.　　**B.** 1.　　**C.** 3.　　**D.** 2.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ các đỉnh $A(1;1;1), B(2;0;2), C(-1;-1;0)$, $D(0;3;4)$. Trên các cạnh AB, AC, AD lần lượt lấy các điểm M, N, P thỏa mãn $\frac{AB}{AM}+\frac{AC}{AN}+\frac{AD}{AP}=6$. Viết phương trình mặt phẳng (MNP), biết khối tứ diện $AMNP$ có thể tích nhỏ nhất.

A. $8x+20y-22z+11=0$.　　**B.** $8x+20y-22z-11=0$.

C. $8x-20y-22z+11=0$.　　**D.** $8x+20y+22z-11=0$.

----------- HẾT ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1-D	**2-A**	**3-D**	**4-C**	**5-A**	**6-A**	**7-D**	**8-C**	**9-B**	**10-B**
11-C	**12-C**	**13-C**	**14-D**	**15-D**	**16-B**	**17-D**	**18-C**	**19-B**	**20-B**
21-B	**22-B**	**23-D**	**24-A**	**25-A**	**26-B**	**27-C**	**28-B**	**29-A**	**30-B**
31-C	**32-B**	**33-C**	**34-C**	**35-D**	**36-C**	**37-C**	**38-C**	**39-D**	**40-A**
41-A	**42-B**	**43-D**	**44-A**	**45-A**	**46-A**	**47-C**	**48-D**	**49-D**	**50-A**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn D.

y' đổi dấu từ + sang $-$ khi đi qua điểm $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$. Khi đó giá trị cực đại của hàm số $y(0)=4$.

Câu 2: Chọn A.

$y=-x^3+3x^2-3x+1$.

$y'=-3x^2+6x-3$

$y'=0 \Leftrightarrow x=1$. Vậy $y'\le 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số $y=-x^3+3x^2-3x+1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 3: Chọn D.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{20}^1=20$.

Gọi A là biến cố số được chọn chia hết cho 3, khi đó $A=\{3;6;9;12;15;18\}$. Vậy $n(A)=6$.

Khi đó xác suất của biến cố A là

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{20}=\frac{3}{10}.$$

Câu 4: Chọn C.

$u_{10}=u_9+d=17+2=19$.

Câu 5: Chọn A.

Vì thiết diện qua trục là một hình vuông nên $r=a;l=h=2a\Rightarrow S_{xq}=2\pi rh=4\pi a^2$.

Câu 6: Chọn A.

Theo phương trình đoạn chắn ta có $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{4}=1\Leftrightarrow 6x-4y+3z-12=0$.

Câu 7: Chọn D.

Câu 8: Chọn C.

$$\int_1^4 f(x)dx=-3\Leftrightarrow \int_1^2 f(x)dx+\int_2^4 f(x)dx=-3\Leftrightarrow \int_2^4 f(x)dx=-4$$

Câu 9: Chọn B.

Theo tính chất: $\int f\left(ax+b\right)dx=\frac{1}{a}F\left(ax+b\right)+C$ (với $a\neq 0$)

Ta có: $\int f\left(x\right)dx=\int\frac{1}{3x+1}dx=\frac{1}{3}\ln\left|3x+1\right|+C$

Câu 10: Chọn B.

Ta có: $x\sqrt{x^5}=x.x^{\frac{5}{2}}=x^{1+\frac{5}{2}}=x^{\frac{7}{2}}$

Câu 11: Chọn C.

Ta có $V=2.3.5=30$

Câu 12: Chọn C.

Ta có $F\left(x\right)=\int f\left(x\right)dx=\int\sin\left(\pi-x\right)dx=\cos\left(\pi-x\right)+C$

$F\left(\pi\right)=1\Leftrightarrow 1+C=1\Leftrightarrow C=0$

$\Rightarrow F\left(x\right)=\cos\left(\pi-x\right)$

$\Rightarrow F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\cos\frac{\pi}{2}=0$

Câu 13: Chọn C.

Có $y=\log_2 x\Rightarrow y'=\frac{1}{x\ln 2}$

Câu 14: Chọn D.

Câu 15: Chọn D.

Cho $x=0\Rightarrow y=3$

Câu 16: Chọn B.

Có $\int\limits_0^2 2e^{2x}dx=\int\limits_0^2 e^{2x}d\left(2x\right)=e^{2x}\Big|_0^2=e^4-1$

Câu 17: Chọn D.

Ta có: $\log_2\left(16a\right)=\log_2 16+\log_2 a=4+\log_2 a$.

Câu 18: Chọn C.

$\log_3\left(2x+1\right)=2\Leftrightarrow\begin{cases}2x+1>0\\2x+1=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-\frac{1}{2}\\x=4\end{cases}\Leftrightarrow x=4.$

Câu 19: Chọn B.

$V = B.h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}.$

Câu 20: Chọn B.

Hàm số đồng biến trên K khi và chỉ khi $y' > 0$ với $\forall x \in K$.

Từ bảng biến thiên, chọn B.

Câu 21: Chọn B.

Dựa vào BBT thì hàm số đổi dấu 4 lần nên có 4 điểm cực trị.

Câu 22: Chọn B.

Công thức tính thể tích V của khối trụ là $V = \pi r^2 h.$

Câu 23: Chọn D.

Hàm số trong hình bên có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$

Ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty \Rightarrow a > 0$ loại B, C

$y(0) = c < 0$ loại A.

Câu 24: Chọn A.

Trọng tâm G của tam giác ABC là $G(2;0;1)$.

Câu 25: Chọn A.

Ta có: $3^{2x+3} = 243 \Leftrightarrow 3^{2x+3} = 3^5 \Leftrightarrow 2x+3 = 5 \Leftrightarrow x = 1.$

Câu 26: Chọn B.

$z_1 + z_2 = (3-2i) + (2-3i) = 5 - 5i.$

Câu 27: Chọn C.

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x+1}{1-x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - 1} = -2$

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x+1}{1-x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2 + \frac{1}{x}}{\frac{1}{x} - 1} = -2$$

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y = -2.$

Câu 28: Chọn B.

$|z + 1 - i| = |3 - 2i + 1 - i| = |4 - 3i| = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = 5.$

Câu 29: Chọn A.

Chọn 3 điểm từ 7 điểm ta có một tam giác, nên số tam giác tạo thành từ 7 điểm đã cho là: C_7^3.

Câu 30: Chọn B.

Ta có $a=-1, b=2, c=-3, d=-2$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1,2,-3)$, bán kính $R=\sqrt{(-1)^2+2^2+3^2+2}=4$.

Câu 31: Chọn C.

Từ đồ thị đã cho của hàm số ta có: $\max\limits_{[-2;1]} f(x)=1, \min\limits_{[-2;1]} f(x)=-3$

Mặt khác ta có $\max\limits_{[-2;1]}|f(x)|=\max\limits_{[-2;1]}\left\{\left|\min\limits_{[-2;1]} f(x)\right|;\left|\max\limits_{[-2;1]} f(x)\right|\right\}=\max\limits_{[-2;1]}\{|-3|;|1|\}=3$.

Câu 32: Chọn B.

Gọi MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau d và d' (khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau d và d') với $M \in d$ và $N \in d'$.

Tạo độ của hai điểm M, N có dạng: $M(1+2t_1;-1-t_1;1)$ và $N(2-t_2;-2+t_2;3+t_2)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(1-2t_1-t_2;-1+t_1+t_2;2+t_2)$.

Đường thẳng d có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(2;-1;0)$

Đường thẳng d' có véc tơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(-1;1;1)$.

Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{u_1}\\ \overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{u_2}\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}2(1-2t_1-t_2)-(-1+t_1+t_2)=0\\ -(1-2t_1-t_2)+(-1+t_1+t_2)+(2+t_2)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t_1=\dfrac{3}{2}\\ t_2=\dfrac{-3}{2}\end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-\dfrac{1}{2};-1;\dfrac{1}{2}\right) \Rightarrow MN=\sqrt{\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2+(-1)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{1}{4}+1+\dfrac{1}{4}}=\sqrt{\dfrac{6}{4}}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng d và d' là $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

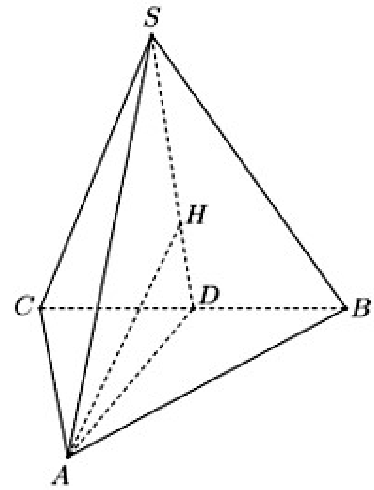
Câu 33: Chọn C.

Bất phương trình xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Ta có: $5^{12-x^2} \geq 125 \Leftrightarrow 12-x^2 \geq 3 \Leftrightarrow x^2 \leq 9 \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $5^{12-x^2} \geq 125$ là $[-3;3]$.

Câu 34: Chọn C.



Gọi D là trung điểm của $BC, AD \perp BC$ và $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ (do ΔABC đều cạnh a).

Hình chóp tam giác đều $S.ABC \Rightarrow \Delta SBC$ cân tại $S \Rightarrow SD \perp BC.$

Do $AD \perp BC$ và $SD \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAD)$.

Kẻ $AH \perp SD$ tại $H \Rightarrow AH \perp BC$ (do $BC \perp (SAD)$).

Vì $AH \perp SD$ và $AH \perp BC \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH = d_{(A;(SBC))} = \frac{3a}{4}$.

Như vậy: $\widehat{((SBC);(ABC))} = \widehat{SDA}$.

ΔAHD vuông tại $H \Rightarrow \sin \widehat{SDA} = \frac{AH}{AD} = \frac{3a}{4}; \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \widehat{SDA} = 60^0$.

Vậy góc giữa mặt phẳng (SBC) với mặt phẳng đáy (ABC) bằng 60^0.

Câu 35: Chọn D.

$\overrightarrow{BC} = (8;0;4); \overrightarrow{BD} = (4;3;5); \overrightarrow{BA} = (5;0;10)$

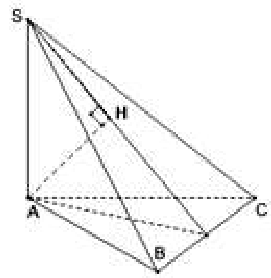
$\Rightarrow \overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BC} = (12;24;-24)$

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6}\left|\left(\overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BC}\right).\overrightarrow{BA}\right| = \frac{|5.12 + 0.24 - 10.24|}{6} = 30$$

$$S_{\Delta BCD} = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{BD} \wedge \overrightarrow{BC}\right| = \frac{\sqrt{12^2 + 2.24^2}}{2} = 18$$

$$\Rightarrow d_{(A,(BCD))} = \frac{3V_{ABCD}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{30.3}{18} = 5$$

Câu 36: Chọn C.



Gọi M là trung điểm BC, vì tam giác ABC đều nên $SB = SC$. Suy ra $AM \perp BC, SM \perp BC$.

Kẻ $AH \perp SM\left(H \in SM\right)$

$$\left.\begin{matrix} BC \perp SM \\ BC \perp AM \end{matrix}\right\} \Rightarrow BC \perp \left(SAM\right) \Rightarrow BC \perp AH$$

$$\left.\begin{matrix} BC \perp AH \\ SM \perp AH \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left(SBC\right) \perp AH$$

Suy ra góc giữa SA và $\left(SBC\right)$ bằng $\widehat{ASM} \Rightarrow \widehat{ASM} = 60^0$

$$\Rightarrow SA = AM.\cot 60^0 = \frac{a}{2}$$

$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{1}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}.a = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$$

Câu 37: Chọn C.

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ thì với mỗi điểm $M\left(x;y;z\right) \in d$ là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - 4 = 0 \\ 3x + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3z + 4 \\ 3\left(2y - 3z + 4\right) + 2y - 5z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3z + 4 \\ 8y - 14z + 8 = 0 \end{cases}$$

Đặt $z = 4t \Rightarrow \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 7t - 1 \\ z = 4t \end{cases}$

Câu 38: Chọn C.

Đặt $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Ta có:

$$\left|2z - \overline{z}\right| = \sqrt{13} \Leftrightarrow \left|2\left(a + bi\right) - \left(a - bi\right)\right| = \sqrt{13} \Leftrightarrow \left|a + 3bi\right| = \sqrt{13}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + 9b^2} = \sqrt{13} \Leftrightarrow a^2 + 9b^2 = 13 \ \left(1\right)$$

$\left(1 + 2i\right)z = \left(1 + 2i\right)\left(a + bi\right) = a + 2ai + bi - 2b = a - 2b + \left(2a + b\right)i$ là số thuần ảo nên có $a - 2b = 0 \Leftrightarrow a = 2b$ thay vào $\left(1\right)$ ta được $13b^2 = 13 \Leftrightarrow b = \pm 1$.

Vậy có hai số phức là $z = 2 + i$ và $z = -2 - i$.

Câu 39: Chọn D.

Đường thẳng d đi qua tâm $I\left(3;-2;1\right)$ của mặt cầu $\left(S\right)$ và vuông góc với mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ có phương trình là $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-2-2t \\ z=1-t \end{cases}$.

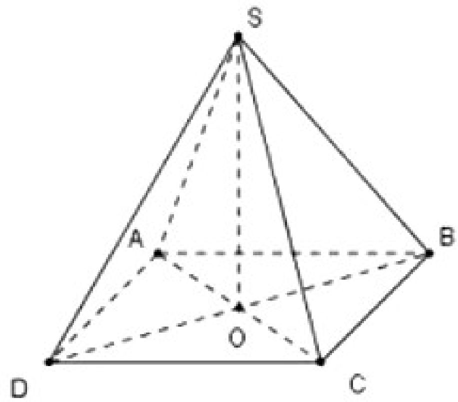
Xét phương trình $2\left(3+2t\right)-2\left(-2-2t\right)-\left(1-t\right)+9=0 \Leftrightarrow 9t+18=0 \Leftrightarrow t=-2.$

Suy ra tâm $H\left(-1;2;3\right)$, bằng cách thay tọa độ điểm H vào các đường thẳng.

Ta có: $\dfrac{-1-3}{2}=\dfrac{2+2}{-2}=\dfrac{3-1}{-1}=-2$ (đúng).

Vậy $H\left(-1;2;3\right)$ nằm trên đường thẳng $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 40: Chọn A.



Do hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có diện tích đáy bằng a^2 nên $ABCD$ là hình vuông cạnh a, đường chéo $AC=a\sqrt{2}$.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$, xét tam giác vuông SOC ta có:

$$SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{2},\text{ vì } OC=\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Thể tích khối chóp $S.OBC$ là $V=\dfrac{1}{3}.S_{OBC}.SO=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{4}a^2.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Diện tích tam giác SBC là $S_{SBC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ vì SBC là tam giác đều cạnh bằng a.

Ta có $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=2d\left(O,\left(SBC\right)\right)=2h$ vì $AC=2OC$.

Mặt khác ta lại có thể tích khối chóp $S.OBC$ là $V=\dfrac{1}{3}.S_{SBC}.h$

$$\Rightarrow h=\frac{3V}{S_{SBC}}=\frac{3.\frac{a^3\sqrt{2}}{24}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}=\frac{a\sqrt{6}}{6}.$$

Vậy $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=2h=\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 41: Chọn A.

Gọi r là bán kính đáy của hình nón, V_1 là thể tích hình nón, V_2 là thể tích có chứa nước của hình trụ vẫn chứa hình nón, V_3 là thể tích phần chứa nước của khối trụ sau khi lấy khối nón ra có chiều cao h_3

Khi đó: $V_2=V_1+V_3$

Ta có: $V_1=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}\pi r^2 12=4\pi r^2$

$V_2=Bh=\pi\left(2r\right)^2.12=48\pi r^2$

$\Rightarrow V_3=V_2-V_1=48\pi r^2-4\pi r^2=44\pi r^2$

Mà $V_3=B.h_3=\pi\left(2r\right)^2 h_3=4\pi r^2 h_3\Rightarrow h_3=\frac{V_3}{B}=\frac{44\pi r^2}{4\pi r^2}=11$.

Câu 42: Chọn B.

Đặt $\sqrt{x}=t\Rightarrow f\left(\sqrt{x}\right)=f\left(t\right)\Rightarrow f'\left(\sqrt{x}\right).\frac{1}{2\sqrt{x}}dx=f'\left(t\right)dt\Rightarrow f'\left(\sqrt{x}\right)dx=2tf'\left(t\right)dt$

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0; x=1\Rightarrow t=1$

Khi đó: $\int\limits_0^1 f'\left(\sqrt{x}\right)dx=\int\limits_0^1 2tf'\left(t\right)dt=2\int\limits_0^1 tf'\left(t\right)dt$

Đặt $\begin{cases}u=t\\dv=f'\left(t\right)dt\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}du=dt\\v=f\left(t\right)\end{cases}\Rightarrow 2\int\limits_0^1 tf'\left(t\right)dt=2tf\left(t\right)\Big|_0^1-2\int\limits_0^1 f\left(t\right)dt=2f\left(1\right)-4=-2.$

Câu 43: Chọn D.

Ta có $\frac{x}{\left(x+1\right)^2}g\left(x\right)+2020x=\left(x+1\right)f'\left(x\right)\Rightarrow\frac{1}{\left(x+1\right)^2}g\left(x\right)-\frac{x+1}{x}f'\left(x\right)=-2020\ \left(1\right).$

Mặt khác $\frac{x^3}{x+1}g'\left(x\right)+f\left(x\right)=2021x^2\Rightarrow\frac{x}{x+1}g'\left(x\right)+\frac{1}{x^2}.f\left(x\right)=2021\ \left(2\right).$

Cộng vế theo vế (1) và (2), ta được $\left[\frac{1}{\left(x+1\right)^2}g\left(x\right)+\frac{x}{x+1}g'\left(x\right)\right]-\left[\frac{x+1}{x}f'\left(x\right)-\frac{1}{x^2}f\left(x\right)\right]=1$

$$\Leftrightarrow\left[\frac{x}{x+1}g\left(x\right)-\frac{x+1}{x}f\left(x\right)\right]'=1\ \left(*\right).$$

Lấy nguyên hàm hai vế (*), ta được $\dfrac{x}{x+1}g(x)-\dfrac{x+1}{x}f(x)=x+C$.

Vì $f(2021)=g(2021)=0$ nên $0=2021+C\Leftrightarrow C=-2021$.

Suy ra $\dfrac{x}{x+1}g(x)-\dfrac{x+1}{x}f(x)=x-2021$.

Vậy $\int\limits_1^{2021}\left[\dfrac{x}{x+1}g(x)-\dfrac{x+1}{x}f(x)\right]dx=\int\limits_1^{2021}(x-2021)\,dx=\left(\dfrac{1}{2}x^2-2021x\right)\Bigg|_1^{2021}$

$=-\dfrac{1}{2}.2021^2+2021-\dfrac{1}{2}$.

Câu 44: Chọn A.

Giả sử $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$.

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra đồ thị hàm số $f'(x)$ đối xứng nhau qua trục tung nên là hàm chẵn suy ra $b=0$.

Khi đó $f'(x)=3ax^2+c$.

Mặt khác cũng từ bảng biến thiên và giả thiết, ta có $\begin{cases}f'(0)=-3\\f'(1)=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=-3\\3a+c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\c=-3\end{cases}$.

Khi đó $f'(x)=3x^2-3\Rightarrow f(x)=x^3-3x+C$.

Mà $f(0)=2\Leftrightarrow C=2$.

Vậy $f(x)=x^3-3x+2$.

Xét hàm số $h(x)=f^3(|x|)-3f^2(|x|)-2021$, ta thấy $h(x)$ là một hàm chẵn nên nhận trục tung là trục đối xứng, vì vậy số điểm cực trị của $h(x)$ chính bằng hai lần số cực trị dương của hàm số $p(x)=f^3(x)-3f^2(x)-2021$ cộng thêm 1.

Xét hàm số $p(x)=f^3(x)-3f^2(x)-2021$ trên $(0;+\infty)$ ta có $p'(x)=3f'(x)f^2(x)-6f'(x)f(x)$.

$$p'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=0\\f(x)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-3=0\\x^3-3x+2=0\\x^3-3x+2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=\sqrt{3}\end{array}\right.\text{ (do } x>0\text{)}.$$

Bảng biến thiên

x	0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$p'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$p(x)$	-2025	$\nearrow$	-2021	$\searrow$	-2025	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta suy ra số điểm cực trị của hàm số $h(x)$ là $2.2+1=5$.

Mặt khác, đồ thị của hàm số $g(x)$ đối xứng qua Ox, do đó số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng số điểm cực trị của hàm số $h(x)$ cộng với số nghiệm bội lẻ của phương trình $h(x)=0$.

Dựa vào bảng biến thiên ta có thấy $h(x)=0$ có ha nghiệm bội đơn.

Vậy hàm số $g(x)$ có tất cả $5+2=7$ điểm cực trị.

Câu 45: Chọn A.

Ta có $g'(x)=24f'(2x)+96x^2+24x-12=12\left[2f'(2x)+8x^2+2x-1\right]$

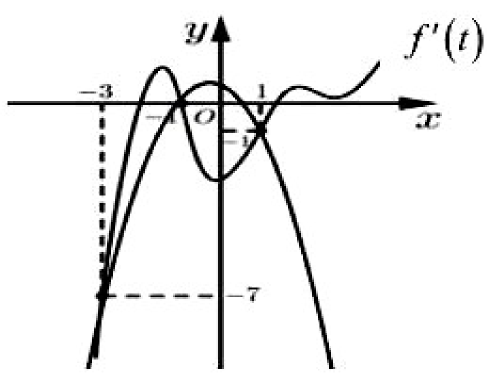
$g'(x)=0 \Leftrightarrow 12\left[2f'(2x)+8x^2+2x-1\right]=0 \Leftrightarrow 2f'(2x)+8x^2+2x-1=0(*)$

Đặt $t=2x, x\in\left[-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right] \Rightarrow t\in[-3;1]$.

Khi đó phương trình $(*)$ trở thành phương trình sau:

$2f'(t)+2t^2+t-1=0 \Leftrightarrow f'(t)=-t^2-\frac{1}{2}t+\frac{1}{2}(**)$

Ta có đồ thị như sau:



$$f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-3 \\ t=-1 \\ t=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{3}{2} \\ x=-\frac{1}{2} \\ x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên và đồ thị hàm số ta có giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ đạt tại $x=-\frac{1}{2} \Rightarrow g\left(-\frac{1}{2}\right)=12f(-1)+2026.$

Câu 46: Chọn A.

Ta có:

$$\ln\left(a^{\log x^4}+4a^{\log x^2}+4\right)=\frac{\ln(x-2)}{\log a} \Leftrightarrow \ln\left(a^{4\log x}+4a^{2\log x}+4\right)=\frac{\ln(x-2)}{\log a}$$

$$\Leftrightarrow 2\ln\left(a^{2\log x}+2\right)=\frac{\ln(x-2)}{\log a}$$

Đặt $a^{2\log x}+2=t \Rightarrow \log a.2\log x=\log(t-2) \Rightarrow \log a=\frac{\log(t-2)}{2\log x}$

$$\Rightarrow \ln t.\ln(t-2)=\ln x.\ln(x-2)$$

Xét hàm $f(u)=\ln u.\ln(u-2)$

$$\Rightarrow f'(u)=\frac{\ln(u-2)}{u}+\frac{\ln u}{u-2}>0$$

Do $t-2=a^{2\log x}\geq 2^{2\log 2}>1$

$$\Rightarrow u=x \Rightarrow a^{2\log x}=x-2 \Leftrightarrow x-x^{2\log a}=2 \Rightarrow x>x^{2\log a} \Leftrightarrow 2\log a<1 \Leftrightarrow \log a<\frac{1}{2} \Leftrightarrow a<\sqrt{10} \Rightarrow a\in\{2;3\}.$$

Câu 47: Chọn C.

Vì $y=f(x)$ là hàm số bậc ba có $f''\left(\frac{2}{3}\right)=0 \Rightarrow x=\frac{2}{3}$ là hoành độ điểm uốn, do đó: $x_1+x_2=2x_u=\frac{4}{3}$

Mặt khác $3x_2-6x_1=3\sqrt{7}-2$ hay $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{4}{3} \\ 3x_2-6x_1=3\sqrt{7}-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{2-\sqrt{7}}{3} \\ x_2=\dfrac{2+\sqrt{7}}{3} \end{cases}$

Suy ra $f'(x)=k(x-x_1)(x-x_2)=k\left(x^2-\dfrac{4}{3}x-\dfrac{1}{3}\right)$, với $k>0$

$\Rightarrow f(x)=\dfrac{k}{3}\left(x^3-2x^2-x+C\right)$, thay $f(1)=0$ ta được $C=2 \Rightarrow f(x)=\dfrac{k}{3}\left(x^3-2x^2-x+2\right)$.

Khi đó $S_1=\dfrac{k}{3}\int\limits_{\frac{2-\sqrt{7}}{3}}^{1}\left(x^3-2x^2-x+2\right)dx; S_2=-\dfrac{k}{3}\int\limits_{1}^{\frac{2+\sqrt{7}}{3}}\left(x^3-2x^2-x+2\right)dx$. Do đó

$$\frac{S_1}{S_2}=\frac{\int\limits_{\frac{2-\sqrt{7}}{3}}^{1}\left(x^3-2x^2-x+2\right)dx}{\int\limits_{1}^{\frac{2+\sqrt{7}}{3}}\left(x^3-2x^2-x+2\right)dx}\approx 6,85\in(6,7;6,9).$$

Câu 48: Chọn D.

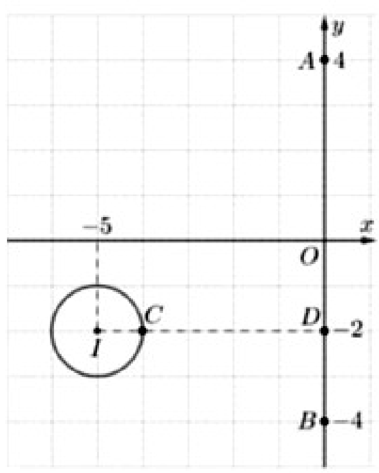
Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức $w=x+yi; x,y\in\mathbb{R}$. Ta có

$|iw-2+5i|=1 \Leftrightarrow |i(x+yi)-2+5i|=1 \Leftrightarrow (x+5)^2+(y+2)^2=1$.

Tập hợp các điểm M là đường tròn tâm $I(-5;-2)$, bán kính $R=1$.

Ta có: $P=\left|z^2-wz-4\right|=\left|z^2-wz-|z|^2\right|=\left|z^2-wz-z.\bar{z}\right|=|z|\left|(z-\bar{z})-w\right|=2\left|(z-\bar{z})-w\right|$.

Đặt $z=a+bi; a,b\in\mathbb{R}$, do $|z|=2 \Leftrightarrow a^2+b^2=4 \Rightarrow -2\le b\le 2$.



Gọi N là điểm biểu diễn số phức $z-\overline{z}=2bi \Rightarrow N\left(0;2b\right)$ nên N thuộc đoạn AB, với $A\left(0;4\right),B\left(0;-4\right)$.

Khi đó $P=2\left|\left(z-\overline{z}\right)-w\right|=2MN\ge 2CD=8,$ dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} M\equiv C \\ N\equiv D \end{cases}.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\left|z^2-wz-4\right|$ bằng 8.

Câu 49: Chọn D.

Điều kiện: $a>0.$

Vì $\sqrt{1+\ln^2 a}>\left|\ln a\right|\ge \ln a\Rightarrow \sqrt{1+\ln^2 a}-\ln a>0.$

Do đó $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+\left(a-3\right)^2}+a-3\right)\le 1\Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{1+\left(a-3\right)^2}+a-3}{\sqrt{1+\ln^2 a}-\ln a}\le 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{1+\left(a-3\right)^2}+a-3\le \sqrt{1+\left(-\ln a\right)^2}+\left(-\ln a\right).(1)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=t+\sqrt{1+t^2},t\in\mathbb{R};f'\left(t\right)=1+\dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}=\dfrac{t+\sqrt{1+t^2}}{\sqrt{1+t^2}}>0,\forall t\in\mathbb{R}.$ Suy ra hàm số $f'\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}.$

Bất phương trình $\left(1\right)\Leftrightarrow f\left(a-3\right)\le f\left(-\ln a\right)\Leftrightarrow a-3\le -\ln a\Leftrightarrow a-3+\ln a\le 0.$

Xét hàm số $g\left(a\right)=a-3+\ln a,a\in\left(0;+\infty\right);g'\left(a\right)=1+\dfrac{1}{a}>0,\forall a>1.$

Hàm số $g\left(a\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right).$ Do đó phương trình $g\left(a\right)=0$ có nhiều nhất 1 nghiệm.

Mặt khác $g\left(2\right).g\left(3\right)=\left(\ln 2-1\right)\ln 3<0,$ suy ra $\exists a_0\in\left(2;3\right)$ để $g\left(a_0\right)=0$

Do đó: $g\left(a\right)\le 0\Leftrightarrow a\le a_0\Rightarrow a\in\left(0;a_0\right]\Rightarrow\left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=2 \end{array}\right..$

Câu 50: Chọn A.

Ta có: $\dfrac{V_{ABCD}}{V_{AMNP}}=\dfrac{AB}{AM}.\dfrac{AC}{AN}.\dfrac{AD}{AP}\le\left(\dfrac{\dfrac{AB}{AM}+\dfrac{AC}{AN}+\dfrac{AD}{AP}}{3}\right)^3=8\Rightarrow V_{AMNP}\ge\dfrac{1}{8}V_{ABCD}.$ (V_{ABCD} cố định).

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{AB}{AM}=\dfrac{AC}{AN}=\dfrac{AD}{AP}=2.$ Suy ra M,N,P lần lượt là trung điểm của $AB,AC,AD\Rightarrow M\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2}\right)$ và $\left(MNP\right)//\left(BCD\right).$

$\overrightarrow{BC}=\left(-3;-1;-2\right),\overrightarrow{BD}=\left(-2;3;2\right)\Rightarrow\vec{n}=\left[\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD}\right]=\left(4;10;-11\right).$

Mặt phẳng $\left(MNP\right)$ đi qua điểm M và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}$ nên có phương trình là:

$4\left(x-\dfrac{3}{2}\right)+10\left(y-\dfrac{1}{2}\right)-11\left(z-\dfrac{3}{2}\right)=0\Leftrightarrow 8x-20y+22z+11=0.$