SỞ GD&ĐT QUẢNG NAM
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
LÊ THÁNH TÔNG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC 2021 – 2022
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Mặt cầu bán kính R có diện tích là

A. $4\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Câu 2: Khối nón có bán kính hình tròn đáy là R chiều cao h Thể tích của nó là:

A. $\frac{\pi R^2 h}{3}$. **B.** $\frac{4\pi R^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi h R^3}{3}$. **D.** $\frac{4\pi R^2 h}{3}$.

Câu 3: Khối trụ có bán kính hình tròn đáy là R, chiều cao h thì thể tích là:

A. $\pi R^2 h$. **B.** $\pi R^3 h$. **C.** $\pi R h^2$. **D.** $\pi^2 h R$.

Câu 4: Cho mặt cầu (S) có tâm O bán kính $R = 5(cm)$. Đường thẳng (d) cắt (S) tại A, B và $AB = 8(cm)$. Tính khoảng cách từ O tới (d)?

A. $3(cm)$. **B.** $2\sqrt{2}(cm)$. **C.** $2(cm)$. **D.** $3\sqrt{2}(cm)$.

Câu 5: Cắt hình nón (N) bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta thu được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$.Tính diện tích chung quanh của (N) là

A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $4\pi a$. **D.** $\frac{2\pi a^2}{3}$.

Câu 6: Một mặt phẳng đi qua trục của một hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a. Tính diện tích xung quanh của hình trụ?

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

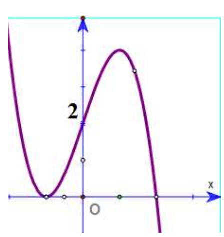
Câu 7: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

A. $y = 3x^3 + 3x - 7$. **B.** $y = 2x^3 - 5x + 12$. **C.** $y = x^4 + 4x^2$. **D.** $y = \frac{x-3}{x+2}$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 9: Tìm điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x$



A. $x_{CT} = 0$. **B.** $x_{CT} = 1$. **C.** $x_{CT} = -1$. **D.** $x_{CT} = -3$.

Câu 10: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số nào?

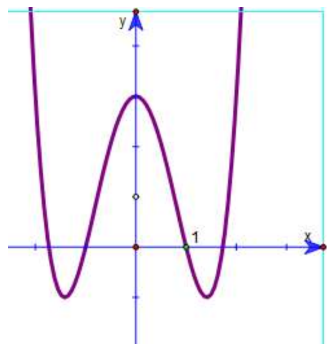
A. $y = -x^3 + 3x + 2$. **B.** $y = -x^3 - 3x + 2$. **C.** $y = x^4 - x^2 + 2$. **D.** $y = x^3 - 3x + 2$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	
y	$+\infty$	↘	1 ‖ $-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $|f(x)| = 1$ trên R.



A. vô nghiệm. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

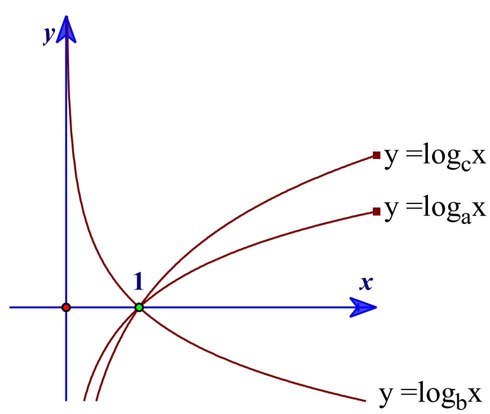
Câu 13: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 9x + 8$ trên đoạn $[-2;2]$?

A. $\max\limits_{[-2;2]} y = 3$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]} y = 34$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} y = 10$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} y = 30$.

Câu 14: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số sau đạt cực tiểu tại x = –2 $y = x^3 + 3(m^2 - m + 2)x^2 + 3(3m^2 + 1)x + 2022m$.

A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 4$.

Câu 15: Cho các hàm số $y = \log_a x$, $y = \log_b x$, $y = \log_c x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn mệnh đề đúng.



A. $a > c > b$. **B.** $a > b > c$. **C.** $c > a > b$. **D.** $b > c > a$.

Câu 16: Cho hàm số $y = 2^x$. Chọn khẳng định đúng.

A. Từ trái qua phải, đồ thị hàm số là đường cong đi lên.
B. Đồ thị hàm số đi qua điểm (1,0).
C. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.
D. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Câu 17: Cho a là số thực dương. Chọn khẳng định đúng.

A. $\left(a^x\right)'=a^x\ln a$. **B.** $\left(a^x\right)'=\dfrac{a^x}{\ln a}$. **C.** $\left(a^x\right)'=x.a^{x-1}$. **D.** $\left(a^x\right)'=a^x$.

Câu 18: Chọn khẳng định đúng.

A. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=1$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{x}=1$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-x)}{x}=1$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0}\ln x=1$.

Câu 19: Cho x là số thực dương. Biết $\sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt{x\sqrt[3]{x}}}}=x^{\frac{a}{b}}$ với a, b là các số tự nhiên và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

A. 16. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 17.

Câu 20: a,b,c là các số thực dương khác 1. Có bao nhiêu mệnh đề **sai** trong bốn mệnh đề sau:

1. "$a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$" 2. "$\log_a(bc)=\log_a b.\log_a c$"

3. "$\log_a b+\log_b a>2$" 4. "$\log_a c=\log_a b.\log_b c$"

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 21: Hàm số $y=(2x+1)^{2\frac{1}{2}}$ có tập xác định là:

A. $(-\dfrac{1}{2},+\infty)$. **B.** R. **C.** $R\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 22: Phương trình $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{4}\right)=m-2$ có nghiệm khi

A. $m\in[1;3]$. **B.** $m\in[-1;1]$. **C.** $m\geq -1$. **D.** $m\in(1;3)$.

Câu 23: Tập nghiệm của phương trình $\tan x=\sqrt{3}$ là

A. $\left\{\dfrac{\pi}{3}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\dfrac{\pi}{3}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\left\{\dfrac{\pi}{6}+k2\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\dfrac{\pi}{6}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $2\sin x-\sqrt{3}=0$ Trên đoạn $[0;2\pi]$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

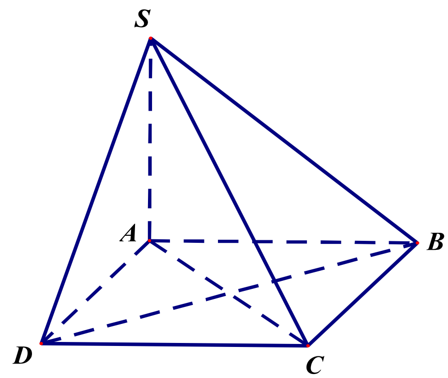
Câu 25: Cho tập $A=\{2;3;4;5\}$. Từ tập A, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?

A. 12. **B.** 18. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 26: Gieo lần lượt hai con súc sắc. Tính xác suất để tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện lớn hơn hoặc bằng 8?

A. $\dfrac{5}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{5}{18}$. **D.** $\dfrac{11}{36}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$ (như hình vẽ minh hoạ). Số đo góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng

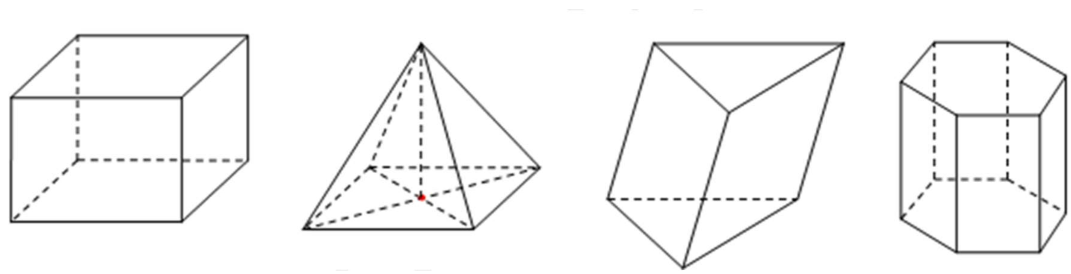


A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 28: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Tính khoảng cách giữa AA' và BD'.

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29: Trong các hình đa diện sau, hình đa diện nào không có mặt phẳng đối xứng?



A. Hình lăng trụ lục giác đều. **B.** Hình lăng trụ tam giác.
C. Hình chóp tứ giác đều. **D.** Hình lập phương.

Câu 30: Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 31: Đa diện đều loại $\{5,3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Tứ diện đều. **B.** Lập phương. **C.** Hai mươi mặt đều. **D.** Mười hai mặt đều.

Câu 32: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC' = 2a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$. **B.** $V = 24\sqrt{3}a^3$. **C.** $V = 8a^3$. **D.** $V = 3\sqrt{3}a^3$.

Câu 33: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V. Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{3V}{4}$. **B.** $\frac{2V}{3}$. **C.** $\frac{V}{2}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Câu 35: Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy ba điểm A', B', C' sao cho $SA = 2SA'$, $SB = 3SB'$, $SC = 4SC'$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ chia khối chóp thành hai khối. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối đa diện $S.A'B'C'$ và $ABC.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V}{V'}$ là:

A. $\frac{1}{59}$.   **B.** $\frac{1}{12}$.   **C.** $\frac{1}{23}$.   **D.** $\frac{1}{24}$.

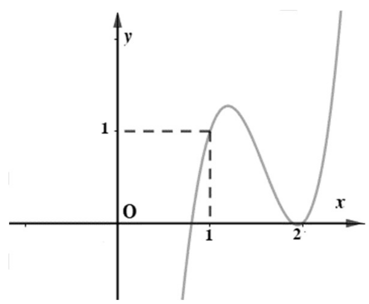
Câu 36: Cắt khối nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng $60°$ ta được thiết diện là tam giác vuông cân cạnh huyền $2a$. Thể tích của khối nón (N) bằng

A. $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.   **B.** $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{72}$.   **C.** $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{8}$.   **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{72}$.

Câu 37: Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng a. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

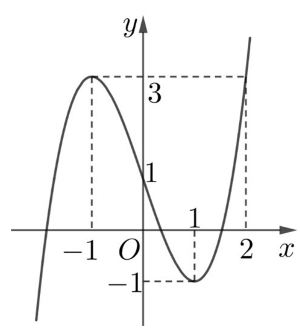
A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.   **B.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$.   **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$.   **D.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{6}$.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x^3 - 3x) - 1}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?



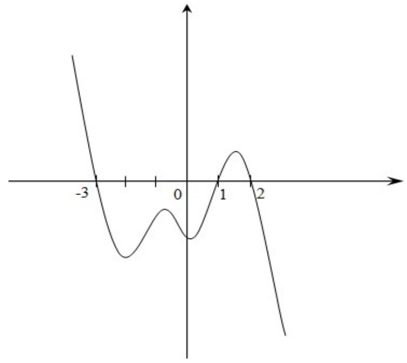
A. 7.   **B.** 3.   **C.** 5.   **D.** 6.

Câu 39: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình trên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f(f(x)) = 0$ là



A. 7.   **B.** 3.   **C.** 5.   **D.** 6.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-3) > 0,\ f(2) = 0$ và có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Hàm số $g(x) = \left|f(x) - x^4 + 14x^2 - 24x + 11\right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 4..   **B.** 7..   **C.** 3..   **D.** 5..

Câu 41: Từ các chữ số $1,2,3,4,5$. Gọi S là tập hợp số tự nhiên có năm chữ số trong đó chữ số 3 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần. Chọn ngẫu nhiên trong tập S một số, tính xác suất để số chọn được chia hết cho 3.

A. $\frac{2}{5}$.   **B.** $\frac{1}{4}$.   **C.** $\frac{1}{3}$.   **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 42: Vì yêu toán nên khi đặt mật khẩu cho tài khoản facebook của mình, bạn Toàn đã dùng dãy các chữ cái "TOANYEUTOAN" rồi thay đổi ngẫu nhiên vị trí các chữ cái này để tạo ra mật khẩu. Tính xác suất để mật khẩu đó là một dãy chữ cái mà các chữ cái nếu xuất hiện 1 lần thì không đứng cạnh nhau, đồng thời các chữ T, N giống nhau thì đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{264}$.   **B.** $\frac{1}{1584}$.   **C.** $\frac{1}{54}$.   **D.** $\frac{1}{66}$.

Câu 43: Cho chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa SC và AB.

A. $d=\frac{a\sqrt{6}}{6}$.   **B.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{3}$.   **C.** $d=\frac{2a\sqrt{21}}{7}$.   **D.** $d=\frac{2a\sqrt{30}}{5}$.

Câu 44: Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 2, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 25. Thể tích khối trụ bằng

A. $\frac{10\sqrt{2}}{3}\pi$.   **B.** $\frac{205}{4}\pi$.   **C.** $\frac{205}{12}\pi$.   **D.** $\frac{10\sqrt{2}}{9}\pi$.

Câu 45: Cho khối tứ diện $ABCD$ có có $\widehat{ADB}=\widehat{CDB}=60^0$, $\widehat{ADC}=90^0$, $DA=DB=DC=a$.
Gọi G_1, G_2, G_3, G_4 là trọng tâm của bốn mặt của tứ diện $ABCD$. Thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$Page | 6

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{196}$.   **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{324}$.   **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.   **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{108}$.

Câu 46: Giá trị của tham số m sao cho phương trình $e^x+e^{4-x}=m\cos(\pi x)$ có một nghiệm thực duy nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(14,15)$.   **B.** $(10,12)$.   **C.** $(13,14)$.   **D.** $(20,22)$.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình sau $\log_3\frac{2x^2-x+1}{4x^2-x+4-m}<-2x^2+2x-m$ có nghiệm?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2 . **D.** 4 .

Câu 48: Cho các số thực $a,b\in(1;3]$ thỏa mãn $a<b$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\log_a\left(b^2+9b-9\right)+6\log_{\frac{b}{a}}^2 a$ là $9\sqrt[3]{\frac{1}{m}}+n$ với m,n là các số nguyên dương. Tính $S=m^2+n^2$

.

A. $S=13$. **B.** $S=8$. **C.** $S=20$. **D.** $S=29$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC. Biết khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{13}}{13}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 50: Cho nửa đường tròn đường kính $AB=4\text{cm}$, điểm M di động trên nửa đường tròn đó. Gọi d là tiếp tuyến với nửa đường tròn tại M, d cắt các tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A,B lần lượt tại D,C. Khi quay tứ giác $ABCD$ quanh trục AB ta được một vật thể tròn xoay có thể tích nhỏ nhất là

A. $16\pi\,\text{cm}^3$. **B.** $\frac{16\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $32\pi\,\text{cm}^3$. **D.** $\frac{32\pi}{3}\text{cm}^3$.

_______________ **HẾT** _______________

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Mặt cầu bán kính R có diện tích là

A. $4\pi R^2$. **B.** $2\pi R^2$. **C.** $\frac{4}{3}\pi R^3$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^2$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu bán kính R có diện tích là $S = 4\pi R^2$.

Câu 2. Khối nón có bán kính hình tròn đáy là R chiều cao h. Thể tích của nó là

A. $\frac{\pi R^2 h}{3}$. **B.** $\frac{4\pi R^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi h R^3}{3}$. **D.** $\frac{4\pi R^2 h}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Khối nón có bán kính hình tròn đáy là R chiều cao h. Thể tích của nó là $V = \frac{\pi R^2 h}{3}$.

Câu 3. Khối trụ có bán kính hình tròn đáy là R chiều cao h thì thể tích là

A. $\pi R^2 h$. **B.** $\pi R^3 h$. **C.** $\pi R h^2$. **D.** $\pi^2 R h$.

Lời giải

Chọn A

Khối trụ có bán kính hình tròn đáy là R chiều cao h thì thể tích là $V = \pi R^2 h$.

Câu 4. Cho mặt cầu (S) có tâm O bán kính $R = 5(\text{cm})$. Đường thẳng (d) cắt (S) tại A, B và $AB = 8(\text{cm})$. Tính khoảng cách từ O tới (d).

A. $3(\text{cm})$. **B.** $2\sqrt{2}(\text{cm})$. **C.** $2(\text{cm})$. **D.** $3\sqrt{2}(\text{cm})$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm AB suy ra $IA = 4(\text{cm})$.

Khoảng cách $d(O,(d)) = OI = \sqrt{R^2 - IA^2} = 3(\text{cm})$.

Câu 5. Cắt hình nón (N) bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta thu được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$. Tính diện tích xung quanh của (N).

A. $2\pi a^2$. **B.** $\frac{\pi a^2\sqrt{3}}{2}$. **C.** $4\pi a$. **D.** $\frac{2\pi a^2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Cắt hình nón (N) bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta thu được thiết diện là tam giác đều cạnh $2a$ suy ra $\begin{cases} R = a \\ h = a\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow l = \sqrt{h^2 + R^2} = 2a$

Diện tích xung quanh của (N) là $S_{xq} = \pi R l = 2\pi a^2$.

Câu 6. Một mặt phẳng đi qua trục của một hình trụ, cắt hình trụ theo thiết diện là hình vuông cạnh a. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. πa^2. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $2\sqrt{2}\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $r=\frac{a}{2}, h=a \Rightarrow S_{xq}=2\pi rh=\pi a^2$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=3x^3+3x-7$. **B.** $y=2x^3-5x+12$. **C.** $y=x^4+4x^2$. **D.** $y=\frac{x-3}{x+2}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=3x^3+3x-7$ có $y'=9x^2+3>0, \forall x$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(2x+1)(x+2)^2(3x-1)^4, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

$$f'(x)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{1}{2} \\ x=-2 \\ x=\frac{1}{3} \end{array}\right.$$

$x=-\frac{1}{2}$ là nghiệm bội lẻ, $x=-2, x=\frac{1}{3}$ là nghiệm bội chẵn nên số điểm cực trị là 1.

Câu 9. Tìm điểm cực tiểu x_{CT} của hàm số $y=x^3+3x^2-9x$.

A. $x_{CT}=0$. **B.** $x_{CT}=1$. **C.** $x_{CT}=-1$. **D.** $x_{CT}=-3$.

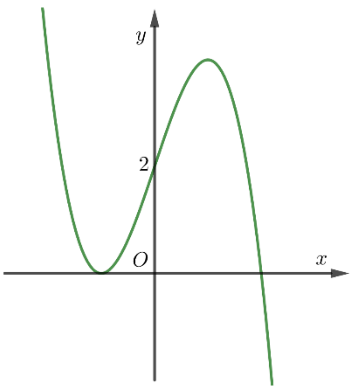
Lời giải

Chọn B

$$y'=3x^2+6x-9=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right..$$

$y''=6x+6$, $y''(1)=12>0$ nên $x=1$ là điểm cực tiểu.

Câu 10. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x+2$. **B.** $y=-x^3-3x+2$. **C.** $y=x^4-x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x+2$.

Lời giải

Chọn A

Nhánh cuối của đồ thị đi xuống nên $a<0$, đồ thị có hai điểm cực trị nên $a.c<0$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	||	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1 || $-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$ || $+\infty$	$\searrow$	2

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

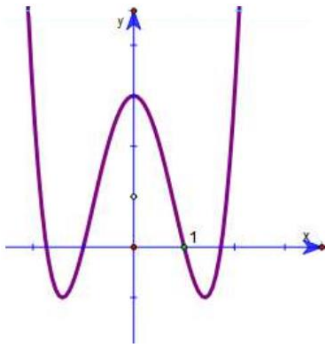
Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

Vì $\lim\limits_{x\to1^-} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là một tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$ nên đường thẳng $y=2$ là một tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có 3 đường tiệm cận.

Câu 12. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=1$ trên $\mathbb{R}$.



A. vô nghiệm. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left|f\left(x\right)\right|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=1\quad(1)\\ f\left(x\right)=-1\ (2)\end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị ta dễ dàng xác định được phương trình (1) có 4 nghiệm, phương trình (2) có 2 nghiệm và các nghiệm này là phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm phân biệt trên $\mathbb{R}$.

Câu 13. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+8$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $\max\limits_{[-2;2]} y=3$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]} y=34$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} y=10$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} y=30$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2+6x-9$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in(-2;2) \\ x=-3\notin(-2;2) \end{array}\right.$.

Vì $y(-2)=30$; $y(1)=3$; $y(2)=10$ nên $\max\limits_{[-2;2]} y=30$.

Câu 14. Cho hàm số $y=x^3+3(m^2-m+2)x^2+3(3m^2+1)x+2022m$, tìm các giá trị của tham số m để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn C

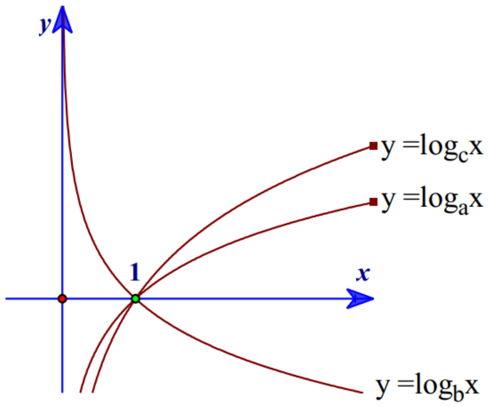
Ta có $y'=3x^2+6(m^2-m+2)x+3(3m^2+1)=3\left[x^2+2(m^2-m+2)x+3m^2+1\right]$;

$y''=6x+6(m^2-m+2)$.

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$ $\Leftrightarrow \begin{cases} y'(2)=0 \\ y''(2)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4m+3=0 \\ 6m(m-1)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right. \\ m(m-1)>0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m=3$.

Câu 15. Cho các hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$, $y=\log_c x$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn mệnh đề đúng.

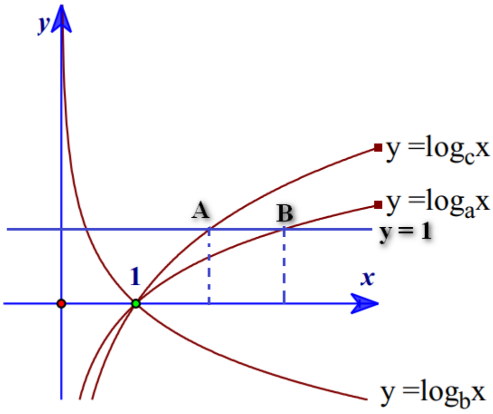


A. $a>c>b$. **B.** $a>b>c$. **C.** $c>a>b$. **D.** $b>c>a$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có hàm số $y=\log_b x$ là một hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó nên $0<b<1$; hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_c x$ là các hàm số đồng biến trên tập xác định của nó nên $a,c>1$.



Kẻ đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=\log_c x$, $y=\log_a x$ lần lượt tại điểm $A(c;1)$ và $B(a;1)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $x_A < x_B \Leftrightarrow c < a$.

Vậy $a > c > b$.

Câu 16. Cho hàm số $y=2^x$. Chọn khẳng định đúng

A. Từ trái qua phải, đồ thị hàm số là đường cong đi lên.

B. Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$.

C. Đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung.

D. Đồ thị hàm số có 1 tiệm cận đứng.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=2^x$ có cơ số $2>1$ nên đồ thị hàm số là đường cong đi lên từ trái sang phải.

Câu 17. Cho a là số thực dương. Chọn khẳng định đúng:

A. $(a^x)' = a^x.\ln a$. **B.** $(a^x)' = \dfrac{a^x}{\ln a}$. **C.** $(a^x)' = x.a^{x-1}$. **D.** $(a^x)' = a^x$.

Lời giải

Chọn A

Câu 18. Cho khẳng định đúng.

A. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}=1$. **B.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln x}{x}=1$. **C.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1-x)}{x}=1$. **D.** $\lim\limits_{x\to 0}\ln x=1$.

Lời giải

Chọn A

Hướng 1. Ta có $t=\dfrac{1}{x}$. Khi đó

$$\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=\lim_{x\to 0}\left[\frac{1}{x}.\ln(1+x)\right]=\lim_{x\to\infty}\left[t.\ln\left(1+\frac{1}{t}\right)\right]=\lim_{x\to\infty}\left[\ln\left(1+\frac{1}{t}\right)\right]^t=\ln\left[\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{t}\right)^t\right]=\ln e=1$$

.

Hướng 2.

Ta có $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+x)}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{\left[\ln(1+x)\right]'}{(x)'}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{1+x}=1$.

Câu 19. Cho x là số thực dương. Biết $\sqrt{x.\sqrt[3]{x\sqrt{x\sqrt[3]{x}}}}=x^{\frac{b}{a}}$ với a, b là các số tự nhiên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a+b$.

A. 16. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 17.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt{x.\sqrt[3]{x\sqrt{x\sqrt[3]{x}}}}=\sqrt{x\sqrt[3]{x\sqrt{x.x^{\frac{1}{3}}}}}=\sqrt{x\sqrt[3]{x.x^{\frac{2}{3}}}}=\sqrt{x.x^{\frac{5}{9}}}=x^{\frac{7}{9}}$.

Khi đó $a=7$; $b=7$ nên $a+b=16$.

Câu 20. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Có bao nhiêu mệnh đề sai trong bốn mệnh đề sau:

1. $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}$.

2. $\log_a b+\log_b a>2$.

3. $\log_a(bc)=\log_a b.\log_a c$.

4. $\log_a c=\log_a b.\log_b c$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Xét đáp án A: $a^{\log_b c}=c^{\log_b a}\Leftrightarrow \log_b c=\log_a c.\log_b a$ nên A đúng;

Xét đáp án B: $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$ nên B sai;

Xét đáp án C: Áp bụng bất đẳng thức cauchy $\log_a b$ và $\log_b a$; ta có

$\log_a b+\log_b a\geq 2\sqrt{\log_a b.\log_b a}=2$ nên C sai khi $a=b$;

Xét đáp án D: $\log_a c=\log_a b.\log_b c$ nên D đúng.

Vậy có 2 mệnh đề sai.

Câu 21. Hàm số $y=(2x+1)^{2\frac{1}{2}}$ có tập xác định là:

A. $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\backslash\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Chọn A

Vì $2\frac{1}{2}\notin\mathbb{Z}$ nên $2x+1>0\Leftrightarrow x>-\frac{1}{2}$.

Câu 22. Phương trình $\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=m-2$ có nghiệm khi và chỉ khi

A. $m\in[1;3]$. **B.** $m\in[-1;1]$. **C.** $m\geq -1$. **D.** $m\in(1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Do $-1 \le \sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right) \le 1$ nên $-1 \le m-2 \le 1 \Leftrightarrow 1 \le m \le 3$.

Câu 23. Tập nghiệm của phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ là

A. $\left\{\frac{\pi}{3}+k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\frac{\pi}{3}+k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\left\{\frac{\pi}{6}+k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\frac{\pi}{6}+k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 24. Số nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$. Trên đoạn $[0;2\pi]$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3}+k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \; (k \in \mathbb{Z})$.

Vì $x \in [0;2\pi]$ nên $x \in \left\{\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right\}$ do đó phương trình đã cho có 2 nghiệm trên đoạn $[0;2\pi]$.

Câu 25. Cho tập $A = \{2;3;4;5\}$. Từ tập A, có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?

A. 12. **B.** 18. **C.** 8. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau lập từ tập A là $2.3.2 = 12$.

Câu 26. Gieo lần lượt hai con súc sắc. Tính xác suất để tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện lớn hơn hoặc bằng 8 ?

A. $\frac{5}{12}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{11}{36}$.

Lời giải

Chọn A

$n(\Omega) = 6.6 = 36$.

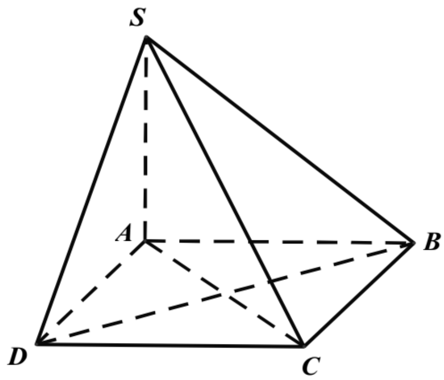
A: "tổng số chấm trên hai mặt xuất hiện lớn hơn hoặc bằng 8 ".

$A = \{(2;6),(6;2),(3;5),(5;3),(3;6),(6;3),(4;4),(4;5),(5;4),(4;6),(6;4),(5;5),(5;6),(6;5),(6;6)\}$

$\Rightarrow n(A) = 15$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a$ (như hình vẽ minh họa). Số đo góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAB) bằng:



A. 90°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 30°.

Lời giải

Chọn C

Ta có $DA \perp (SAB)$ suy ra SA là hình chiếu của SD lên mặt phẳng (SAB).

Ta có $\left(SD,(SAB)\right) = \left(SD, SA\right) = ASD$.

Tam giác SAD vuông tại A có $\tan ASD = \dfrac{AD}{SA} = \dfrac{a}{a} = 1 \Rightarrow ASD = 45^\circ$

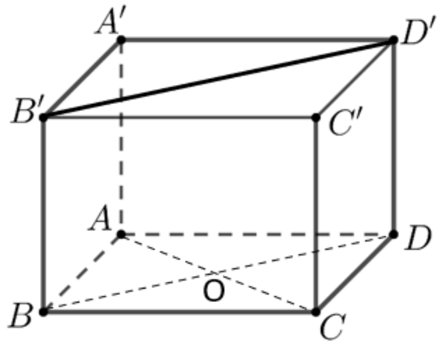
Vậy $\left(SD,(SAB)\right) = 45^\circ$.

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh a. Tính khoảng cách giữa AA' và BD'

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

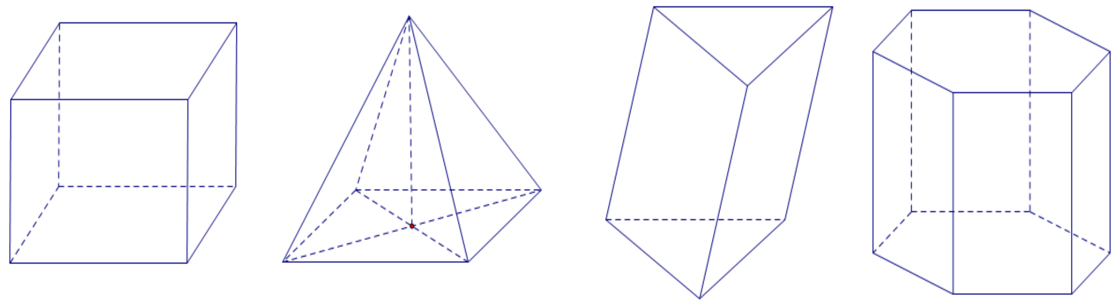


Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $AO \perp (BDD'B')$ tại O.

$$\Rightarrow d\left(AA', BD'\right) = d\left(AA', (BDD'B')\right) = d\left(A, (BDD'B')\right) = AO = \frac{AC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 29. Trong các hình đa diện sau, hình đa diện nào không có mặt phẳng đối xứng?



A. Hình lăng trụ lục giác đều. **B.** Hình lăng trụ tam giác.

C. Hình chóp tứ giác đều. **D.** Hình lập phương.

Lời giải

Chọn B

Câu 30. Có bao nhiêu loại khối đa diện đều mà mỗi mặt của nó là một tam giác đều?

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Đó là các khối $\{3;3\},\{3;4\},\{3;5\}$.

Câu 31. Đa diện đều loại $\{5;3\}$ có tên gọi nào dưới đây?

A. Tứ diện đều. **B.** Lập phương. **C.** Hai mươi mặt đều. **D.** Mười hai mặt đều.

Lời giải

Chọn D

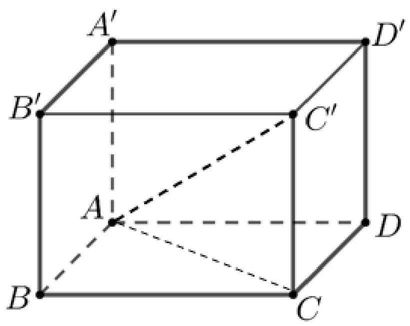
SGK Hình học 12 – Trang 17.

Câu 32. Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ biết $AC'=2a\sqrt{3}$.

A. $V=a^3$. **B.** $V=24a^3\sqrt{3}$. **C.** $8a^3$. **D.** $V=3\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn D



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên ta có

$$AC'^2=AC^2+CC'^2=AB^2+BC^2+CC'^2=3AB^2 \Rightarrow AB^2=\frac{AC'^2}{3}=\frac{\left(2a\sqrt{3}\right)^2}{3}=4a^2 \Rightarrow AB=2a$$

.

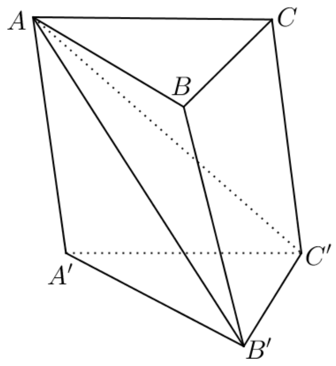
Vậy $V=AB^3=(2a)^3=8a^3$.

Câu 33. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích V. Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

A. $\frac{3V}{4}$. **B.** $\frac{2V}{3}$. **C.** $\frac{V}{2}$. **D.** $\frac{V}{4}$.

Lời giải

Chọn B



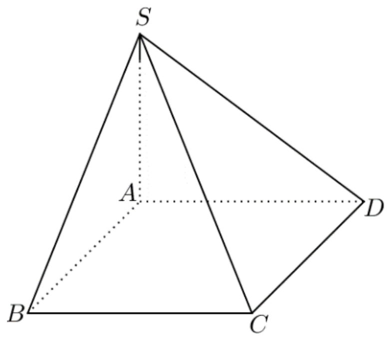
Ta có $V_{A.A'B'C'}=\frac{1}{3}V\Rightarrow V_{ABCB'C'}=\frac{2V}{3}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $a^3\sqrt{3}$.　　**B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.　　**C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.　　**D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Lời giải

Chọn C



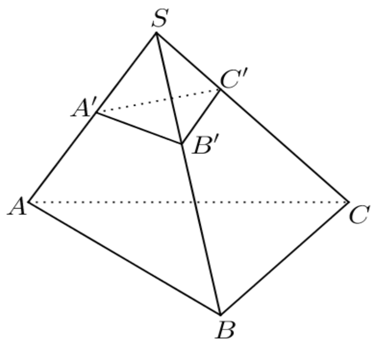
Ta có $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}AB^2.SA=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 35. Cho khối chóp $S.ABC$. Trên ba cạnh SA,SB,SC lần lượt lấy ba điển A',B',C' sao cho $SA=2SA'$, $SB=3SB'$, $SC=4SC'$. Mặt phẳng $(A'B'C')$ chia khối chóp thành hai khối. Gọi V và V' lần lượt là thể tích các khối đa diện $S.A'B'C'$ và $ABC.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V}{V'}$ là:

A. $\frac{1}{59}$.　　**B.** $\frac{1}{12}$.　　**C.** $\frac{1}{23}$.　　**D.** $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn C



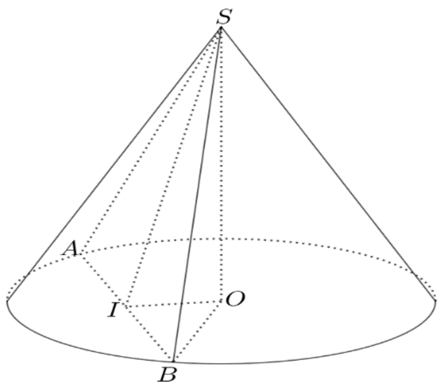
Ta có $\frac{V}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{24}\Rightarrow\frac{V}{V'}=\frac{1}{23}$.

Câu 36. Cắt khối nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh và tạo với mặt phẳng chứa đáy một góc bằng 60^0 ta được thiết diện là một tam giác vuông cân cạnh huyền $2a$. Thể tích khối nón (N) bằng

A. $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{24}$. **B.** $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{72}$. **C.** $\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{72}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối nón (N) có đỉnh là S, tâm đáy là O và thiết diện là giác vuông cân SAB.

Gọi I là trung điểm của AB, khi đó $\widehat{SIO}=60^0$, $SI=\frac{1}{2}AB=a, SB=SA=a\sqrt{2}$.

Ta có $SO=SI.\sin 60^0=\frac{a\sqrt{3}}{2}, OB=\sqrt{SB^2-SO^2}=\sqrt{2a^2-\frac{3a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{5}}{2}$.

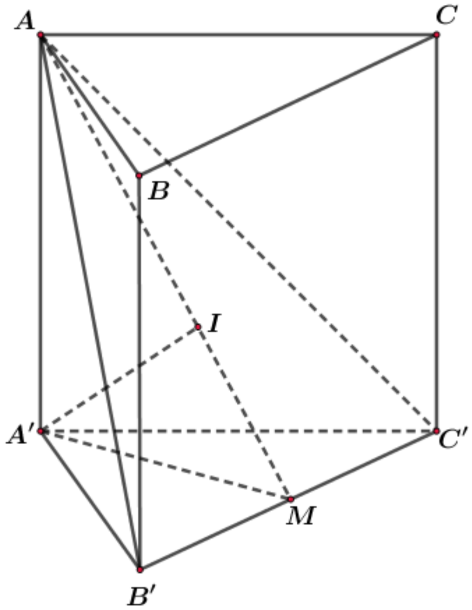
Vậy $V=\frac{1}{3}.\pi.OB^2.SO=\frac{1}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)^2.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{5\sqrt{3}\pi a^3}{24}$.

Câu 37. Cho khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $(AB'C')$ bằng a. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{2}$. **B.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{2}$. **D.** $\frac{3\sqrt{2}a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M là trung điểm của $B'C'$ và I là hình chiếu của A' lên AM. Khi đó ta có

$\begin{cases} B'C' \perp A'M \\ B'C' \perp A'A \end{cases} \Rightarrow B'C' \perp (A'MA) \Rightarrow B'C' \perp A'I$ (1)

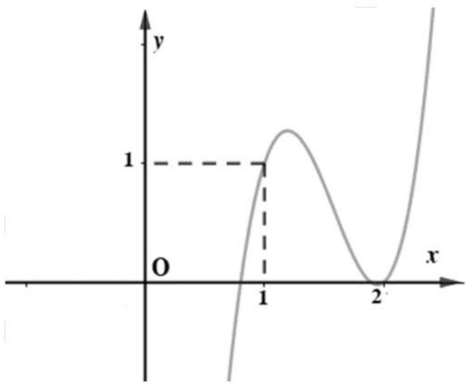
Mà $AM \perp A'I$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $A'I \perp (AB'C')$ $\Rightarrow d(A',(AB'C')) = A'I = a$.

Xét tam giác vuông $AA'M: \dfrac{1}{A'I^2} = \dfrac{1}{AA'^2} + \dfrac{1}{A'M^2} \Rightarrow AA' = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

$\Rightarrow$ Thể tích khối lăng trụ đã cho là $V = AA'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}.\dfrac{4a^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3\sqrt{2}a^3}{2}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số đa thức có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị hàm số $y = \dfrac{1}{f(x^3 - 3x) - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?



A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

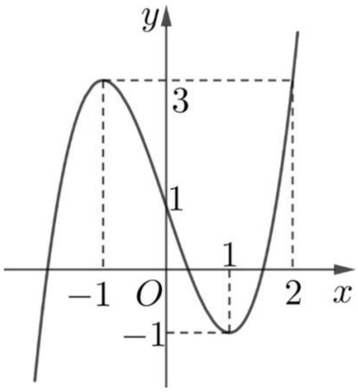
Từ đồ thị ta thấy $f\left(x\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=a\ \left(1<a<2\right)\\x=b\ \left(b>2\right)\end{array}\right.$

Xét $f\left(x^3-3x\right)-1=0\Leftrightarrow f\left(x^3-3x\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^3-3x=1 & (1)\\x^3-3x=a\left(1<a<2\right) & (2)\\x^3-3x=b\ \left(b>2\right) & (3)\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)=x^3-3x$ như sau.

Từ BBT suy ra phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt, phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt, phương trình (3) có 1 nghiệm và 7 nghiệm này đều phân biệt. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 7 tiệm cận đứng.

Câu 39. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ trên. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ là



A. 7. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

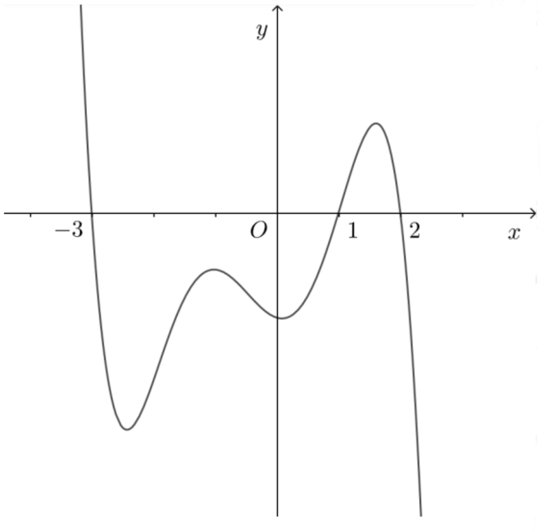
Chọn A

Từ đồ thị ta thấy $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\ \left(a<-1\right)\\x=b\ \left(0<b<1\right)\\x=c\ \left(1<c<2\right)\end{array}\right.$

Khi đó $f\left(f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=a\ \left(a<-1\right):\ 1\ nghiem\\f\left(x\right)=b\ \left(0<b<1\right): 3\ nghiem\\f\left(x\right)=c\ \left(1<c<2\right): 3\ nghiem\end{array}\right.$

Và 7 nghiệm trên đều phân biệt. Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=0$ có 7 nghiệm phân biệt.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(-3)>0, f(2)=0$ và có đồ thị $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Hàm số $g(x)=\left|f(x)-x^4+14x^2-24x+11\right|$ có bao nhiêu điểm cực tiểu?



A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

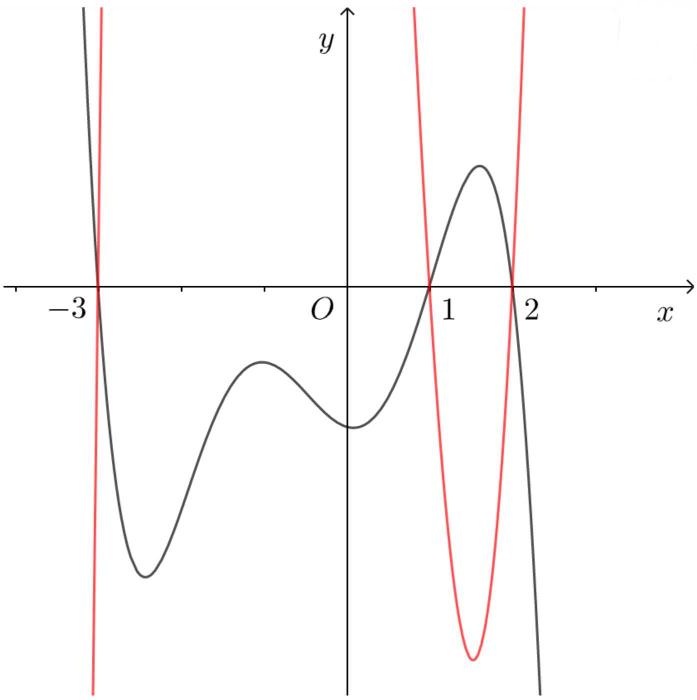
Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị của $y=f'(x)$ ta thấy $f(x)$ đồng biến trên $[1;2]$, suy ra $f(1)<f(2)=0$.

Xét hàm số $h(x)=f(x)-x^4+14x^2-24x+11; h'(x)=f'(x)-\left(4x^3-28x+24\right)$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=4x^3-28x+24$ trên cùng mặt phẳng tọa độ, ta lập được bảng biến thiên của $h(x)$ và $g(x)=|h(x)|$ ($h(-3)=f(-3)+128>128, h(1)=f(1)<0, h(2)=3$).



x	$-\infty$		x_1		-3		x_2		1		x_3		2		x_4		$+\infty$
$h(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	>0	$\searrow$	0	$\searrow$	<0	$\nearrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$
$\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$		$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số $g(x)=\left|f(x)-x^4+14x^2-24x+11\right|$ có 4 điểm cực tiểu.

Câu 41. Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Gọi S là tập hợp số tự nhiên có năm chữ số trong đó chữ số 3 có mặt 3 lần, các chữ số còn lại có mặt đúng một lần. Chọn ngẫu nhiên trong tập S một số, tính xác suất để số chọn được chia hết cho 3.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

+ Số phần tử của không gian mẫu: Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có $C_5^3=10$ cách; Chọn 2 trong 4 chữ số còn lại xếp vào 2 trị trí còn lại có $A_4^2=12$ cách.

Do đó, $n(\Omega)=10.12=120$.

+ Gọi A là biến cố: "Số chọn được chia hết cho 3". Do số được chọn đã có 3 chữ số 3 nên 2 chữ số còn lại phải có tổng chia hết cho 3. Chỉ có thể xảy ra một trong 4 trường hợp sau:

Trường hợp 1: Số được chọn tạo thành từ 1, 2, 3 có $C_5^3.2!=20$ số.

Trường hợp 2: Số được chọn tạo thành từ 1, 3, 5 có $C_5^3.2!=20$ số.

Trường hợp 3: Số được chọn tạo thành từ 2, 3, 4 có $C_5^3.2!=20$ số.

Trường hợp 4: Số được chọn tạo thành từ 3, 4, 5 có $C_5^3.2!=20$ số.

Suy ra $n(A)=4.20=80$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{80}{120}=\frac{2}{3}$.

Câu 42. Vì yêu toán nên khi đặt mật khẩu cho tài khoản facebook của mình, bạn Toàn đã dùng dãy các chữ cái "TOANYEUTOAN" rồi thay đổi ngẫu nhiên vị trí các chữ cái này để tạo ra mật khẩu. Tính xác suất để mật khẩu đó là một dãy chữ cái mà các chữ cái nếu xuất hiện 1 lần thì không đứng cạnh nhau, đồng thời các chữ T, N giống nhau thì đứng cạnh nhau.

A. $\frac{1}{264}$. **B.** $\frac{1}{1584}$. **C.** $\frac{1}{54}$. **D.** $\frac{1}{66}$.

Lời giải

Chọn D

Mật khẩu gồm 11 kí tự, tạo thành từ 7 kí tự: A, E, N, O, T, U, Y. Trong đó, các kí tự T, O, A, N xuất hiện 2 lần, các kí tự Y, E, U xuất hiện 1 lần.

+ Số phần tử của không gian mẫu:

Chọn vị trí cho 2 kí tự T có C_{11}^2 cách; Chọn vị trí cho 2 kí tự O có C_9^2 cách; Chọn vị trí cho 2 kí tự A có C_7^2 cách; Chọn vị trí cho 2 kí tự N có C_5^2 cách; Xếp 3 kí tự Y, E, U vào 3 vị trí còn lại có $3!$ cách.

Do đó, $n(\Omega) = C_{11}^2.C_9^2.C_7^2.C_5^2.3! = 2494800$.

+ Gọi A là biến cố: "Mật khẩu là một dãy chữ cái mà các chữ cái nếu xuất hiện 1 lần thì không đứng cạnh nhau, đồng thời các chữ T, N giống nhau thì đứng cạnh nhau".

Ghép 2 kí tự T thành 1 nhóm, ghép 2 kí tự N thành 1 nhóm. Bài toán trở thành xếp 9 nhóm: TT, O, O, A, A, NN, Y, E, U vào 9 vị trí sao cho Y, E, U không cạnh nhau. Trước tiên ta xếp vị trí cho 6 nhóm còn lại vào 6 vị trí có $C_6^2.C_4^2.2! = 180$ cách. Khi đó, ta tạo ra được 7 khoảng trống để xếp 3 nhóm Y, E, U vào, có $A_7^3 = 210$ cách.

Do đó, $n(A) = 180.210 = 37800$.

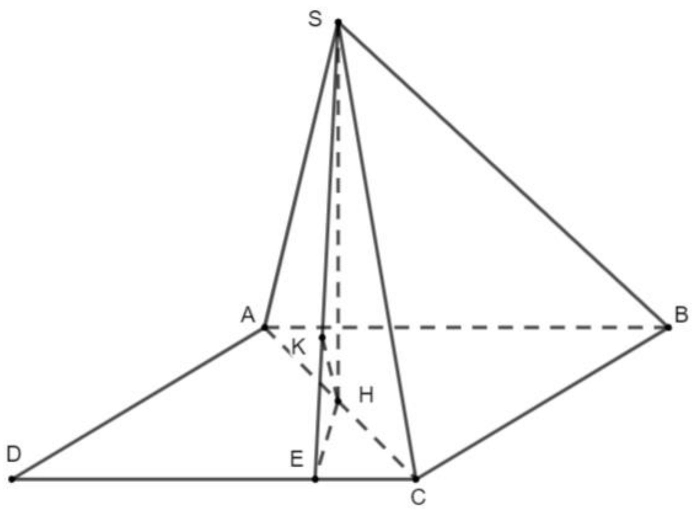
Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{37800}{2494800} = \dfrac{1}{66}$.

Câu 43. Cho chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAC vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa SC và AB.

A. $d = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$. **B.** $d = \dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $d = \dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$. **D.** $d = \dfrac{2a\sqrt{30}}{5}$.

Lời giải

Chọn C



Do $(SAC) \perp (ABCD), SH \perp AC$ (H là trung điểm của AC) thì $SH \perp (ABCD)$.

Kẻ $CD // AB, (CD = AB)$, ta có $d(SC, AB) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(H, (SCD))$.

Kẻ $HE \perp DC$, mà $SH \perp DC \Rightarrow DC \perp (SHE)$, kẻ $HK \perp SE, HK \perp DC (DC \perp (SHE))$ suy ra $HK \perp (SCD)$ hay $d(H, (SCD)) = HK$.

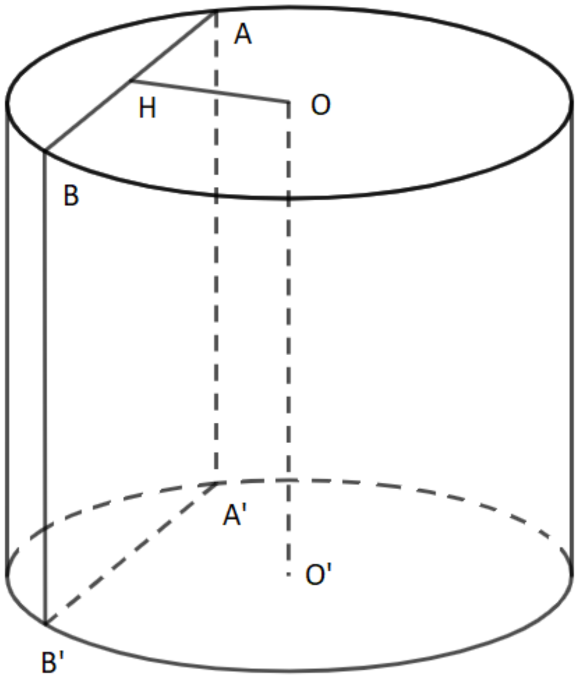
Ta có tam giác SAC vuông cân tại S nên $SH=\frac{1}{2}AC=a$, $HE=HC.\sin 60°=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Do đó $HK=\frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2+HE^2}}=\frac{\sqrt{21}}{7}a$ suy ra $d\left(SC,AB\right)=\frac{2\sqrt{21}}{7}a$.

Câu 44. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng 2, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 25. Thể tích khối trụ bằng

A. $\frac{10\sqrt{2}}{3}\pi$. **B.** $\frac{205}{4}\pi$. **C.** $\frac{205}{12}\pi$. **D.** $\frac{10\sqrt{2}}{9}\pi$.

Lời giải

Chọn B



Từ đề bài ta có diện tích hình vuông $ABB'A'$ bằng 25 suy ra $AB=BB'=5$. Kẻ $OH\perp AB$, H là trung điểm của AB thì $d\left(OO',\left(ABB'A'\right)\right)=d\left(O,\left(ABB'A'\right)\right)=OH=2$.

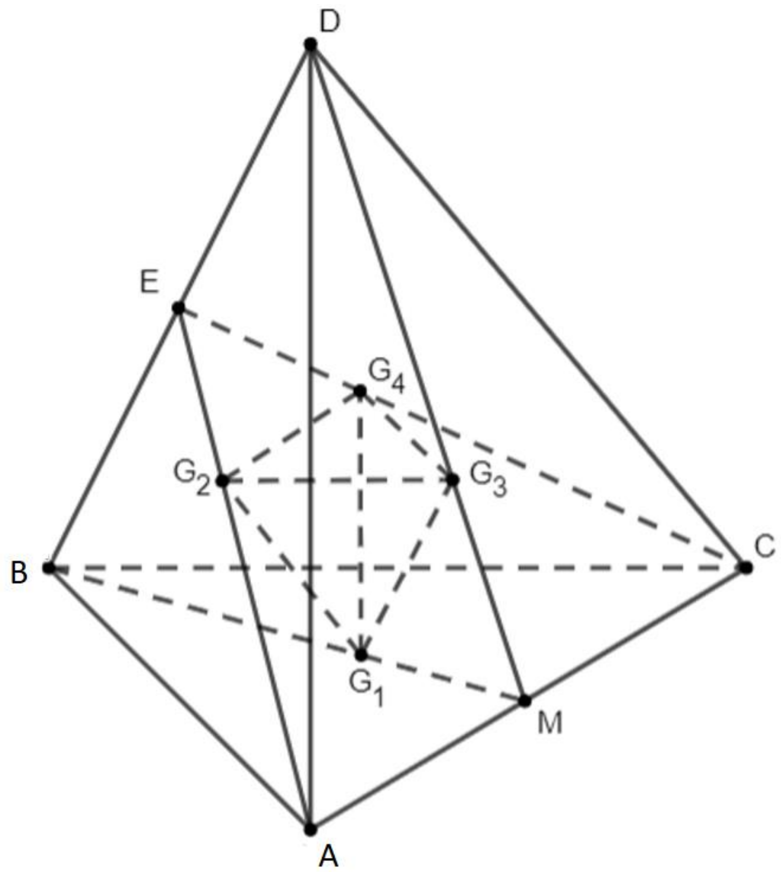
Ta có $OA=\sqrt{OH^2+AH^2}=\sqrt{OH^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{41}}{2}$. Suy ra khối trụ có $h=BB'=5; r=OA=\frac{\sqrt{41}}{2}$, vậy $V=\pi r^2 h=\frac{205}{4}\pi$.

Câu 45. Cho khối tứ diện $ABCD$ có $ADB=CDB=60°, ADC=90°, DA=DB=DC=a$. Gọi G_1,G_2,G_3,G_4 là trọng tâm của bốn mặt tứ diện $ABCD$. Thể tích khối tứ diện $G_1G_2G_3G_4$ là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{196}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{324}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{108}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm của BD, ta có $\dfrac{EG_2}{EA}=\dfrac{EG_4}{EC}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow G_2G_4\ //\ AC, G_2G_4=\dfrac{1}{3}AC$. Tương tự ta cũng có $G_3G_4\ //\ AB, G_3G_4=\dfrac{1}{3}AB$, $G_2G_3\ //\ BC, G_2G_3=\dfrac{1}{3}BC$. Do đó ta có $\left(G_2G_3G_4\right)//\left(ABC\right), S_{G_2G_3G_4}=\dfrac{1}{9}S_{ABC}$.

Do $\left(G_2G_3G_4\right)//\left(ABC\right)$ nên:

$$d\left(G_1,\left(G_2G_3G_4\right)\right)=d\left(\left(ABC\right),\left(G_2G_3G_4\right)\right)=d\left(G_3,\left(ABC\right)\right)=\frac{1}{3}d\left(D,\left(ABC\right)\right).$$

Khi đó $V_{G_1G_2G_3G_4}=\dfrac{1}{3}d\left(G_1,\left(G_2G_3G_4\right)\right).S_{G_2G_3G_4}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{3}d\left(D,\left(ABC\right)\right).\dfrac{1}{9}S_{ABC}=\dfrac{1}{27}V_{ABCD}$.

Do $ADB=CDB=60°, ADC=90°, DA=DB=DC=a$ nên tam giác ABD, CDB đều suy ra $AB=BC=a$, tam giác ADC vuông cân tại $D\Rightarrow AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=a\sqrt{2}$. Do $AC^2=AB^2+BC^2$ nên tam giác ABC vuông cân tại B.

Gọi M là trung điểm của AC, ta có do tam giác ABC, ADC vuông cân tại B, D nên $BM=DM=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow BM^2+DM^2=BD^2$ nên tam giác BDM vuông cân tại $M\Rightarrow DM\perp BM$, mà $DM\perp AC\Rightarrow DM\perp\left(ABC\right)$. Do đó $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}DM.S_{ABC}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}.\dfrac{1}{2}a^2=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$. Suy ra $V_{G_1G_2G_3G_4}=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{324}$.

Giá trị của tham số m sao cho phương trình $e^x+e^{4-x}=m\cos\left(\pi x\right)$ có một nghiệm thực duy nhất thuộc khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(14;15)$. **B.** $(10;12)$. **C.** $(13;14)$. **D.** $(20;22)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có nhận xét nếu $x = x_0$ là một nghiệm của phương trình $e^x + e^{4-x} = m\cos(\pi x)$ thì $4 - x_0$ cũng là nghiệm của phương trình này. Để phương trình có một nghiệm thực duy nhất $x_0 = 4 - x_0$ $\Rightarrow 2x_0 = 4 \Rightarrow x_0 = 2$. Thế vào phương trình ta được $2e^2 = m$

Thay $2e^2 = m$ ta được $e^x + e^{4-x} = 2e^2\cos(\pi x) \Leftrightarrow e^{x-2} + e^{2-x} = 2\cos(\pi x)$

$VT = e^{x-2} + e^{2-x} \geq 2\sqrt{e^{x-2}.e^{2-x}} = 2$

$VP = 2\cos(\pi x) \leq 2$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} e^{x-2} = e^{2-x} \\ \cos(\pi x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2$. Vậy phương trình $e^x + e^{4-x} = m\cos(\pi x)$ có một nghiệm thực duy nhất $x = 2$.

Câu 46. Cho bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình sau $\log_3 \dfrac{2x^2 - x + 1}{4x^2 - x + 4 - m} < -2x^2 + 2x - m$ có nghiệm

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3 \dfrac{2x^2 - x + 1}{4x^2 - x + 4 - m} < -2x^2 + 2x - m$

$\Leftrightarrow \log_3 \dfrac{2x^2 - x + 1}{4x^2 - x + 4 - m} < 4x^2 - x + 4 - m - 3(2x^2 - x + 1) - 1$

$\Leftrightarrow \log_3\left[3(2x^2 - x + 1)\right] + 3(2x^2 - x + 1) < \log_3(4x^2 - x + 4 - m) + 4x^2 - x + 4 - m$

Xét hàm $f(t) = t + \log_3 t$ có $f'(t) = 1 + \dfrac{1}{t\ln 3} > 0$ nên đồng biến trên $(0; +\infty)$

Do đó: $f\left[3(2x^2 - x + 1)\right] < f(4x^2 - x + 4 - m) \Leftrightarrow \left[3(2x^2 - x + 1)\right] < 4x^2 - x + 4 - m$

$\Leftrightarrow m < -2x^2 + 2x + 1$

Bất phương trình vô nghiệm $\Leftrightarrow m \geq -2x^2 + 2x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$

Ta có: $Max(-2x^2 + 2x + 1) = \dfrac{3}{2} \Rightarrow m \geq Max(-2x^2 + 2x + 1) = \dfrac{3}{2}$

Vậy bất phương trình có nghiệm khi $m < \dfrac{3}{2}$

Câu 47. Cho các số thực $a, b \in (1; 3]$ thỏa mãn $a < b$. Biết giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \log_a(b^2 + 9b - 9) + 6\log^2_{\frac{b}{a}} a$ là $9\sqrt[3]{\dfrac{1}{m}} + n$ với m, n là các số nguyên dương. Tính $S = m^2 + n^2$

A. $S = 13$. **B.** $S = 8$. **C.** $S = 20$. **D.** $S = 29$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\forall b \in (1;3]:\ b^2+9b-9 \geq 3b^2$

Do đó: $\log_a\left(b^2+9b-9\right) \geq \log_a\left(3b^2\right) \geq \log_a\left(b^3\right) = 3\log_a b$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow b=3$

$$\Rightarrow P \geq 3\log_a b + \frac{6}{(\log_a b-1)^2} = 3\left[1+\frac{\log_a b-1}{2}+\frac{\log_a b-1}{2}+\frac{2}{(\log_a b-1)^2}\right]$$

Theo BĐT Cô-si ta có:

$$\frac{\log_a b-1}{2}+\frac{\log_a b-1}{2}+\frac{2}{(\log_a b-1)^2} \geq 3\sqrt[3]{\left(\frac{\log_a b-1}{2}\right)^2 \cdot \frac{2}{(\log_a b-1)^2}} \geq 3\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow P \geq 3\left[1+\frac{\log_a b-1}{2}+\frac{\log_a b-1}{2}+\frac{2}{(\log_a b-1)^2}\right] \geq 3.\left[3\sqrt[3]{\frac{1}{2}}+1\right] = 9\sqrt[3]{\frac{1}{2}}+3$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ \dfrac{\log_a b-1}{2} = \dfrac{2}{(\log_a b-1)^2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ (\log_a b-1)^3 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ \log_a 3-1 = \sqrt[3]{4} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ 3 = a^{1+\sqrt[3]{4}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=3 \\ 3^{\frac{1}{1+\sqrt[3]{4}}} = a \end{cases}.$$

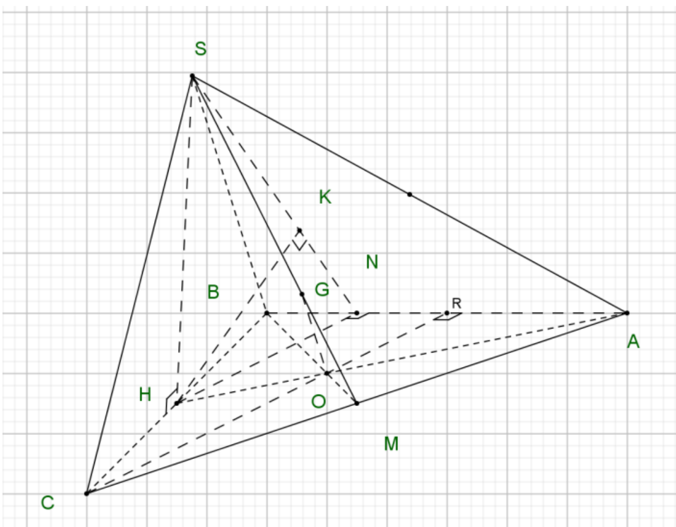
$\Rightarrow m=2; n=3 \Rightarrow S=13.$

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu của S trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh BC. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAC. Biết khoảng cách từ G đến mặt phẳng (SAB) bằng $\dfrac{a\sqrt{13}}{13}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là trọng tâm tam giác ABC, R là trung điểm của AB, M,N lần lượt là trung điểm của AC, BR. Gọi O là hình chiếu vuông góc của H lên SN .Ta có $\begin{cases} CR \perp AB \\ HN//CR \end{cases} \Rightarrow HN \perp AB$.

Ta có $\dfrac{OG}{SB} = \dfrac{OM}{MB} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow OG//SB$.

Mà $\begin{cases} SB \subset (SAB) \\ OG//SB \end{cases} \Rightarrow OG//(SAB) \Rightarrow d\left(G,(SAB)\right) = d\left(O,(SAB)\right)$.

Mà $HA = \dfrac{3}{2}OA \Rightarrow d\left(H,(SAB)\right) = \dfrac{3}{2}d\left(O,(SAB)\right) = \dfrac{3}{2}\dfrac{a\sqrt{13}}{13}$.

Ta có $\begin{cases} HK \perp SA \\ AB \perp HK\left(AB \perp (SHN)\right) \end{cases} \Rightarrow d\left(H,(SAB)\right) = HK = \dfrac{3\sqrt{13}a}{2.13}$.

Tam giác SHN vuông tại H, HK là đường cao trong tam giác vuông SHN nen ta có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HN^2} \Rightarrow \frac{1}{HS^2} = \frac{1}{HK^2} - \frac{1}{HN^2} = \frac{1}{\left(\dfrac{3a\sqrt{13}}{26}\right)^2} - \frac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2} = \frac{4}{9a^2}$$

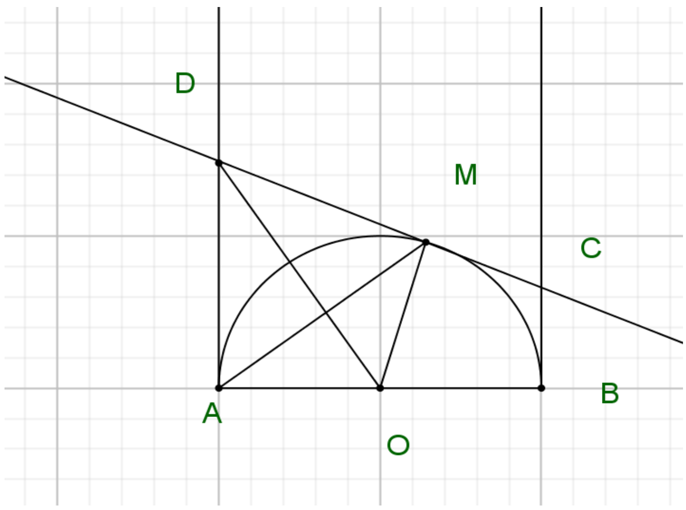
$$\Rightarrow SH = \frac{3a}{2} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SH.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

Câu 49. Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 4\text{cm}$, điểm M di động trên nửa đường tròn đó. Gọi d là tiếp tuyến với nửa đường tròn tại M, d cắt các tiếp tuyến của nửa đường tròn tại A,B lần lượt tại D,C. Khi quay tứ giác $ABCD$ quanh trục AB ta được một vật thể tròn xoay có thể tích nhỏ nhất là

A. $16\pi\text{cm}^3$. **B.** $\dfrac{16\pi}{3}\text{cm}^3$. **C.** $32\pi\text{cm}^3$. **D.** $\dfrac{32\pi}{3}\text{cm}^3$.

Lời giải

Chọn A



$ABCD$ là hình thang vuông. Thể tích của khối tròn xoay nhỏ nhất khi hình thang $ABCD$ có diện tích nhỏ nhất $S_{ABCD} = \dfrac{AB}{2}(AD + BC)$

Ta chứng minh được $AD + BC = CD$

Vì $DA = DM$ do $\Delta DAO = \Delta DMO$ (c.g.c). DO chung, $DAO = DMO$, $OA = OM$.

Tương tự ta chứng minh được $CM = CB$.

Từ đó $AD + BC = DM + CM = CD$.

$S_{ABCD} = \frac{AB}{2}\left(AD + BC\right) = 2\left(AD + BC\right) = 2CD \geq 2AB$. Dó đó S_{ABCD} nhỏ nhất khi $CD = AB = 4$.

Khí đó

Giả sử M là trung điểm của CD. $ABCD$ là hình chữ nhật. Khi quay quanh AB tạo thành hình trụ có bán kính $r = OM = 2cm, l = 4cm$.

Khi đó thể tích khối trụ bằng $V = \pi r^2 l = \pi 4.4 = 16\pi\left(cm^3\right)$.

---------- HẾT ----------