SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THANH HÓA

TRƯỜNG THPT HOÀNG LÊ KHA

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ BÀI

Câu 1. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=e^{2x-3}$.

A. $f'(x)=2.e^{2x-3}$. **B.** $f'(x)=-2.e^{2x-3}$. **C.** $f'(x)=2.e^{x-3}$. **D.** $f'(x)=e^{2x-3}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;f(a))$, $(a\in K)$.

A. $y=f'(a)(x-a)-f(a)$. **B.** $y=f'(a)(x+a)+f(a)$.

C. $y=f'(a)(x-a)+f(a)$. **D.** $y=f(a)(x-a)+f'(a)$.

Câu 3. Khối chóp đều $S.ABCD$ có mặt đáy là

A. Hình chữ nhật. **B.** Hình thoi. **C.** Hình vuông. **D.** Hình bình hành.

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\log_3 5>0$. **B.** $\log_{2+x^2} 2016<\log_{2+x^2} 2017$.

C. $\log_{0,3} 0,8<0$. **D.** $\log_3 4>\log_4 \frac{1}{3}$.

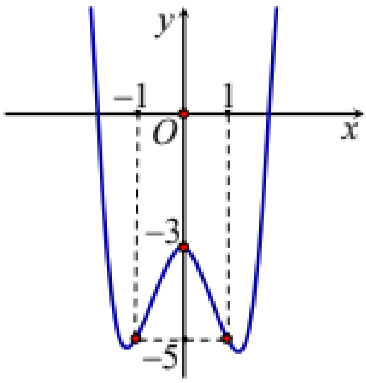
Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA,SB,SC lần lượt lấy ba điểm A',B',C' sao cho $SA'=\frac{1}{2}SA, SB'=\frac{1}{3}SB, SC'=\frac{1}{4}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là:

A. 12. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** 24. **D.** $\frac{1}{24}$.

Câu 6. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có bao nhiêu mặt?

A. 4. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 7. Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt?



A. $m=0$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=4$.

Câu 8. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là:

A. -20. **B.** 3. **C.** -25. **D.** 7.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

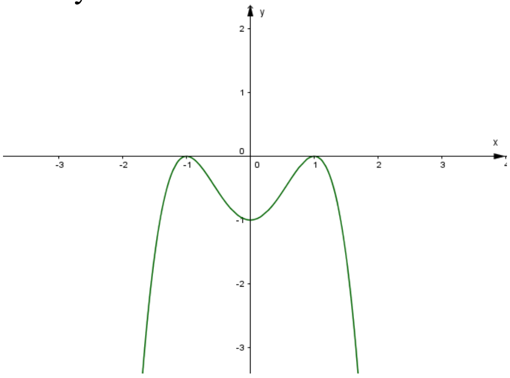
Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** R.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{2017}{x-2}$ có đồ thị (H). Số đường tiệm cận của (H) là?

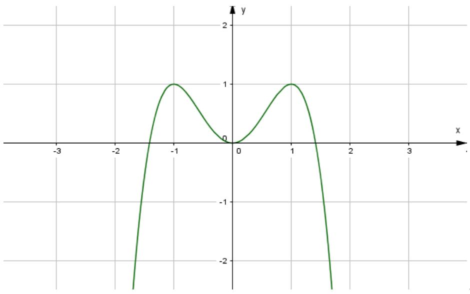
A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

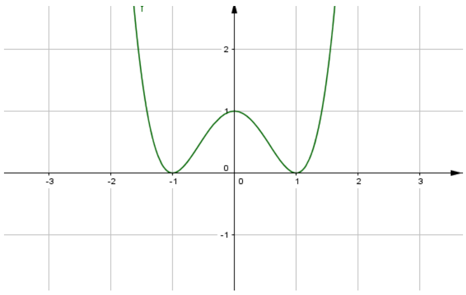
Câu 13. Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

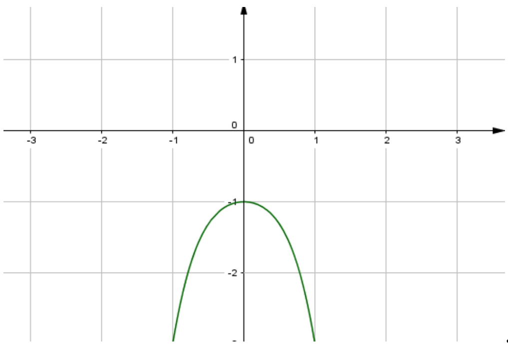


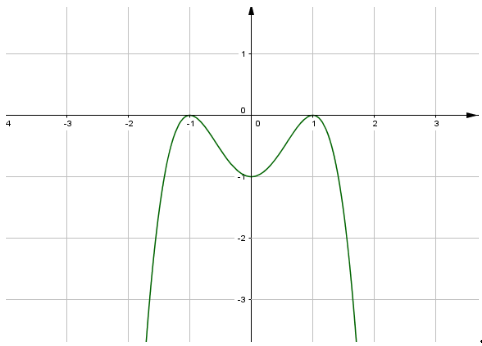
A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=-x^4+3x^2-3$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^4+3x^2-2$.

Câu 14. Đồ thị của một hàm số $y=-x^4+2x^2$ là đồ thị nào dưới đây?

A.  .

B. 

C.  .

D.  .

Câu 15. Cho hàm số $y=x^4-4x^2+3$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

B. Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

C. Đồ thị của hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng.

D. Các điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác cân.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 17. Cho số thực dương $a>0$ và khác 1. Hãy rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{5}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{7}{12}}-a^{\frac{19}{12}}\right)}$.

A. $P=1-a$. **B.** $P=1$. **C.** $P=a$. **D.** $P=1+a$.

Câu 18. Cho hàm số $y=x^3+3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 19. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=\left(\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\dfrac{2}{e}\right)^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\right)^x$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$		$\nearrow$	2	$\searrow$	$\dfrac{19}{12}$	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
B. Hàm số có 2 điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
D. Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 21. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-x-2$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là:

A. $2x-y=0$. **B.** $x-y-3=0$.
C. $x-y-1=0$. **D.** $2x-y-4=0$.

Câu 22. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α.

A. $\dfrac{3h^3}{8\tan^2\alpha}$. **B.** $\dfrac{8h^3}{3\tan^2\alpha}$. **C.** $\dfrac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$. **D.** $\dfrac{3h^3}{4\tan^2\alpha}$.

Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=2x^3-6x^2-m+1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 9. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 24. Hình bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$.
C. $(0;1)$. **D.** $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 25. Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 26. Cho hình chóp tứ giác đều S.ABCD có cạnh đáy bằng 2a cạnh bên bằng 3a. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

A. $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{4a^3}{3}$. **C.** $V=4\sqrt{7}a^3$. **D.** $V=\dfrac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.

Câu 27. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $36\,\text{cm}^3$. Gọi M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $M.A'B'C'D'$.

A. $V = 16\,\text{cm}^3$. **B.** $V = 18\,\text{cm}^3$. **C.** $V = 24\,\text{cm}^3$. **D.** $V = 12\,\text{cm}^3$.

Câu 28. Số mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là:

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 29. Biết $a = \log_{27} 5$, $b = \log_8 7$, $c = \log_2 3$. Giá trị của $\log_{12} 35$ bằng

A. $\dfrac{3(b+ac)}{c+1}$. **B.** $\dfrac{3b+2ac}{c+2}$. **C.** $\dfrac{3b+2ac}{c+1}$. **D.** $\dfrac{3(b+ac)}{c+2}$.

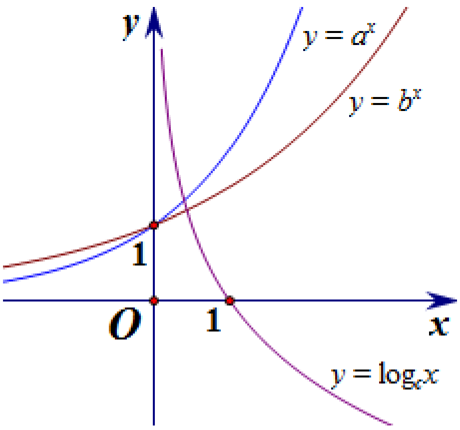
Câu 30. Cho khối tứ diện có thể tích V. Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$.

A. $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{V'}{V} = \dfrac{2}{3}$.

Câu 31. Có bao nhiêu cách chia 8 đồ vật khác nhau cho ba người sao cho một người được 2 đồ vật và hai người còn lại mỗi người được 3 đồ vật?

A. $3!C_8^2C_6^3$. **B.** $C_8^2C_6^3$. **C.** $A_8^2A_6^3$. **D.** $3C_8^2C_6^3$.

Câu 32. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < b < c$. **B.** $c < b < a$. **C.** $a < c < b$. **D.** $c < a < b$.

Câu 33. Biết $\log(xy^3) = \log(x^2y) = 1$. Tính $\log(xy)$.

A. $\log(xy) = \dfrac{1}{2}$. **B.** $\log(xy) = \dfrac{3}{5}$. **C.** $\log(xy) = 1$. **D.** $\log(xy) = \dfrac{5}{3}$.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1			3		$+\infty$
y'		$+$	‖		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$ ↗		2 ‖ $+\infty$		↘	-4	↗	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

A. $(-4;2]$. **B.** $[-4;2)$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 36. Trong một hình tứ diện ta tô màu các đỉnh, trung điểm các cạnh, trọng tâm các mặt và trọng tâm tứ diện. Chọn ngẫu nhiên 4 điểm trong số các điểm đã tô màu, tính xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện.

A. $\frac{188}{273}$. **B.** $\frac{245}{273}$. **C.** $\frac{1009}{1365}$. **D.** $\frac{136}{195}$.

Câu 37. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1} C_n^1 + 3^{n-2} C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n = 2048$. Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$ là:

A. 11264. **B.** 24. **C.** 22. **D.** 220.

Câu 38. Cho hàm số $y = |\cos x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kì là:

A. $\frac{\pi}{4}$. **B.** π. **C.** 0. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN, AP.

A. $60°$. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 40. Số giờ có ánh sáng của một thành phố X ở vĩ độ 40^0 bắc trong ngày thứ t của năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right] + 12,\ t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \le 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố X có nhiều giờ ánh sáng nhất?

A. 262. **B.** 353. **C.** 80. **D.** 171.

Câu 41. Cho bốn số $a,\ b,\ c,\ d$ theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó $a,\ b,\ c$ lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức $T = a - b + c - d$.

A. $T = -\frac{100}{27}$. **B.** $T = \frac{100}{27}$. **C.** $T = \frac{101}{27}$. **D.** $T = -\frac{101}{27}$.

Câu 42. Ông Trung vay ngân hàng 800 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 60 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,5%/tháng. Mỗi tháng ông Trung phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu?

A. 118.000.000 đồng. **B.** 126.066.666 đồng. **C.** 122.000.000 đồng. **D.** 135.500.000 đồng.

Câu 43. Ông An muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng khối hộp chữ nhật không nắp với thể tích $288\,m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2. Nếu ông An biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông An trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 108 triệu đồng. **B.** 90 triệu đồng. **C.** 168 triệu đồng. **D.** 54 triệu đồng.

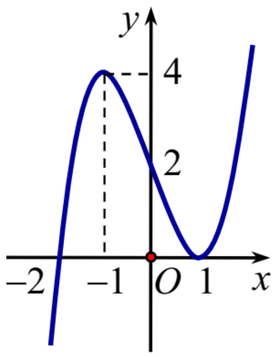
Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ bằng.

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$, có $AB = 5(cm), BC = 6(cm), AC = 7(cm)$. Các mặt bên tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $8\sqrt{3}(cm^3)$. **B.** $\frac{35\sqrt{3}}{2}(cm^3)$. **C.** $24\sqrt{3}(cm^3)$. **D.** $\frac{105\sqrt{3}}{2}(cm^3)$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f(x^2 - 3)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



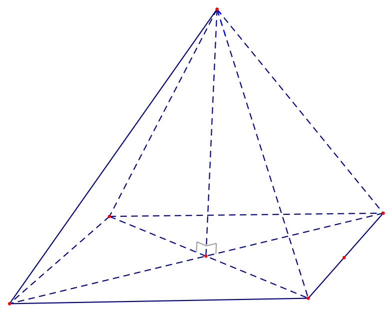
A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 47. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $1(m)$ như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gấp thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x(m)$, sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập thành đỉnh của hình chóp. Tìm x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất.



A. $x=\frac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $x=\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $x=\frac{2\sqrt{2}}{5}$. **D.** $x=\frac{1}{2}$.

Câu 48. Xét khối tứ diện $ABCD$, $AB=x$, các cạnh còn lại bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất.

A. $x=2\sqrt{2}$. **B.** $x=\sqrt{6}$. **C.** $x=3\sqrt{2}$. **D.** $x=\sqrt{14}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x-2}$. Số các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=x+m$ luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt A,B sao cho trọng tâm tam giác OAB nằm trên đường tròn $x^2+y^2-3y=4$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y=m(x-4)$ cắt đồ thị của hàm số $y=(x^2-1)(x^2-9)$ tại bốn điểm phân biệt?

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

---- HẾT ----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.C	5.D	6.D	7.A	8.C	9.D	10.B
11.C	12.D	13.C	14.A	15	16.C	17.D	18.A	19.D	20.B
21.B	22.C	23.C	24.A	25.B	26.A	27.D	28.B	29.D	30.B
31.D	32.B	33.B	34.D	35.C	36.A	37.C	38.B	39.D	40.D
41.A	42.C	43.A	44.D	45.A	46.B	47.C	48.C	49.B	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tính đạo hàm của hàm số $f(x)=e^{2x-3}$.

A. $f'(x)=2.e^{2x-3}$. **B.** $f'(x)=-2.e^{2x-3}$. **C.** $f'(x)=2.e^{x-3}$. **D.** $f'(x)=e^{2x-3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=(2x-3)'.e^{2x-3}=2.e^{2x-3}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;f(a))$, $(a\in K)$.

A. $y=f'(a)(x-a)-f(a)$. **B.** $y=f'(a)(x+a)+f(a)$.

C. $y=f'(a)(x-a)+f(a)$. **D.** $y=f(a)(x-a)+f'(a)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=f'(x)$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm $M(a;f(a))$ là: $k=f'(a)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;f(a))$ là: $y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Câu 3. Khối chóp đều $S.ABCD$ có mặt đáy là

A. Hình chữ nhật. **B.** Hình thoi. **C.** Hình vuông. **D.** Hình bình hành.

Lời giải

Chọn C

Vì $S.ABCD$ là khối chóp đều suy ra $ABCD$ là tứ giác đều.

Vậy $ABCD$ là hình vuông.

Câu 4. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\log_3 5>0$. **B.** $\log_{2+x^2}2016<\log_{2+x^2}2017$.

C. $\log_{0,3}0,8<0$. **D.** $\log_3 4>\log_4\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

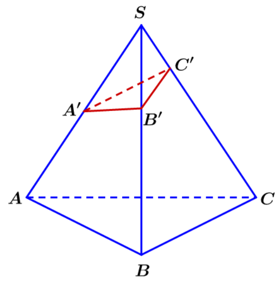
Vì $0<0,3<1$ và $0,8<1\Rightarrow \log_{0,3}0,8>\log_{0,3}1\Rightarrow \log_{0,3}0,8>0$, nên C sai.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$, trên ba cạnh SA,SB,SC lần lượt lấy ba điểm A',B',C' sao cho $SA'=\frac{1}{2}SA, SB'=\frac{1}{3}SB, SC'=\frac{1}{4}SC$. Gọi V và V' lần lượt là thể tích của các khối chóp $S.ABC$ và $S.A'B'C'$. Khi đó tỉ số $\frac{V'}{V}$ là:

A. 12. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** 24. **D.** $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn D



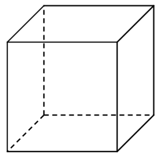
Ta có: $\frac{V'}{V}=\frac{V'_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}.\frac{1}{4}=\frac{1}{24}$.

Câu 6. Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ có bao nhiêu mặt?

A. 4. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

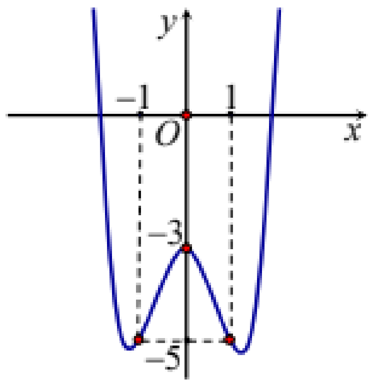
Lời giải

Chọn D



Khối đa diện đều loại $\{4;3\}$ là khối lập phương nên có 6 mặt.

Câu 7. Đồ thị sau đây là của hàm số $y=x^4-3x^2-3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có ba nghiệm phân biệt?



A. $m=0$. **B.** $m=-3$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=4$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $x^4-3x^2+m=0 \Leftrightarrow x^4-3x^2-3=-m-3$.

Phương trình $x^4-3x^2+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=-m-3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-3$ tại 3 điểm phân biệt.

Từ đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-3$, yêu cầu bài toán tương đương $-m-3=-3 \Leftrightarrow m=0$.

Câu 8. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là:

A. -20. **B.** 3. **C.** -25. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-6x-9=0 \Leftrightarrow x=-1; x=3$.

Lại có $y''=6x-6$ và $y''(-1)=-12<0; y''(3)=12>0$ nên hàm số đạt cực tiểu khi $x=3$.

Giá trị cực tiểu là $y_{CT}=y(3)=-25$.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
B. Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn bằng nhau.
C. Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
D. Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

Lời giải

Chọn D.

Đáp án đúng là D. Ví dụ như tứ diện có số đỉnh bằng số mặt bằng 4.

Câu 10. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+2}$

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện xác đinh của hàm số là : $x+2\neq 0\Leftrightarrow x\neq -2$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** R.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

TXĐ: $(1;+\infty)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{2017}{x-2}$ có đồ thị (H). Số đường tiệm cận của (H) là?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

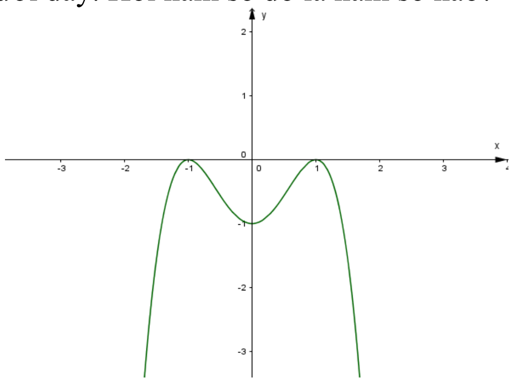
TXĐ: $D=(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2017}{x-2}=0,\ \lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2017}{x-2}=0\Rightarrow$ Đồ thị (H) có TCN là đường thẳng $y=0$.

$\lim\limits_{x\to2^+} y=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{2017}{x-2}=+\infty,\ \lim\limits_{x\to2^-} y=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{2017}{x-2}=-\infty\Rightarrow$ Đồ thị (H) có TCĐ là đường thẳng $x=2$

Vậy đồ thị (H) có hai đường tiệm cận.

Câu 13. Đường cong trong hình sau là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê trong bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+x^2-1$. **B.** $y=-x^4+3x^2-3$. **C.** $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=-x^4+3x^2-2$.

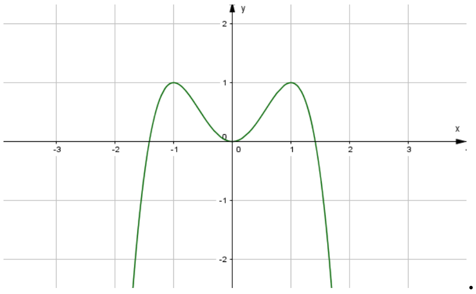
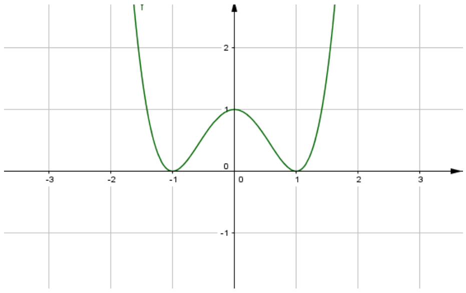
Lời giải

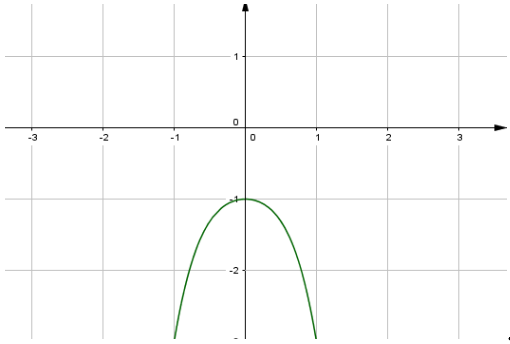
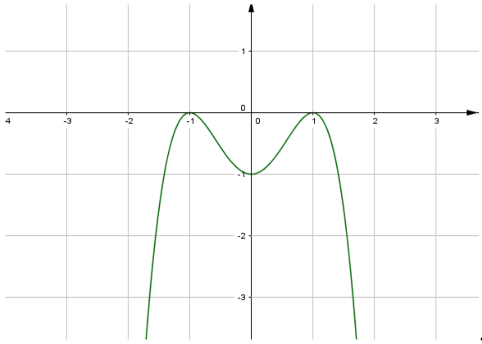
Chọn C

Từ đồ thị ta có hàm số có 2 điểm cực đại là $x=\pm1$, điểm cực tiểu là $x=0$.

Xét đáp án C có $y'=-4x^3+4x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$, điểm cực đại là $x=\pm1$, điểm cực tiểu là $x=0$ nên nhận.

Câu 14. Đồ thị của một hàm số $y=-x^4+2x^2$ là đồ thị nào dưới đây?

A.  . **B.** 

C.  . **D.**  .

Lời giải

Chọn A

Hàm số có $a<0$ và có 3 điểm cực trị, khi cho $x=0 \Rightarrow y=0$ Vậy chỉ có hình A thỏa đề bài.

Câu 15. Cho hàm số $y=x^4-4x^2+3$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

B. Hàm số chỉ có một điểm cực trị.

C. Đồ thị của hàm số nhận trục tung làm trục đối xứng.

D. Các điểm cực trị của đồ thị hàm số tạo thành một tam giác cân.

Lời giải

Chọn B

+ Ta có $y'=4x^3-8x$

$$\Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow 4x(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$$

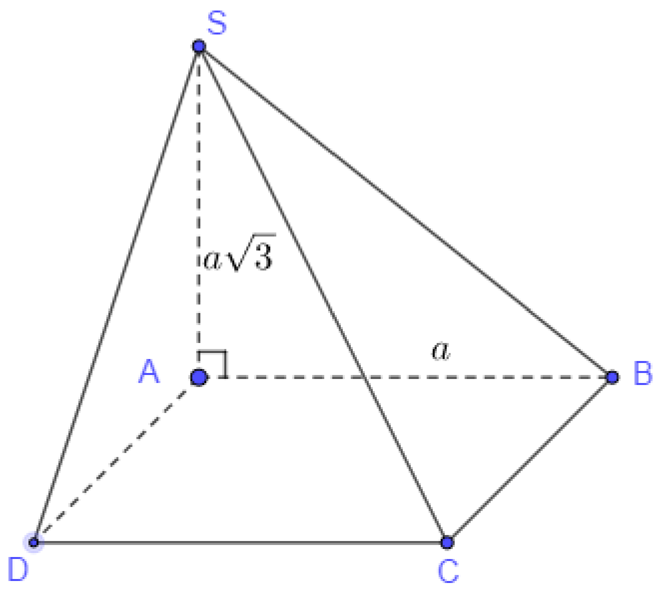
Nên hàm số đã cho có một điểm cực trị là sai.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17. Cho số thực dương $a>0$ và khác 1. Hãy rút gọn biểu thức $P=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{5}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{7}{12}}-a^{\frac{19}{12}}\right)}$.

A. $P=1-a$. **B.** $P=1$. **C.** $P=a$. **D.** $P=1+a$.

Lời giải

Chọn D

Với $a>0$ và khác , ta có $P=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{5}{2}}\right)}{a^{\frac{1}{4}}\left(a^{\frac{7}{12}}-a^{\frac{19}{12}}\right)}=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}.a^{\frac{1}{2}}\left(1-a^2\right)}{a^{\frac{1}{4}}.a^{\frac{7}{12}}\left(1-a\right)}=\dfrac{a^{\frac{5}{6}}\left(1-a\right)\left(1+a\right)}{a^{\frac{5}{6}}\left(1-a\right)}=1+a.$

Câu 18. Cho hàm số $y=x^3+3x+2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

$y'=3x^2+3>0,\forall x$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 19. Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}\right)^x$. **C.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\right)^x$.

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết hàm số mũ $y=a^x$ luôn đồng biến khi $a>1$.

Vì $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}>1$ nên hàm số $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\right)^x$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$			2	$\searrow$	$\frac{19}{12}$	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
B. Hàm số có 2 điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
D. Hàm số có 3 điểm cực trị.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=1$, cực tiểu tại $x=2$.

Câu 21. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^2-x-2$ tại điểm có hoành độ $x=1$ là:

A. $2x-y=0$.
B. $x-y-3=0$.
C. $x-y-1=0$.
D. $2x-y-4=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

+) $y(1)=-2$.

+) $y'=2x-1 \Rightarrow y'(1)=1$.

+) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=1$ là:

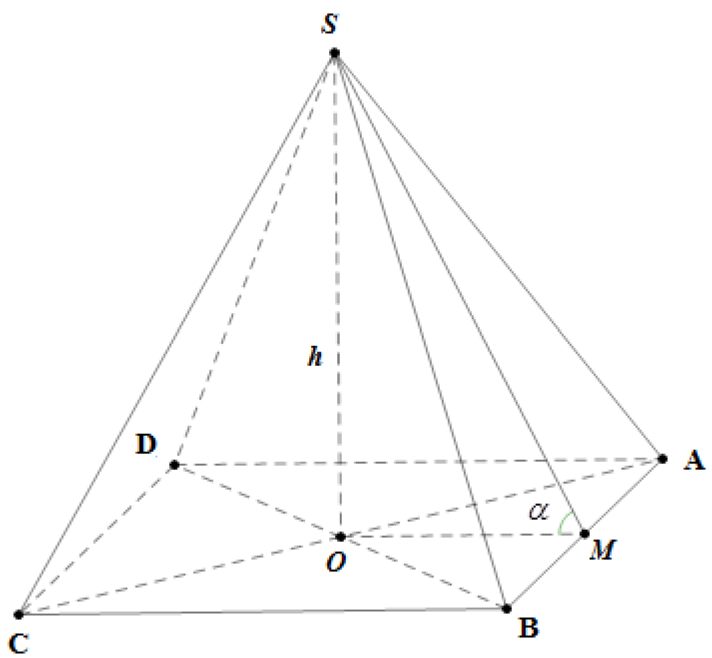
$y+2=1.(x-1) \Leftrightarrow x-y-3=0$.

Câu 22. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng h, góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng α. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ theo h và α.

A. $\frac{3h^3}{8\tan^2\alpha}$.
B. $\frac{8h^3}{3\tan^2\alpha}$.
C. $\frac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$.
D. $\frac{3h^3}{4\tan^2\alpha}$.

Lời giải

Chọn C



+) Gọi $O = AC \cap BD$, suy ra SO là đường cao của hình chóp; M là trung điểm của AB suy ra góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SMO}$.

+) Trong tam giác vuông OSM có: $OM = \dfrac{SO}{\tan\alpha} = \dfrac{h}{\tan\alpha} \Rightarrow BC = 2OM = \dfrac{2h}{\tan\alpha}$.

+) $S_{ABCD} = BC^2 = \dfrac{4h^2}{\tan^2\alpha}$.

+) Thể tích khối chóp: $V = \dfrac{1}{3}.\dfrac{4h^2}{\tan^2\alpha}.h = \dfrac{4h^3}{3\tan^2\alpha}$.

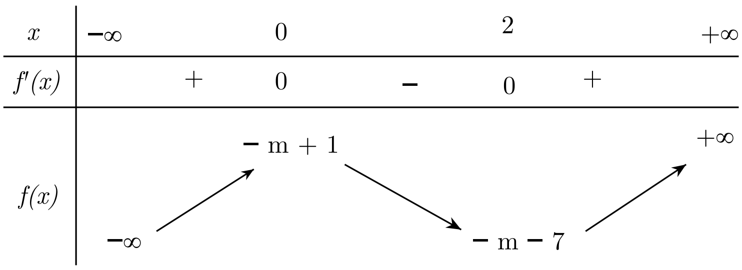
Câu 23. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - m + 1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 9. **B.** 2. **<u>C</u>.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 6x^2 - 12x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y = -m+1 \\ y = -m-7 \end{array}\right.$.



Hàm số luôn có 2 điểm cực trị với mọi giá trị của tham số m.

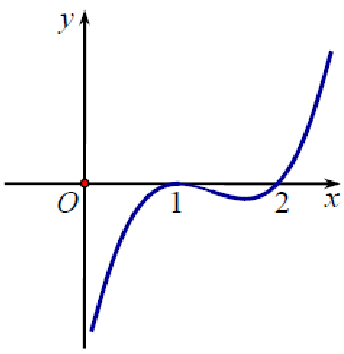
Khi đó tọa độ 2 điểm cực trị là $A(0;-m+1)$, $B(2;-m-7)$.

Theo đề bài các giá trị cực trị trái dấu nên $(-m+1)(-m-7) < 0 \Leftrightarrow -7 < m < 1$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-6;-5;.....;-1;0\} \to$ có 7 giá trị nguyên của m.

Câu 24. Hình bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

<u>A</u>. $(2;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.



Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đã cho ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;1) \cup (1;+2)$; $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (2;+\infty)$.

Do đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 25. Đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2-4x} - \sqrt{x^2-3x}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-3x}}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{x^2-3x}}{\left(x^2-4x-x^2+3x\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{x^2-3x}}{-x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(1-\frac{4}{x}\right)}+\sqrt{x^2\left(1-\frac{3}{x}\right)}}{-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{|x|\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{3}{x}}\right)}{-x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{3}{x}}\right)}{-x}$$

$$=(-1).\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{3}{x}}\right)=-2$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{\sqrt{x^2-4x}-\sqrt{x^2-3x}}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{x^2-3x}}{\left(x^2-4x-x^2+3x\right)}=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2-4x}+\sqrt{x^2-3x}}{-x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{\sqrt{x^2\left(1-\frac{4}{x}\right)}+\sqrt{x^2\left(1-\frac{3}{x}\right)}}{-x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{|x|\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{3}{x}}\right)}{-x}$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\frac{-x\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{3}{x}}\right)}{-x}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1-\frac{4}{x}}+\sqrt{1-\frac{3}{x}}\right)=2$$

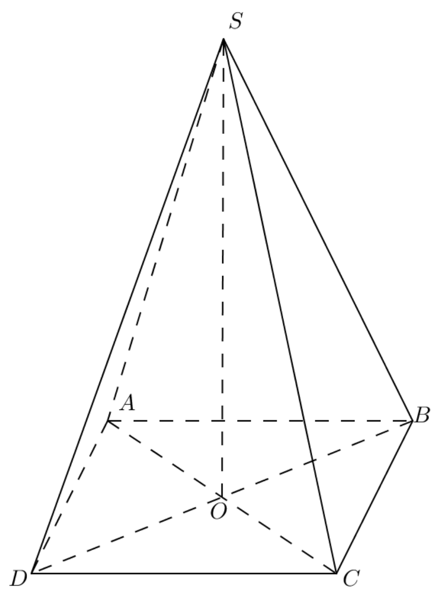
Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang là $y=2$ và $y=-2$.

Câu 26. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho?

A. $V=\frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$. **B.** $V=\frac{4a^3}{3}$. **C.** $V=4\sqrt{7}a^3$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.

Lời giải

Chọn A



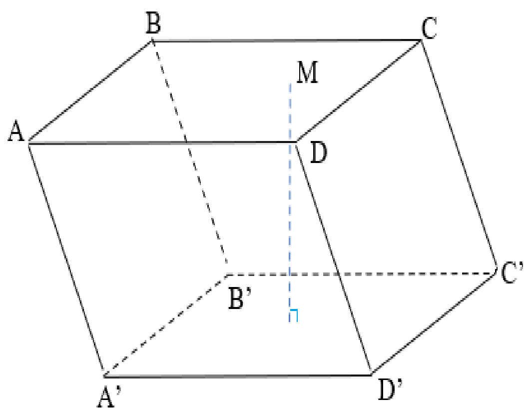
Hình chóp S.ABCD là hình chóp tứ giác đều có:
$SA = SB = SC = SD = 3a; AB = AD = BC = DC = 2a$
Chiều cao của hình chóp là SO (với O là tâm của ABCD)
Xét tam giác BDC có $BD = \sqrt{BC^2 + DC^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2\sqrt{2}a \Rightarrow BO = \frac{BD}{2} = a\sqrt{2}$.
Tam giác SOB vuông tại $O \Rightarrow SO = \sqrt{SB^2 - BO^2} = \sqrt{9a^2 - \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a\sqrt{7}$.
Diện tích đáy $S_{ABCD} = BC^2 = 4a^2$
Vậy thể tích của hình chóp S.ABCD là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{7}.4a^2 = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 27. Cho khối lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng $36\,cm^3$. Gọi M là điểm bất kì thuộc mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích V của khối chóp $M.A'B'C'D'$.

A. $V = 16\,cm^3$. **B.** $V = 18\,cm^3$. **C.** $V = 24\,cm^3$. **D.** $V = 12\,cm^3$.

Lời giải

Chọn D



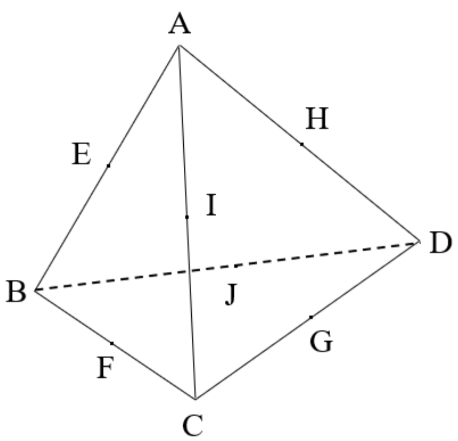
Thể tích V của khối chóp $M.A'B'C'D'$ là:
$V = \frac{1}{3}S_{A'B'C'D'}.d\left(M;(A'B'C'D')\right) = \frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'} = \frac{1}{3}.36 = 12\,cm^3$.

Câu 28. Số mặt phẳng đối xứng của khối tứ diện đều là:

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B



Gọi E, F, G, H, I, J lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA, AC, BD của tứ diện đều $ABCD$.

Khi đó khối tứ diện đều $ABCD$ có 6 mặt phẳng đối xứng là:
$(ECD),(FAD),(GAB),(HBC),(IBD),(JAC)$.

Câu 29. Biết $a=\log_{27}5$, $b=\log_8 7$, $c=\log_2 3$. Giá trị của $\log_{12}35$ bằng

A. $\dfrac{3(b+ac)}{c+1}$. **B.** $\dfrac{3b+2ac}{c+2}$. **C.** $\dfrac{3b+2ac}{c+1}$. **D.** $\dfrac{3(b+ac)}{c+2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$a=\log_{27}5=\dfrac{\log_2 5}{\log_2 3^3}=\dfrac{\log_2 5}{3\log_2 3}\Rightarrow \log_2 5=3ac$;

$b=\log_8 7=\dfrac{1}{3}\log_2 7\Rightarrow \log_2 7=3b$;

$c=\log_2 3$

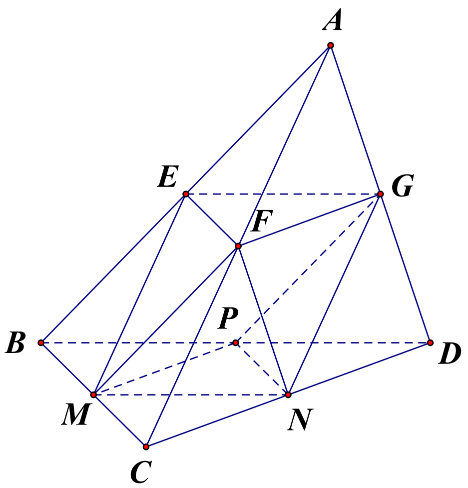
Khi đó, $\log_{12}35=\dfrac{\log_2(7.5)}{\log_2(4.3)}=\dfrac{\log_2 7+\log_2 5}{\log_2 3+2}=\dfrac{3b+3ac}{c+2}=\dfrac{3(b+ac)}{c+2}$

Câu 30. Cho khối tứ diện có thể tích V. Gọi V' là thể tích khối đa diện có các đỉnh là trung điểm các cạnh của khối tứ diện đã cho. Tính tỉ số $\dfrac{V'}{V}$.

A. $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{5}{8}$. **D.** $\dfrac{V'}{V}=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B



+ Gọi E,F,G,M,N,P lần lượt là trung điểm của AB,AC,AD,BC,CD,BD.

+ $V=V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{BCD}.h$

$V_{AEFG}=\dfrac{1}{3}S_{\Delta EFG}\dfrac{h}{2}=\dfrac{1}{3}\dfrac{1}{2}EF.EG.\sin\widehat{E}.\dfrac{h}{2}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}BC.\dfrac{1}{2}BD.\sin\widehat{B}=\dfrac{1}{8}V$.

Lý luận tương tự, $V_{BMPE}=V_{CMNF}=V_{DNPG}=\dfrac{1}{8}V$

Suy ra $V'=V_{EFGMNP}=V-4V_{AEFG}=V-4\left(\dfrac{1}{8}V\right)=\dfrac{1}{2}V\Rightarrow\dfrac{V'}{V}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 31. Có bao nhiêu cách chia 8 đồ vật khác nhau cho ba người sao cho một người được 2 đồ vật và hai người còn lại mỗi người được 3 đồ vật?

A. $3!C_8^2C_6^3$. **B.** $C_8^2C_6^3$. **C.** $A_8^2A_6^3$. **D.** $3C_8^2C_6^3$.

Lời giải

Chọn D

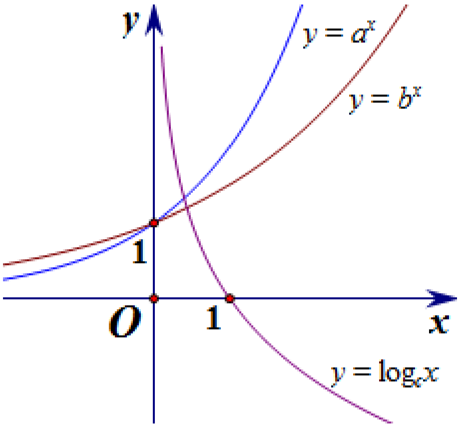
Ta chia bài toán thành 2 bước:

+) Bước 1: Chọn người được nhận 2 đồ vật và chia đồ vật cho người được chọn: Có 3 cách chọn người, ứng với mỗi cách chọn có C_8^2 cách chia đồ vật.

+) Bước 2: Chia đồ vật cho hai người còn lại, mỗi người 3 đồ vật: Có $C_6^3.C_3^3 = C_6^3$ cách chia.

Vậy, theo quy tắc nhân, ta có số cách chia là: $3C_8^2C_6^3$ cách.

Câu 32. Cho a, b, c là các số thực dương khác 1. Hình vẽ bên là đồ thị các hàm số $y = a^x$, $y = b^x$, $y = \log_c x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



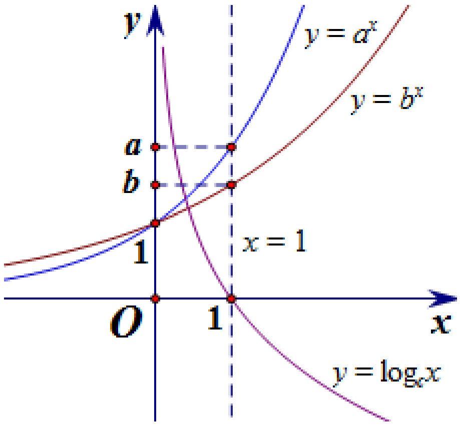
A. $a < b < c$. **B.** $c < b < a$. **C.** $a < c < b$. **D.** $c < a < b$.

Lời giải

Chọn B

+) Hàm số $y = \log_c x$ nghịch biến $\Rightarrow 0 < c < 1$.

+) Vẽ đường thẳng $x = 1$ và xác định tung độ giao điểm của đường thẳng $x = 1$ với các đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$, ta được kết quả $1 < b^1 < a^1$ hay $1 < b < a$.



Vậy: $c < b < a$.

Câu 33. Biết $\log(xy^3) = \log(x^2y) = 1$. Tính $\log(xy)$.

A. $\log(xy) = \frac{1}{2}$. **B.** $\log(xy) = \frac{3}{5}$. **C.** $\log(xy) = 1$. **D.** $\log(xy) = \frac{5}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0; y > 0$.

Từ giả thiết, ta có: $\begin{cases} \log x + 3\log y = 1 \\ 2\log x + \log y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log x = \frac{2}{5} \\ \log y = \frac{1}{5} \end{cases}$.

$\Rightarrow \log x + \log y = \frac{3}{5} \Rightarrow \log(xy) = \frac{3}{5}$

Chọn B.

Câu 34. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Xét

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2(x-1)^3(2-x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+1=0 \\ x-1=0 \\ 2-x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$$

Ta có $x = -1$ là nghiệp kép.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 35. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1			3		$+\infty$
y'		$+$	‖		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2 ‖ $+\infty$		↘	-4	↗	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt.

A. $(-4;2]$. **B.** $[-4;2)$. **C.** $(-4;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Lời giải

Chọn C

x	$-\infty$		-1			3		$+\infty$
y'		$+$	‖		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2 ‖ $+\infty$		↘	-4	↗	$+\infty$

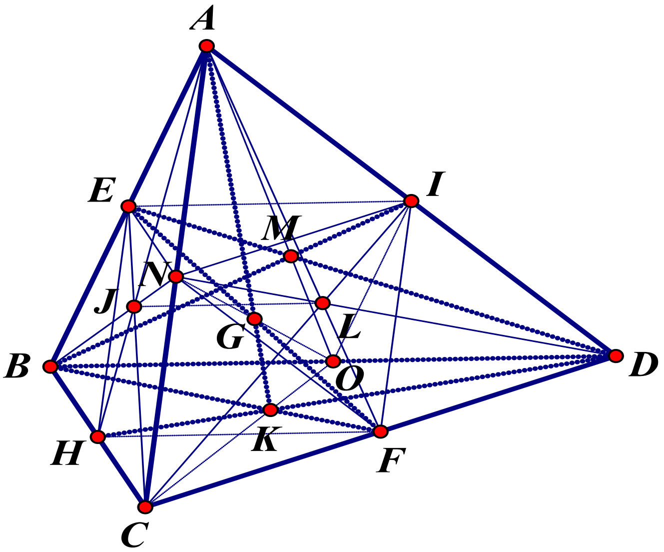
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f(x) = m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi $m \in (-4;2)$.

Câu 36. Trong một hình tứ diện ta tô màu các đỉnh, trung điểm các cạnh, trọng tâm các mặt và trọng tâm tứ diện. Chọn ngẫu nhiên 4 điểm trong số các điểm đã tô màu, tính xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện.

A. $\frac{188}{273}$. **B.** $\frac{245}{273}$. **C.** $\frac{1009}{1365}$. **D.** $\frac{136}{195}$.

Lời giải

Chọn A



Có tất cả 15 điểm được tô màu.

Không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^{4}$.

Tính biến cố bù như sau: Xét số cách chọn 4 đỉnh không tạo thành tứ diện.

Có hai trường hợp:

+ TH1:

- Chọn 3 điểm thẳng hàng (là 3 điểm nằm trên các cạnh của tứ diện: 6 cách , các đường trung tuyến của các mặt: 12 cách, các đường trọng tuyến: 4 cách, đường thẳng nối trung điểm 2 cạnh đối diện của tứ diện: 3 cách): có tất cả 25 cách.
- Chọn điểm còn lại, có 12 cách.

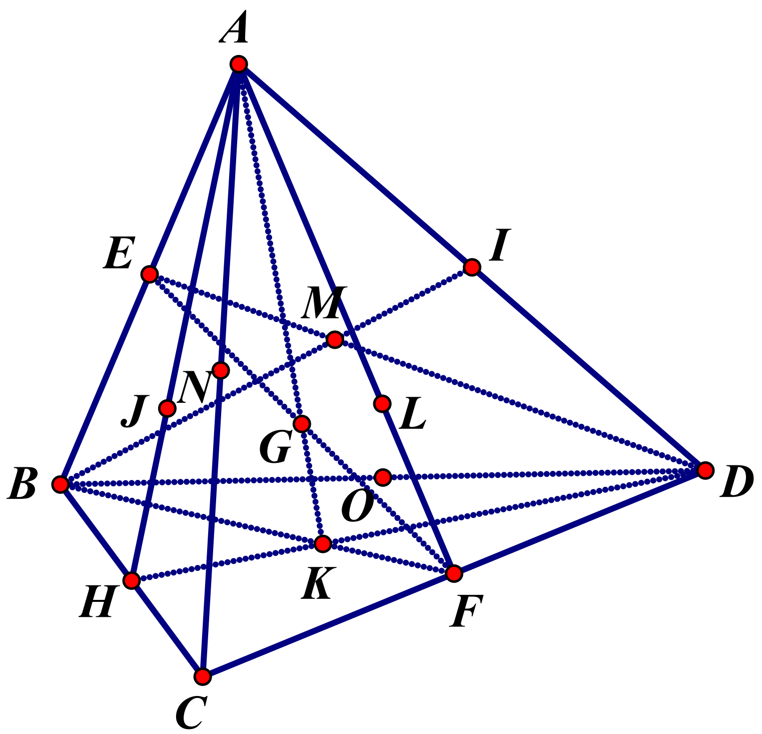
Vậy có $25.12=300$ cách.

+ TH2: Chọn 4 điểm thuộc 1 mặt mà không có 3 điểm nào thẳng hàng.

- Có 10 mặt chứa 7 điểm, mỗi mặt có $C_7^4-6.4=11$ cách chọn. Suy ra có $10.11=110$ cách.
- Có 15 mặt chứa 5 điểm, mỗi mặt có $C_5^4-4=1$ cách chọn. Suy ra có 15 cách.

Tổng: $300 + 110 + 15 = 425$ cách.

Vậy xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện là: $P=1-\dfrac{425}{C_{15}^4}=\dfrac{188}{273}$.



Câu 37. Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^n C_n^0 - 3^{n-1}C_n^1 + 3^{n-2}C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n = 2048$. Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$ là:

A. 11264. **B.** 24. **C.** 22. **D.** 220.

Lời giải

Chọn C

Theo bài ta có:

$$3^n C_n^0 - 3^{n-1}C_n^1 + 3^{n-2}C_n^2 + ... + (-1)^n C_n^n = 2048$$

$\Leftrightarrow (3-1)^n = 2048$

$\Leftrightarrow 2^n = 2048$

$\Leftrightarrow n = 11$.

Với $n = 11$ ta có $(x+2)^{11} = \sum\limits_0^{11} C_{11}^k x^{11-k} 2^k$.

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = C_{11}^k x^{11-k} 2^k$.

Số hạng chứa x^{10} ứng với k thỏa mãn $11 - k = 10 \Leftrightarrow k = 1$.

Vậy hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^{11}$ là: $C_{11}^1 2^1 = 22$.

Chọn đáp án C.

Câu 38. Cho hàm số $y = |\cos x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kì là:

A. $\dfrac{\pi}{4}$. **B.** π . **C.** 0. **D.** $\dfrac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số $y = |\cos x|$ là hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$ và mọi số thực x ta có:

$$\begin{cases} x-\pi \in \mathbb{R}, x+\pi \in \mathbb{R} \\ |\cos(x+\pi)| = |\cos x| \end{cases} (*).$$

Vậy hàm số $y = |\cos x|$ là hàm số tuần hoàn. Ta chứng minh $T = \pi$ là số dương bé nhất thỏa mãn tính chất (*).

Giả sử có số T sao cho $0 < T < \pi$ và $|\cos(x+T)| = |\cos x|, \forall x \in \mathbb{R}$.

Chọn $x=\frac{\pi}{2}$, ta được:

$\left|\cos\left(\frac{\pi}{2}+T\right)\right|=\left|\cos\frac{\pi}{2}\right| \Leftrightarrow |\sin T|=0 \Leftrightarrow T=k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Với $k\in\mathbb{Z}$ và $0<T<\pi$, ta thấy không có số T nào thỏa mãn.

Vậy điều giả sử là sai.

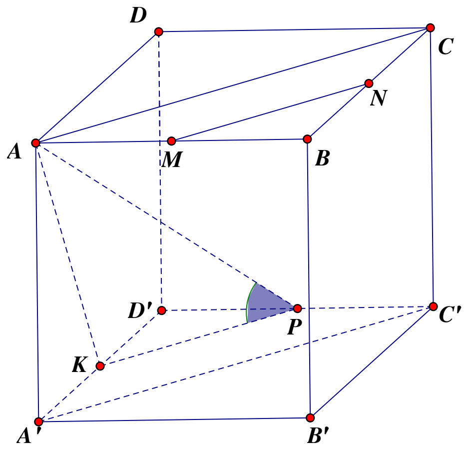
Vậy hàm số $y=|\cos x|$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ $T=\pi$.

Câu 39. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN, AP.

A. $60°$. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn D



Gọi K là trung điểm AD và a là độ dài một cạnh hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

MN, KP lần lượt là đường trung bình của tam giác ABC và $A'C'D'$.

Suy ra $MN//AC, KP//A'C'$. Mà $AC//A'C'$ nên $MN//KP$.

Suy ra $(MN, AP)=(KP, AP)$.

$$AK^2=A'K^2+A'A^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+a^2=\frac{5a^2}{4};\quad KP=\frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

$$AP^2=D'P^2+D'A^2=\left(\frac{a}{2}\right)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2=\frac{9a^2}{4}\Rightarrow AP=\frac{3a}{2}.$$

Trong tam giác AKP có $\cos\widehat{APK}=\frac{AP^2+KP^2-AK^2}{2AP.KP}=\frac{\frac{9a^2}{4}+\frac{2a^2}{4}-\frac{5a^2}{4}}{2\frac{3a}{2}\frac{a\sqrt{2}}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow \widehat{APK}=45^0$.

Vậy $(MN, AP)=(KP, AP)=\widehat{APK}=45^0$.

Câu 40. Số giờ có ánh sáng của một thành phố X ở vĩ độ 40^0 bắc trong ngày thứ t của năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t)=3\sin\left[\frac{\pi}{182}(t-80)\right]+12$, $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\le 365$. Vào ngày nào trong năm thì thành phố X có nhiều giờ ánh sáng nhất?

A. 262. **B.** 353. **C.** 80. **D.** 171.

Lời giải

Chọn D

Cần tìm t để $d\left(t\right)=3\sin\left[\frac{\pi}{182}\left(t-80\right)\right]+12$ đạt giá trị lớn nhất.

$d\left(t\right)=3\sin\left[\frac{\pi}{182}\left(t-80\right)\right]+12\le 15$, $d\left(t\right)$ lớn nhất là 15 khi

$\sin\left[\frac{\pi}{182}\left(t-80\right)\right]=1\Leftrightarrow\frac{\pi}{182}\left(t-80\right)=\frac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow t=171+364k\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Theo giả thiết $0<t\le 365$ nên ta có $0<171+364k\le 365\Leftrightarrow -\frac{171}{364}<k\le\frac{194}{364}$.

Mà $k\in\mathbb{Z}$ nên ta có $k=0\Rightarrow t=171$.

Vậy $t=171$.

Câu 41. Cho bốn số $a,\ b,\ c,\ d$ theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết tổng ba số hạng đầu bằng $\frac{148}{9}$, đồng thời theo thứ tự đó $a,\ b,\ c$ lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức $T=a-b+c-d$.

A. $T=-\frac{100}{27}$. **B.** $T=\frac{100}{27}$. **C.** $T=\frac{101}{27}$. **D.** $T=-\frac{101}{27}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $s(s\ne 0)$ là công sai của cấp số cộng vì $a,\ b,\ c$ tương ứng là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của cấp số cộng đó nên ta có: $\begin{cases}b=a+3s\\c=a+7s\end{cases}$.

Theo giả thiết $a,\ b,\ c$ tạo thành cấp số nhân nên ta có: $b^2=a.c\Leftrightarrow(a+3s)^2=a.(a+7s)$ và theo giải thiết $a+b+c=3a+10s=\frac{148}{9}$.

Có hệ phương trình: $\begin{cases}(a+3s)^2=a.(a+7s)\\3a+10s=\frac{148}{9}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a+10s=\frac{148}{9}\\a=9s\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}s=\frac{4}{9}\\a=4\end{cases}$.

Suy ra: $\begin{cases}b=\frac{16}{3}\\c=\frac{64}{9}\end{cases}$. Do $a,\ b,\ c,\ d$ tạo thành CSN nên công bội của CSN $q=\frac{b}{c}=\frac{4}{3}\Rightarrow d=\frac{256}{27}$

Vậy $T=a-b+c-d=-\frac{100}{27}$

Câu 42. Ông Trung vay ngân hàng 800 triệu đồng theo hình thức trả góp hàng tháng trong 60 tháng. Lãi suất ngân hàng cố định 0,5%/tháng. Mỗi tháng ông Trung phải trả (lần đầu tiên phải trả là 1 tháng sau khi vay) số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 và số tiền lãi sinh ra từ số tiền gốc còn nợ ngân hàng. Tổng số tiền lãi mà ông Trung phải trả trong toàn bộ quá trình trả nợ là bao nhiêu?

A. 118.000.000 đồng. **B.** 126.066.666 đồng. **C.** 122.000.000 đồng. **D.** 135.500.000 đồng.

Lời giải

Chọn C

Mỗi tháng ông Trung phải trả số tiền gốc là số tiền vay ban đầu chia cho 60 nên số tiền gốc cần trả là $A=\frac{800}{60}=\frac{40}{3}$ (triệu đồng).

Cuối tháng thứ nhất, tiền lãi cần trả $L_1=800.\frac{0,5}{100}$, tiền còn nợ là: $N_1=800-A$.

Cuối tháng thứ hai, tiền lãi cần trả $L_2=\left(800-A\right).\frac{0,5}{100}$, tiền còn nợ là: $N_2=800-2A$.

Cuối tháng thứ ba, tiền lãi cần trả $L_3=\left(800-2A\right).\frac{0,5}{100}$, tiền còn nợ là: $N_3=800-3A$.

…

Cuối tháng thứ 60, tiền lãi cần trả $L_{60}=(800-59A).\frac{0,5}{100}$, tiền còn nợ là: $N_{60}=800-60A=0$.

Tổng số tiền lãi ông phải trả là

$$L=\sum_{i=1}^{60}L_i=\frac{0,5}{100}\left[60.800-(A+2A+3A+\cdots+59A)\right]=\frac{0,5}{100}\left[60.800-59.30.\frac{40}{3}\right]=122 \text{ (triệu đồng)}$$

Câu 43. Ông An muốn xây một cái bể chứa nước lớn dạng khối hộp chữ nhật không nắp với thể tích $288\,\text{m}^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^2. Nếu ông An biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi ông An trả chi phí thấp nhất để xây dựng bể đó là bao nhiêu?

A. 108 triệu đồng. **B.** 90 triệu đồng. **C.** 168 triệu đồng. **D.** 54 triệu đồng.

Lời giải

Chọn A

Gọi chiều rộng hình chữ nhật của đáy bể là $x(m)$ suy ra chiều dài của đáy bể là $2x(m)$.

Gọi h là chiều cao của bể nên ta có $V=S.h=2x^2h=288\Leftrightarrow h=\frac{144}{x^2}$.

Vì bể không có nắp nên diện tích của bể là

$$S=2.h.x+2.2x.h+2x^2=2x^2+6.h.x=2x^2+6.\frac{144}{x^2}.x=2x^2+\frac{864}{x}$$

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có $2x^2+\frac{864}{x}=2x^2+\frac{432}{x}+\frac{432}{x}\ge 3\sqrt[3]{2x^2.\frac{432}{x}.\frac{432}{x}}=3\sqrt[3]{373248}$.

Dấu "=" xảy ra khi $2x^2=\frac{432}{x}\Leftrightarrow x^3=216\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{216}$.

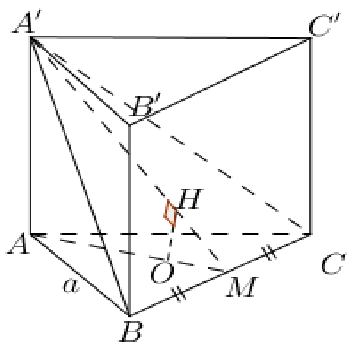
Vậy chi phí thuê nhân công thấp nhất là $3\sqrt[3]{373248}.500000=108.000.000$ đồng.

Câu 44. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Thể tích khối lăng trụ bằng.

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Lời giải

Chọn D



Đáy ΔABC đều cạnh a nên có diện tích bằng $S=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Ta có $\Delta MOH\sim\Delta MA'A\Rightarrow\frac{MH}{MA}=\frac{OH}{A'A}\Rightarrow A'A=\frac{MA.OH}{MH}$.

Mà $MH=\sqrt{OM^2-OH^2}=\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6}\right)^2-\left(\frac{a}{6}\right)^2}=\frac{a\sqrt{2}}{6}$. Do đó $A'A=\frac{MA.OH}{MH}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a}{6}}{\frac{a\sqrt{2}}{6}}=\frac{a\sqrt{6}}{4}$.

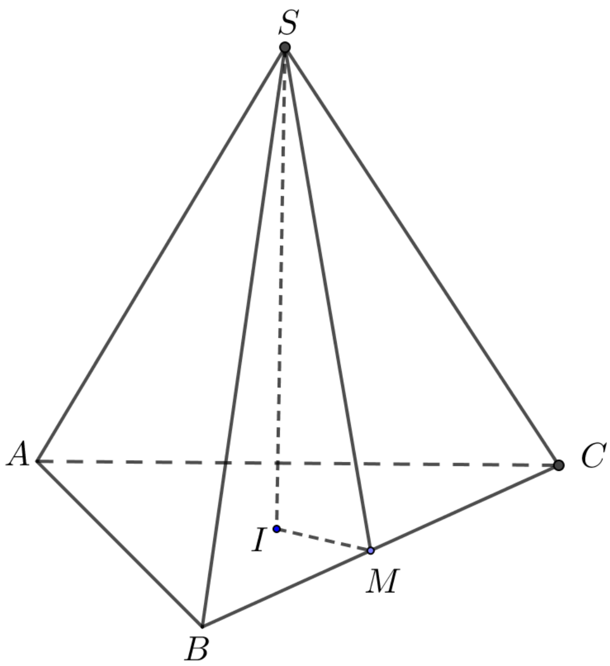
Khi đó thể tích khối lăng trụ bằng $V=\frac{a\sqrt{6}}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABC$, có $AB = 5(cm), BC = 6(cm), AC = 7(cm)$. Các mặt bên tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $8\sqrt{3}\left(cm^3\right)$. **B.** $\frac{35\sqrt{3}}{2}\left(cm^3\right)$. **C.** $24\sqrt{3}\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{105\sqrt{3}}{2}\left(cm^3\right)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có nửa chu vi tam giác ABC là $p = \frac{5+6+7}{2} = 9(cm)$.

Suy ra diện tích tam giác ABC là $S = \sqrt{9.4.3.2} = 6\sqrt{6}$.

Suy ra bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC là $r = \frac{S}{p} = \frac{6\sqrt{6}}{9} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

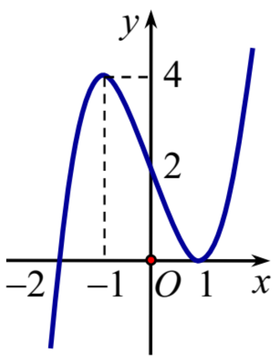
Vì các mặt mặt bên tạo với đáy một góc 60^0 nên chân đường cao hạ từ S của hình chóp $S.ABC$ là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC.

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC suy ra $\left((SBC),(ABC)\right) = \widehat{SMI} = 60°$ (với M là hình chiếu của I lên BC.

Xét tam giác SIM : $\tan 60° = \frac{SI}{IM} \Leftrightarrow SI = \sqrt{3}.r \Leftrightarrow SI = \sqrt{3}.\frac{2\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}.2\sqrt{2}.6\sqrt{6} = 8\sqrt{3}\left(cm^3\right)$.

Câu 46. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ($y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x) = f\left(x^2 - 3\right)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ suy ra $f'(x)=0$ có nghiệm đơn $x=-2$ và $x=1$ là nghiệm bội chẵn.

Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2-3\right)\Rightarrow g'(x)=2x.f'\left(x^2-3\right)$.

$$\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2-3\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-3=-2\\ x^2-3=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm1\\ x=\pm2\end{array}\right.$$

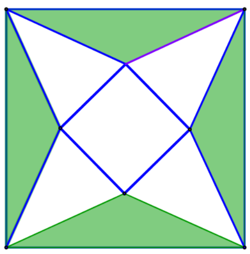
Trong đó $x=\pm2$ là nghiệm bội chẵn.

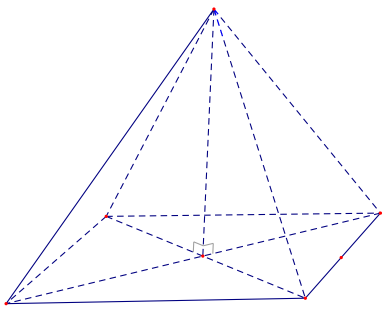
Do đó ta suy ra bảng xét dấu của $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là sai.

Câu 47. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $1(m)$ như hình vẽ dưới đây. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gấp thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x(m)$, sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập thành đỉnh của hình chóp. Tìm x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất.

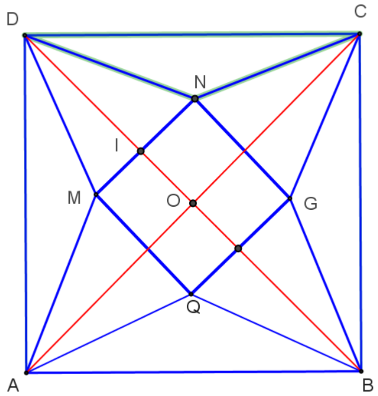


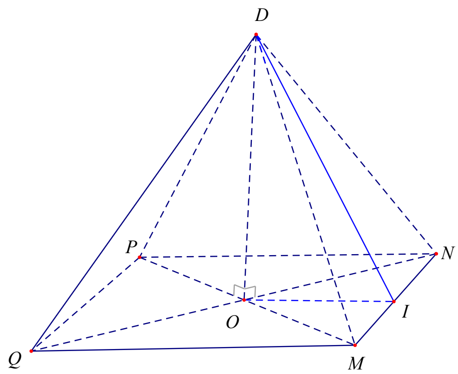


A. $x=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$. **B.** $x=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $x=\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C





Giả sử tấm nhôm là hình vuông $ABCD$ tâm O, có độ dài cạnh bằng $1(m)$.

Khi gấp lại thì hình vuông $MNPQ$ là đáy, DO là đường cao của hình chóp tứ giác đều. Gọi I là giao điểm của BD và MN.

Ta có $BD = \sqrt{2}$; $MN = x$, $(0 < x < 1) \Rightarrow OI = \dfrac{x}{2}$; $\Rightarrow DI = \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{x}{2}$.

$$DO = \sqrt{DI^2 - IO^2} = \sqrt{\frac{\left(\sqrt{2} - x\right)^2}{4} - \frac{x^2}{4}} = \frac{\sqrt{2 - 2\sqrt{2}x}}{2} \Rightarrow 0 < x < \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Khi đó thể tích khối chóp tứ giác đều $D.MNPQ$ bằng:

$$V = \frac{1}{3}.DO.S_{NMNPQ} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{2 - 2\sqrt{2}x}}{2}.x^2 = \frac{1}{6}\sqrt{2 - 2\sqrt{2}x}.x^2$$

$$V^2 = \frac{1}{18}\left(1 - \sqrt{2}x\right).x^4 = \frac{1}{18}\left(x^4 - \sqrt{2}x^5\right)$$

Đặt $f(x) = x^4 - \sqrt{2}x^5$ với $x \in \left(0; \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$$f'(x) = 4x^3 - 5\sqrt{2}x^4;\ f'(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 5\sqrt{2}x^4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{5} \in \left(0; \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

Bảng biến thiên:

Từ bảng biến thiên suy ra thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều bằng:

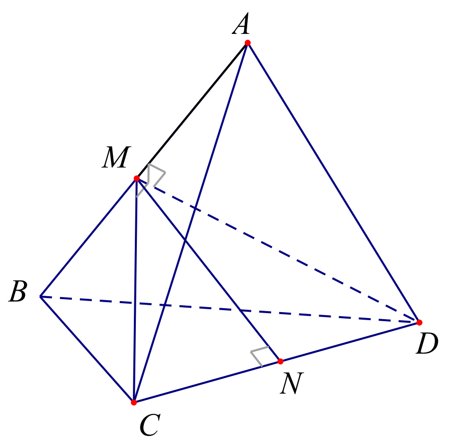
$$V = \frac{1}{3\sqrt{2}}\sqrt{f\left(\frac{2\sqrt{2}}{5}\right)} \text{ khi } x = \frac{2\sqrt{2}}{5}.$$

Câu 48. Xét khối tứ diện $ABCD$, $AB = x$, các cạnh còn lại bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất.

A. $x = 2\sqrt{2}$. **B.** $x = \sqrt{6}$. **C.** $x = 3\sqrt{2}$. **D.** $x = \sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD.

ΔABC cân tại $C \Rightarrow CM \perp AB$, tương tự $DM \perp AB \Rightarrow AB \perp (CMD)$.

$\Delta ABC = \Delta ABD \Rightarrow MC = MD \Rightarrow \Delta CMD$ cân tại $M \Rightarrow MN \perp CD$.

$DM = CM = \sqrt{AC^2 - MA^2} = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4}}$; $MN = \sqrt{MC^2 - CN^2} = \sqrt{12 - \frac{x^2}{4} - 3} = \frac{1}{2}\sqrt{36 - x^2}$,.

$(0 < x < 6)$

$S_{CDM} = \frac{1}{2}MN.CD = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}\sqrt{36-x^2}.2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{36-x^2}$.

$\Rightarrow V_{ABCD} = 2V_{A.CMD} = \frac{1}{3}.AB.S_{CMD} = \frac{1}{3}.x.\frac{\sqrt{3}}{2}.\sqrt{36-x^2} = \frac{\sqrt{3}}{6}x\sqrt{36-x^2}$

Áp dụng bất đẳng thức cauchy ta có: $x\sqrt{36-x^2} \le \left(\frac{x^2 + 36 - x^2}{2}\right)^2 = 324 \Rightarrow V_{ABCD} \le 54\sqrt{3}$

Dấu "$=$" xảy ra khi $x = \sqrt{36-x^2} \Leftrightarrow x^2 = 36 - x^2 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}$

Câu 49. Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$. Số các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = x + m$ luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt A, B sao cho trọng tâm tam giác OAB nằm trên đường tròn $x^2 + y^2 - 3y = 4$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x+1}{x-2} = x + m \Rightarrow x^2 + (m-3)x - 2m - 1 = 0\ (*)$.

Để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ cắt đường thẳng $y = x + m$ tại hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 2 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ 4 + 2(m-3) - 2m - 1 \ne 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 13 > 0 \\ -3 \ne 0 \end{cases}$ (luôn đúng với mọi m).

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$.

Khi đó, theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -m + 3 \\ x_1.x_2 = -2m - 1 \end{cases}$.

Tọa độ hai giao điểm là $A(x_1; x_1 + m)$, $B(x_2, x_2 + m)$.

Gọi G là trọng tâm tam giác OAB. Tọa độ $G\left(\frac{3-m}{3}; \frac{3+m}{3}\right)$.

Trọng tâm tam giác OAB nằm trên đường tròn $x^2 + y^2 - 3y = 4$ nên ta có

$\left(\frac{3-m}{3}\right)^2 + \left(\frac{3+m}{3}\right)^2 - 3\cdot\frac{3+m}{3} - 4 = 0 \Leftrightarrow 2m^2 - 9m - 45 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -3 \\ m = \frac{15}{2} \end{array}\right.$.

Vậy có một giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 50. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y = m(x-4)$ cắt đồ thị của hàm số $y = (x^2 - 1)(x^2 - 9)$ tại bốn điểm phân biệt?

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$$\left(x^2-1\right)\left(x^2-9\right)=m\left(x-4\right) \Rightarrow \frac{\left(x^2-1\right)\left(x^2-9\right)}{\left(x-4\right)}=m \quad (1),\ \left(x\neq 4\right).$$

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{\left(x^2-1\right)\left(x^2-9\right)}{\left(x-4\right)}$ và $y=m$.

$$f'\left(x\right)=\frac{2x\left(x^2-9\right)\left(x-4\right)+2x\left(x^2-1\right)\left(x-4\right)-\left(x^2-9\right)\left(x^2-1\right)}{\left(x-4\right)^2}=\frac{3x^4-16x^3-10x^2+80x-9}{\left(x-4\right)^2}$$

$$f'\left(x\right)=0 \Rightarrow 3x^4-16x^3-10x^2+80x-9=0.$$

Giải phương trình bằng MTBT ta được 4 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x_1\approx -2,169 \\ x_2\approx 0,114 \\ x_3\approx 2,45 \\ x_4\approx 4,94 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		4		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$2,58$	$\searrow$	$-2,28$	$\nearrow$	$9,67$	$\searrow$	$-\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$383,5$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\left\{-2;-1;\ 0;1;2\right\}$.

--- HẾT ---