TRƯỜNG THCS &THPT NGHI SƠN
TỔ TOÁN

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2019 - 2020
Môn: TOÁN
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Mã đề thi 143

Họ và tên thí sinh:.. SBD:.....................

Câu 1. Nếu $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}} > a^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$ và $\log_b \frac{3}{4} < \log_b \frac{4}{5}$ thì.

A. $0 < a < 1, 0 < b < 1$.
B. $0 < a < 1, b > 1$.
C. $a > 1, b > 1$.
D. $a > 1, 0 < b < 1$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $3^{x^2-3x+4} = 9$ là.

A. $x = 1; x = 3$.
B. $x = -1; x = 3$.
C. $x = 1; x = -2$.
D. $x = 1; x = 2$.

Câu 3. Hình nào sau đây không có trục đối xứng?

A. Tam giác đều.
B. Hình tròn.
C. Đường thẳng.
D. Hình hộp xiên.

Câu 4. Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = -x^4 + (2m-3)x^2 + m$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là $\left(-\infty; \frac{p}{q}\right]$, trong đó phân số $\frac{p}{q}$ tối giản và $q > 0$. Hỏi tổng $p + q$ là?

A. 7.
B. 5.
C. 9.
D. 3.

Câu 5. Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Khi đó giá trị của $\int_1^4 f(3x-3)dx$ là

A. 27.
B. 24.
C. 3.
D. 0.

Câu 6. Cho a, b, c là các số thực dương, $a \neq 1$, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $2^a = 3 \Leftrightarrow a = \log_2 3$.
B. $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\log_a x^2 = 2\log_a x$.
C. $\log_a (b.c) = \log_a b.\log_a c$.
D. $\log_a \frac{b}{c} = \frac{\log_a b}{\log_a c}$.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{x^2 + 2x - 3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 3
B. 0
C. 2
D. 1

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là.

A. $a^3\sqrt{3}$.
B. $\frac{a^3}{4}$.
C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.
D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9. Hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 6$, $AD = 4$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm bốn cạnh AB, BC, CD, DA. Cho hình chữ nhật $ABCD$ quay quanh QN, khi đó tứ giác $MNPQ$ tạo thành vật tròn xoay có thể tích bằng:

A. $V = 6\pi$.
B. $V = 8\pi$.
C. $V = 2\pi$.
D. $V = 4\pi$.

Câu 10. Tính thể tích V của khối nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 6.

A. $V = 108\pi$.
B. $V = 54\pi$.
C. $V = 36\pi$.
D. $V = 18\pi$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2} + 2^x$ là

A. $F(x) = \ln x^2 + 2^x.\ln 2 + C$.
B. $F(x) = \ln x^2 + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.
C. $F(x) = -\frac{1}{x} + \frac{2^x}{\ln 2} + C$.
D. $F(x) = \frac{1}{x} + 2^x.\ln 2 + C$.

Câu 12. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(\frac{4x+1}{x-1}\right)\right] < -1$

A. $(1;+\infty)$ **B.** $\mathbb{R}$

C. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)\cup(1;+\infty)$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Câu 13. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi K là trung điểm của DD'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CK, $A'D$.

A. $\frac{a}{3}$. **B.** a. **C.** $\frac{2a}{5}$. **D.** $\frac{3a}{8}$.

Câu 14. Cho $\int_1^2 f(x)dx = 1$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$. Giá trị của $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** -3. **D.** -1.

Câu 15. Một đứa trẻ dán 42 hình lập phương cạnh $1cm$ lại với nhau, tạo thành một khối hộp có mặt hình chữ nhật. Nếu chu vi đáy là $18cm$ thì chiều cao của khối hộp là:

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 7.

Câu 16. Cắt hình nón (N) bởi một mặt phẳng chứa trục của (N) thu được thiết diện là một tam giác vuông có diện tích bằng 4 cm^2. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N).

A. $S_{xq} = 8\pi\sqrt{2}\text{ cm}^2$. **B.** $S_{xq} = 4\pi\text{ cm}^2$. **C.** $S_{xq} = 4\pi\sqrt{2}\text{ cm}^2$. **D.** $S_{xq} = 8\pi\text{ cm}^2$.

Câu 17. Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$ song song đường thẳng $y = -4x$.

A. $m = -\frac{1}{3}$. **B.** $m = -\frac{2}{3}$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = \frac{2}{3}$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{1}{x-2}$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 5$.

C. $y = x + \frac{1}{x+3}$. **D.** $y = x^4 + x^2 + 1$.

Câu 19. Một người quan sát một đám bèo phát triển trên mặt hồ thì thấy cứ sau một giờ thì diện tích của đám bèo lớn gấp 10 lần diện tích đám bèo trước đó, với tốc độ tăng không đổi thì sau 9 giờ đám bèo ấy phủ kín mặt hồ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì đám bèo ấy phủ kín một phần ba mặt hồ?

A. $\frac{10^9}{3}$. **B.** $9-\log 3$. **C.** $\frac{9}{\log 3}$. **D.** 3.

Câu 20. Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{125}{7854}$. **B.** $\frac{6}{119}$. **C.** $\frac{90}{119}$. **D.** $\frac{30}{119}$.

Câu 21. Biết $\int(ax+b)e^x dx = (5-2x)e^x + C$, với a,b là các số thực. Tìm $S = a+b$.

A. $S = 5$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 1$. **D.** $S = 9$.

Câu 22. Một gia đình có con vào lớp một, họ muốn để dành cho con một số tiền là $250.000.000$ đồng để sau này chi phí cho 4 năm học đại học của con mình. Hỏi bây giờ họ phải gửi vào ngân hàng số tiền là bao nhiêu để sau 12 năm họ sẽ được số tiền trên biết lãi suất của ngân hàng là $6,7\%$ một năm và lãi suất này không đổi trong thời gian trên?

A. $P = \frac{250.000.000}{(1,067)^{12}}$ (đồng). **B.** $P = \frac{250.000.000}{(1,67)^{12}}$ (đồng).

C. $P = \frac{250.000.000}{(1+6,7)^{12}}$ (đồng). **D.** $P = \frac{250.000.000}{(0,067)^{12}}$ (đồng).

Câu 23. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 12x + 1$ trên đoạn $[-2;\ 3]$ lần lượt là :

A. $10;-26$. **B.** $6;-26$. **C.** -15 ; 17. **D.** $17;-15$.

Câu 24. Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x^2+1}-mx-1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $(-\infty;1)$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, cạnh SB vuông góc với đáy và mặt phẳng (SAD) tạo với đáy một góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. **C.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26. Một hình nón có đường sinh bằng l và bằng đường kính đáy. Bán kính hình cầu nội tiếp hình nón bằng:

A. $\dfrac{3}{4}l$. **B.** $\dfrac{1}{3}l$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}l$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}}{6}l$.

Câu 27. Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x+\cos 2x+1=0$ trong $[0;2018\pi]$ là

A. 1009. **B.** 1008. **C.** 2018. **D.** 2017.

Câu 28. Cho $a>0$; $a\neq 1$ và x; y là hai số thực dương. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. $\log_a(x+y)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$.

C. $\log_a(xy)=\log_a x.\log_a y$. **D.** $\log_a(x+y)=\log_a x.\log_a y$.

Câu 29. Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

A. $y=-x+2$. **B.** $y=-x+1$. **C.** $y=x-2$. **D.** $y=-x-2$.

Câu 30. Gọi A là tập các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn có chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

A. $\dfrac{8}{25}$. **B.** $\dfrac{4}{25}$. **C.** $\dfrac{4}{15}$. **D.** $\dfrac{2}{15}$.

Câu 31. Gọi x_1, x_2 $(x_1<x_2)$ là hai nghiệm thực của phương trình $3^{2x+1}-4.3^x+1=0$. Chọn mệnh đề đúng?

A. $x_1+2x_2=0$. **B.** $2x_1+x_2=2$. **C.** $2x_2-x_1=-2$. **D.** $2x_1-x_2=-2$.

Câu 32. Cho hàm số $y=\dfrac{x+b}{ax-2}$ $(ab\neq -2)$. Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d: 3x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 5.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SA, SD. Mặt phẳng (α) chứa MN cắt các cạnh SB, SC lần lượt tại Q, P. Đặt $\dfrac{SQ}{SB}=x$, V_1 là thể tích của khối chóp $S.MNQP$, V là thể tích của khối chóp $S.ABCD$. Tìm x để $V_1=\dfrac{1}{2}V$.

A. $x=\dfrac{-1+\sqrt{41}}{4}$. **B.** $x=\dfrac{-1+\sqrt{33}}{4}$. **C.** $x=\sqrt{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 34. Cho hình chóp tam giác đều S.ABC. Chọn mệnh đề khẳng định **sai:**

A. Hình chiếu S trên mp(ABC) là trực tâm tam giác ABC.
B. Hình chóp S.ABC có cạnh đáy bằng cạnh bên.
C. Hình chóp S.ABC là hình chóp có mặt đáy là tam giác đều.
D. Hình chiếu S trên mp(ABC) là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$. **B.** Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

C. Với mọi $x_1 < x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$. **D.** Với mọi $x_1 > x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Câu 36. Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:

	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	$+$	0	-	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $y = -1$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = -1$.

Câu 37. Hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{3}{5}}$ có tập xác định là:

A. R. **B.** $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

C. $(-2; 2)$. **D.** $R \setminus \{\pm 2\}$.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	-	0	$+$	0	-	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

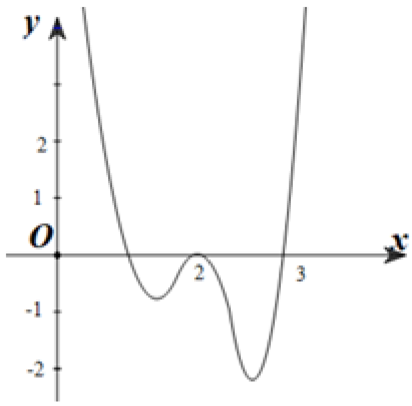
Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$. **B.** $(-1; 1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Số đo của góc (IJ, CD) bằng:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y = f(f(x))$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 7 **B.** 9 **C.** 6 **D.** 8

Câu 41. Cho mặt cầu $S(O;R)$ và (P) cách O một khoảng bằng h $(0 < h < R)$. Gọi (L) là đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và (P) có bán kính r. Lấy A là một điểm cố định thuộc (L). Một góc vuông xAy trong (P) quay quanh điểm A. Các cạnh Ax, Ay cắt (L) ở C và D . Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) cắt mặt cầu ở B, hỏi diện tích ΔBCD lớn nhất bằng:

A. $r\sqrt{r^2+h^2}$. **B.** $2r\sqrt{r^2+h^2}$. **C.** $2r\sqrt{r^2+4h^2}$. **D.** $r\sqrt{r^2+4h^2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=\frac{2x+3}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng d: y = - 2x + m. Khi d cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt . Gọi k_1,k_2 lần lượt là hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại A và

B. Tìm m để P = $(k_1)^{2020}+(k_2)^{2020}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m\in(0,2)$

B. $m\in(-3,-1)$

C. $m\in(-2,0)$

D. $m\in(-1,1)$

Câu 43. Ông *A* dự định sử dụng hết $5m^2$ kính để làm bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có thể tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $1,01m^3$. **B.** $1,51m^3$. **C.** $1,33m^3$. **D.** $0,96m^3$.

Câu 44. Cho hàm số y = f(x) lien tục trên R thoả mãn $f'(x)+2x.f(x)=e^{-x^2}\forall x\in R$ và $f(0)=0$. Tính $f(1)$.

A. $f(1)=\frac{-1}{e}$ **B.** $f(1)=\frac{1}{e^2}$ **C.** $f(1)=\frac{1}{e}$ **D.** $f(1)=e^2$

Câu 45. Cho hình chóp S.ABCD có SA vuông góc với đáy, ABCD là hình vuông cạnh

$a\sqrt{2}$; $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của cạnh SC, (α) là mặt phẳng đi qua A, M và song song với đường thẳng BD. Tính diện tích thiết diện của hình chóp S.ABCD bị cắt bởi mặt phẳng (α).

A. $\frac{2a^2\sqrt{2}}{3}$ **B.** $\frac{4a^2}{3}$ **C.** $\frac{4a^2\sqrt{2}}{3}$ **D.** $a^2\sqrt{2}$

Câu 46. Gọi *S* là tập hợp các giá trị thực của tham số *m* sao cho phương trình $x^9+3x^3-9x=m+3\sqrt[3]{9x+m}$ có đúng hai nghiệm thực. Tính tổng các phần tử của *S*.

A. 1. **B.** -8. **C.** 0. **D.** -12.

Câu 47. Cho *x*, *y* là các số thực thỏa mãn $\log_4(x+y)+\log_4(x-y)\ge 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2x-y$.

A. $P_{\min}=2\sqrt{3}$. **B.** $P_{\min}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$. **C.** $P_{\min}=4$. **D.** $P_{\min}=-4$.

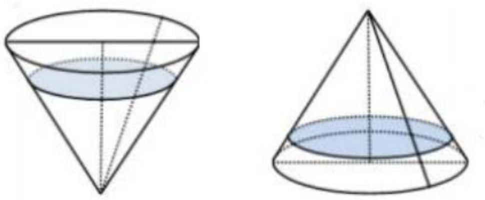
Câu 48. Cho ΔABC có 4 đường thẳng song song với BC, 5 đường thẳng song song với AC, 6 đường thẳng song song với AB. Hỏi 15 đường thẳng đó tạo thành bao nhiêu hình thang (không kể hình bình hành).

A. 360 **B.** 2700 **C.** 720 **D.** Kết quả khác

Câu 49. Cho tứ diện đều ABCD có cạnh bằng 1. Gọi M, N là hai điểm thay đổi lần lượt thuộc cạnh BC, BD sao cho mặt phẳng (AMN) luôn vuông góc với mặt phẳng (BCD). Gọi $V_1;V_2$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của thể tích khối tứ diện ABMN. Tính V_1+V_2?

A. $\frac{\sqrt{2}}{12}$ **B.** $\frac{17\sqrt{2}}{216}$ **C.** $\frac{17\sqrt{2}}{72}$ **D.** $\frac{17\sqrt{2}}{144}$

Câu 50. Một cái phễu có dạng hình nón, chiều cao của phễu là 20 cm. Người ta đổ một lượng nước vào phễu sao cho chiều cao của cột nước trong phễu bằng 10 cm (Hình H1). Nếu bịt kín miệng phễu rồi lật ngược phễu lên (Hình H2) thì chiều cao của cột nước trong phễu gần bằng với giá trị nào sau đây?



Hình H1 Hình H2

A. $\left(20\sqrt[3]{7}-10\right)$cm **B.** $\sqrt[3]{7}$ cm **C.** 1cm **D.** $\left(20-10\sqrt[3]{7}\right)$cm

------------- HẾT -------------

Mã đề [143]

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B	D	D	A	C	A	A	D	B	D	C	A	A	D	B
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
C	A	B	B	C	C	A	D	D	D	C	C	B	A	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
D	A	B	B	C	B	C	C	B	B	D	B	A	C	A
46	47	48	49	50										
C	A	C	B	D										

ĐÁP ÁN ĐỀ THI

1.B	2.D	3.D	4.A	5.C	6.A	7.A	8.D	9.B	10.D
11.C	12.A	13.A	14.D	15.B	16.C	17.A	18.B	19.B	20.C
21.C	22.A	23.D	24.D	25.D	26.C	27.C	28.B	29.A	30.A
31.D	32.A	33.B	34.B	35.C	36.B	37.C	38.C	39.B	40.B
41.D	42.B	43.A	44.C	45.A	46.C	47.A	48.C	49.B	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Chọn B

+ ĐK: $a>0; 0<b\neq 1$.

+ Nếu $a>1$ thì $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}>a^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}>\frac{\sqrt{2}}{2}$, điều này vô lý.

+ Nếu $a=1$ thì $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}>a^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow 1^{\frac{\sqrt{3}}{3}}>1^{\frac{\sqrt{2}}{2}}$, điều này vô lý

+ Nếu $0<a<1$ thì $a^{\frac{\sqrt{3}}{3}}>a^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{3}<\frac{\sqrt{2}}{2}$, điều này luôn đúng.

Vậy: $0<a<1$.

+ Nếu $0<b<1$ thì $\log_b \frac{3}{4}<\log_b \frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{3}{4}>\frac{4}{5}$, điều này vô lý.

+ Nếu $b>1$ thì $\log_b \frac{3}{4}<\log_b \frac{4}{5} \Leftrightarrow \frac{3}{4}<\frac{4}{5}$, điều này luôn đúng.

Vậy: $b>1$

Câu 2. Chọn D

Đưa hai vế của phương trình về cơ số 3, ta được

$3^{x^2-3x+4}=3^2$. Do đó $x^2-3x+4=2 \Leftrightarrow x=1; x=2$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x=1; x=2$.

Câu 3. Chọn D

Câu 4. Chọn A

Ta có: $y'=-4x^3+2(2m-3)x$

Hàm số $y=-x^4+(2m-3)x^2+m$ nghịch biến trên khoảng

$(1;2) \Leftrightarrow\ y'\leq 0,\ \forall x\in(1;2) \Leftrightarrow -4x^3+2(2m-3)x\leq 0,\ \forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow 2m-3\leq 2x^2, \forall x\in(1;2)$

$\Leftrightarrow m\leq x^2+\frac{3}{2}=f(x), \forall x\in(1;2)$

Hay $m\leq \underset{(1;2)}{Min}\, f(x)=\frac{5}{2}$

Vậy $m\in\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$ nên $p=5, q=2 \Rightarrow p+q=7$.

Câu 5. Chọn C

Đặt $t=3x-3 \Rightarrow \mathrm{d}t=3\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=1 \Rightarrow t=0,\qquad x=4 \Rightarrow t=9$.

$\int_1^4 f(3x-3)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_0^9 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{3}\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}.9=3$.

Câu 6: Chọn A

Theo giải thiết a, b, c là các số thực dương $a\neq 1$, nên ta có.

+ $\forall x \in R \setminus \{0\}$, $\log_a x^2 = 2\log_a |x|$, suy ra đáp án **B** sai.

+ $\log_a(b.c) = \log_a b + \log_a c$, suy ra đáp án **C** sai.

+ $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$, suy ra đáp án **D** sai.

Vậy mệnh đề đúng là: $2^a = 3 \Leftrightarrow a = \log_2 3$

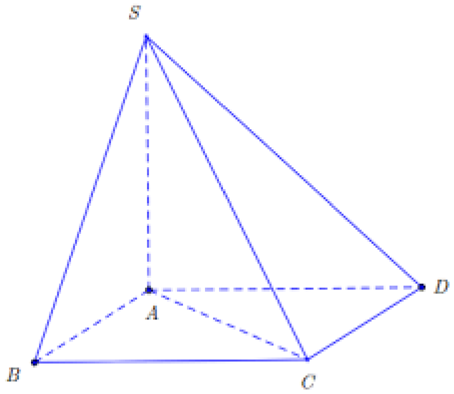
Câu 7. Chọn A

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 0$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

+ $\lim\limits_{x\to1^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-} y = -\infty$; $\lim\limits_{x\to-3^+} y = +\infty$; $\lim\limits_{x\to-3^-} y = -\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và $x = -3$.

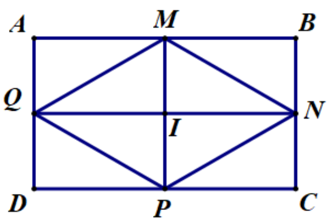
Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 8. Chọn D



Thể tích chóp $S.ABCD$ là $\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 9. Chọn B



Gọi I là giao điểm của QN và MP. Khi đó I là trung điểm của MP và $QN \Rightarrow IN = IQ = 3$, $IM = IP = 2$.

Tam giác MNP khi quay quanh QN tạo thành hình nón đỉnh N, chiều cao $h = IN = 3$ và bán kính đáy $r = IM = 2$.

Tam giác MQP khi quay quanh QN tạo thành hình nón đỉnh Q, chiều cao $h = IQ = 3$ và bán kính đáy $r = IM = 2$.

Do đó, thể tích khối tròn xoay thu được khi quay tứ giác $MNPQ$ quanh cạnh QN là:

$V = \dfrac{1}{3}\pi.IM^2.IN + \dfrac{1}{3}\pi.IM^2.IQ = 2.\dfrac{1}{3}\pi.2^2.3 = 8\pi$.

Câu 10. Chọn D

Ta có: $V = \dfrac{1}{3}\pi.r^2.h = \dfrac{1}{3}\pi.3^2.6 = 18\pi$.

Câu 11. Chọn C

Ta có $F\left(x\right)=\int\left(\frac{1}{x^2}+2^x\right)dx=\int\frac{1}{x^2}dx+\int 2^x dx=-\frac{1}{x}+\frac{2^x}{\ln 2}+C$.

Vậy họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{x^2}+2^x$ là $F\left(x\right)=-\frac{1}{x}+\frac{2^x}{\ln 2}+C$.

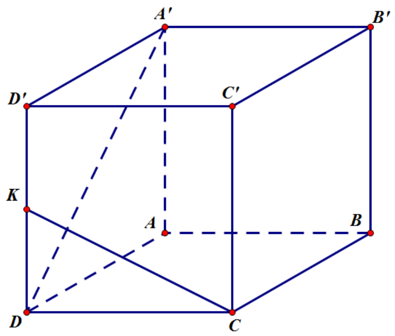
Câu 12. Chọn A

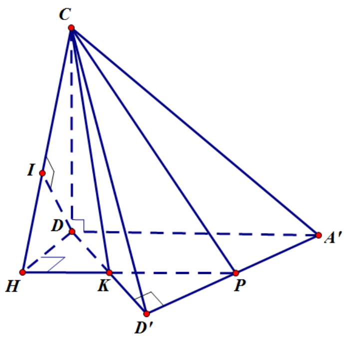
$\log_{\frac{1}{2}}\left[\log_2\left(\frac{4x+1}{x-1}\right)\right]<-1\Leftrightarrow \log_2\left(\frac{4x+1}{x-1}\right)>2\Leftrightarrow\frac{4x+1}{x-1}>4\Leftrightarrow\frac{4x+1}{x-1}-4>0$

$\Leftrightarrow\frac{5}{x-1}>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left(1;+\infty\right)$.

Câu 13. Chọn A





Trong mặt phẳng $\left(A'DD'\right)$ dựng đường thẳng qua K, song song với $A'D$, đường thẳng này cắt $A'D'$ tại P, qua D hạ DH vuông góc với KP tại H.

Trong mặt phẳng $\left(CDH\right)$ qua D hạ DI vuông góc với CH tại I.

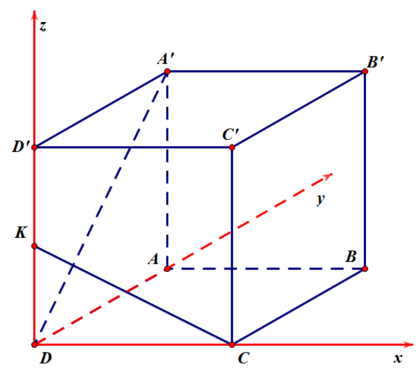
Khoảng cách giữa hai đường thẳng $CK, A'D$: $d\left(CK,A'D\right)=d\left(A'D,\left(CKP\right)\right)=d\left(D,\left(CKP\right)\right)=DI$.

Xét tam giác ΔCDH vuông tại D, có đường cao DI, $CD=a$, $DH=\frac{DK}{\sqrt{2}}=\frac{a}{2\sqrt{2}}$:

$$DI=\frac{DC.DH}{\sqrt{DC^2+DH^2}}=\frac{a.\frac{a}{2\sqrt{2}}}{\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2\sqrt{2}}\right)^2}}=\frac{a}{3}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng $CK, A'D$ bằng $\frac{a}{3}$.

Cách khác:



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ: $D \equiv O(0;0;0)$, $C(a;0;0)$, $A'(0;a;a)$, $K\left(0;0;\frac{a}{2}\right)$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng $CK, A'D$: $d(CK, A'D) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{CK}\right].\overrightarrow{DC}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{CK}\right]\right|}$.

Ta có: $\overrightarrow{DA'}(0;a;a)$, $\overrightarrow{CK}\left(-a;0;\frac{a}{2}\right)$, $\overrightarrow{DC}(a;0;0)$.

$$\left[\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{CK}\right] = \left(\frac{a^2}{2}; -a^2; a^2\right) \qquad \left|\left[\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{CK}\right]\right| = \sqrt{\left(\frac{a^2}{2}\right)^2 + \left(-a^2\right)^2 + \left(a^2\right)^2} = \frac{3a^2}{2}$$

$$\left|\left[\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{CK}\right].\overrightarrow{DC}\right| = \left|\frac{a^3}{2}\right| = \frac{a^3}{2}.$$

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng $CK, A'D$: $d(CK, A'D) = \dfrac{\frac{a^3}{2}}{\frac{3a^2}{2}} = \dfrac{a}{3}$.

Câu 14 . Chọn D

Ta có: $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 1 - 2 = -1$.

Câu 15. Chọn B

Gọi 3 cạnh khối hộp là a, b, c.

Ta có: $abc = 42$, $b + c = 9; a, b, c$ là các số nguyên dương.

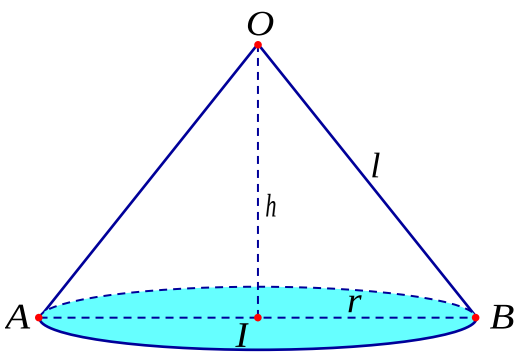
Ta có: $9 = b + c \geq 2\sqrt{bc} \Rightarrow bc \leq \frac{81}{4}$. Vì bc là số nguyên dương nên $bc < 20$.

Ta có: bc là ước của 42 mà $b + c = 9 \Rightarrow bc \in \{14; 6\}$

+ Nếu $bc = 6$ thì b, c là nghiệm của phương trình $X^2 - 9X + 6 = 0$ (loại vì nghiệm không nguyên)

+ Nếu $bc = 14 \Rightarrow a = 3$

Câu 16. Chọn C



Gọi đỉnh của hình nón (N) là O, thiết diện là tam giác OAB vuông cân tại O.

Do tam giác OAB có diện tích bằng $4\,\text{cm}^2$ nên $l = OA = OB = 2\sqrt{2}\,\text{cm}$ và $AB = \sqrt{2}OA = 4\,\text{cm}$

$\Rightarrow r = \frac{1}{2}AB = 2\,\text{cm}$.

Vậy, $S_{xq} = \pi rl = 4\pi\sqrt{2}\,\text{cm}^2$.

Câu 17. Chọn A

TXĐ: $D=R$.

Gọi $(C): y=2x^3+3(m-1)x^2+6m(1-2m)x$.

Có: $y'=6x^2+6(m-1)x+6m(1-2m)$.

Có: $\Delta_{y'}=36\left\lfloor (m-1)^2-4m(1-2m)\right\rfloor=36(9m^2-6m+1)=36(3m-1)^2$.

Để hàm số có hai cực trị thì: $\Delta_{y'}>0\Leftrightarrow(3m-1)^2>0\Leftrightarrow m\neq\frac{1}{3}$.

Có: $y=y'.\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}(m-1)\right)+(-9m^2+6m-1)x+m(m-1)(2m-1)$.

Do đó phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) là:

$y=(-9m^2+6m-1)x+m(m-1)(2m-1)\,(d)$.

Để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $y=-4x$ thì:

$$\begin{cases}-9m^2+6m-1=-4\\ m(m-1)(2m-1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-\frac{1}{3}\end{array}\right.\\ m\neq 0; m\neq 1; m\neq\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m=-\frac{1}{3}.$$

Vậy $m=-\frac{1}{3}$ là giá trị cần tìm.

Câu 18. Chọn B

A. TXĐ: $D=R\setminus\{2\}$ (Loại)

B. $y'=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0,\forall x\in R$ nên hàm số đồng biến trên R (Đáp án).

C. TXĐ: $D=R\setminus\{-3\}$ (Loại)

D. $y'=4x^3+2x; y'(-1)=-6<0$ nên hàm số không đồng biến trên R (Loại).

Câu 19. Chọn B

Gọi t là thời gian đám bèo phủ kín $\frac{1}{3}$ mặt hồ.

Theo giả thiết cứ sau một giờ thì diện tích của đám bèo lớn gấp 10 lần diện tích đám bèo trước đó, với vận tốc tăng không đổi thì sau 9 giờ đám bèo ấy phủ kín mặt hồ. Ta có:

$$10^t=\frac{1}{3}.10^9\Rightarrow t=9-\log 3.$$

Câu 20. Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{35}^3=6545$

Gọi A là biến cố: ''trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ''

TH 1: Số cách chọn 1 nam 2 nữ: $C_{15}^1.C_{20}^2=2850$

TH 2: Số cách chọn 2 nam 1 nữ: $C_{15}^2.C_{20}^1=2100$

Số phần tử thuận lợi của A là: $n(A)=2850+2100=4950$

Vậy xác suất của A là $P(A)=\frac{4950}{6545}=\frac{90}{119}$

Câu 21. Chọn C

+ Đặt $\begin{cases} u = ax+b \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = a.dx \\ v = e^x \end{cases}$.

+ Khi đó $\int (ax+b)e^x dx = (ax+b)e^x - \int a.e^x dx = (ax+b)e^x - a.e^x + C = (ax+b-a)e^x + C$.

Theo giả thiết, ta có $\int (ax+b)e^x dx = (5-2x)e^x + C$, suy ra $a=-2, b=3$. Vậy $S = a+b = 1$.

Câu 40. Chọn A

Gọi P là số tiền cần gửi ban đầu.

Áp dụng công thức lãi kép ta có sau đúng 12 năm, người đó được lĩnh số tiền

(cả vốn ban đầu và lãi) là $250.000.000 = P(1+r)^{12} = P(1+0,067\%)^{12} \Rightarrow P = \dfrac{250.000.000}{(1,067)^{12}}$ đồng.

Câu 23. Chọn D

Ta có: $y' = 3x^2 - 12$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array} \right.$..

Vì f liên tục trên đoạn $[-2;3]$ mà $f(-2) = 17; f(2) = -15; f(3) = -8$.

Nên giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số lần lượt là $17; -15$.

Câu 24. Chọn D

Yêu câu bài toán được thực hiện khi: $y' \geq 0, \forall x \in (-\infty;+\infty) \Leftrightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} - m \geq 0, \forall x \in (-\infty;+\infty)$.

$\Leftrightarrow m \leq \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}, \forall x \in (-\infty;+\infty) (*)$. Xét $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}, x \in R$.

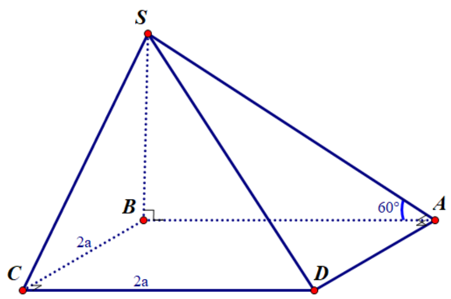
Ta có: $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1} - \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1} = \dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} > 0, \forall x \in R$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1; \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 1$ Bảng biên

của $f(x)$:

x	$-\infty$		$+\infty$
f(x)'			
f(x)	-1	$\nearrow$	1

Từ bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta kết luận được giá trị m thỏa mãn $(*)$ là : $m \leq -1$.

Câu 25. Chọn D



Từ giả thiết $\Rightarrow \begin{cases} SB \perp (ABCD) \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AD \perp SA$ *(định lý 3 đường vuông góc).*

Vì $\begin{cases} (SAD) \cap (ABCD) = AD \\ AD \perp SA \\ AD \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((SAD),(ABCD)) = (SA, AB) = SAB = 60°$.

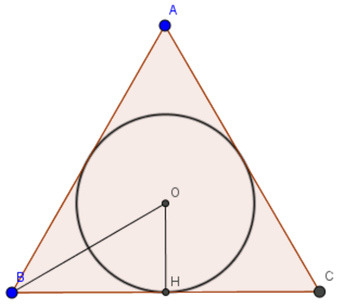
Trong tam giác vuông SAB có: $\tan A = \dfrac{SB}{AB} \Rightarrow SB = AB.\tan A = 2a.\tan 60° = 2a\sqrt{3}$.

Diện tích hình vuông $ABCD$: $S_{hvABCD} = AB^2 = (2a)^2 = 4a^2$.

Từ giả thiết suy ra khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ và có chiều cao $h = SB$.

Do vậy thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}B.h = \dfrac{1}{3}.S_{hvABCD}.SB = \dfrac{1}{3}.4a^2.2a\sqrt{3} = \dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 26: Chọn C



Xét mặt phẳng thiết diện qua trục của hình nón, ta được tam giác ABC đỉnh A và BC là đường kính đáy.

Vì hình nón có đường sinh bằng đường kính đáy nên ABC là tam giác đều. Mặt cầu nội tiếp hình nón có bán kính là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác ABC.

Xét tam giác vuông OBH vuông tại H ta có $BH = \dfrac{l}{2}$ và $OBH = 30^o$.

Suy ra $OH = BH.\tan OBH = \dfrac{l}{2}.\dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{6}l$.

Câu 27. Chọn C

Ta có $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2(1 - \cos^2 2x) + \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 2x - \cos 2x - 3 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos 2x = -1 \\ \cos 2x = \dfrac{3}{2} (ko\ t/m) \end{array}\right. \Rightarrow \cos 2x = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi + k2\pi (k \in Z) \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2} + k\pi$

Để $x \in [0; 2018\pi] \Rightarrow 0 \le \dfrac{\pi}{2} + k\pi \le 2018\pi, k \in Z \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le k \le 2018 - \dfrac{1}{2}, k \in Z$

$\Rightarrow k \in [0; 2017], k \in Z$.

Khi đó phương trình có 2018 nghiệm.

Câu 29. Chọn A

Cho $x = 0$, ta được $y = 2$. Do đó đồ thị (C) giao với trục tung tại điểm $M(0;2)$.

Ta có: $y' = \dfrac{-1}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0) = -1.$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm $M(0;2)$ là: $y = -1(x - 0) + 2 \Leftrightarrow y = -x + 2.$

Câu 30. Chọn A

Số phần tử của tập A là $P_6 - P_5 = 600$.

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{600}^1 = 600$.

Gọi B là biến cố chọn được một số có 3 và 4 đứng cạnh nhau.
Hai chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau có 2 cách là 34 và 43.
Ta coi nhóm hai chữ số 3 và 4 là chữ số a thì từ 5 chữ số $0,1,2,5,a$ ta tạo được $P_5 - P_4 = 96$ số.

Do đó độ lớn không gian mẫu của biến cố B là $n(B) = 2.96 = 192$.

Vậy xác suất của biến cố B là $P(B) = \dfrac{n(B)}{n(\Omega)} = \dfrac{192}{600} = \dfrac{8}{25}$.

Câu 31. Chọn D

$3^{2x+1} - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow 3.\left(3^x\right)^2 - 4.3^x + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3^x = \dfrac{1}{3} \\ 3^x = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = -1 \\ x_2 = 0 \end{array}\right.$. Khi đó $2x_1 - x_2 = -2$

Câu 32. Chọn A

Ta có $y' = \dfrac{-2-ab}{(ax-2)^2}$, suy ra $y'(1) = \dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}$.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x + y - 4 = 0$ nên $y'(1) = -3 \Leftrightarrow \dfrac{-2-ab}{(a-2)^2} = -3.$

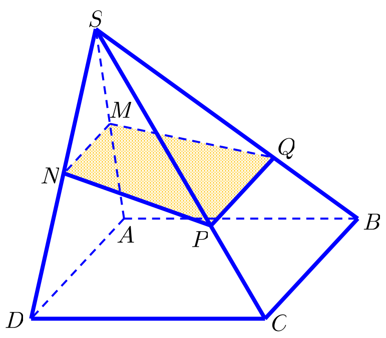
Mặt khác $A(1;-2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $-2 = \dfrac{1+b}{a-2} \Leftrightarrow b = -2a + 3.$

Khi đó ta có $\dfrac{-2-ab}{(a-2)^2} = -3 \Leftrightarrow -2 - a(-2a+3) = -3a^2 + 12a - 12, \quad a \neq 2$

$\Leftrightarrow 5a^2 - 15a + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 2 \ (l) \\ a = 1 \ (n) \end{array}\right.$.

Với $a = 1 \Rightarrow b = 1.$ Vậy $a - 3b = -2.$

Câu 33. Chọn B



Ta có $\begin{cases} MN \parallel AD \parallel BC \\ MN \subset (\alpha) \end{cases} \Rightarrow (\alpha) \cap (SBC) = PQ \parallel MN \Rightarrow \dfrac{SP}{SC} = \dfrac{SQ}{SB} = x$

Khi đó $\dfrac{V_1}{V} = \dfrac{V_{S.MNQP}}{V_{S.ABCD}} = \dfrac{V_{S.MNQ} + V_{S.NQP}}{V_{S.ABCD}} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{V_{S.MNQ}}{2V_{S.ABD}} + \dfrac{V_{S.NQP}}{2V_{S.ABC}}$

$\Leftrightarrow \dfrac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ABD}} + \dfrac{V_{S.NQP}}{V_{S.ABC}} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.x + \dfrac{1}{2}.x.x = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-1+\sqrt{33}}{4}$ (vì $x > 0$)

Câu 34. Chọn B
Hình chóp tam giác đều $S.ABC \Rightarrow$ đáy ABC phải là tam giác đều và các cạnh bên của hình chóp bằng nhau nên đáp án A và C đều đúng
Vì tâm đường tròn nội tiếp tam giác đều trùng với trực tâm của tam giác $\Rightarrow$ Đáp án D đúng

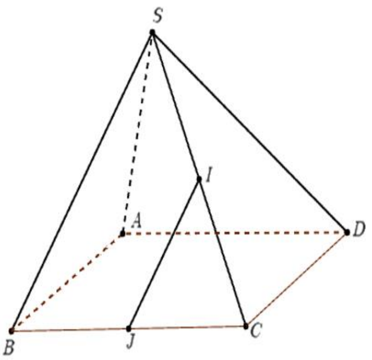
Câu 35. Chọn C
Vì hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$ nên với mọi $x_1 < x_2 \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.

Câu 36. Chọn B
Nhìn vào BBT suy ra hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x = 0$.

Câu 37. Chọn C
Vì $\frac{3}{5} \notin Z$ nên điều kiện xác định là: $4 - x^2 > 0 \Leftrightarrow -2 < x < 2$.
Tập xác định của hàm số là: $(-2;2)$.

Câu 38. Chọn C
Dựa vào BBT ta có: $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1) \cup (0;1)$.

Câu 39. Chọn B



Ta có: $IJ // SB$ (Do IJ là đường trung bình cuả ΔSBC)
$AB // CD$ (Do tứ giác $ABCD$ là hình thoi)
Suy ra $(IJ, CD) = (SB, AB) = SBA$
ΔSAB là tam giác đều cạnh a nên $SBA = 60^0$
Vậy góc tạo bởi hai đường thẳng IJ và CD bằng 60^0.

Câu 40. Chọn B
Ta có $y' = f'(x).f'(f(x))$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x) = 0 \\ f'(f(x)) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_1 \in (1;2) \\ x = 2 \\ x = x_3 \in (2;3) \\ f(x) = x_1 \in (1;2) \\ f(x) = 2 \\ f(x) = x_3 \in (2;3) \end{array}\right.$$

Dựa vào đồ thị ta có $f(x) = x_1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_4 \\ x = x_5 \end{array}\right.$.

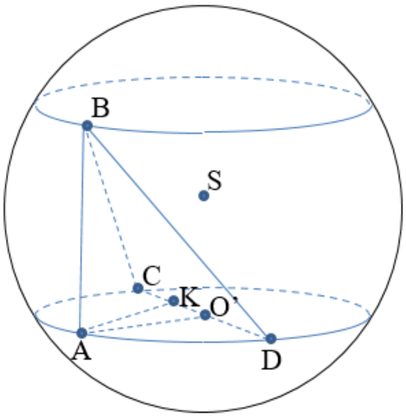
$$f(x) = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = x_6 \\ x = x_7 \end{array}\right..$$

$$f\left(x\right)=x_3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_8 \\ x=x_9 \end{array}\right. .$$

Ta thấy các nghiệm trên phân biệt và đều là các nghiệm bội lẻ.
Vậy hàm số đã cho có 9 điểm cực trị.

Câu 41. Chọn D

Gọi O' là tâm của $\left(L\right)$. Dựng $AK \perp CD$ $\left(K \in CD\right)$.



Vì $AB \perp \left(P\right) \Rightarrow AB \perp CD$.

Từ đó suy ra: $CD \perp \left(ABK\right) \Rightarrow CD \perp BK$.

Khi đó: $S_{\Delta BCD} = \dfrac{1}{2}CD.BK$.

Mà $CD = 2r$ không đổi. Do đó $S_{\Delta BCD}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi BK đạt giá trị lớn nhất.

Lại có: $BK^2 = AB^2 + AK^2$.

Mà $AB = 2h$ không đổi nên BK đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi AK đạt giá trị lớn nhất.

Xét $\Delta AKO'$ ta có: $AK \le AO'$ do đó: $AK_{\max} = AO' = r$.

Do đó ta có: $BK_{\max} = \sqrt{AB^2 + AO'^2} = \sqrt{\left(2h\right)^2 + r^2} = \sqrt{4h^2 + r^2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $S_{\Delta BCD}$ bằng $r\sqrt{4h^2 + r^2}$.

Câu 42. Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và $\left(C\right)$:

$\dfrac{2x+3}{x+2} = -2x + m \Leftrightarrow 2x^2 + \left(6-m\right)x + 3 - 2m = 0$ (1), (vì $x=-2$ không là nghiệm của PT)

Ta có: $\Delta = \left(6-m\right)^2 - 8\left(3-2m\right) = \left(m+2\right)^2 + 8 > 0$, $\forall m$

$\Rightarrow d$ luôn cắt $\left(C\right)$ tại hai điểm phân biệt $A\left(x_A;-2x_A+m\right)$ và $B\left(x_B;-2x_B+m\right)$, trong đó x_A, x_B là nghiệm của phương trình (1). Theo Vi-ét: $x_A + x_B = \dfrac{m-6}{2}$, $x_A x_B = \dfrac{3-2m}{2}$.

Khi đó $k_1 = y'\left(x_A\right) = \dfrac{1}{\left(x_A+2\right)^2}$ và $k_2 = y'\left(x_B\right) = \dfrac{1}{\left(x_B+2\right)^2}$

Ta có $P = k_1^{2020} + k_2^{2020} \ge 2\left(k_1k_2\right)^{1010}$; mà $k_1k_2 = \dfrac{1}{\left[x_Ax_B + 2\left(x_A+x_B\right)+4\right]^2} = 4$

Do đó $P = k_1^{2020} + k_2^{2020} \ge 2^{2021}$.

Đẳng thức xảy ra khi chỉ khi $k_1 = k_2 \Leftrightarrow x_A + x_B + 4 = 0 \Leftrightarrow \dfrac{m-6}{2} + 4 = 0 \Leftrightarrow m = -2$.

Câu 43. Chọn A

Gọi chiều rộng của bể cá là x (đơn vị: m, $x>0$).

Ông A dùng hết $5\mathrm{m}^2$ kính để làm bể cá nên $2x^2+6xh=5 \Rightarrow h=\dfrac{5-2x^2}{6x}$.

Do $x>0$ và $h>0$ nên $0<x<\sqrt{\dfrac{5}{2}}$.

Thể tích bể cá $V=\dfrac{1}{3}\left(5x-2x^3\right)$.

$V'=\dfrac{1}{3}\left(5-6x^2\right)$, $V'=0 \Rightarrow x=\sqrt{\dfrac{5}{6}}$.

Bảng biến thiên của V :

x	0		$\sqrt{\frac{5}{6}}$		$\sqrt{\frac{5}{2}}$
V'		$+$	0	$-$	
V	0	$\nearrow$	$1,01$	$\searrow$	0

Từ BBT suy ra bể cá có thể tích lớn nhất bằng $1,01\mathrm{m}^3$.

Câu 44. Chọn C

Ta có: $f'(x)+2x.f(x)=\mathrm{e}^{-x^2}$

Nhân hai vế cho e^{x^2} ta được:

$\mathrm{e}^{x^2}f'(x)+2x.\mathrm{e}^{x^2}.f(x)=\mathrm{e}^{x^2}\mathrm{e}^{-x^2}$

$\Leftrightarrow \left[\mathrm{e}^{x^2}f(x)\right]'=1$

$\Leftrightarrow \int\left[\mathrm{e}^{x^2}f(x)\right]'\mathrm{d}x=\int\mathrm{d}x$

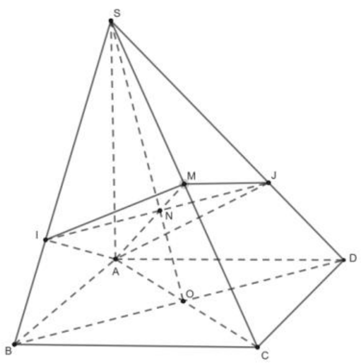
$\Leftrightarrow \mathrm{e}^{x^2}f(x)=x+C$

$\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{x+C}{\mathrm{e}^{x^2}}$

Ta có: $f(0)=0$ nên $f(0)=\dfrac{0+C}{\mathrm{e}^0}=0 \Leftrightarrow C=0$

Vậy $f(1)=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 45. Chọn A



+ Xác định mặt phẳng (α)

Gọi O là giao điểm của AC và BD, N là giao điểm của SO và AM.

Trong mặt phẳng (SBD), qua N kẻ đường thẳng song song với BD, cắt SD, SB lần lượt tại I và J.

Ta có, (α) là mặt phẳng $(AIMJ)$.

Thật vậy, rõ ràng $(AIMJ)$ qua A, M. Mặt khác, BD song song với IJ (theo cách dựng), nên BD song song với $(AIMJ)$.

+ Tính diện tích thiết diện

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp AM$

Mà $BD // IJ$ nên $IJ \perp AM$.

$S_{AIMJ} = \frac{1}{2}.IJ.AM$ (Diện tích tứ giác có hai đường chéo vuông góc).

Ta có: $AC = BD = 2a.$

SA vuông góc với đáy nên $SA \perp AC$.

Suy ra, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{4a^2 + 4a^2} = 2a\sqrt{2}.$

$AM = \frac{1}{2}SC = a\sqrt{2}$ (CT độ dài đường trung tuyến trong tam giác vuông).

N là trọng tâm của tam giác SAC. Suy ra, $\frac{IJ}{BD} = \frac{SN}{SO} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ = \frac{2}{3}BD = \frac{2}{3}.2a = \frac{4a}{3}.$

Vậy $S_{AIMJ} = \frac{1}{2}AM.IJ = \frac{1}{2}.\frac{4a}{3}.a\sqrt{2} = \frac{2a^2\sqrt{2}}{3}.$

Câu 46. Chọn C

Phương trình đã cho tương đương với $\left(x^3\right)^3 + 3x^3 = 9x + m + 3\sqrt[3]{9x+m}$ (*).

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t$, có $f'(t) = 3t^2 + 3 > 0 \ \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $(*) \Leftrightarrow f\left(x^3\right) = f\left(\sqrt[3]{9x+m}\right) \Leftrightarrow x^3 = \sqrt[3]{9x+m} \Leftrightarrow x^9 - 9x = m$ (**).

Xét $g(x) = x^9 - 9x$, có $g'(x) = 9x^8 - 9 = 0$ nên $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	8	$\searrow$	-8	$\nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi phương trình (**) có đúng hai nghiệm thực, do đó $m = 8$ hoặc $m = -8$.

Vậy $S = \{-8; 8\}$ nên tổng các phần tử của S bằng 0

Câu 47. Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$ suy ra $x > 0$.

Ta có: $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1 \Leftrightarrow \log_4\left(x^2 - y^2\right) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 \geq 4$.

Suy ra: $x^2 \ge 4 + y^2$, vì $x > 0 \Rightarrow x \ge \sqrt{4+y^2}$.

Do đó: $P = 2x - y \ge 2\sqrt{4+y^2} - y$.

Xét $f(y) = 2\sqrt{4+y^2} - y$ có $f'(y) = \dfrac{2y}{\sqrt{4+y^2}} - 1$.

$f'(y) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{2y}{\sqrt{4+y^2}} = 1 \Leftrightarrow \sqrt{4+y^2} = 2y \Rightarrow y = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

y	$-\infty$		$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	$2\sqrt{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: $P_{\min} = 2\sqrt{3}$ khi $x = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}, y = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48. Chọn C

Mỗi hình thang không phải là hình bình hành được tạo từ 2 cạnh đáy song song và 2 cạnh bên không song song nên từ 15 đường thẳng đó tạo thành hình thang không phải hình bình hành có 3 trường hợp xảy ra:

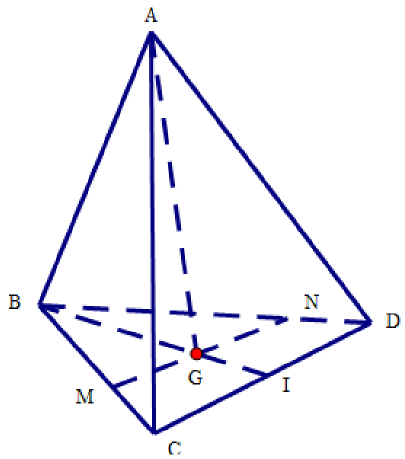
Trường hợp 1: Chọn 2 đường thẳng song song BC, 1 đường thẳng song song với AB và 1 đường thẳng AC có $C_4^2.C_5^1.C_6^1 = 180$ hình.

Trường hợp 2: Chọn 2 đường thẳng song song AC, 1 đường thẳng song song với BC và 1 đường thẳng AB có $C_5^2.C_4^1.C_6^1 = 240$ hình.

Trường hợp 3: Chọn 2 đường thẳng song song AB, 1 đường thẳng song song với BC và 1 đường thẳng AB có $C_6^2.C_4^1.C_5^1 = 300$ hình.

Vậy có tất cả là $180 + 240 + 300 = 720$ hình thang (không kể hình bình hành).

Câu 49. Chọn B



Gọi I, G lần lượt là trung điểm của CD và trọng tâm tam giác BCD.

Vì tứ diện $ABCD$ đều cạnh bằng 1 nên suy ra : $AG \perp (BCD)$ và $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{\dfrac{2}{3}}$.

Do $(AMN) \perp (BCD)$ và $(AMN) \cap (BCD) = MN$ nên ta kẻ $AH \perp MN$ thì $AH \perp (BCD)$.

Suy ra $H \equiv G$ và MN đi qua điểm G.

Ta có : $V_{ABMN} = \frac{1}{3}AG.S_{\Delta BMN}$. Do AG không đổi nên thể tích của khối tứ diện $ABMN$ lớn nhất và nhỏ nhất khi diện tích của tam giác BMN lớn nhất và nhỏ nhất.

Đặt $BM = x, BN = y \Rightarrow \frac{1}{2} \le x, y \le 1$. Khi đó có $S_{\Delta BMN} = \frac{1}{2}BM.BN.\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{4}xy$.

Mặt khác : $\frac{S_{\Delta BMN}}{S_{\Delta BCD}} = \frac{BM}{BC}.\frac{BN}{BD} = \left(\frac{S_{\Delta BMG}}{2.S_{\Delta BCI}} + \frac{S_{\Delta BNG}}{2.S_{\Delta BDI}}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{BM}{BC}.\frac{BG}{BI} + \frac{BN}{BD}.\frac{BG}{BI}\right)$.

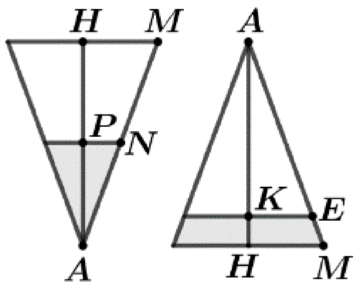
Suy ra $xy = \frac{1}{3}(x+y) \Leftrightarrow x+y = 3xy$.

Vì $\frac{1}{2} \le x, y \le 1$ nên $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(y-\frac{1}{2}\right) \ge 0 \Leftrightarrow xy + \frac{1}{4} \ge \frac{x+y}{2} \Rightarrow xy \le \frac{1}{2}$ hay $S_{\Delta BMN} \le \frac{\sqrt{3}}{8}$.

Lại có : $(x+y)^2 \ge 4xy \Rightarrow 9x^2y^2 \ge 4xy \Rightarrow xy \ge \frac{4}{9}$ hay $S_{\Delta BMN} \ge \frac{\sqrt{3}}{9}$.

Vậy $V_1 = \frac{1}{3}.\sqrt{\frac{2}{3}}.\frac{\sqrt{3}}{8}$ và $V_2 = \frac{1}{3}.\sqrt{\frac{2}{3}}.\frac{\sqrt{3}}{9}$. Từ đó suy ra $V_1 + V_2 = \frac{17\sqrt{2}}{216}$.

Câu 50. Chọn D



Xét phần mặt cắt và kí hiệu các điểm như hình vẽ.

Gọi V, V_1, V_2 lần lượt là thể tích của phễu, của phần chứa nước, và phần không chứa nước. Ta có

$\begin{cases} V = \frac{1}{3}\pi HM^2.AH \\ V_1 = \frac{1}{3}\pi PN^2.AP \end{cases}$. Suy ra $\frac{V_1}{V} = \frac{PN^2.AP}{HM^2.AH} = \left(\frac{AP}{AH}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8} \longrightarrow \frac{V_2}{V} = \frac{7}{8}$.

Khi lật ngược phễu, ta có $\frac{V_2}{V} = \left(\frac{AK}{AH}\right)^3 \Leftrightarrow \frac{7}{8} = \left(\frac{AK}{AH}\right)^3 \Leftrightarrow AK = \sqrt[3]{\frac{7}{8}}.AH \approx 19,13(\text{cm})$.

Suy ra $HK = 0,87$ cm .

------------------- HẾT -------------------