SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT NGUYỄN QUÁN NHO

LẦN 3

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 Phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: .... Số báo danh: .... **Mã đề 101**

Câu 1. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y'=x^{\sqrt{2}-1}$. **B.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$. **C.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y'=\frac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=-6$, $u_5=48$. Tính S_5.

A. 11. **B.** -31. **C.** 93. **D.** 33.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	-4 || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $2a$; $3a$; $4a$. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật trên.

A. $24a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $9a^3$.

Câu 5. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -5.

Câu 6. Đạo hàm của hàm số $y=\log_7(x-x^2)$ là

A. $y'=\frac{1-2x}{(x-x^2).\ln 7}$. **B.** $y'=\frac{\ln 7}{x-x^2}$. **C.** $y'=\frac{1}{(x-x^2).\ln 7}$. **D.** $y'=\frac{(1-2x).\ln 7}{x-x^2}$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=-2-2i$. Tìm môđun của số phức z_1-z_2.

A. $|z_1-z_2|=5$. **B.** $|z_1-z_2|=1$. **C.** $|z_1-z_2|=\sqrt{17}$. **D.** $|z_1-z_2|=2\sqrt{2}$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x+3}{2}=\frac{y-1}{-3}=\frac{5-z}{3}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_4}=(2;-3;-3)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;-3;3)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-3;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$.

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16$.

B. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=18$.

D. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=16$.

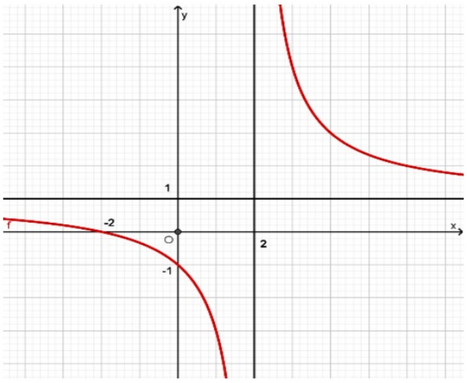
Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

A. $S=\left(-\infty;\frac{-2}{3}\right]$. **B.** $S=\left[\frac{-2}{5};+\infty\right)$. **C.** $S=\left[\frac{-2}{3};+\infty\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;\frac{-2}{5}\right]$.

Câu 11. Cho hai số phức $z=1+3i$ và $w=2-i$. Tìm phần ảo của số phức $u=\overline{z}.w$.

A. $5i$. **B.** 5. **C.** $-7i$. **D.** -7.

Câu 12. Tìm các số thực a,c,d để hàm số $y=\frac{ax+2}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



A. $a=1,c=-1,d=1$. **B.** $a=1,c=1,d=-2$. **C.** $a=2,c=-1,d=-2$. **D.** $a=1,c=1,d=2$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$ ||		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$+$	
$f(x)$	$3 \nearrow$		5	$\searrow -\infty$	||	$-\infty \nearrow$	3

Số nghiệm của phương trình $6-2f(x)=0$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 14. Trong không gian *Oxyz*, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(2;0;-1)$?

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-6t \\ z=1+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6 \\ z=2-t \end{cases}$.

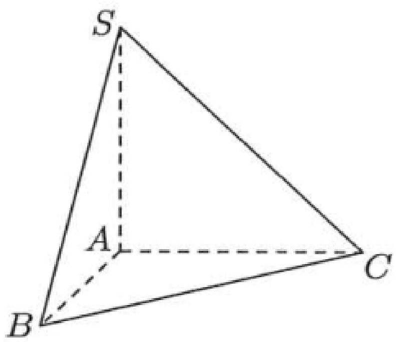
Câu 15. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và đường thẳng Δ. Biết Δ cắt mặt cầu $S(O;R)$ tại hai điểm A,B. Gọi d là khoảng cách từ O đến đường thẳng Δ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d=R$. **B.** $d=0$. **C.** $d>R$. **D.** $d<R$.

Câu 16. Cho hình nón có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho

A. $S=36\pi a^2$. **B.** $S=20\pi a^2$. **C.** $S=10\pi a^2$. **D.** $S=14\pi a^2$.

Câu 17. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=3$; $AC=5$, SA vuông góc với đáy và $SA=4$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 30. **B.** 12. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 18. Cho $\int_0^1 \left(x^2 - 2x - 3f\left(x\right)\right)\mathrm{d}x = 1$. Tính $\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $\frac{-1}{3}$. **B.** $\frac{-1}{9}$. **C.** $\frac{-5}{9}$. **D.** $\frac{-5}{3}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{u} = \left(1;-2;1\right)$ và $\vec{v} = \left(-1;1;0\right)$ bằng

A. $120°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $150°$.

Câu 20. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$.

A. $-12i$. **B.** -12. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 21. Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right) = \mathrm{e}^{3x}$ thỏa mãn $F\left(0\right) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F\left(x\right) = -\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + \frac{4}{3}$. **B.** $F\left(x\right) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}$. **C.** $F\left(x\right) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + \frac{2}{3}$. **D.** $F\left(x\right) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + 1$.

Câu 22. Cho a là số thực âm. Biểu thức $\log_5\left(\frac{a^2}{25}\right)$ bằng

A. $2\log_5 a - 5$. **B.** $2\log_5\left(-a\right) - 5$. **C.** $2\log_5\left(-a\right) - 2$. **D.** $2\log_5 a - 2$.

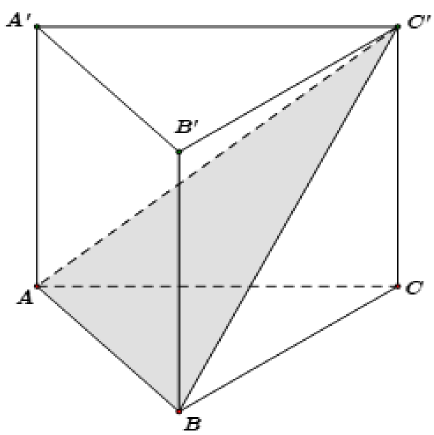
Câu 23. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right) = (x+1)^2\left(x-1\right)\left(5-x\right)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(1) < f(0) < f(-1)$. **B.** $f(-1) < f(0) < f(1)$. **C.** $f(1) < f(-1) < f(0)$. **D.** $f(-1) < f(1) < f(0)$.

Câu 24. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ 2 chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

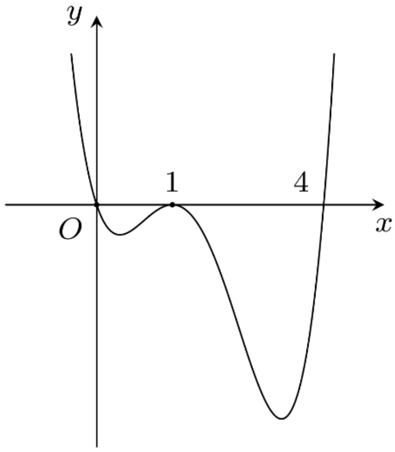
A. A_{10}^2. **B.** C_{10}^2. **C.** 10^2. **D.** A_{10}^8.

Câu 25. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $BC' = \frac{a\sqrt{5}}{2}$, (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng $\left(ABC'\right)$ và $\left(ABC\right)$ bằng



A. $45°$. **B.** $30°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

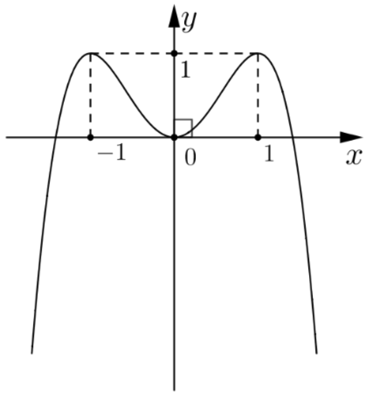
Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y = f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

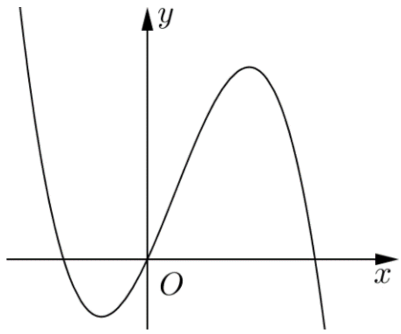
A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2$, $(a,b,c \in \mathbb{R}, a \neq 0)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;-3;0)$ và $N(-2;1;2)$. Đường thẳng d đi qua trung điểm I của MN và điểm $K(2;1;-3)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

Câu 30. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z khi $(z+1)(\overline{z} - i)$ là một số thuần ảo ?

A. Đường thẳng $x+y+1=0$.

B. Đường tròn tâm $I\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. Đường thẳng $x-y+1=0$.

D. Đường tròn tâm $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 31. Cho biết $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_0^5 f(t)\mathrm{d}t=10$. Tính $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z$.

A. $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z=-7$. **B.** $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z=13$. **C.** $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z=7$. **D.** $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z=14$.

Câu 32. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$ là

A. $6x-\cos x+C$. **B.** $6x+\cos x+C$. **C.** $x^3+\cos x+C$. **D.** $x^3-\cos x+C$.

Câu 33. Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0\le x\le 2)$ là một phần tư hình tròn bán kính bằng $\sqrt{2}x^2$

A. $\frac{13\pi}{6}$. **B.** 64π. **C.** 32π. **D.** $\frac{16\pi}{5}$.

Câu 34. Một hộp đựng 15 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng.

A. $\frac{71}{143}$. **B.** $\frac{56}{143}$. **C.** $\frac{72}{143}$. **D.** $\frac{56}{715}$.

Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-2)>0$ là

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD=2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ với $SA=a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2}=5^{x+1}$ bằng

A. $\log_3 5$. **B.** $-\log_3 5$. **C.** $\log_3 45$. **D.** $-\log_3 45$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng $(Q): x-y-4z+15=0$ là

A. $(1;-1;-4)$. **B.** $(1;-2;-4)$. **C.** $(3;-2;1)$. **D.** $(1;0;4)$.

Câu 39. Cho một miếng tôn hình tròn tâm O, bán kính R. Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

A. $\left(2-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)\pi$ **B.** $\left(2-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$ **C.** $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$

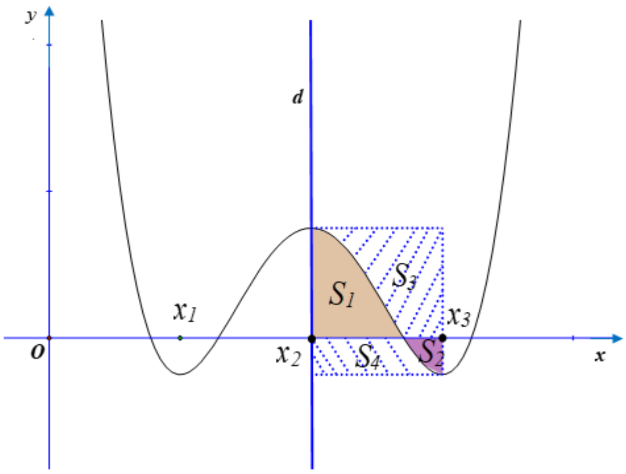
Câu 40. Tìm số các giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $f(x)=\frac{1}{7}x^7+\frac{6}{5}x^5-\frac{m^3}{4}x^4+(5-m^2)x^3-3mx^2+10x+2020$ đồng biến trên $(0;1)$.

A. 22 **B.** 20 **C.** 19 **D.** 21

Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{DAB}=60^{\circ}$, $AD=a$, tam giác SBC cân tại S, tam giác SCD vuông tại C, khoảng cách giữa SA và CD bằng $\frac{4a}{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2a^3}{\sqrt{11}}$. **B.** $\frac{4a^3}{\sqrt{11}}$. **C.** $\frac{4a^3}{3\sqrt{11}}$. **D.** $\frac{2a^3}{3\sqrt{11}}$.

Câu 42. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_3=x_1+2$, $f(x_1)+f(x_3)+\frac{2}{3}f(x_2)=0$ và (C) nhận đường thẳng $d:x=x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1,S_2,S_3,S_4 là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên. Tỉ số $\frac{S_1+S_2}{S_3+S_4}$ gần kết quả nào nhất.

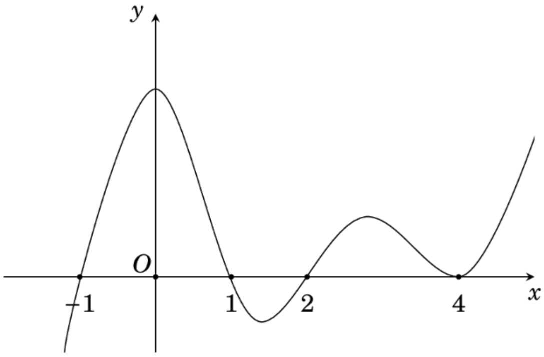


A. $0,65$. **B.** $0,60$. **C.** $0,55$. **D.** $0,70$.

Câu 43. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thỏa mãn điều kiện $\log_{2020}(x+y^2)+\log_{2021}(y^2+y+64)\ge\log_4(x-y)$.

A. 302 **B.** 2 **C.** 301 **D.** 602

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ có đúng bốn điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)+2023m$ có 11 điểm cực trị?

A. 0. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;2]$ thoả mãn $f(x)=2+\int_1^2(6x+2t)f(t)\,dt, \forall x\in[1;2]$. Tính $f\left(\frac{1}{3}\right)$ bằng

A. $f(1)=-1$. **B.** $f(1)=1$. **C.** $f(1)=\frac{1}{3}$. **D.** $f(1)=-\frac{1}{3}$.

Câu 46. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-20;\,20]$ của bất phương trình: $2^{2x+1}-9.2^{x}+4\sqrt{x^2+2x-3}\geq 0$ là

A. 36. **B.** 19. **C.** 38. **D.** 37.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;4)$; đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng $(P):\ x-2y+2z-5=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P). Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng nào sau đây?

A. $3x-2y+3z-5=0$. **B.** $3x+2y+3z-13=0$. **C.** $2x+3y-3z-2=0$. **D.** $2x-3y-3z+10=0$.

Câu 48. Cho số phức z thoả mãn $\left|\frac{(2-i)z-3i-1}{z-i}\right|=2$. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $\mathrm{w}=\frac{1}{iz+1}$. Xét các số phức $\mathrm{w}_1,\mathrm{w}_2\in S$ thỏa mãn $|\mathrm{w}_1-\mathrm{w}_2|=2$, giá trị lớn nhất của $P=|\mathrm{w}_1-4i|^2-|\mathrm{w}_2-4i|^2$ bằng.

A. $4\sqrt{13}$. **B.** $2\sqrt{13}$. **C.** $4\sqrt{29}$. **D.** $2\sqrt{29}$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) có phương trình $(d_1):\begin{cases}x=1+2t_1\\ y=1+t_1\\ z=1-2t_1\end{cases}$, $(d_2):\begin{cases}x=3+t_2\\ y=-1+2t_2\\ z=2+2t_2\end{cases}$, $(d_3):\begin{cases}x=4+2t_3\\ y=4-2t_3\\ z=1+t_3\end{cases}$. $S(I;R)$ là mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,1. **B. 2,2.** **C. 2,4.** **D. 2,3.**

Câu 50. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ (a,b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

------ HẾT ------

SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT NGUYỄN QUÁN NHO

LẦN 3

THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM HỌC 2023 - 2024
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 Phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: .... Số báo danh: .... **Mã đề 102**

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$.

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=18$. **B.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16$.
C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

Câu 2. Đạo hàm của hàm số $y=\log_7(x-x^2)$ là

A. $y'=\dfrac{\ln 7}{x-x^2}$. **B.** $y'=\dfrac{1-2x}{(x-x^2).\ln 7}$. **C.** $y'=\dfrac{(1-2x).\ln 7}{x-x^2}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{(x-x^2).\ln 7}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	-4 ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là
A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 4. Cho $\int_0^1 (x^2-2x-3f(x))\mathrm{d}x=1$. Tính $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{-5}{3}$. **B.** $\dfrac{-5}{9}$. **C.** $\dfrac{-1}{9}$. **D.** $\dfrac{-1}{3}$.

Câu 5. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và đường thẳng Δ. Biết Δ cắt mặt cầu $S(O;R)$ tại hai điểm A,B. Gọi d là khoảng cách từ O đến đường thẳng Δ. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $d=R$. **B.** $d=0$. **C.** $d<R$. **D.** $d>R$.

Câu 6. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là

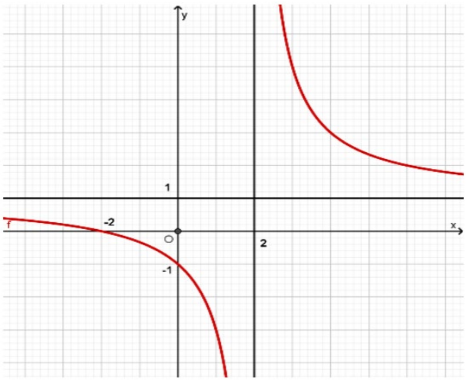
A. $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **B.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y'=x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 7. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=-2-2i$. Tìm môđun của số phức z_1-z_2.
A. $|z_1-z_2|=\sqrt{17}$. **B.** $|z_1-z_2|=2\sqrt{2}$. **C.** $|z_1-z_2|=5$. **D.** $|z_1-z_2|=1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{5-z}{3}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_3}=(2;-3;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-3;-3)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-3;2)$.

Câu 9. Tìm các số thực a,c,d để hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



A. $a=1,c=1,d=-2$. **B.** $a=1,c=1,d=2$. **C.** $a=2,c=-1,d=-2$. **D.** $a=1,c=-1,d=1$.

Câu 10. Cho hình nón có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho

A. $S=36\pi a^2$. **B.** $S=20\pi a^2$. **C.** $S=14\pi a^2$. **D.** $S=10\pi a^2$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}=(1;-2;1)$ và $\vec{v}=(-1;1;0)$ bằng

A. $150°$. **B.** $120°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 12. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-5	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 13. Cho hai số phức $z=1+3i$ và $w=2-i$. Tìm phần ảo của số phức $u=\overline{z}.w$.

A. -7. **B.** $-7i$. **C.** $5i$. **D.** 5.

Câu 14. Xác định phần ảo của số phức $z=18-12i$.

A. $-12i$. **B.** 12. **C.** 18. **D.** -12.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(2;0;-1)$?

A. $\begin{cases} x=4+2t \\ y=-6 \\ z=2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=-3t \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-6t \\ z=1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-3t \\ z=-1+t \end{cases}$.

Câu 16. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{4x} \le \left(\frac{2}{3}\right)^{x-2}$ là

A. $S=\left[\frac{-2}{3};+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;\frac{-2}{3}\right]$. **C.** $S=\left(-\infty;\frac{-2}{5}\right]$. **D.** $S=\left[\frac{-2}{5};+\infty\right)$.

Câu 17. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=-6$, $u_5=48$. Tính S_5.

A. 93. **B.** 11. **C.** 33. **D.** -31.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
$f(x)$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	3

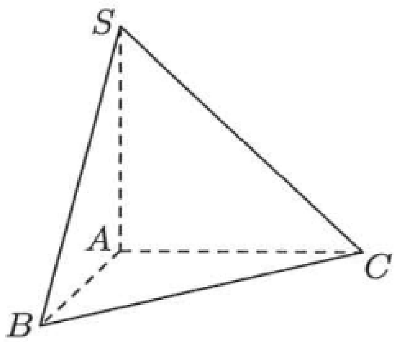
Số nghiệm của phương trình $6-2f(x)=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 19. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $2a$; $3a$; $4a$. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật trên.

A. $9a^3$. **B.** $12a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $24a^3$.

Câu 20. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=3$; $AC=5$, SA vuông góc với đáy và $SA=4$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 30.

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-2)>0$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 22. Cho biết $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_0^5 f(t)\mathrm{d}t=10$. Tính $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z$.

A. $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z=7$. **B.** $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z=-7$. **C.** $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z=13$. **D.** $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z=14$.

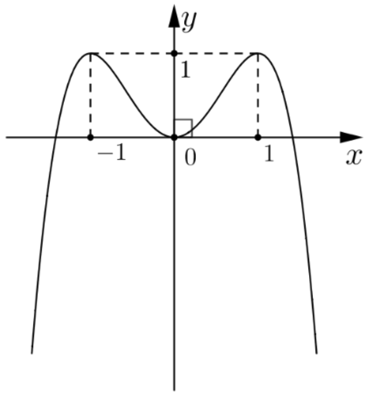
Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(x-1)(5-x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(1)<f(0)<f(-1)$. **B.** $f(1)<f(-1)<f(0)$. **C.** $f(-1)<f(1)<f(0)$. **D.** $f(-1)<f(0)<f(1)$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng $(Q): x-y-4z+15=0$ là

A. $(3;-2;1)$. **B.** $(1;-1;-4)$. **C.** $(1;0;4)$. **D.** $(1;-2;-4)$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

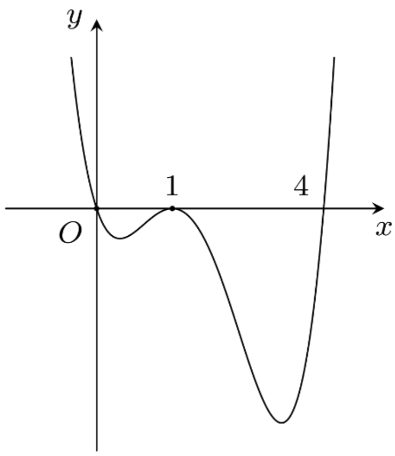


A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;-3;0)$ và $N(-2;1;2)$. Đường thẳng d đi qua trung điểm I của MN và điểm $K(2;1;-3)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=-3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=1-t \\ z=3+2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=-2+3t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=3+2t \end{cases}$

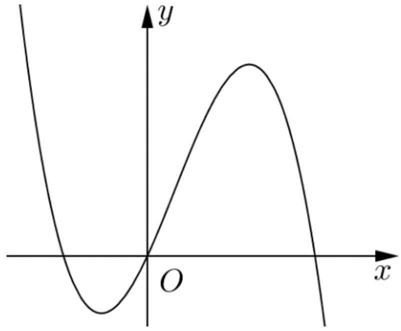
Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

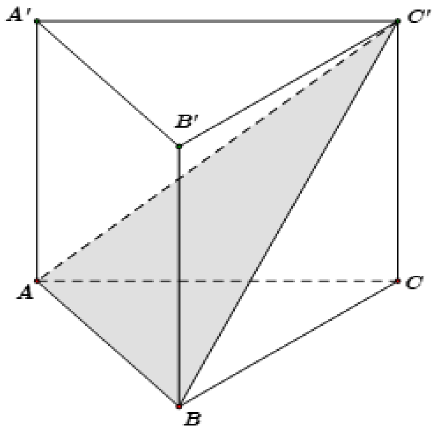
Câu 28. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2$, $(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f(x)+4=0$ là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $BC'=\frac{a\sqrt{5}}{2}$, (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 30. Cho a là số thực âm. Biểu thức $\log_5\left(\dfrac{a^2}{25}\right)$ bằng

A. $2\log_5(-a)-5$. **B.** $2\log_5 a-5$. **C.** $2\log_5 a-2$. **D.** $2\log_5(-a)-2$.

Câu 31. Một hộp đựng 15 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng.

A. $\dfrac{56}{143}$. **B.** $\dfrac{56}{715}$. **C.** $\dfrac{71}{143}$. **D.** $\dfrac{72}{143}$.

Câu 32. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=e^{3x}$ thỏa mãn $F(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}+1$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}$. **C.** $F(x)=\dfrac{1}{3}e^{3x}+\dfrac{2}{3}$. **D.** $F(x)=-\dfrac{1}{3}e^{3x}+\dfrac{4}{3}$.

Câu 33. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2}=5^{x+1}$ bằng

A. $\log_3 5$. **B.** $-\log_3 45$. **C.** $-\log_3 5$. **D.** $\log_3 45$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD=2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ với $SA=a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 35. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$ là

A. $x^3+\cos x+C$. **B.** $x^3-\cos x+C$. **C.** $6x-\cos x+C$. **D.** $6x+\cos x+C$.

Câu 36. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z khi $(z+1)(\overline{z}-i)$ là một số thuần ảo ?

A. Đường thẳng $x+y+1=0$.

B. Đường thẳng $x-y+1=0$.

C. Đường tròn tâm $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

D. Đường tròn tâm $I\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

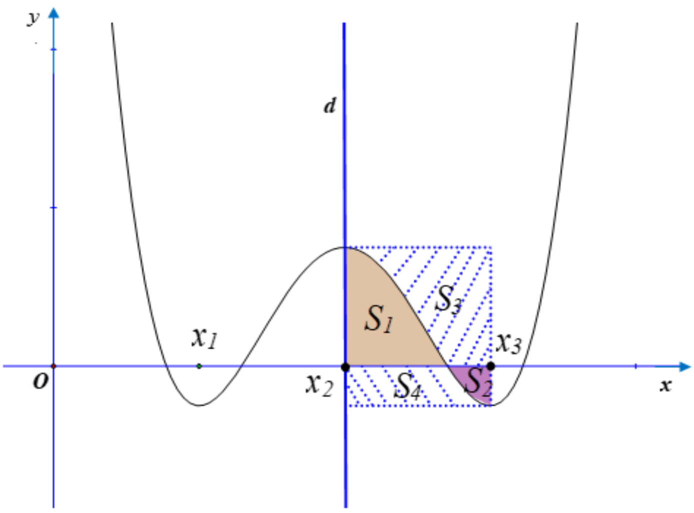
Câu 37. Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x(0\le x\le 2)$ là một phần tư hình tròn bán kính bằng $\sqrt{2}x^2$

A. 64π. **B.** $\frac{16\pi}{5}$. **C.** 32π. **D.** $\frac{13\pi}{6}$.

Câu 38. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ 2 chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^8. **C.** A_{10}^2. **D.** 10^2.

Câu 39. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_3=x_1+2$, $f(x_1)+f(x_3)+\frac{2}{3}f(x_2)=0$ và (C) nhận đường thẳng $d: x=x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1,S_2,S_3,S_4 là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên. Tỉ số $\frac{S_1+S_2}{S_3+S_4}$ gần kết quả nào nhất.



A. $0,65$. **B.** $0,55$. **C.** $0,60$. **D.** $0,70$.

Câu 40. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thỏa mãn điều kiện $\log_{2020}(x+y^2)+\log_{2021}(y^2+y+64)\ge\log_4(x-y)$.

A. 2 **B.** 301 **C.** 302 **D.** 602

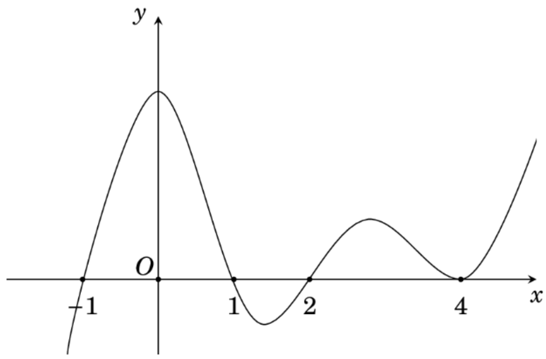
Câu 41. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{DAB}=60^\circ$, $AD=a$, tam giác SBC cân tại S, tam giác SCD vuông tại C, khoảng cách giữa SA và CD bằng $\frac{4a}{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2a^3}{\sqrt{11}}$. **B.** $\frac{4a^3}{\sqrt{11}}$. **C.** $\frac{4a^3}{3\sqrt{11}}$. **D.** $\frac{2a^3}{3\sqrt{11}}$.

Câu 42. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-20;\,20]$ của bất phương trình: $2^{2x+1}-9.2^x+4\sqrt{x^2+2x-3}\ge 0$ là

A. 19. **B.** 36. **C.** 38. **D.** 37.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ có đúng bốn điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)+2023m$ có 11 điểm cực trị?

A. 0. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 44. Tìm số các giá tri nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ đề hàm số $f(x)=\frac{1}{7}x^7+\frac{6}{5}x^5-\frac{m^3}{4}x^4+\left(5-m^2\right)x^3-3mx^2+10x+2020$ đồng biến trên $(0;1)$.

A. 22 **B.** 21 **C.** 19 **D.** 20

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) có phương trình $(d_1):\begin{cases}x=1+2t_1\\y=1+t_1\\z=1-2t_1\end{cases}$, $(d_2):\begin{cases}x=3+t_2\\y=-1+2t_2\\z=2+2t_2\end{cases}$, $(d_3):\begin{cases}x=4+2t_3\\y=4-2t_3\\z=1+t_3\end{cases}$. $S(I;R)$ là mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,1. **B.** 2,3. **C.** 2,4. **D.** 2,2.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;4)$; đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng (P): $x-2y+2z-5=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P). Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x-3y-3z+10=0$. **B.** $2x+3y-3z-2=0$. **C.** $3x+2y+3z-13=0$. **D.** $3x-2y+3z-5=0$.

Câu 47. Cho số phức z thoả mãn $\left|\frac{(2-i)z-3i-1}{z-i}\right|=2$. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $\mathrm{w}=\frac{1}{iz+1}$. Xét các số phức $\mathrm{w}_1,\mathrm{w}_2\in S$ thỏa mãn $|\mathrm{w}_1-\mathrm{w}_2|=2$, giá trị lớn nhất của $P=|\mathrm{w}_1-4i|^2-|\mathrm{w}_2-4i|^2$ bằng.

A. $4\sqrt{29}$. **B.** $4\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{29}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Câu 48. Cho một miếng tôn hình tròn tâm O, bán kính R. Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

A. $\left(2-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$ **B.** $\left(2-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)\pi$ **C.** $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$

Câu 49. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ (a,b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;2]$ thoả mãn $f(x)=2+\int_1^2(6x+2t)f(t)\mathrm{d}t,\forall x\in[1;2]$. Tính $f\left(\frac{1}{3}\right)$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** 1. **C.** -1. **D.** $\frac{1}{3}$.

------ *HẾT* ------

CÂU	101	102	103	104
1	C	D	C	D
2	D	B	B	D
3	B	B	A	A
4	A	B	**C**	B
5	D	C	B	D
6	A	A	B	B
7	A	C	B	B
8	A	B	D	D
9	B	A	A	D
10	C	**D**	C	C
11	D	A	B	**B**
12	B	C	B	D
13	A	A	B	C
14	A	D	D	A
15	D	D	A	C
16	**C**	A	C	A
17	D	C	A	C
18	C	B	C	B
19	D	D	C	A
20	B	C	D	C
21	C	B	A	D
22	C	D	B	B
23	A	A	B	B
24	A	C	B	C
25	B	C	A	C
26	D	A	C	B
27	D	D	A	C
28	D	A	B	B
29	A	C	C	C
30	B	D	A	C
31	D	D	D	D
32	D	C	C	A
33	D	A	B	B
34	C	C	A	D
35	B	B	B	C
36	B	D	A	A
37	A	B	B	A
38	D	C	A	A
39	B	C	A	D
40	A	D	A	B
41	D	D	A	C
42	B	B	C	C
43	D	C	C	B
44	D	A	C	A

45	B	A	C	B
46	A	B	B	D
47	C	B	B	A
48	A	A	D	C
49	A	A	A	C
50	C	B	D	D

ĐỀ GỐC LẦN 3

Câu 1. Xác định phần ảo của số phức $z=18-12i$.

A. -12. **B.** 18. **C.** 12. **D.** $-12i$.

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z=18-12i$ là -12.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y=\log_7\left(x-x^2\right)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{\left(x-x^2\right).\ln 7}$. **B.** $y'=\dfrac{\ln 7}{x-x^2}$. **C.** $y'=\dfrac{1-2x}{\left(x-x^2\right).\ln 7}$. **D.** $y'=\dfrac{(1-2x).\ln 7}{x-x^2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{1}{\left(x-x^2\right).\ln 7}.\left(x-x^2\right)' \Rightarrow y'=\dfrac{1-2x}{\left(x-x^2\right).\ln 7}$

Câu 3. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\sqrt{2}}$ là

A. $y'=\dfrac{1}{\sqrt{2}}x^{\sqrt{2}-1}$. **B.** $y'=x^{\sqrt{2}-1}$. **C.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$. **D.** $y'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\left(x^{\sqrt{2}}\right)'=\sqrt{2}x^{\sqrt{2}-1}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{4x}\le\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x-2}$ là.

A. $S=\left[\dfrac{-2}{3};+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;\dfrac{-2}{3}\right]$. **C.** $S=\left(-\infty;\dfrac{-2}{5}\right]$. **D.** $S=\left[\dfrac{-2}{5};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{4x}\le\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x-2}\Leftrightarrow 4x\ge x-2\Leftrightarrow x\ge\dfrac{-2}{3}$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=-6$, $u_5=48$. Tính S_5.

A. 33. **B.** -31. **C.** 93. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases} u_1.q=-6 \\ u_1.q^4=48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1.q=-6 \\ q^3=-8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1=3 \\ q=-2 \end{cases}$.

Vậy $S_5=\dfrac{3\left(1-(-2)^5\right)}{1-(-2)}=33$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{5-z}{3}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_1}=(3;-1;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-3;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;-3;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-3;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $d:\dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{5-z}{3} \Leftrightarrow \dfrac{x+3}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-5}{-3}$

nên nó có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_4}=(2;-3;-3)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	$+$	
$f(x)$	0 ↘ 3	↗	5	↘	$-\infty$ || $-\infty$	↗	3

Số nghiệm của phương trình $6-2f(x)=0$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $6-2f(x)=0 \Leftrightarrow f(x)=3$.

Số nghiệm của phương trình $6-2f(x)=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=3$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y=3$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại một điểm duy nhất.

Vậy số nghiệm của phương trình $6-2f(x)=0$ là 1.

Câu 8. Cho $\int_0^1 \left(x^2-2x-3f(x)\right)dx=1$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. $\frac{-1}{3}$. **B.** $\frac{-5}{3}$. **C.** $\frac{-1}{9}$. **D.** $\frac{-5}{9}$.

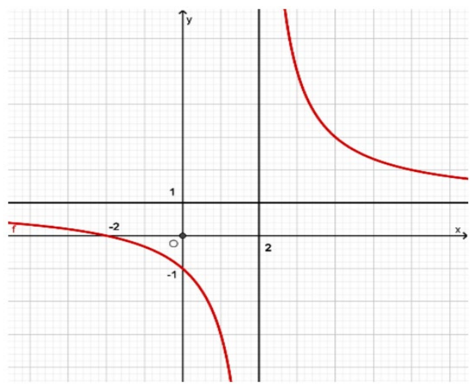
Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1 \left(x^2-2x-3f(x)\right)\mathrm{d}x=1 \Leftrightarrow \left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_0^1 -3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1 \Leftrightarrow \frac{-2}{3}-3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$

$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{-5}{9}$.

Câu 9. Tìm các số thực a,c,d để hàm số $y=\frac{ax+2}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



A. $a=1,c=-1,d=1$. **B.** $a=2,c=-1,d=-2$.

C. $a=1,c=1,d=-2$. **D.** $a=1,c=1,d=2$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1. Suy ra $\frac{2}{d}=-1 \Rightarrow d=-2$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$. Suy ra $\frac{a}{c}=1 \Rightarrow a=c$.

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -2. Suy ra $-2a=-2 \Rightarrow a=1 \Rightarrow c=1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$.

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=18$. **B.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=16$. **D.** $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và đi qua điểm $A(5;-3;2)$ nên có bán kính $R=IA=3\sqrt{2}$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}=(1;-2;1)$ và $\vec{v}=(-1;1;0)$ bằng.

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $120°$. **D.** $150°$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos(\vec{u},\vec{v})=\dfrac{\vec{u}.\vec{v}}{|\vec{u}|.|\vec{v}|}=\dfrac{-3}{\sqrt{6}\sqrt{2}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nên $(\vec{u};\vec{v})=150°$.

Câu 12. Cho hai số phức $z=1+3i$ và $w=2-i$. Tìm phần ảo của số phức $u=\bar{z}.w$.

A. -7. **B.** $5i$. **C.** 5. **D.** $-7i$.

Lời giải

Chọn A

$z=1+3i$ và $w=2-i \Rightarrow u=(1-3i).(2-i)=-1-7i$.

Vậy phần ảo của số phức $u=\bar{z}.w$ bằng -7.

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật có ba kích thước là $2a$; $3a$; $4a$. Tính thể tích của khối hộp chữ nhật trên.

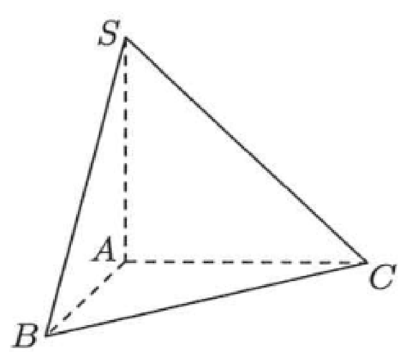
A. $12a^3$. **B.** $24a^3$. **C.** $8a^3$. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng công thức tính thể tích khối hộp chữ nhật, ta có : $V=2a.3a.4a=24a^3$ (đvtt).

Câu 14. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB=3$; $AC=5$, SA vuông góc với đáy và $SA=4$ (tham khảo hình vẽ).



Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 12. **B.** 10. **C.** 30. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

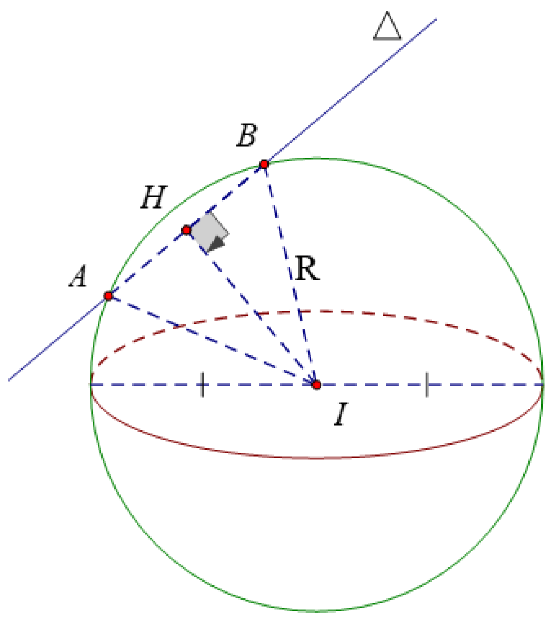
Thể tích khối chóp đã cho $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}AB.AC.SA=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.3.5.4=10$.

Câu 15. Cho mặt cầu $S\left(O;R\right)$ và đường thẳng Δ. Biết Δ cắt mặt cầu $S\left(O;R\right)$ tại hai điểm A,B. Gọi d là khoảng cách từ O đến đường thẳng Δ. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $d<R$. **B.** $d>R$. **C.** $d=R$. **D.** $d=0$.

Lời giải

Chọn A



Δ cắt mặt cầu $S\left(O;R\right)$ khi cà chỉ khi khoảng cách cách từ O đến đường thẳng Δ nhỏ hơn R

Câu 16. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=-2-2i$. Tìm môđun của số phức z_1-z_2.

A. $\left|z_1-z_2\right|=\sqrt{17}$. **B.** $\left|z_1-z_2\right|=2\sqrt{2}$.

C. $\left|z_1-z_2\right|=1$. **D.** $\left|z_1-z_2\right|=5$.

. **Lời giải**

Chọn D

$z_1-z_2=3+4i\Rightarrow\left|z_1-z_2\right|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 16. Cho hình nón có đường kính đáy bằng $4a$, đường sinh bằng $5a$. Tính diện tích xung quanh S của hình nón đã cho

A. $S=10\pi a^2$. **B.** $S=14\pi a^2$. **C.** $S=36\pi a^2$. **D.** $S=20\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Hình nón có bán kính đáy $r=4a$ và độ dài đường sinh $l=5a$. Vậy diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng $S_{xq} = \pi rl = \pi.4a.5a = 20a^2\pi$.

Câu 17. Trong không gian *Oxyz*, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(2;0;-1)$?

A. $\begin{cases} x = 4+2t \\ y = -6 \\ z = 2-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2+2t \\ y = -3t \\ z = 1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -2+4t \\ y = -6t \\ z = 1+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -3t \\ z = -1+t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -3t \\ z = -1+t \end{cases}$ đi qua điểm $(2;0;-1)$ và có vec tơ chỉ phương $(2;-3;1)$.

Vậy đường thẳng $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -3t \\ z = -1+t \end{cases}$ đi qua điểm $M(2;0;-1)$.

Câu 19. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** -5. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B.

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị cực tiểu $f(3) = -5$ tại $x = 3$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		−	‖	−	0	+	
$f(x)$	2	↘	-4 ‖ $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$\lim\limits_{x \to 0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x \to -\infty} y = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2

Câu 21. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 0$ là

A. $(2;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\frac{1}{3}}(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2>0 \\ x-2<\left(\frac{1}{3}\right)^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x-2<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x<3 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x<3$.

Câu 22. Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ 2 chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^8. **C.** 10^2. **D.** A_{10}^2.

Lời giải

Chọn D

Theo yêu cầu bài toán thì chọn ra 2 học sinh từ 10 học sinh có quan tâm đến chức vụ của mỗi người nên mỗi cách chọn sẽ là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử.

Câu 23. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^{3x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + \frac{2}{3}$. **B.** $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x}$. **C.** $F(x) = \frac{1}{3}e^{3x} + 1$. **D.** $F(x) = -\frac{1}{3}e^{3x} + \frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x) = \int e^{3x}dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C$.

Lại có $F(0) = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{3} + C = 1 \Leftrightarrow C = \frac{2}{3}$.

Câu 24. Cho biết $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 3$, $\int_0^5 f(t)\mathrm{d}t = 10$. Tính $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z$.

A. $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z = -7$. **B.** $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z = 14$. **C.** $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z = 13$. **D.** $\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z = 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\int_3^5 2f(z)\mathrm{d}z = 2\int_0^5 f(z)\,dz - 2\int_0^3 f(z)\,dz = 2.10 - 2.3 = 14$$

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

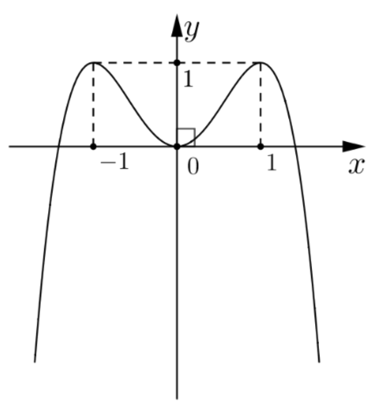
A. $x^3 + \cos x + C$. **B.** $6x + \cos x + C$. **C.** $x^3 - \cos x + C$. **D.** $6x - \cos x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int (3x^2 + \sin x)\mathrm{d}x = x^3 - \cos x + C$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

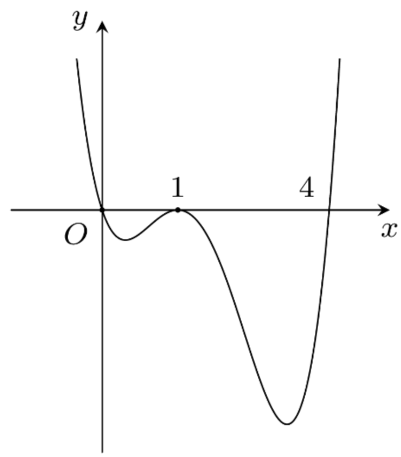
Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta có:

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Hàm số $y=f\left(x\right)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta thấy $f'\left(x\right)$ chỉ đổi dấu khi qua các điểm $x=0$ và $x=4$, nên hàm số đã cho có đúng 2 điểm cực trị.

Câu 28. Cho a là số thực âm. Biểu thức $\log_5\left(\dfrac{a^2}{25}\right)$ bằng.

A. $2\log_5 a-2$. **B.** $2\log_5\left(-a\right)-2$. **C.** $2\log_5 a-5$. **D.** $2\log_5\left(-a\right)-5$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_5\left(\dfrac{a^2}{25}\right)=2\log_5\left|a\right|-2=2\log_5\left(-a\right)-2$, do $a<0$ nên $\left|a\right|=-a$.

Câu 29. Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$ và $x=2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le 2\right)$ là một phần tư hình tròn bán kính bằng $\sqrt{2}x^2$

A. $\dfrac{13\pi}{6}$. **B.** $\dfrac{16\pi}{5}$. **C.** 32π. **D.** 64π.

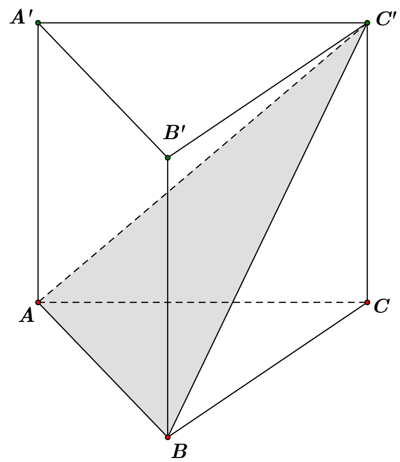
Lời giải

Chọn B

Ta có diện tích thiết diện đã cho bằng: $S\left(x\right)=\dfrac{1}{4}\pi\left(\sqrt{2}x^2\right)^2=\dfrac{1}{2}\pi x^4$.

Vậy thể tích cần tìm là: $V=\int\limits_0^2 S\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2\dfrac{1}{2}\pi x^4\mathrm{d}x=\left.\left(\dfrac{1}{2}\pi.\dfrac{x^5}{5}\right)\right|_0^2=\dfrac{16\pi}{5}$.

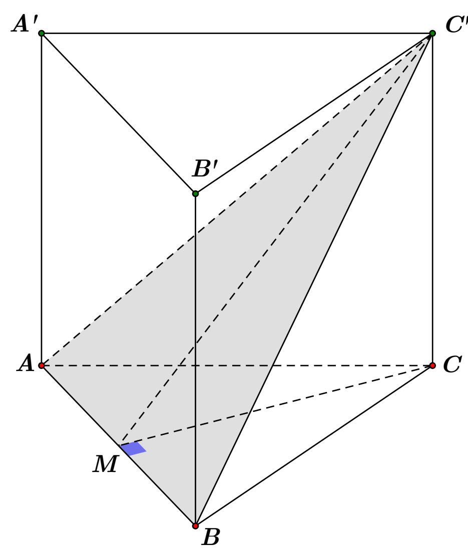
Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, $BC'=\frac{a\sqrt{5}}{2}$, (tham khảo hình vẽ bên). Góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng



A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của AB, suy ra $CM\perp AB$.

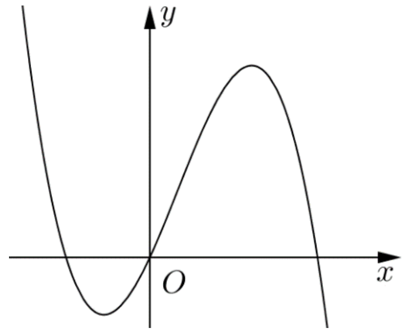
Ta có $\begin{cases} AB\perp CM \\ AB\perp CC' \end{cases}\Rightarrow AB\perp(MCC')$, vì $MC'\subset(BCC')\Rightarrow AB\perp MC'$.

Suy ra góc giữa hai mặt phẳng (ABC') và (ABC) bằng $\widehat{C'MC}$.

Ta có $CM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$, tam giác BCC' vuông tại $C, CC'=\sqrt{BC'^2-BC^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2-a^2}=\frac{a}{2}$.

Tam giác MCC' vuông tại C có $\tan\widehat{C'MC}=\dfrac{CC'}{CM}=\dfrac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\widehat{C'MC}=30^\circ$.

Câu 31. Cho hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2,\left(a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0\right)$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $3f\left(x\right)+4=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị của hàm số $y=f'\left(x\right)$ ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=m<0\\x=n>0\end{array}\right.$ và bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2,\left(a,b,c\in\mathbb{R}\right)$ như sau:

x	$-\infty$		m		0		n		$+\infty$
f '(x)		+	0	−	0	+		−	
f(x)	$-\infty$	↗	$f(m)$	↘	0	↗	f(n)	↘	$-\infty$
								$y=-\frac{4}{3}$	

Phương trình $3f\left(x\right)+4=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{4}{3}$.

Từ bảng biến thiên trên ta có đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ cắt đường thẳng $y=-\dfrac{4}{3}$ tại 2 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $3f\left(x\right)+4=0$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

Câu 32. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=(x+1)^2\left(x-1\right)\left(5-x\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $f(1)<f(-1)<f(0)$.

B. $f(1)<f(0)<f(-1)$.

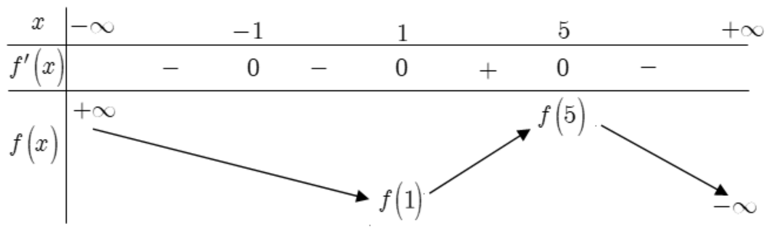
C. $f(-1)<f(0)<f(1)$.

D. $f(-1)<f(1)<f(0)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'\left(x\right)=\left(x+1\right)^2\left(x-1\right)\left(5-x\right)=0\Leftrightarrow x=\pm1, x=5$. Xét bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta có $f(1)<f(0)<f(-1)$.

Câu 33. Một hộp đựng 15 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Chọn ngẫu nhiên 6 tấm thẻ trong hộp. Xác suất để tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ được chọn là một số lẻ bằng.

A. $\dfrac{71}{143}$.

B. $\dfrac{56}{715}$.

C. $\dfrac{72}{143}$.

D. $\dfrac{56}{143}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu của phép thử: $n\left(\Omega\right)=C_{15}^6=5005$

Chia 15 tấm thẻ thành 2 tập hợp nhỏ gồm:

+ Tập các tấm ghi số lẻ: $\left\{1;3;5;7;9;11;13;15\right\}$

+ Tập các tấm ghi số chẵn: $\left\{2;4;6;8;10;12;14\right\}$

Gọi A: "Tổng các số ghi trên 6 tấm thẻ được chọn là một số lẻ"

Các trường hợp thuận lợi cho biến cố:

TH1: Chọn 1 tấm số lẻ và 5 tấm số chẵn có $C_8^1.C_7^5=168$ cách.

TH2. Chọn 3 tấm số lẻ và 3 tấm số chẵn có $C_8^3.C_7^3=1960$ cách.

TH3. Chọn 5 tấm số lẻ và 1 tấm số chẵn có $C_8^5.C_7^1=392$ cách.

Khi đó: $n\left(A\right)=168+1960+392=2520$

Vậy xác suất của biến cố là: $P\left(A\right)=\dfrac{2520}{5005}=\dfrac{72}{143}$.

Câu 34. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2}=5^{x+1}$ bằng

A. $\log_3 5$. **B.** $-\log_3 5$. **C.** $\log_3 45$. **D.** $-\log_3 45$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $3^{x^2-2}=5^{x+1} \Leftrightarrow x^2-2=(x+1)\log_3 5 \Leftrightarrow x^2-x\log_3 5-2-\log_3 5=0$

$\Leftrightarrow x^2-(\log_3 5)x-\log_3 45=0$. Theo Vi-ét ta có tổng hai nghiệm của phương trình bằng $\log_3 5$.

Câu 35. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z khi $(z+1)(\overline{z}-i)$ là một số thuần ảo ?

A. Đường tròn tâm $I\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

B. Đường tròn tâm $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

C. Đường thẳng $x+y+1=0$.

D. Đường thẳng $x-y+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $z=x+yi\ (x;y\in\mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z}=x-yi$

Khi đó:

$(z+1)(\overline{z}-i)=(x+yi+1)(x-yi-i)=x^2-xyi-xi+xyi+y^2+y+x-yi-i$

$=x^2+y^2+x+y+(-x-y-1)i$

Vì $(z+1)(\overline{z}-i)$ là một số thuần ảo nên phần thực triệt tiêu, tức là $x^2+y^2+x+y=0$. Phương trình này là phương trình đường tròn dạng khai triển với tâm tâm $I\left(-\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;-3;0)$ và $N(-2;1;2)$. Đường thẳng d đi qua trung điểm I của MN và điểm $K(2;1;-3)$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=-3-2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1+t \\ z=-2+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=3+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=1-t \\ z=3+2t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

+) Ta có I là trung điểm của MN suy ra $I(0;-1;1)$.

+) $\overrightarrow{IK}=(2;2;-4) \Rightarrow \vec{u}=\frac{1}{2}\overrightarrow{IK}=(1;1;-2)$.

Đường thẳng d đi qua trung điểm I của MN và điểm $K(2;1;-3)$ nhận $\vec{u}=(1;1;-2)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;-1;0)$ lên mặt phẳng $(Q): x - y - 4z + 15 = 0$ là

A. $(1;-2;-4)$. **B.** $(3;-2;1)$. **C.** $(1;-1;-4)$. **D.** $(1;0;4)$.

Lời giải

Chọn D

Đường thẳng d đi qua A, vuông góc với mp (Q) nhận VTPT $\vec{n} = (1;-1;-4)$ làm VTCP có PTTS là

$$d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = -4t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

Hình chiếu vuông góc của A lên mp (Q) là giao điểm của d và (Q). Gọi $B = d \cap (Q)$, vì $B \in d \Rightarrow B = (2+t;-1-t;-4t)$. Thay tọa độ B vào mp (Q) ta có:

$$2 + t + 1 + t - 4.(-4t) + 15 = 0$$
$$\Leftrightarrow 18t + 18 = 0$$
$$\Leftrightarrow t = -1$$

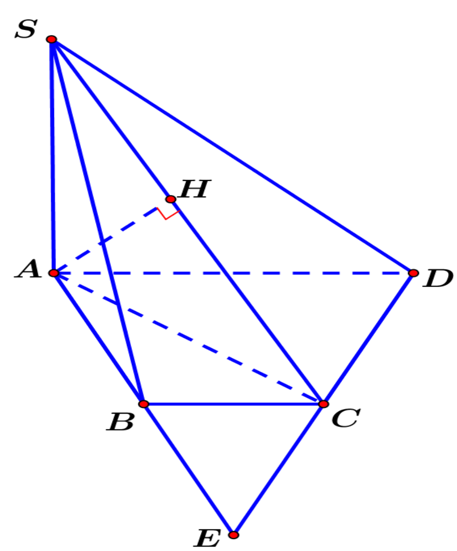
Suy ra tọa độ B là $B = (1;0;4)$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD = 2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ với $SA = a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Từ giả thiết suy ra: $AB = BC = CD = \frac{AD}{2} = a$, $AC = a\sqrt{3}$.

Gọi $E = AB \cap CD$, suy ra tam giác ADE đều.

Khi đó C là trung điểm của ED và $AC \perp ED$.

Dựng $AH \perp SC$ thì $AH \perp (SCD)$, suy ra $d[A,(SCD)] = AH$.

Xét tam giác SAC vuông tại A, có AH là đường cao

Suy ra: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AH = \sqrt{2}a$

Mà $d[B,(SCD)] = \frac{1}{2}d[A,(SCD)] = \frac{1}{2}AH = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 39. Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-20;\,20]$ của bất phương trình: $2^{2x+1} - 9.2^x + 4\sqrt{x^2+2x-3} \ge 0$ là

A. 38. **B.** 36. **C.** 37. **D.** 19.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x^2 + 2x - 3 \ge 0 \Leftrightarrow x \le -3$ hoặc $x \ge 1$ $(*)$.

Vì x là số nguyên thuộc đoạn $[-20;\,20]$ nên ta xét các trường hợp sau.

Trường hợp 1. $3 \le x \le 20$, khi đó dễ thấy $2^{2x+1} - 9.2^x = 2^x\left(2^{x+1} - 9\right) > 0$ nên $2^{2x+1} - 9.2^x + 4\sqrt{x^2+2x-3} \ge 0$, do đó trên $[3;\,20]$ bất phương trình có 18 nghiệm nguyên.

Trường hợp 2. $x = 2$ thay trực tiếp vào bất phương trình ta có: $4\sqrt{5} - 4 \ge 0$ (đúng).

Do đó $x = 2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 3. $x = 1$ thay trực tiếp vào bất phương trình ta có: $-10 \ge 0$ (sai).

Do đó $x = 1$ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 4. $-20 \le x \le -4$. Khi đó, xét hàm số: $f(x) = x^2 + 2x - 3$, dễ thấy $\min\limits_{[-20;-4]} f(x) = f(-4) = 5$ nên $4\sqrt{x^2+2x-3} \ge 4\sqrt{5},\ \forall x \in [-20;-4]$ (a).

Mặt khác, đặt $t = 2^x$, khi đó $2^{2x+1} - 9.2^x = 2t^2 - 9t$, $-20 \le x \le -4 \Rightarrow 2^{-20} \le t \le 2^{-4}$.

Khi đó xét hàm số $g(t) = 2t^2 - 9t$ với $2^{-20} \le t \le 2^{-4}$, dễ thấy

$$\min\limits_{[2^{-20};\,2^{-4}]} g(t) = g\left(2^{-4}\right) = -\frac{71}{128} \quad (b)$$

Từ $(a),(b)$ suy ra $\min\limits_{[-20;-4]}\left\{h(x)=2^{2x+1}-9.2^x+4\sqrt{x^2+2x-3}\right\}=h(-4)=4\sqrt{5}-\frac{71}{128}>0$. Do đó bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $-20\le x\le -4$, nên trên đoạn $[-20;-4]$ bất phương trình có 17 nghiệm nguyên.

Trường hợp $x=-3$ thay trực tiếp vào bất phương trình ta thấy không thỏa mãn.

Vậy số nghiệm nguyên của bất phương trình là: 36.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;2]$ thoả mãn $f(x)=2+\int\limits_1^2(6x+2t)f(t)\,\mathrm{d}t,\forall x\in[1;2]$. Tính $f\left(\frac{1}{3}\right)$ bằng

A. -1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $f(x)=2+\int\limits_1^2(6x+2t)f(t)dt$

$\Leftrightarrow f(x)=6x\int\limits_1^2 f(t)dt+2\int\limits_1^2 tf(t)dt+2$

Đặt $a=\int\limits_1^2 f(t)\mathrm{d}t\,,b=\int\limits_1^2 tf(t)\mathrm{d}t$

$\Rightarrow f(x)=6ax+2b+2\ \ (1)$

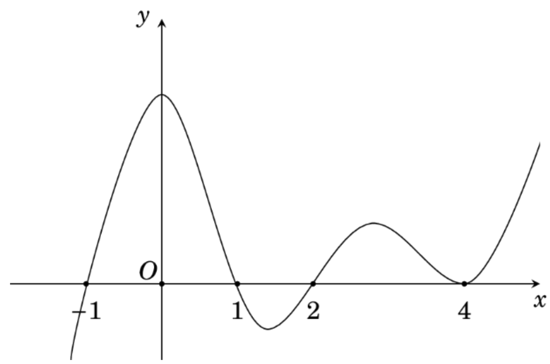
$\Rightarrow xf(x)=6ax^2+(2b+2)x\ (2)$.

Từ đó ta có

$$\begin{cases}\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^2(6x.a+2b+2)\mathrm{d}x\\ \int\limits_1^2 x.f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^2\left(6ax^2+(2b+2)x\right)\mathrm{d}x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\left(3ax^2+(2b+2)x\right)\Big|_1^2\\ b=\left(2ax^3+(b+1)x^2\right)\Big|_1^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=9a+2b+2\\ b=14a+3b+3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{6}\\ b=-\frac{1}{3}\end{cases}\Rightarrow f(x)=-x+\frac{4}{3}\Rightarrow f\left(\frac{1}{3}\right)=1$$

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ có đúng bốn điểm chung với trục hoành như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)+2023m$ có 11 điểm cực trị?

A. 5. **<u>B.</u>** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Vì hàm số $y=f\left(|x|^3-3|x|+m+2023\right)+2023m$ là hàm số chẵn nên hàm số có 11 điểm cực trị khi và chỉ khi hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+m+2023\right)+2023m$ có đúng 5 điểm cực trị trên $(0;+\infty)$, tức là phương trình $g'(x)=0$ có đúng 5 nghiệm bội lẻ dương.

Ta có $g'(x)=\left(3x^2-3\right)f'\left(x^3-3x+m+2023\right)$ nên $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1\ (L) \\ f'\left(x^3-3x+m+2023\right)=0. \end{array}\right.$

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có

$$f'\left(x^3-3x+m+2023\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3-3x+2023=-m+4 \\ x^3-3x+2023=-m+2 \\ x^3-3x+2023=-m+1 \\ x^3-3x+2023=-m-1. \end{array}\right.$$

Xét hàm số $h(x)=x^3-3x+2023$ trên $(0;+\infty)$, ta có $h'(x)=3x^2-3$ và bảng biến thiên

x	-1		0		1		$+\infty$
$h'(x)$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	
$h(x)$	2025	$\searrow$	2023	$\searrow$	2021	$\nearrow$	$+\infty$

Vì $x=4$ là nghiệm bội chẵn của phương trình $f'(x)=0$ nên từ bảng biến thiên này, với m nguyên, ta thấy rằng $g'(x)=0$ có đúng 5 nghiệm bội lẻ dương khi vào chỉ khi $-m-1=2022 \Leftrightarrow m=-2023$.

Vậy có đúng một giá trị $m=-2023$ thỏa mãn bài toán.

Câu 42. Cho số phức z thoả mãn $\left|\dfrac{(2-i)z-3i-1}{z-i}\right|=2$. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức $\mathrm{w}=\dfrac{1}{iz+1}$. Xét các số phức $\mathrm{w}_1,\mathrm{w}_2\in S$ thỏa mãn $|\mathrm{w}_1-\mathrm{w}_2|=2$, giá trị lớn nhất của $P=|\mathrm{w}_1-4i|^2-|\mathrm{w}_2-4i|^2$ bằng.

A. $4\sqrt{29}$. **B.** $4\sqrt{13}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** $2\sqrt{29}$.

Lời giải

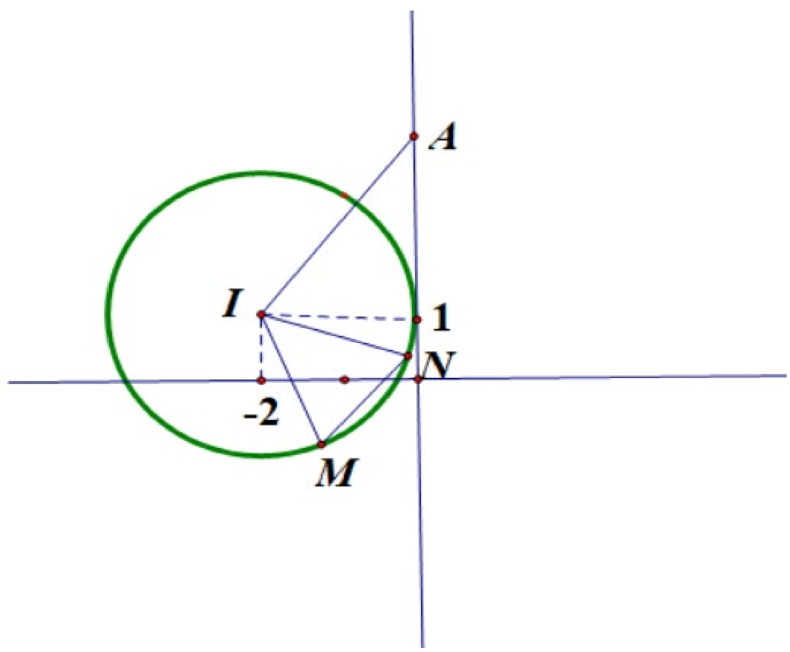
Chọn B .

$+ \left|\dfrac{(2-i)z-3i-1}{z-i}\right|=2 \Leftrightarrow \left|2-i-\dfrac{i}{z-i}\right|=2 \Leftrightarrow \left|2-i+\dfrac{1}{iz+1}\right|=2 \Leftrightarrow |\mathrm{w}+2-i|=2$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn (C) tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=2$.

+ $\mathrm{w}_1,\mathrm{w}_2\in S$ được biểu điễn bởi M,N nên M,N thuộc đường tròn (C) và $|\mathrm{w}_1-\mathrm{w}_2|=MN=2$.

Gọi $A(0;4)$.



$+ \ P=|\mathrm{w}_1-4i|^2-|\mathrm{w}_2-4i|^2=MA^2-NA^2=\overrightarrow{MA}^2-\overrightarrow{NA}^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-\left(\overrightarrow{NI}+\overrightarrow{IA}\right)^2$

$=MI^2+2\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{IA}+IA^2-NI^2-2\overrightarrow{NI}.\overrightarrow{IA}-IA^2=2\overrightarrow{IA}\left(\overrightarrow{MI}-\overrightarrow{NI}\right)=2\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{MN}$

$P=2\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{MN}=2IA.MN.\cos\left(\overrightarrow{IA},\overrightarrow{MN}\right)\le 2IA.MN$

Dấu "=" xảy ra khi $\overrightarrow{IA}$ cùng hướng với $\overrightarrow{MN}$

Ta có. $IA=\sqrt{13}\Rightarrow P\le 2.\sqrt{13}.2=4\sqrt{13}$

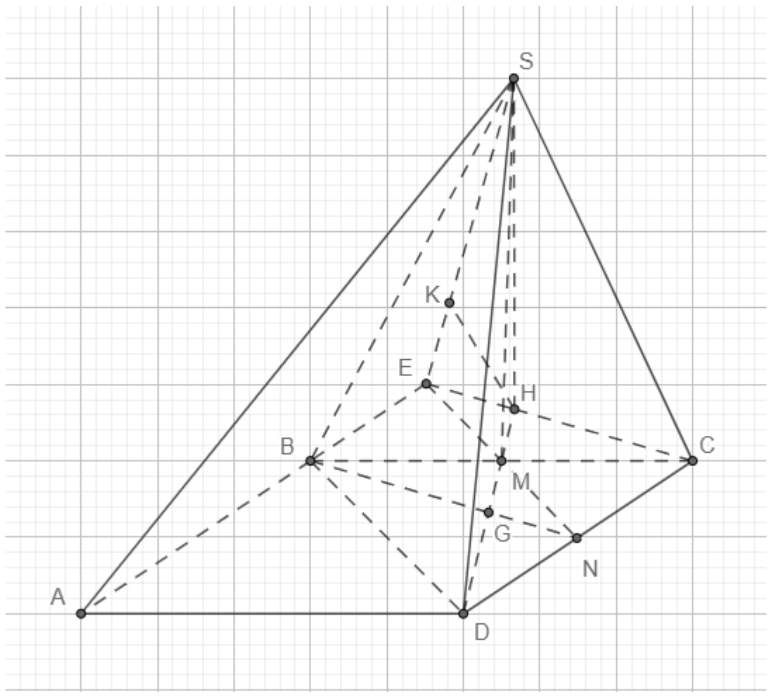
Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $4\sqrt{13}$.

Nếu HS nhầm $A(0;-4)$ thì có đáp án là $4\sqrt{29}$

Câu 43. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $\widehat{DAB}=60^\circ$, $AD=a$, tam giác SBC cân tại S, tam giác SCD vuông tại C, khoảng cách giữa SA và CD bằng $\frac{4a}{5}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2a^3}{\sqrt{11}}$. **B.** $\frac{4a^3}{\sqrt{11}}$. **C.** $\frac{4a^3}{3\sqrt{11}}$. **D.** $\frac{2a^3}{3\sqrt{11}}$.

Lời giải



Tam giác BCD cân tại $C\left(CB=CD=a\right)$ có $\widehat{BCD}=\widehat{DAB}=60^\circ \Rightarrow \Delta BCD$ là tam giác đều cạnh a.

Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có: $\begin{cases} DM\perp BC \\ SM\perp BC \end{cases} \Rightarrow BC\perp\left(SDM\right)\Rightarrow\left(ABCD\right)\perp\left(SDM\right)$ mà $\left(ABCD\right)\cap\left(SDM\right)=DM$.

Trong $\left(SDM\right)$, kẻ $SH\perp DM\Rightarrow SH\perp\left(ABCD\right)$.

Vì $CD\perp SC\left(gt\right), CD\perp SH\left(do\, SH\perp\left(ABCD\right), CD\subset\left(ABCD\right)\right)\Rightarrow CD\perp\left(SHC\right)\Rightarrow CD\perp HC$.

Suy ra H thuộc đường thẳng qua C và vuông góc với CD.

Vì $AB//CD\Rightarrow\left(SAB\right)//CD\Rightarrow d\left(SA,CD\right)=d\left(CD,\left(SAB\right)\right)=d\left(C,\left(SAB\right)\right)=\frac{CE}{HE}d\left(H,\left(SAB\right)\right)$

.

Vì $BE//CD, BN//CE$ nên $BECN$ là hình bình hành.

$\Rightarrow CE=BN=\frac{a\sqrt{3}}{2}, HE=GN=\frac{a\sqrt{3}}{2\times 3}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

.

$\Rightarrow \dfrac{CE}{HE}=\dfrac{BN}{GN}=3 \Rightarrow d\left(SA,CD\right)=3d\left(H,\left(SAB\right)\right)=\dfrac{4a}{5} \Rightarrow d\left(H,\left(SAB\right)\right)=\dfrac{4a}{15}$. (1)

Kẻ $HK \perp SE \Rightarrow d\left(H,\left(SAB\right)\right)=HK$. (2)

Từ $(1)(2) \Rightarrow HK=\dfrac{4a}{15}$.

ΔSHE vuông tại $H, HK \perp SE \Rightarrow \dfrac{1}{HK^2}=\dfrac{1}{SH^2}+\dfrac{1}{HE^2} \Leftrightarrow \dfrac{225}{16a^2}=\dfrac{1}{SH^2}+\dfrac{36}{3a^2} \Leftrightarrow SH=\dfrac{4a}{\sqrt{33}}$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{4a}{\sqrt{33}}=\dfrac{2a^3}{3\sqrt{11}}$.

Câu 44. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2+2az+b^2+2=0$ (a,b là các tham số thực). Có bao nhiêu cặp số thực $(a;b)$ sao cho phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1+2iz_2=3+3i$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Theo định lý Viet ta có: $\begin{cases} z_1+z_2=-2a \\ z_1z_2=b^2+2 \end{cases}$ (1).

TH1: z_1,z_2 là các số thực. Khi đó $z_1+2iz_2=3+3i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1=3 \\ z_2=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z_1+z_2=\dfrac{9}{2} \\ z_1z_2=\dfrac{9}{2} \end{cases}$ (2).

Từ và suy ra: $\begin{cases} -2a=\dfrac{9}{2} \\ b^2+2=\dfrac{9}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{9}{4} \\ b^2=\dfrac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{9}{4} \\ b=\pm\dfrac{\sqrt{10}}{2} \end{cases}$.

Suy ra trường hợp này có 2 cặp (a,b) thỏa mãn đề bài.

TH2: z_1,z_2 là các số phức. Khi đó $z_2=\overline{z_1}$. Gọi $z_1=x+yi, (x,y\in\mathbb{R}) \Rightarrow z_2=x-yi$.

Ta có $z_1+2iz_2=3+3i \Leftrightarrow (x+yi)+2i(x-yi)=3+3i \Leftrightarrow \begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$.

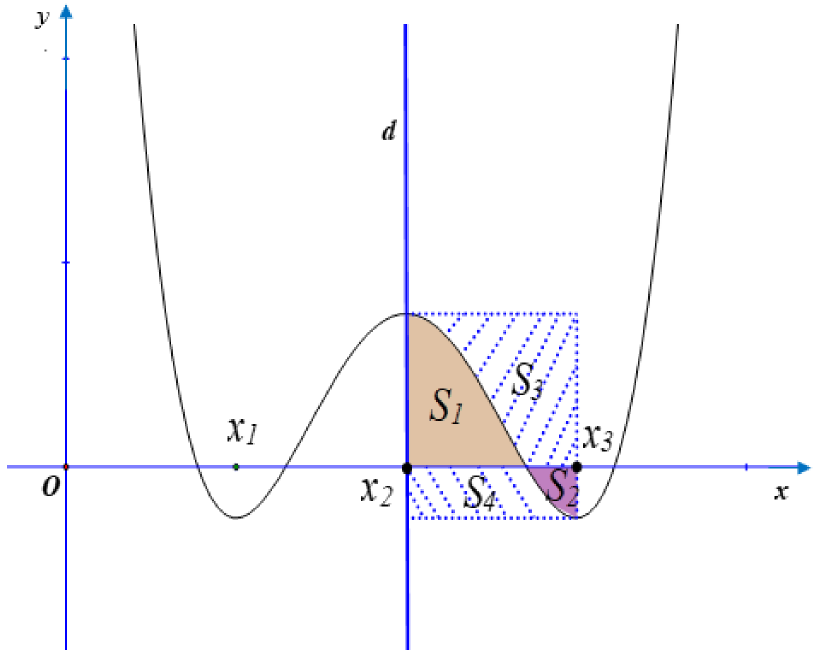
Khi đó $z_1=1+i, z_2=1-i$ (3).

Từ và suy ra: $\begin{cases} -2a=2 \\ b^2+2=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \end{cases}$.

Suy ra trường hợp này có 1 cặp (a,b) thỏa mãn đề bài.

Vậy có tất cả 3 cặp (a,b) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ bên. Biết hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại các điểm x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_3=x_1+2$, $f\left(x_1\right)+f\left(x_3\right)+\frac{2}{3}f\left(x_2\right)=0$ và (C) nhận đường thẳng $d:x=x_2$ làm trục đối xứng. Gọi S_1,S_2,S_3,S_4 là diện tích của các miền hình phẳng được đánh dấu như hình bên. Tỉ số $\frac{S_1+S_2}{S_3+S_4}$ gần kết quả nào nhất.



A. $0,55$. **B.** $0,65$. **C.** $0,60$. **D.** $0,70$.

Lời giải

Vì (C) nhận đường thẳng $d:x=x_2$ làm trục đối xứng nên $x_1+x_3=2x_2;f\left(x_1\right)=f\left(x_3\right)$.

Mà $x_3=x_1+2$ nên $x_3-x_2=1\ (1)$.

Ta có: $f\left(x_1\right)+f\left(x_3\right)+\frac{2}{3}f\left(x_2\right)=0\Leftrightarrow 2f\left(x_3\right)+\frac{2}{3}f\left(x_2\right)=0\Leftrightarrow f\left(x_2\right)=-3f\left(x_3\right)\ (2)$.

Gọi $I(x_2;0)$. Tịnh tiến hệ toạ độ Oxy theo vecto $\overrightarrow{OI}$ ta được hệ toạ độ IXY.

Trong hệ toạ độ IXY, đồ thị (C) có phương trình $Y=G(X)$ đạt cực trị tại $\pm1;0$ (do (1)) và $G(0)=-3G(1)$ (do (2)).

Do đó: $G'(X)=4a(X^3-X)$ (với $a\neq0$) $\Rightarrow G(X)=a(X^4-2X^2+C)$.

Mà $G(0)=-3G(1)$ nên $aC=-3a(-1+C)\Leftrightarrow C=\frac{3}{4}$.

Vậy $G(X)=a(X^4-2X^2+\frac{3}{4})$.

Đồ thị $G(X)=a(X^4-2X^2+\frac{3}{4})$ cắt trục IX tại 4 điểm phân biệt có hoành độ $\pm\frac{\sqrt{2}}{2};\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$. Ta có:

$$\frac{S_1+S_2}{S_3+S_4}=\frac{a\left[\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(x^4-2x^2+\frac{3}{4}\right)dx-\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\left(x^4-2x^2+\frac{3}{4}\right)dx\right]}{\left(\frac{3}{4}a+\frac{1}{3}.\frac{3}{4}a\right).1-a\left[\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(x^4-2x^2+\frac{3}{4}\right)dx-\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}\left(x^4-2x^2+\frac{3}{4}\right)dx\right]}\approx 0,60$$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;2;4)$; đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{3}=\frac{z-3}{2}$ và mặt phẳng (P) : $x-2y+2z-5=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua điểm A, cắt đường thẳng d và song song với mặt phẳng (P). Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng nào sau đây?

A. $2x-3y-3z+10=0$. **B.** $3x+2y+3z-13=0$.

C. $2x+3y-3z-2=0$. **D.** $3x-2y+3z-5=0$.

Lời giải

Chọn C.

Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;2)$.

Gọi B là giao điểm của Δ và $d\Rightarrow B(2+t;-1+3t;3+2t)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-2+t;-3+3t;-1+2t)$.

Do $\Delta//(P)$ nên ta có: $\overrightarrow{AB}.\vec{n}=0\Leftrightarrow 1(-2+t)-2(-3+3t)+2(-1+2t)=0\Leftrightarrow t=2$.

$\Rightarrow B(4;5;7)$.

Dễ thấy $B\notin(P)$ nên Δ là đường thẳng đi qua hai điểm A và B.

Thay tọa độ A và B vào các đáp án thấy A và B thuộc mặt phẳng $2x+3y-3z-2=0$.

Do đó đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $2x+3y-3z-2=0$.

Câu 47. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của y sao cho tương ứng với mỗi y luôn tồn tại không quá 63 số nguyên x thỏa mãn điều kiện $\log_{2020}(x+y^2)+\log_{2021}(y^2+y+64)\geq\log_4(x-y)$.

A. 301 **B.** 302 **C.** 602 **D.** 2

Lời giải

Chọn C

Đặt $f(x)=\log_{2020}(x+y^2)+\log_{2021}(y^2+y+64)-\log_4(x-y)$ (coi y là tham số).

Điều kiện xác định của $f(x)$ là: $\begin{cases} x+y^2>0 \\ y^2+y+64>0 \\ x-y>0 \end{cases}$

Do x,y nguyên nên $x>y\ge -y^2$. Cũng vì x,y nguyên nên ta chỉ xét $f(x)$ trên nửa khoảng $[y+1;+\infty)$. Ta có:

$$f'(x)=\frac{1}{(x+y^2)\ln 2020}-\frac{1}{(x-y)\ln 2021}-\frac{1}{(x-y)\ln 4}<0, \forall x\ge y+1$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:

x	$y+1$		$y+64$
y'		$-$	
y		$\searrow$	$f(y+64)$

Yêu cầu bài toán trở thành: $f(y+64)<0$

$\Leftrightarrow \log_{2020}(y^2+y+64)+\log_{2021}(y^2+y+64)<\log_4 64$

$\Leftrightarrow \log_{2021}(y^2+y+64)(\log_{2020}2021+1)<3$

$\Leftrightarrow y^2+y+64-2021^{\frac{3}{\log_{2020}2021+1}}<0$

$\Leftrightarrow -301,76<y<300,76$

Mà y nguyên nên $y\in\{-301;-300;...;299;300\}$.

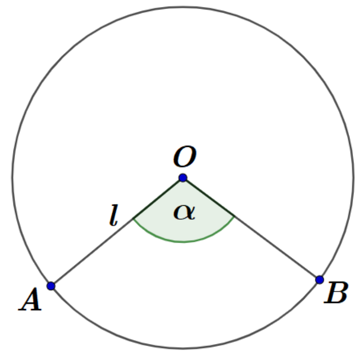
Vậy có 602 giá trị nguyên của y thỏa mãn yêu cầu.

Câu 48. Cho một miếng tôn hình tròn tâm O, bán kính R. Cắt bỏ một phần miếng tôn theo một hình quạt OAB và gò phần còn lại thành một hình nón đỉnh O không có đáy (OA trùng với OB). Tìm số đo góc ở tâm của mảnh tôn cắt bỏ để thể tích của khối nón đạt giá trị lớn nhất.

A. $\frac{2\sqrt{6}\pi}{3}$ **B.** $\left(2-\frac{\sqrt{6}}{3}\right)\pi$ **C.** $\left(2-\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$ **D.** $\frac{\sqrt{6}\pi}{3}$

Lời giải

Chọn C



Ta có thể tích khối nón là $V = \frac{1}{3}h\pi r^2 = \frac{\pi}{3}\sqrt{l^2 - r^2}r^2$

Với l cố định, $V = \sqrt{\frac{\pi^2}{18}\left(2l^2 - 2r^2\right)r^2r^2} \le \sqrt{\frac{\pi^2}{18}\frac{\left(2l^2 - 2r^2 + r^2 + r^2\right)^3}{27}} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{27}l^3$

Đẳng thức xảy $\Leftrightarrow 2l^2 - 2r^2 = r^2 \Leftrightarrow r = \frac{\sqrt{6}}{3}l$.

Đặt $OA = l$ là bán đường kính đường tròn tâm O và là đường sinh của hình nón được tạo ra khi gò phần còn lại của miếng tôn sau khi cắt bỏ hình quạt OAB.

Gọi S là diện tích xung quanh của hình nón, khi đó $S = \pi OA^2\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) = \pi l^2\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)$.

Mặt khác gọi r là bán kính hình nón, khi đó $r = \frac{S}{\pi l} = l\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right)$.

Áp dụng chứng minh trên ta có được $r = l\left(1 - \frac{\alpha}{2\pi}\right) = \frac{\sqrt{6}}{3}l \Leftrightarrow 1 - \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{\sqrt{6}}{3} \Leftrightarrow \alpha = \left(2 - \frac{2\sqrt{6}}{3}\right)\pi$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) có phương trình $(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}$, $(d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}$, $(d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}$. $S(I;R)$ là mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,1. **B. 2,2.** **C. 2,3.** **D. 2,4.**

Lời giải

Ta có: (d_1) đi qua điểm $A(1;1;1)$ có VTCP $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-2)$.

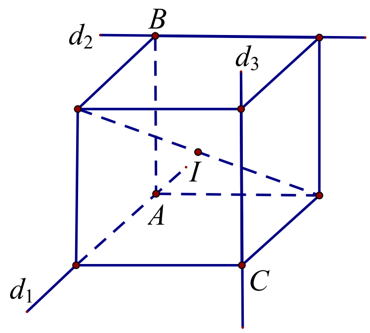
(d_2) đi qua điểm $B(3;-1;2)$ có VTCP $\overrightarrow{u_2} = (1;2;2)$.

(d_3) đi qua điểm $C(4;4;1)$ có VTCP $\overrightarrow{u_3} = (2;-2;1)$.

Ta có $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2} = 0$, $\overrightarrow{u_2}.\overrightarrow{u_3} = 0$, $\overrightarrow{u_3}.\overrightarrow{u_1} = 0 \Rightarrow (d_1)$, (d_2), (d_3) đôi một vuông góc với nhau.

$\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{AB}\neq 0$, $\left[\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}\right].\overrightarrow{BC}\neq 0$, $\left[\overrightarrow{u_3},\overrightarrow{u_1}\right].\overrightarrow{CA}\neq 0 \Rightarrow (d_1)$, (d_2), (d_3) đôi một chéo nhau.

Lại có: $\overrightarrow{AB}=(2;-2;1)$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0$ và $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0$ nên (d_1), (d_2), (d_3) chứa 3 cạnh của hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Vì mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ tiếp xúc với 3 đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) nên bán kính

$R=d(I,d_1)=d(I,d_2)=d(I,d_3) \Leftrightarrow R^2=d^2(I,d_1)=d^2(I,d_2)=d^2(I,d_3)$

$\Leftrightarrow R^2=\left(\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{u_1}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|}\right)^2=\left(\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{BI},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}\right)^2=\left(\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{CI},\overrightarrow{u_3}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_3}\right|}\right)^2$, ta thấy $\left|\overrightarrow{u_1}\right|^2=\left|\overrightarrow{u_2}\right|^2=\left|\overrightarrow{u_3}\right|^2=9$ và

$\overrightarrow{AI}=(a-1;b-1;c-1)$, $\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{u_1}\right]=(-2b-c+3;2a+2c-4;a-2b+1)$.

$\overrightarrow{BI}=(a-3;b+1;c-2)$, $\left[\overrightarrow{BI},\overrightarrow{u_2}\right]=(2b-2c+6;-2a+c+4;2a-b-7)$.

$\overrightarrow{CI}=(a-4;b-4;c-1)$, $\left[\overrightarrow{CI},\overrightarrow{u_3}\right]=(b+2c-6;-a+2c+2;-2a-2b+16)$.

$9R^2=\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{u_1}\right]\right|^2=\left|\left[\overrightarrow{BI},\overrightarrow{u_2}\right]\right|^2=\left|\left[\overrightarrow{CI},\overrightarrow{u_3}\right]\right|^2 \Rightarrow 27R^2=\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{u_1}\right]\right|^2+\left|\left[\overrightarrow{BI},\overrightarrow{u_2}\right]\right|^2+\left|\left[\overrightarrow{CI},\overrightarrow{u_3}\right]\right|^2=$

$=18(a^2+b^2+c^2)-126a-54b-54c+423=18\left(a-\dfrac{7}{2}\right)^2+18\left(b-\dfrac{3}{2}\right)^2+18\left(c-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{243}{2}\geq\dfrac{243}{2}$

$\Rightarrow R_{\min}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ khi đó $R\approx 2{,}12$.

Câu 50. Tìm số các giá tri nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ đề hàm số $f(x)=\dfrac{1}{7}x^7+\dfrac{6}{5}x^5-\dfrac{m^3}{4}x^4+(5-m^2)x^3-3mx^2+10x+2020$ đồng biến trên $(0;1)$.

A. 19 **B.** 20 **C.** 21 **D.** 22

Lời giải

Chọn D

$f'(x) = x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5 - m^2)x^2 - 6mx + 10$.

$f'(x) \ge 0 \Leftrightarrow x^6 + 6x^4 - m^3x^3 + 3(5 - m^2)x^2 - 6mx + 10 \ge 0$

$\Leftrightarrow x^6 + 6x^4 + 15x^2 + 10 \ge m^3x^3 + 3m^2x^2 + 6mx$

$\Leftrightarrow (x^2 + 2)^3 + 3(x^2 + 2) \ge (mx + 1)^3 + 3(mx + 1)$

Đặt $g(t) = t^3 + 3t \Rightarrow g'(t) = 3t^2 + 3 > 0\ \forall t$.

Do $g(x^2 + 2) \ge g(mx + 1)$ và $y = g(t)$ đồng biến nên ta được

$x^2 + 2 \ge mx + 1, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow m \le x + \dfrac{1}{x}, \forall x \in (0;1)$

$\Rightarrow m \le \min\limits_{[0;1]} h(x)$, với $h(x) = x + \dfrac{1}{x}$.

$h'(x) = \dfrac{1 - x^2}{x^2} < 0, \forall x \in (0;1) \Rightarrow \min\limits_{[0;1]} h(x) = h(1) = 2 \Rightarrow m \le 2$.

Do m nguyên và thuộc khoảng $(-20;20)$ nên $m \in \{-19;-18;\ldots;1;2\}$.

Do đó có 22 giá trị của m.