

Câu 1. Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình là

- A.  $y = 0$ .                      B.  $x = 0$ .                      C.  $x + y + z = 0$ .                      D.  $z = 0$ .

Câu 2. Cho hàm số  $y = \frac{x+1}{2x-2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = \frac{1}{2}$ .  
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $x = \frac{1}{2}$ .  
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là  $x = 2$ .  
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là  $y = \frac{1}{2}$ .

Câu 3. Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $Ox$  có phương trình nào dưới đây?

- A.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ .                      B.  $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$ .                      C.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ .                      D.  $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ .

Câu 4. Cho số phức  $z = 2i - 8$ . Số phức liên hợp của  $z$  là

- A.  $\bar{z} = 2i - 8$ .                      B.  $\bar{z} = -2i - 8$ .                      C.  $\bar{z} = 2i + 8$ .                      D.  $\bar{z} = -2i + 8$ .

Câu 5. Cho  $\int_0^3 f(x)dx = 2$  và  $\int_0^3 g(x)dx = 3$ . Tính giá trị của tích phân  $L = \int_0^3 [2f(x) - g(x)] dx$ .

- A.  $L = 4$ .                      B.  $L = -4$ .                      C.  $L = 1$ .                      D.  $L = -1$ .

Câu 6. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$ .                      B.  $C_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$ .                      C.  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ .                      D.  $C_n^k = \frac{k!}{n!(n-k)!}$ .

Câu 7. Nếu cạnh của một hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

- A. 9.                      B. 6.                      C. 27.                      D. 4.

Câu 8. Tính diện tích  $S$  của mặt cầu có đường kính bằng  $2a$ .

- A.  $S = \pi a^2$ .                      B.  $S = 16\pi a^2$ .                      C.  $S = 2\pi a^2$ .                      D.  $S = 4\pi a^2$ .

Câu 9. Tìm nguyên hàm của hàm số  $y = \sin(x - 1)$ .

- A.  $\int \sin(x - 1) dx = \cos(x - 1) + C$ .                      B.  $\int \sin(x - 1) dx = (x - 1) \cos(x - 1) + C$ .  
C.  $\int \sin(x - 1) dx = -\cos(x - 1) + C$ .                      D.  $\int \sin(x - 1) dx = (1 - x) \cos(x - 1) + C$ .

**Câu 10.** Phương trình  $\log_3(3x - 2) = 3$  có nghiệm là

- A.  $x = \frac{11}{3}$ .      B.  $x = \frac{25}{3}$ .      C.  $x = \frac{29}{3}$ .      D.  $x = 87$ .

**Câu 11.** Cho số phức  $z = 4 - 3i$  có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  là  $M$ . Tính độ dài  $OM$ .

- A.  $\sqrt{7}$ .      B. 5.      C. 25.      D. 4.

**Câu 12.** Biết  $\log_6 a = 2$ , ( $a > 0$ ). Tính  $I = \log_6\left(\frac{1}{a}\right)$

- A.  $I = -2$ .      B.  $I = 2$ .      C.  $I = \frac{1}{2}$ .      D.  $I = 1$ .

**Câu 13.** Tập xác định của hàm số  $y = (x - 2)^{-3}$  là

- A.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .      B.  $\mathbb{R}$ .      C.  $(2; +\infty)$ .      D.  $(-\infty; 2)$ .

**Câu 14.** Cho số phức  $z$  có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là  $A(3; -4)$ . Tính  $|z|$ .

- A. 5.      B. 25.      C.  $\sqrt{5}$ .      D. 10.

**Câu 15.** Tìm số giao điểm của đồ thị  $(C): y = x^4 + 2x^2 - 3$  và trục hoành.

- A. 1.      B. 3.      C. 4.      D. 2.

**Câu 16.** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là pháp tuyến của mặt phẳng  $(Ozx)$ ?

- A.  $\vec{a} = (1; 0; 1)$ .      B.  $\vec{d} = (0; 1; 1)$ .      C.  $\vec{b} = (1; 0; 0)$ .      D.  $\vec{c} = (0; 1; 0)$ .

**Câu 17.** Mệnh đề nào sau đây sai ?

- A.  $\log a > \log b \Leftrightarrow a > b > 0$ .      B.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .  
C.  $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ .      D.  $\log a < \log b \Leftrightarrow 0 < a < b$ .

**Câu 18.** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ.

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$4$	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	+	0	-	0	+

Hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1.      B. 2.      C. 4.      D. 3.

**Câu 19.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3; 1; -2)$  và  $B(-1; 3; 2)$ . Trung điểm đoạn  $AB$  có tọa độ là

- A.  $(2; -1; -2)$ .      B.  $(1; 2; 0)$ .      C.  $(2; 4; 0)$ .      D.  $(4; -2; -4)$ .

**Câu 20.** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y'$		-	-
$y$	$-1$		$+\infty$
		$-\infty$	$-1$

A.  $y = \frac{-x+3}{x-1}$ .      B.  $y = \frac{x+3}{x-1}$ .      C.  $y = \frac{-x-3}{x-1}$ .      D.  $y = \frac{-x-2}{x-1}$ .

**Câu 21.** Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các kích thước là  $2a, 3a, 5a$  là

A.  $10a^3$ .      B.  $30a^3$ .      C.  $15a^3$ .      D.  $6a^3$ .

**Câu 22.** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 2; -5)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$  là

A.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 - 4t \end{cases}$ .      B.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -4 - 5t \end{cases}$ .      C.  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$ .      D.  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$ .

**Câu 23.** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên  $(-\infty; +\infty)$ ?

A.  $y = -x^3 + 3x + 1$ .      B.  $y = -1$ .      C.  $y = \frac{x-2021}{x-2022}$ .      D.  $y = -x + 2020$ .

**Câu 24.** Đạo hàm của hàm số  $y = \ln(3 - 5x^2)$  là

A.  $\frac{10}{5x^2 - 3}$ .      B.  $\frac{10x}{5x^2 - 3}$ .      C.  $\frac{2x}{3 - 5x^2}$ .      D.  $-\frac{10x}{5x^2 - 3}$ .

**Câu 25.** Cho số phức  $z = a + bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa  $(2z - 1)(1 + i) - (\bar{z} + 3i)(1 - i) = 3 - 7i$ . Tính  $P = a^2 + b$ .

A. 5.      B. 2.      C. 13.      D. 7.

**Câu 26.** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

$x$	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		$-3$		$2$		$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A.  $-3$ .      B.  $-2$ .      C.  $2$ .      D.  $3$ .

**Câu 27.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Tính khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .

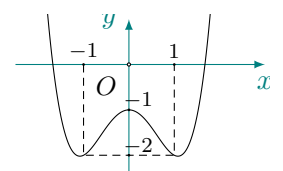
A.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .      B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .      C.  $\frac{a}{2}$ .      D.  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

**Câu 28.** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$  là

A.  $\ln x - \cos x + C$ .      B.  $\ln|x| + \cos x + C$ .      C.  $\ln|x| - \cos x + C$ .      D.  $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C$ .

**Câu 29.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây

A.  $(-1; 1)$ .      B.  $(-\infty; -1)$ .      C.  $(0; 1)$ .      D.  $(-1; 0)$ .



**Câu 30.** Bán kính đáy của khối trụ tròn xoay có thể tích bằng  $V$  và chiều cao bằng  $h$  là

A.  $r = \sqrt{\frac{2V}{\pi h}}$ .      B.  $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ .      C.  $r = \sqrt{\frac{V}{2\pi h}}$ .      D.  $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ .

**Câu 31.** Cho hàm số  $f(x)$  biết  $f(0) = 1$ ,  $f'(x)$  liên tục trên  $[0; 3]$  và  $\int_0^3 f'(x) dx = 9$ . Tính  $f(3)$ .

A.  $f(3) = 10$ .      B.  $f(3) = 7$ .      C.  $f(3) = 9$ .      D.  $f(3) = 8$ .

**Câu 32.** Cho một cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{3}$ ,  $u_8 = 26$ . Tìm công sai  $d$ .

A.  $d = \frac{3}{11}$ .      B.  $d = \frac{11}{3}$ .      C.  $d = \frac{10}{3}$ .      D.  $d = \frac{3}{10}$ .

**Câu 33.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x - 5 + \frac{1}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  bằng bao nhiêu?

A. 0.      B. -3.      C. -2.      D. -1.

**Câu 34.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $AB$ . Tìm số đo của  $\varphi$ .

A.  $\varphi = 120^\circ$ .      B.  $\varphi = 90^\circ$ .      C.  $\varphi = 60^\circ$ .      D.  $\varphi = 45^\circ$ .

**Câu 35.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(-2; 3)$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên khoảng  $(-2; 3)$ . Tính  $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$ , biết  $F(-1) = 1$ ,  $F(2) = 4$ .

A.  $I = 9$ .      B.  $I = 6$ .      C.  $I = 10$ .      D.  $I = 3$ .

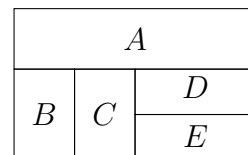
**Câu 36.** Xét tất cả số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{2}}(a+b) = 2 + \log_2(ab)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $a^2 = b^2 + ab$ .      B.  $a = 2 - b$ .      C.  $a = b$ .      D.  $a^2 = 4 - b^2$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = 4$  và  $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$  với mọi  $x > 0$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

A. 5.      B. 20.      C. 15.      D. 10.

**Câu 38.** Hình bên mô tả 5 xã trong một huyện. Hỏi có bao nhiêu cách mà em có thể dùng 4 màu khác nhau để tô màu sao cho không có hai xã giáp nhau nào trùng màu?



A. 96.      B. 144.      C. 48.      D. 72.

**Câu 39.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$+\infty$
$y'$	-	0	+	-	0
$y$	$+\infty$	↘	$-2$	↗	$1$
			↘	$-1$	↗
					$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(f(x)) = 0$  là

- A. 9.                                      B. 10.                                      C. 11.                                      D. 8.

**Câu 40.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a$ . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{21}}{6}$ .                                      B.  $\frac{a}{2}$ .                                      C.  $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$ .                                      D.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

**Câu 41.** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn

$$[\log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31)](32 - 2^{x-1}) \geq 0?$$

- A. 28.                                      B. 27.                                      C. Vô số.                                      D. 26.

**Câu 42.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $I(-3; 0; 1)$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0$  theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng  $\pi$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  là

- A.  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 2$ .                                      B.  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 25$ .  
C.  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 5$ .                                      D.  $(x + 3)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 4$ .

**Câu 43.** Hình nón  $\mathcal{N}$  có đỉnh  $S$ , tâm đường tròn đáy là  $O$ , góc ở đỉnh bằng  $120^\circ$ . Một mặt phẳng qua  $S$  cắt hình nón  $\mathcal{N}$  theo thiết diện là tam giác vuông  $SAB$ . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SO$  bằng 3. Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón  $\mathcal{N}$ .

- A.  $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$ .                                      B.  $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$ .                                      C.  $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$ .                                      D.  $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$ .

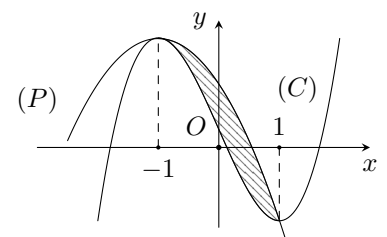
**Câu 44.** Trong tập số phức  $\mathbb{C}$ , cho phương trình  $z^2 - 6z + m = 0$ . Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  trong khoảng  $(0; 20)$  để phương trình trên có hai nghiệm  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $z_1\bar{z}_1 = z_2\bar{z}_2$ ?

- A. 13.                                      B. 12.                                      C. 11.                                      D. 10.

**Câu 45.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(2; 0; 0)$ ,  $B(0; 4; 0)$ ,  $C(2; 4; 0)$ ,  $D(0; 0; 6)$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ . Có bao nhiêu mặt phẳng cắt  $(S)$  theo một đường tròn có diện tích  $14\pi$  và cách đều năm điểm  $O, A, B, C, D$  ( $O$  là gốc tọa độ).

- A. 5.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D. Vô số.

**Câu 46.** Cho hai hàm số  $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ , ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ). Có đồ thị  $(C)$  và  $y = mx^2 + nx + p$ , ( $m, n, p \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị  $(P)$  như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và  $(P)$  có giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?



- A.  $(0; 1)$ .                                      B.  $(3; 4)$ .                                      C.  $(2; 3)$ .                                      D.  $(1; 2)$ .

**Câu 47.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|4z + 3i| = |4z - 4 + 5i|$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = |z + i| + |z - 3i|$ .

- A.  $\min P = 2\sqrt{2}$ .                                      B.  $\min P = 5\sqrt{2}$ .                                      C.  $\min P = 2\sqrt{5}$ .                                      D.  $\min P = \sqrt{5}$ .

**Câu 48.** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , tồn tại ít nhất 8 số nguyên  $b \in (-10; 10)$  thỏa mãn  $5^{a^2-2a-3+b} \leq 3^{b+a} + 598$ ?

A. 7.

B. 6.

C. 4.

D. 5.

**Câu 49.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x - 1)^2(x^2 - 2x)$ ; với  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + m)$  có đúng 8 điểm cực trị là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(10; 6; -2)$ ,  $B(5; 10; -9)$  và mặt phẳng  $(\alpha) : 2x + 2y + z - 12 = 0$ . Điểm  $M$  di động trên  $(\alpha)$  sao cho  $MA, MB$  luôn tạo với  $(\alpha)$  các góc bằng nhau. Biết rằng  $M$  luôn thuộc một đường tròn  $(\omega)$  cố định. Hoàn chỉnh của tâm đường tròn  $(\omega)$  bằng

A. 10.

B.  $\frac{9}{2}$ .

C. 2.

D. -4.

————— HẾT —————

Câu	Mã đề			
	101	102	103	104
1	D	D	B	B
2	D	D	C	A
3	D	B	A	D
4	B	D	D	C
5	C	B	C	A
6	C	D	B	D
7	C	B	C	A
8	D	C	B	A
9	C	D	C	C
10	C	B	B	B
11	B	C	C	A
12	A	C	A	D
13	A	B	A	B
14	A	A	D	A
15	D	A	D	B
16	D	A	D	C
17	C	C	B	C
18	C	B	C	B
19	B	C	B	C
20	A	D	C	B
21	B	B	D	C
22	A	D	C	B
23	D	B	B	D
24	B	C	B	D
25	A	B	A	C
26	C	D	B	B
27	B	D	D	C
28	C	D	A	B
29	D	A	D	C
30	D	B	D	C
31	A	C	C	B
32	B	C	A	A
33	B	C	B	A
34	C	B	C	C
35	B	D	B	A
36	C	D	D	D
37	B	C	B	B
38	A	D	B	A
39	A	C	A	B
40	A	B	B	B
41	D	C	C	C
42	C	D	A	D
43	B	D	A	A
44	C	C	B	B
45	B	C	B	C

46	D	D	C	A
47	C	D	A	A
48	B	C	A	B
49	D	C	D	D
50	C	D	D	B



## BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.D	4.B	5.C	6.C	7.C	8.D	9.C	10.C
11.B	12.A	13.A	14.A	15.D	16.D	17.C	18.C	19.B	20.A
21.B	22.A	23.D	24.B	25.A	26.C	27.B	28.C	29.D	30.D
31.A	32.B	33.B	34.C	35.B	36.C	37.B	38.A	39.A	40.A
41.B	42.C	43.B	44.C	45.B	46.D	47.C	48.B	49.D	50.C

### HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Trong không gian  $Oxyz$ , mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình là

- A.  $y = 0$ .      B.  $x = 0$ .      C.  $x + y + z = 0$ .      **D.  $z = 0$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Mặt phẳng  $(Oxy)$  có phương trình là  $z = 0$ .

**Câu 2:** Cho đồ thị hàm số  $y = \frac{x+1}{2x-2}$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là  $x = \frac{1}{2}$ .  
 B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là  $x = \frac{1}{2}$ .  
 C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là  $x = 2$ .  
**D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là  $y = \frac{1}{2}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Vì  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{2x-2} = \frac{1}{2}$  nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là  $y = \frac{1}{2}$ .

**Câu 3:** Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $Ox$  có phương trình nào dưới đây?

- A.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$       B.  $\begin{cases} x = t \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases}$       C.  $\begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$       **D.  $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Đường thẳng  $Ox$  có véc tơ chỉ phương  $\vec{i}(1;0;0)$ , đi qua điểm  $O(0;0;0)$  có phương trình

$$\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

**Câu 4:** Cho số phức  $z = 2i - 8$ , số phức liên hợp của  $z$  là

A.  $\bar{z} = 2i - 8$

B.  $\bar{z} = -2i - 8$

C.  $\bar{z} = 2i + 8$

D.  $\bar{z} = -2i + 8$

Lời giải

Chọn B

Câu 5: Cho  $\int_0^3 f(x)dx = 2$  và  $\int_0^3 g(x)dx = 3$ . Tính giá trị của tích phân  $L = \int_0^3 [2f(x) - g(x)]g(x)dx$ .

A.  $L = 4$ . B.  $L = -4$ . C.  $L = 1$ . D.  $L = -1$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $L = \int_0^3 [2f(x) - g(x)]g(x)dx = 2\int_0^3 f(x)g(x)dx - \int_0^3 g^2(x)dx = 4 - 3 = 1$ .

Câu 6: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A.  $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$

B.  $C_n^k = \frac{k!}{(n-k)!}$

C.  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$

D.  $C_n^k = \frac{n!}{n!(n-k)!}$

Lời giải

Chọn C

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Câu 7: Nếu cạnh của hình lập phương tăng lên gấp 3 lần thì thể tích của hình lập phương đó tăng lên bao nhiêu lần?

A. 9.

B. 6.

C. 27.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Gọi độ dài cạnh hình lập phương ban đầu là  $a$  nên thể tích của khối lập phương ban đầu là:

$$V_1 = a^3$$

Thể tích của khối lập phương khi cạnh tăng lên gấp 3 lần là:  $V_2 = (3a)^3 = 27a^3 = 27V_1$ .

Do vậy thể tích tăng lên 27 lần.

Câu 8: Tính diện tích  $S$  của mặt cầu có đường kính  $2a$

A.  $S = \pi a^2$ .

B.  $S = 16\pi a^2$ .

C.  $S = 2\pi a^2$ .

D.  $S = 4\pi a^2$ .

Lời giải

Chọn D

Bán kính của mặt cầu là:  $R = a$ .

Tính diện tích của mặt cầu:  $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2$ .

Câu 9: Tìm nguyên hàm của hàm số  $y = \sin(x-1)$ .

A.  $\int \sin(x-1)dx = \cos(x-1) + C$ .

B.  $\int \sin(x-1)dx = (x-1)\cos(x-1) + C$ .

C.  $\int \sin(x-1)dx = -\cos(x-1) + C$ .

D.  $\int \sin(x-1)dx = (1-x)\cos(x-1) + C$ .

Lời giải

Chọn C

Ta có:  $\int \sin(x-1)dx = -\cos(x-1) + C$ .

**Câu 10:** Phương trình  $\log_3(3x-2)=3$  có nghiệm là

A.  $x = \frac{11}{3}$ .

B.  $x = \frac{25}{3}$ .

C.  $x = \frac{29}{3}$ .

D.  $x = 87$ .

**Lời giải**

**Chọn C.**

$$\log_3(3x-2)=3$$

$$\Leftrightarrow 3x-2=3^3$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{29}{3}.$$

**Câu 11:** Cho số phức  $z=4-3i$  có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$  là  $M$ . Tính độ dài  $OM$ .

A.  $\sqrt{7}$ .

B. 5.

C. 25.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$M$  là điểm biểu diễn số phức  $z=4-3i \Rightarrow M(4;-3) \Rightarrow OM=5$ .

**Câu 12:** Biết  $\log_6 a=2, (a>0)$ . Tính  $I=\log_6\left(\frac{1}{a}\right)$

A.  $I=-2$ .

B.  $I=2$ .

C.  $I=\frac{1}{2}$ .

D.  $I=1$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$I=\log_6\left(\frac{1}{a}\right)=\log_6 1-\log_6 a=0-2=-2.$$

**Câu 13:** Tập xác định của hàm số  $y=(x-2)^{-3}$  là

A.  $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

B.  $\mathbb{R}$ .

C.  $(2;+\infty)$ .

D.  $(-\infty;2)$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**

Vì số mũ là  $-3 \in \mathbb{Z}_- \Rightarrow$  điều kiện xác định của hàm số là:  $x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$ .

Vậy tập xác định của hàm số là  $D=\mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

**Câu 14:** Cho số phức  $z$  có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là  $A(3;-4)$ . Tính  $|z|$ .

A. 5.

B. 25.

C.  $\sqrt{5}$ .

D. 10.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có: } z=3-4i \Rightarrow |z|=\sqrt{3^2+(-4)^2}=5.$$

**Câu 15:** Tìm số giao điểm của đồ thị  $(C): y=x^4+2x^2-3$  và trục hoành

A. 1 .

B. 3 .

C. 4.

**D. 2.**

Lời giải

**Chọn D.**

Xét phương trình hoành độ giao điểm:  $x^4 + 2x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -3(vn) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ .

Vậy đồ thị  $(C)$  cắt trục hoành tại 2 điểm.

**Câu 16:** Trong không gian  $Oxyz$ , vectơ nào dưới đây là pháp tuyến của mặt phẳng  $(Oxz)$ ?

A.  $\vec{a}(1;0;1)$ .

B.  $\vec{d}(0;1;1)$ .

C.  $\vec{b}(1;0;0)$ .

**D.  $\vec{c}(0;1;0)$ .**

Lời giải

**Chọn D.**

**Câu 17:** Mệnh đề nào sau đây sai?

A.  $\log a > \log b \Leftrightarrow a > b > 0$ .

B.  $\ln x > 0 \Leftrightarrow x > 1$ .

**C.**  $\ln x < 1 \Leftrightarrow 0 < x < 1$ .

D.  $\log a < \log b \Leftrightarrow 0 < a < b$ .

Lời giải

**Chọn C.**

Ta có  $\ln x < 1 \Leftrightarrow \ln x < \ln e \Leftrightarrow 0 < x < e$  nên đáp án C sai.

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = f(x)$  liên tục trên  $\mathbb{R}$  và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ.

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$4$	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	+	0	-	0	+

Hàm số  $y = f(x)$  có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. 2.

**C.** 4.

D. 3.

Lời giải

**Chọn C.**

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 4 cực trị.

**Câu 19:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(3;1;-2)$  và  $B(-1;3;2)$ . Trung điểm đoạn  $AB$  có tọa độ là

A.  $(2;-1;-2)$ .

**B.**  $(1;2;0)$ .

C.  $(2;4;0)$ .

D.  $(4;-2;-4)$ .

Lời giải

**Chọn B.**

Trung điểm đoạn  $AB$  có tọa độ là  $I\left(\frac{3+(-1)}{2}; \frac{1+3}{2}; \frac{-2+2}{2}\right)$  hay  $I(1;2;0)$ .

**Câu 20:** Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình bên dưới

$x$	$-\infty$	$1$	$+\infty$
$y'$	-		-
$y$	$-1$		$-1$

**A.**  $y = \frac{-x+3}{x-1}$

**B.**  $y = \frac{x+3}{x-1}$

**C.**  $y = \frac{-x-3}{x-1}$

**D.**  $y = \frac{-x-2}{x-1}$

**Lời giải**

**Chọn A.**

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng  $x = 1$  và tiệm cận ngang  $y = -1$  nên loại đáp án B.

Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(-\infty; -1)$  và  $(-1; +\infty)$  nên chọn đáp án A vì  $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$ .

**Câu 21:** Thể tích của khối hình hộp chữ nhật có các kích thước  $2a, 3a, 5a$  là

**A.**  $10a^3$ .

**B.**  $30a^3$ .

**C.**  $15a^3$ .

**D.**  $6a^3$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

Thể tích của khối hình hộp chữ nhật đã cho bằng  $2a \cdot 3a \cdot 5a = 30a^3$ .

**Câu 22:** Trong không gian  $Oxyz$ , phương trình của đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 2; -5)$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$  là

**A.**  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 - 4t \end{cases}$

**B.**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = -4 - 5t \end{cases}$

**C.**  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 + 4t \end{cases}$

**D.**  $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + 2t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$

**Lời giải**

**Chọn B.**

Từ giả thiết của bài toán, ta có: đường thẳng  $d$  đi qua điểm  $A(1; 2; -5)$  và có vector chỉ phương

$\vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (2; 3; -4)$  nên phương trình tham số của  $d$  là  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -5 - 4t \end{cases}$ .

**Câu 23:** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên  $(-\infty; +\infty)$ ?

**A.**  $y = -x^3 + 3x + 1$ .

**B.**  $y = -1$ .

**C.**  $y = \frac{x-2021}{x-2022}$ .

**D.**  $y = -x + 2020$ .

**Lời giải**

**Chọn D.**

Hàm số  $y = -x + 2020$  có  $y' = -1 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$  nên nghịch biến trên  $(-\infty; +\infty)$ .

**Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = \ln(3 - 5x^2)$  là

- A.  $\frac{10}{5x^2 - 3}$ .      **B.  $\frac{10x}{5x^2 - 3}$ .**      C.  $\frac{2x}{3 - 5x^2}$ .      D.  $-\frac{10x}{5x^2 - 3}$ .

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\text{Hàm số } y = \ln(3 - 5x^2) \text{ có } y' = \frac{(3 - 5x^2)'}{3 - 5x^2} = -\frac{10x}{3 - 5x^2} = \frac{10x}{5x^2 - 3}.$$

**Câu 25:** Cho số phức  $z = a + bi$ , ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa  $(2z - 1)(1 + i) - (\bar{z} + 3i)(1 - i) = 3 - 7i$ . Tính  $P = a^2 + b$ .

- A. 5.**      B. 2.      C. 13.      D. 7.

**Lời giải**

**Chọn A.**

$$\text{Ta có } (2z - 1)(1 + i) - (\bar{z} + 3i)(1 - i) = 3 - 7i$$

$$\Leftrightarrow (2a + 2bi - 1)(1 + i) - (a - bi + 3i)(1 - i) = 3 - 7i$$

$$\Leftrightarrow a - b - 4 + (3a + 3b - 2)i = 3 - 7i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b - 4 = 3 \\ 3a + 3b - 4 = -7 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = 7 \\ 3a + 3b = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -4 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } P = a^2 + b = 5.$$

**Câu 26:** Cho hàm số  $f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-2$	$3$	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	$0$	$+$	$0$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-3$	$\nearrow$	$2$	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A.  $-3$ .      B.  $-2$ .      **C. 2.**      D. 3.

**Lời giải**

**Chọn C.**

Từ bảng biến thiên ta suy ra giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2 khi  $x = 3$ .

**Câu 27:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$ . Tính khoảng cách từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .

A.  $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ .

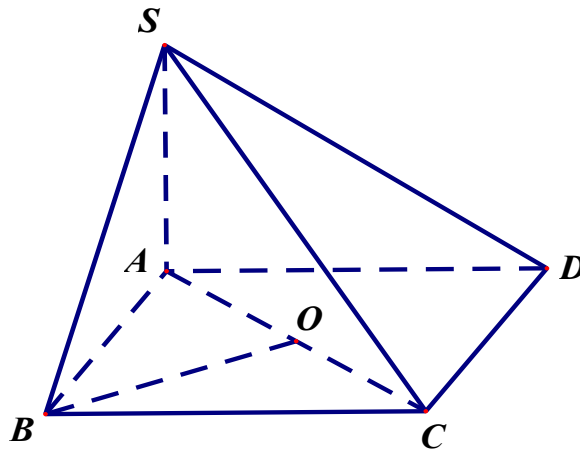
**B.  $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ .**

C.  $\frac{a}{2}$ .

D.  $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ .

Lời giải

**Chọn B.**



Gọi  $O$  là tâm hình vuông  $ABCD$ .

Ta có  $\begin{cases} BO \perp AC \\ BO \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD) \text{)} \end{cases} \Rightarrow BO \perp (SAC) \Rightarrow d(B, (SAC)) = BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 28:** Họ nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{1}{x} + \sin x$  là

A.  $\ln x - \cos x + C$ .

B.  $\ln|x| + \cos x + C$ .

**C.  $\ln|x| - \cos x + C$ .**

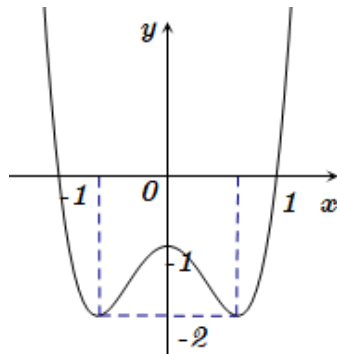
D.  $-\frac{1}{x^2} - \cos x + C$ .

Lời giải

**Chọn C.**

Ta có  $\int f(x) dx = \int \left( \frac{1}{x} + \sin x \right) dx = \ln|x| - \cos x + C$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây



A.  $(-1; 1)$ .

B.  $(-\infty; 1)$ .

C.  $(0; 1)$ .

**D.  $(-1; 0)$ .**

Lời giải

**Chọn D**

Quan sát đồ thị hàm số đồng biến trên  $(-1;0)$

**Câu 30:** Bán kính đáy của khối trụ tròn xoay có thể tích bằng  $V$  và chiều cao bằng  $h$  là

A.  $r = \sqrt{\frac{2V}{\pi h}}$ .

B.  $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}}$ .

C.  $r = \sqrt{\frac{V}{2\pi h}}$ .

**D.  $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$**

Lời giải

**Chọn D**

Ta có  $V = \pi r^2 h \Rightarrow r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$ .

**Câu 31:** Cho hàm số  $f(x)$  biết  $f(0) = 1$ ,  $f'(x)$  liên tục trên  $[0;3]$  và  $\int_0^3 f'(x) = 9$ . Tính  $f(3)$ .

**A.  $f(3) = 10$ .**

B.  $f(3) = 7$ .

C.  $f(3) = 9$ .

D.  $f(3) = 8$

Lời giải

**Chọn A**

Ta có  $\int_0^3 f'(x) = f(x)|_0^3 = f(3) - f(0) \Rightarrow f(3) = 9 + 1 = 10$ .

**Câu 32:** Cho cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_1 = \frac{1}{3}$ ,  $u_8 = 26$ . Tìm công sai  $d$ .

A.  $d = \frac{3}{11}$ .

**B.  $d = \frac{11}{3}$ .**

C.  $d = \frac{10}{3}$ .

D.  $d = \frac{3}{10}$

Lời giải

**Chọn B**

Ta có  $u_8 = u_1 + 7d \Rightarrow d = \frac{u_8 - u_1}{7} = \frac{26 - \frac{1}{3}}{7} = \frac{11}{3}$ .

**Câu 33:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x - 5 + \frac{1}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  bằng bao nhiêu?

A. 0.

**B. -3.**

C. -2.

D. -1.

Lời giải

**Chọn B**

Với  $x \in (0; +\infty)$  ta có  $y' = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}$ ;  $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ .



$x$	$-\infty$	$0$	$1$	$+\infty$
$y'$	+		- 0 +	
$y$	+		$+\infty$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x - 5 + \frac{1}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  bằng  $-3$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $\varphi$  là góc giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $AB$ . Tìm số đo của  $\varphi$ .

A.  $\varphi = 120^\circ$ .

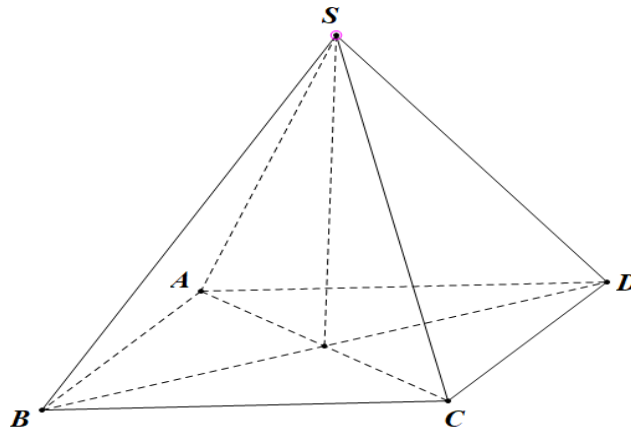
B.  $\varphi = 90^\circ$ .

**C.  $\varphi = 60^\circ$ .**

D.  $\varphi = 45^\circ$ .

**Lời giải**

**Chọn C**



Hình chóp  $S.ABCD$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$  nên tam giác  $SCD$  là tam giác đều.

Ta có:  $AB \parallel CD$  do đó  $(SC, AB) = (SC, CD) = \widehat{SCD} = 60^\circ$ .

**Câu 35:** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên khoảng  $(-2; 3)$ . Gọi  $F(x)$  là một nguyên hàm của  $f(x)$  trên khoảng  $(-2; 3)$ . Tính  $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx$ , biết  $F(-1) = 1, F(2) = 4$ .

A.  $I = 9$ .

**B.  $I = 6$ .**

C.  $I = 10$ .

D.  $I = 3$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $I = \int_{-1}^2 [f(x) + 2x] dx = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_{-1}^2 2x dx = F(x) \Big|_{-1}^2 + x^2 \Big|_{-1}^2 = F(2) - F(-1) + 4 - 1 = 6$ .

**Câu 36:** Xét tất cả số thực dương  $a$  và  $b$  thỏa mãn  $\log_{\sqrt{2}}(a+b) = 2 + \log_2(ab)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A.  $a^2 = b^2 + ab$ .

B.  $a = 2 - b$ .

**C.  $a = b$ .**

D.  $a^2 = 4 - b^2$ .

### Lời giải

**Chọn C**

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{2^2}}(a+b) = \log_2 4 + \log_2(ab) \Leftrightarrow 2\log_2(a+b) = \log_2(4ab)$$

$$\Leftrightarrow \log_2(a+b)^2 = \log_2(4ab) \Leftrightarrow (a+b)^2 = 4ab \Leftrightarrow (a-b)^2 = 0 \Leftrightarrow a = b.$$

**Câu 37:** Cho hàm số  $f(x)$  thỏa mãn  $f(1) = 4$  và  $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$  với mọi  $x > 0$ . Giá trị của  $f(2)$  bằng

A. 5.

**B. 20.**

C. 15.

D. 10.

### Lời giải

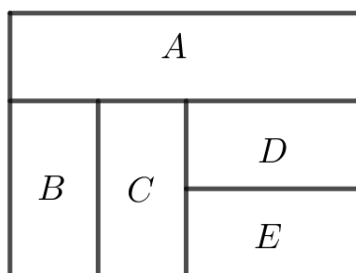
**Chọn B.**

$$\text{Ta có } f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2 \Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{x}\right)' = 2x + 3 \Leftrightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 + Cx$$

$$\text{Vì } f(1) = 4 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2.$$

$$\text{Suy ra } f(2) = 20.$$

**Câu 38:** Hình bên dưới mô tả 5 xã trong một huyện. Hỏi có bao nhiêu cách mà em có thể dùng 4 màu khác nhau để tô màu sao cho không có hai xã giáp nhau nào trùng màu



**A. 96.**

B. 144.

C. 48.

D. 72.

### Lời giải

**Chọn A.**

Số cách tô màu xã  $A$  là 4 cách.

Số cách tô màu xã  $B$  là 3 cách.

Số cách tô màu xã  $C$  là 2 cách.

Số cách tô màu xã  $D$  là 2 cách.

Số cách tô màu xã  $E$  là 2 cách.

Vậy số cách dùng 4 màu khác nhau để tô màu sao cho không có hai xã giáp nhau nào trùng màu là  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 96$  cách.

**Câu 39:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau

$x$	$-\infty$	$-1$	$0$	$2$	$+\infty$				
$y'$		-	0	+	0	-	0	+	
$y$	$+\infty$		$-2$		$1$		$-1$		$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(f(x)) = 0$  là

- A. 9.                              B. 10.                              C. 11.                              D. 8.

**Lời giải**

**Chọn A.**

Từ bảng biến thiên ta có

$$f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = -1 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{cases}$$

Phương trình  $f(x) = -1$  có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình  $f(x) = 0$  có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình  $f(x) = 2$  có 2 nghiệm phân biệt.

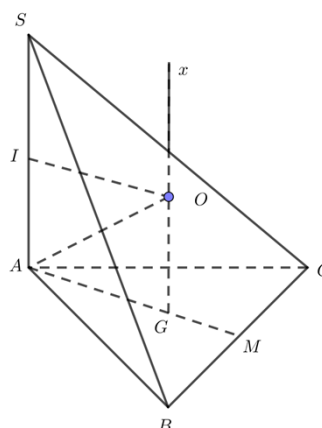
Vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình  $f'(f(x)) = 0$  là 9.

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có tam giác  $ABC$  đều cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABC)$ ,  $SA = a$ . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp bằng

- A.  $\frac{a\sqrt{21}}{6}$ .                              B.  $\frac{a}{2}$ .                              C.  $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$ .                              D.  $\frac{a\sqrt{6}}{3}$ .

**Lời giải**

**Chọn A.**



Gọi  $G$  là trọng tâm  $\Delta ABC$ , dựng  $Gx \parallel SA$ . Trong mặt phẳng  $(SAM)$  dựng đường trung trực của  $SA$  cắt  $Gx$  tại  $O$ . Suy ra  $O$  là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp và có bán kính

$$R = \sqrt{SI^2 + IO^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{21}}{6}.$$

**Câu 41:** Có bao nhiêu số nguyên  $x$  thỏa mãn

$$\left[ \log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31) \right] (32 - 2^{x-1}) \geq 0 ?$$

A. 28.

**B. 27.**

C. Vô số.

D. 26.

**Lời giải**

**Chọn B.**

$$\left[ \log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31) \right] (32 - 2^{x-1}) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31) \geq 0 & (1) \\ 32 - 2^{x-1} \geq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31) \leq 0 & (2) \\ 32 - 2^{x-1} \leq 0 \end{cases}$$

Giải (1):

$$\begin{cases} \log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31) \geq 0 \\ 32 - 2^{x-1} \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 \geq x + 31 \\ x + 31 > 0 \\ 2^{x-1} \leq 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 30 \geq 0 \\ x > -31 \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-31; -5] \cup \{6\}.$$

Giải (2):

$$\begin{cases} \log_2(x^2 + 1) - \log_2(x + 31) \leq 0 \\ 32 - 2^{x-1} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 1 \leq x + 31 \\ 2^{x-1} \geq 2^5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - x - 30 \leq 0 \\ x \geq 6 \end{cases} \Leftrightarrow x = 6.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là  $S = (-31; -5] \cup \{6\}$  mà  $x \in \mathbb{Z}$  nên  $x \in \{-30; -29; \dots; -4; -5; 6\}$ . Do đó, có tất cả 27 nghiệm nguyên.

**Câu 42:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho điểm  $I(-3; 0; 1)$ . Mặt cầu  $(S)$  có tâm  $I$  và cắt mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 1 = 0$  theo một thiết diện là một hình tròn. Diện tích của hình tròn này bằng  $\pi$ . Phương trình mặt cầu  $(S)$  là

A.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2.$

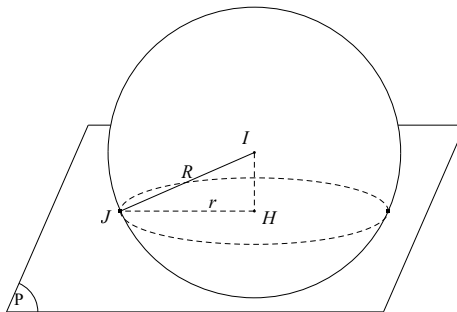
B.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 25.$

**C.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5.$**

D.  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4.$

**Lời giải**

**Chọn C.**



Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  lên mặt phẳng  $(P)$ . Khi đó, ta có mặt cầu  $(S)$  cắt mặt phẳng  $(P)$  theo giao tuyến là một đường tròn có tâm  $H$  và bán kính  $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))}$  (với  $R$  là bán kính của mặt cầu  $(S)$ ).

Mà  $S_{\text{htròn}} = \pi \Rightarrow r = 1$  và  $d(I, (P)) = \frac{|-3 - 2 \cdot 0 - 2 \cdot 1 - 1|}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = 2$  nên  $R = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$ .

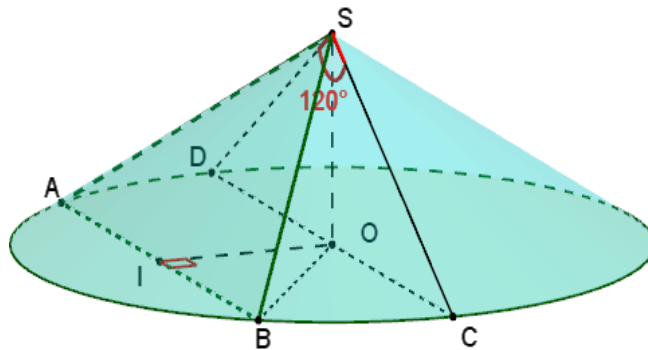
Vậy phương trình mặt cầu  $(S)$  là:  $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$ .

**Câu 43:** Hình nón  $\mathcal{N}$  có đỉnh  $S$ , tâm đường tròn đáy là  $O$ , góc ở đỉnh bằng  $120^\circ$ . Một mặt phẳng qua  $S$  cắt hình nón  $\mathcal{N}$  theo thiết diện là tam giác vuông  $SAB$ . Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SO$  bằng 3. Tính diện tích xung quanh  $S_{xq}$  của hình nón  $\mathcal{N}$ .

- A.  $S_{xq} = 36\sqrt{3}\pi$ .      **B.  $S_{xq} = 18\sqrt{3}\pi$ .**      C.  $S_{xq} = 27\sqrt{3}\pi$ .      D.  $S_{xq} = 9\sqrt{3}\pi$ .

**Lời giải**

**Chọn B**



Gọi  $I$  là trung điểm của  $AB \Rightarrow OI$  là đoạn vuông góc chung của  $SO, AB$

Gọi  $r$  là bán kính đáy của hình nón,  $l$  là độ dài đường sinh.  $\begin{cases} O \in CD \\ CD \parallel AB \end{cases} \Rightarrow \widehat{CSD} = 120^\circ$ .

Do góc ở đỉnh bằng  $120^\circ \Rightarrow \frac{CD}{\sin 120^\circ} = \frac{l}{\sin 30^\circ} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}l}{2}$

Do tam giác  $SAB$  vuông nên ta có  $AB^2 = 2l^2 \Rightarrow AB = \sqrt{2} \cdot l$ . Tam giác  $OIB$  vuông tại  $I \Rightarrow OB^2 = OI^2 + IB^2$

Mà  $r = \frac{\sqrt{3}}{2}l$  ta được  $\frac{3l^2}{4} = 9 + \frac{l^2}{2} \Rightarrow l^2 = 36 \Rightarrow l = 6 \Rightarrow r = 3\sqrt{3} \Rightarrow S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot 3\sqrt{3} \cdot 6 = 18\sqrt{3}\pi$

**Câu 44:** Trong tập số phức  $\mathbb{C}$ , cho phương trình  $z^2 - 6z + m = 0$ . Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  trong khoảng  $(0; 20)$  để phương trình trên có hai nghiệm  $z_1, z_2$  thỏa mãn

$\overline{z_1 z_1} = \overline{z_2 z_2}$  ?

- A. 13.      B. 12.      **C. 11.**      D. 10.

**Lời giải**

**Chọn C**

$\overline{z_1 z_1} = \overline{z_2 z_2} \Leftrightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2$ .  $z^2 - 6z + m = 0$  có  $\Delta' = 9 - m$ .

+ Trường hợp 1:  $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - m > 0 \Leftrightarrow m < 9$  khi đó phương trình  $z^2 - 6z + m = 0$  có 2 nghiệm phân biệt

$z_1 = 3 - \sqrt{9 - m}, z_2 = 3 + \sqrt{9 - m} \Rightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2 \Leftrightarrow (3 - \sqrt{9 - m})^2 = (3 + \sqrt{9 - m})^2 \Leftrightarrow \sqrt{9 - m} = 0$

$\Leftrightarrow 9 - m = 0 \Leftrightarrow m = 9$  không thỏa điều kiện  $m < 9$

+ Trường hợp 2:  $\Delta' \leq 0 \Rightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2$ . Do đó  $\Delta' \leq 0 \Leftrightarrow 9 - m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq 9$ .

Số giá trị nguyên của tham số  $m$  trong khoảng  $(0; 20)$  có  $(20 - 9) = 11$ .

**Câu 45:** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho bốn điểm  $A(2;0;0)$ ,  $B(0;4;0)$ ,  $C(2;4;0)$ ,  $D(0;0;6)$  và mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$ . Có bao nhiêu mặt phẳng cắt  $(S)$  theo một đường tròn có diện tích  $14\pi$  và cách đều năm điểm  $O, A, B, C, D$  ( $O$  là gốc tọa độ).

A. 5.

**B. 3.**

C. 1.

D. Vô số.

**Lời giải**

**Chọn B**

Mặt cầu  $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z = 0$  có tâm  $I(1;2;3)$  và bán kính  $R = \sqrt{14}$ .

Vì các điểm  $A, B, C, D$  nên gọi  $(P)$  là mặt phẳng thỏa đề bài thì  $(P)$  không qua  $O$ .

Giả sử  $(P): ax + by + cz + 2 = 0$  ( $a^2 + b^2 + c^2 > 0$ ) là phương trình mặt phẳng cần tìm.

Gọi  $r$  là bán kính đường trong giao tuyến của  $(S)$  và  $(P)$  khi đó ta có được  $r = R = \sqrt{14}$  nên tâm  $I(1;2;3)$  của mặt cầu  $(S)$  nằm trong  $(P)$  khi đó ta có được  $a + 2b + 3c + 2 = 0$

Do  $(P)$  cách đều năm điểm  $O, A, B, C, D$  nên

$$\frac{|2a+2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|4b+2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|2a+4b+2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{|6c+2|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}} = \frac{2}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

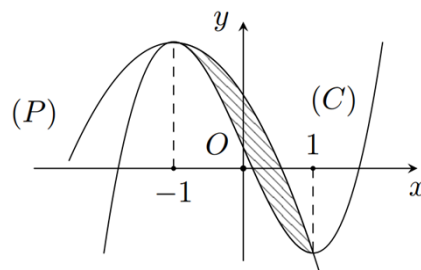
$$\Leftrightarrow |a+1| = |2b+1| = |a+2b+1| = |3c+1| = 1.$$

Kết hợp với điều kiện  $a + 2b + 3c + 2 = 0$  ta có hệ

$$\begin{cases} |a+1| = 1 \\ |2b+1| = 1 \\ |3c+1| = 1 \\ a+2b+3c+2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2, b = c = 0 \\ a = 0, b = -1, c = 0 \\ a = 0, b = 0, c = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy có 3 mặt phẳng thỏa đề.

**Câu 46:** Cho hai hàm số  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ , ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị  $(C)$  và  $y = g(x) = mx^2 + nx + p$ , ( $m, n, p \in \mathbb{R}$ ) có đồ thị  $(P)$  như hình vẽ.



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi  $(C)$  và  $(P)$  có giá trị nằm trong khoảng nào dưới đây?

A.  $(0;1)$ .

B.  $(3;4)$ .

C.  $(2;3)$ .

**D.  $(1; 2)$ .**

**Lời giải**

**Chọn D**

Từ hình vẽ ta thấy được đồ thị  $(C)$  và  $(P)$  tiếp xúc với nhau tại  $x = -1$  và cắt nhau tại  $x = 1$

$$\text{nên } S = \int_{-1}^1 [g(x) - f(x)] dx = - \int_{-1}^1 (x+1)^2 (x-1) dx = \frac{4}{3}.$$

**Câu 47:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|4z + 3i| = |4z - 4 + 5i|$ . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = |z + i| + |z - 3i|.$$

**A.**  $\min P = 2\sqrt{2}$ .

**B.**  $\min P = 5\sqrt{2}$ .

**C.**  $\min P = 2\sqrt{5}$ .

**D.**  $\min P = \sqrt{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Gọi  $M(x; y)$  là điểm biểu diễn số phức  $z = x + yi$ , với  $x, y \in \mathbb{R}$

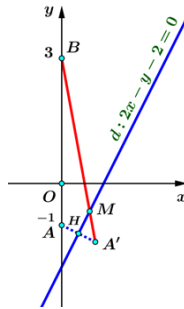
$$\text{Ta có } |4z + 3i| = |4z - 4 + 5i| \Leftrightarrow |4x + (y+3)i| = |(4x-4) + (y+5)i|$$

$$\Leftrightarrow 2x - y - 2 = 0 \Rightarrow M \in d : 2x - y - 2 = 0$$

$$\text{Khi đó } P = |z + i| + |z - 3i| = MA + MB, \text{ với } A(0; -1), B(0; 3)$$

Nhận thấy  $A, B$  cùng phía so với đường thẳng  $d$  nên gọi  $A'$  đối xứng với  $A$  qua  $d$  thì

$$P = MA + MB = MA' + MB \geq A'B \Rightarrow P_{\min} = A'B. \text{ Đẳng thức xảy ra khi } A', M, B \text{ thẳng hàng}$$



Mặt khác gọi  $\Delta$  là đường thẳng đi qua điểm  $A$  và vuông góc với  $d$  thì  $\Delta : x + 2y + 2 = 0$

$$\text{Gọi } H = d \cap \Delta \text{ thì } H\left(\frac{2}{5}; -\frac{6}{5}\right);$$

$$\text{Vì } A' \text{ đối xứng với } A \text{ qua } d \text{ nên } H \text{ là trung điểm } AA' \text{ nên } A'\left(\frac{4}{5}; -\frac{7}{5}\right)$$

$$\text{Vậy } P_{\min} = A'B = 2\sqrt{5}.$$

**Câu 48:** Có bao nhiêu số nguyên  $a$  sao cho ứng với mỗi  $a$ , tồn tại ít nhất 8 số nguyên  $b \in (-10; 10)$

$$\text{thỏa mãn } 5^{a^2-2a-3+b} \leq 3^{b+a} + 598?$$

**A.** 4.

**B.** 6.

**C.** 5.

**D.** 7.

**Lời giải**

**Chọn B.**

Chia cả hai vế cho  $5^b$ , ta được

$$3^a \left(\frac{3}{5}\right)^b + 598 \left(\frac{1}{5}\right)^b - 5^{a^2-2a-3} \geq 0.$$

Đặt  $f(b) = 3^a \left(\frac{3}{5}\right)^b + 598 \left(\frac{1}{5}\right)^b - 5^{a^2-2a-3}$ , với  $b \in [-9; 9]$ . Ta có

$$f'(b) = 3^a \left(\frac{3}{5}\right)^b \ln \frac{3}{5} + 598 \left(\frac{1}{5}\right)^b \ln \frac{1}{5} < 0, \forall b \in [-9; 9].$$

Do đó  $f(b)$  nghịch biến trên  $[-9; 9]$ . Điều này dẫn đến yêu cầu bài toán trở thành

$$f(-1) \geq 0 \Leftrightarrow 5^{a^2-2a-4} \leq 3^{a-1} + 598.$$

Nếu  $a > 4$  thì  $a^2 - 2a - 4 > a - 1 + 1$ . Suy ra

$$5^{a^2-2a-4} > 5^{a-1} \cdot 5 = 3^{a-1} \left(\frac{5}{3}\right)^{a-1} \cdot 5 > 3^{a-1} \cdot \frac{625}{27} = 3^{a-1} + 3^{a-1} \cdot \frac{598}{27} > 3^{a-1} + 598.$$

Nếu  $a \leq 4$  thì do  $3^{a-1} \leq 27$  và  $a \in \mathbb{Z}$  nên

$$5^{a^2-2a-4} \leq 625 \Leftrightarrow a^2 - 2a - 4 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq a \leq 4 \Rightarrow a \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3; 4\}.$$

Thử lại, ta thấy được 6 giá trị  $-1; 0; 1; 2; 3; 4$  thỏa mãn yêu cầu.

**Câu 49:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ ; với  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Số giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + m)$  có đúng 8 điểm cực trị là

A. 2.

B. 3.

C. 4.

**D. 1.**

**Lời giải**

**Chọn D.**

Ta có:  $g(x) = f(x^3 - 3x^2 + m) \Rightarrow g'(x) = (3x^2 - 6x) \cdot f'(x^3 - 3x^2 + m)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ f'(x^3 - 3x^2 + m) = 0 \end{cases}$$

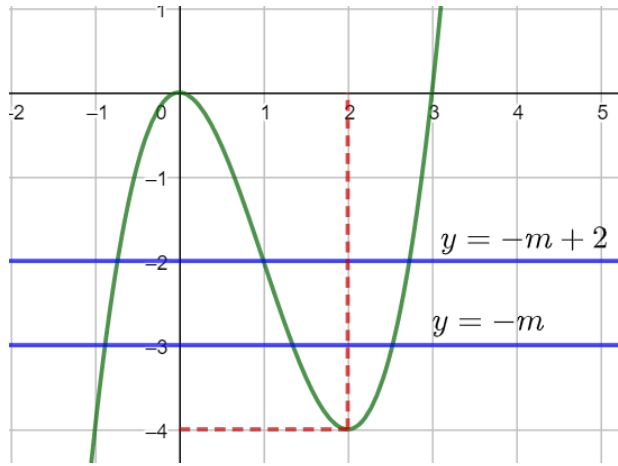
$$f'(x^3 - 3x^2 + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 + m = 0 \\ x^3 - 3x^2 + m = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x^2 = -m \quad (1) \\ x^3 - 3x^2 = -m + 2 \quad (2) \end{cases}$$

Theo yêu cầu bài toán xảy ra khi và chỉ khi mỗi phương trình (1) và (2) có 3 nghiệm phân biệt khác 0 và khác 2 (hai phương trình (1) và (2) không thể có nghiệm chung). Từ đồ thị hàm số

$y = x^3 - 3x^2$  ta thấy điều này xảy ra khi và chỉ khi

$$\begin{cases} -4 < -m + 2 < 0 \\ -4 < -m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 < m < 6 \\ 0 < m < 4 \end{cases} \Leftrightarrow 2 < m < 4$$





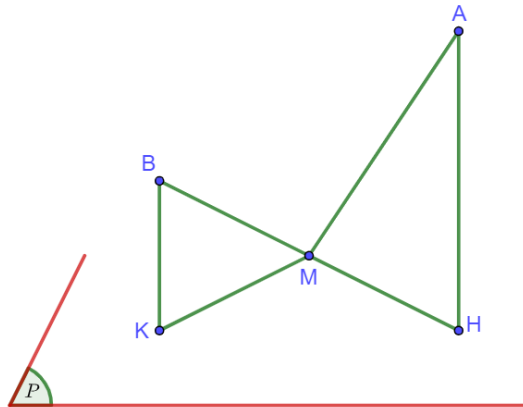
Vậy có một giá trị nguyên  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 50:** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai điểm  $A(10;6;-2), B(5;10;-9)$  và mặt phẳng  $(\alpha): 2x + 2y + z - 12 = 0$ . Điểm  $M$  di động trên  $(\alpha)$  sao cho  $MA, MB$  luôn tạo với  $(\alpha)$  các góc bằng nhau. Biết rằng  $M$  luôn thuộc một đường tròn  $(\omega)$  cố định. Hoàng độ của tâm đường tròn  $(\omega)$  bằng

- A. 10.                      B.  $\frac{9}{2}$ .                      **C. 2.**                      D. -4.

**Lời giải**

**Chọn C.**



Gọi  $H, K$  lần lượt là hình chiếu của  $A, B$  trên mặt phẳng  $(P)$  khi đó:  $AH = 6, BK = 3$ .

$MA, MB$  luôn tạo với  $(\alpha)$  các góc bằng nhau khi và chỉ khi  $\widehat{BMK} = \widehat{AMH}$ .

Ta có

$$\widehat{BMK} = \widehat{AMH} \Rightarrow \sin \widehat{BMK} = \sin \widehat{AMH} \Leftrightarrow \frac{BK}{BM} = \frac{AH}{AM} \Leftrightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AH}{BK} = 2$$

$$\text{Ta có: } MA^2 = 4MB^2 \Leftrightarrow (x-10)^2 + (y-6)^2 + (z+2)^2 = 4[(x-5)^2 + (y-10)^2 + (z+9)^2]$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 20x - 68y + 68z + 684 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x - \frac{68}{3}y + \frac{68}{3}z + 228 = 0 \quad (S)$$

$$\text{Do } \begin{cases} M \in (\alpha) \\ M \in (S) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - \frac{20}{3}x - \frac{68}{3}y + \frac{68}{3}z + 228 = 0 \\ 2x + 2y + z - 12 = 0 \end{cases} \text{ và } d(I, (\alpha)) < R$$

nên  $M$  nằm trên đường tròn giao tuyến của mặt phẳng và mặt cầu.

Mặt cầu ( $S$ ) có tâm  $I\left(\frac{10}{3}; \frac{34}{3}; -\frac{34}{3}\right)$ . Gọi  $J$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên  $mp(\alpha)$

Khi đó  $J\left(\frac{10}{3} + 2t; \frac{34}{3} + 2t; -\frac{34}{3} + t\right)$  và:  $2x_J + 2y_J + z_J - 12 = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{2}{3}$

Vậy  $J(2; 10; -12)$ .