

Họ và tên: SBD: Mã đề thi: 101

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	$+\infty$

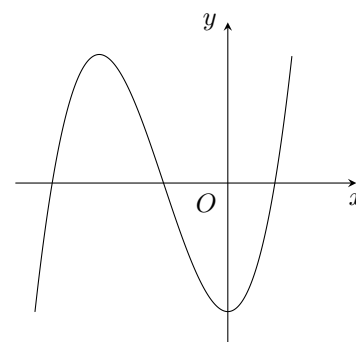
Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(-1; 4)$. C. $(-\infty; -2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 2.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số là

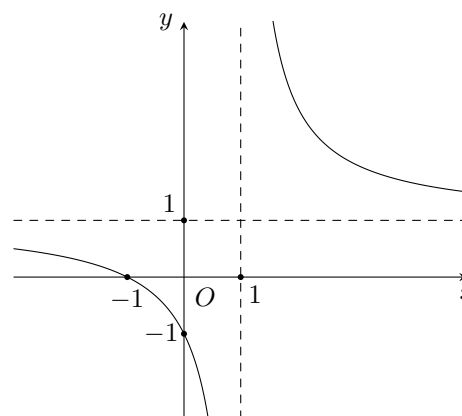
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.



Câu 3.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là

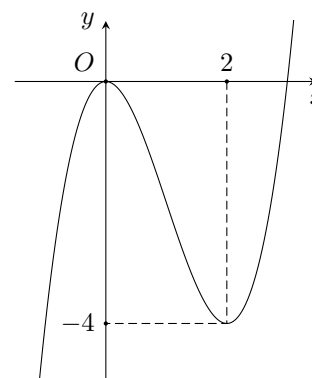
- A. $x = -1, y = 1$. B. $x = 1, y = 1$.
C. $x = -1, y = -1$. D. $x = 1, y = -1$.



Câu 4.

Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?

- A. $y = -x^3 + 3x^2$. B. $y = x^3 - 12x$.
C. $y = x^3 - 3x^2$. D. $y = -x^4 + 2x^2$.



Câu 5. Với a, b là các số thực dương bất kì, $\log_2 \frac{a}{b^4}$ bằng

- A. $\log_2 a - \log_2(4b)$. B. $\frac{1}{4} \log_2 \frac{a}{b}$. C. $2 \log_2 \frac{a}{b}$. D. $\log_2 a - 4 \log_2 b$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = (x + 2)^{-2022}$ là

- A. $[-2; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. C. $(-2; +\infty)$. D. \mathbb{R} .

Câu 7. Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = 5^x$. C. $y = (0,5)^x$. D. $y = \log_{0,5} x$.

Câu 8. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x+3} = 2^8$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 9$ là

- A. $[2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 2]$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x^3 + 2x + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 + x^2 + C$.
 C. $\int f(x) dx = 3x^3 + 2x + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 + 2x + C$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	0	1	3	6	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	-	+	0	-

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đó là

- A. $12a^2$. B. $12a^3$. C. $4a^3$. D. $4a^2$.

Câu 13. Khối chóp có thể tích bằng 144 và diện tích đáy bằng 12 thì chiều cao của nó bằng

- A. 24. B. 4. C. 12. D. 36.

Câu 14. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Tính thể tích của khối nón đã cho.

- A. $\sqrt{3}\pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 3)$ và $N(-2; 1; -3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

- A. $(-1; 1; 0)$. B. $(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 0)$. C. $(-1; -1; -6)$. D. $(-1; 1; 3)$.

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) là

- A. $I(-2; 1; 3), R = 4$. B. $I(2; -1; -3), R = 4$.
 C. $I(-2; 1; 3), R = 2\sqrt{3}$. D. $I(2; -1; -3), R = \sqrt{12}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (-2; -1; 0)$. C. $\vec{n}_2 = (-2; 1; 0)$. D. $\vec{n}_1 = (-2; 1; 1)$.

Câu 18. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\left(\int f(x) dx\right)' = -f'(x).$

B. $\left(\int f(x) dx\right)' = f'(x).$

C. $\left(\int f(x) dx\right)' = -f(x).$

D. $\left(\int f(x) dx\right)' = f(x).$

Câu 19. Đặt $a = \log_2 3$, khi đó $\log_{16} 81$ bằng

A. $a.$

B. $\frac{2a}{3}.$

C. $\frac{a}{2}.$

D. $\frac{1}{a}.$

Câu 20. Cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m - 1$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

A. $m = -3.$

B. $m = 3.$

C. $m = 2.$

D. $m = -2.$

Câu 21. Tại thời điểm ban đầu nếu đầu tư P đô-la với tỷ lệ lãi suất được tính gộp liên tục hàng năm không đổi là r thì giá trị tương lai của khoản đầu tư này sau t năm là $B(t) = P \cdot e^{rt}$ đô-la. Giả sử tỷ lệ lãi suất tính gộp hàng năm là 8%. Hỏi sau bao nhiêu năm thì số tiền đầu tư ban đầu tăng thêm ít nhất 50%?

A. 5.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Câu 22. Bất phương trình $\log_4(x^2 - 4x) > \log_2(8 - x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. vô số.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 23. Phương trình $25^x - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 6.

Câu 24.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình bên. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất?

A. 2022.

B. 2020.

C. 2021.

D. 0.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'		-	+	0	-
y	$+\infty$			2022	
					m

Câu 25. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $\int F(x) dx = x^{2022} + C$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\int xf(x) dx = xF(x) + x^{2022} + C.$

B. $\int xf(x) dx = xF(x) - x^{2022} - C.$

C. $\int xf(x) dx = xf(x) - x^{2022} - C.$

D. $\int xf(x) dx = xf(x) + 2022x^{2021} + C.$

Câu 26.

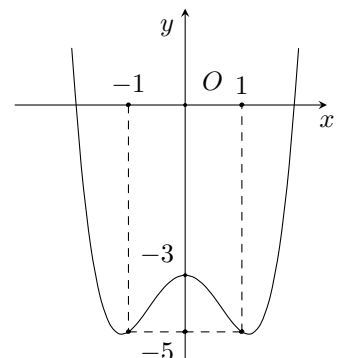
Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 6 = 0$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.



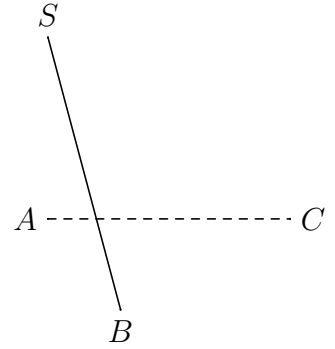
Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là

- A. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 74 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 16 = 0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 74 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 16 = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \end{cases}$

Câu 28.

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh C , $AB = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

- A. $a^3\sqrt{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{a^3}{3}$.



Câu 29. Đáy của lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ là tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh $BC = a\sqrt{2}$ và biết $AB' = 3a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. a^3 . B. $a^3\sqrt{2}$. C. $2a^3$. D. $a^3\sqrt{3}$.

Câu 30. Tìm x để hình hộp chữ nhật có các kích thước là 2, 3 và x nội tiếp được trong mặt cầu có đường kính bằng 5.

- A. $x = 2\sqrt{5}$. B. $x = 4$. C. $x = 2\sqrt{3}$. D. $x = 2$.

Câu 31. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4$ và $AD = 2$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục AB , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

- A. $S_{tp} = 10\pi$. B. $S_{tp} = 8\pi$. C. $S_{tp} = 16\pi$. D. $S_{tp} = 24\pi$.

Câu 32. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao bằng $R\sqrt{3}$ và bán kính đáy R . Một hình nón có đỉnh là (O') và đáy là hình tròn $(O; R)$. Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. 2. D. 3.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. I là trung điểm SA .
 B. I là giao điểm của AC và BD .
 C. I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBD .
 D. I là trung điểm SC .

Câu 34. Số giá trị của tham số m thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1 - m^2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng -1 là

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 35. Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = e^{2x-3}$ là

- A. 3. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 36. Có bao nhiêu giá trị của m để hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $f(x) = \frac{2x+3}{x-m}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2022.

- A. 4. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 37. Hàm số $y = \ln(4-x^2)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-2; 0)$. B. $(-2; 2)$. C. $(0; 2)$. D. $(-\infty; 2)$.

Câu 38. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số $m > 1$ để tích phân $\int_1^m (2x-1) dx = 6$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 1.

Câu 39. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{x^3-12x}(x^4-4x^2)$. Hàm số $F(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-2; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-3; 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10; 10]$ để hàm số $y = f(x^2 + 2x - m)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f''		$-$	$+$
f'	$+\infty$		$+\infty$

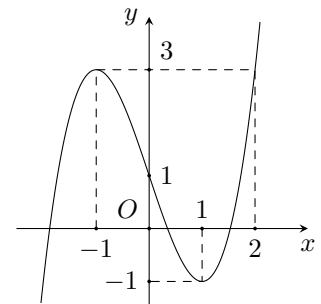
- A. 12. B. 14. C. 11. D. 13.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ được xác định với mỗi số thực x , gọi $f(x)$ là giá trị nhỏ nhất trong các số $g_1(x) = 2x+1$, $g_2(x) = x+2$, $g_3(x) = -3x+14$. Tính $\int_0^4 f(x) dx$.

- A. $\frac{31}{2}$. B. 30. C. $\frac{27}{2}$. D. 36.

Câu 42.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(3 - \sqrt{4-x^2}) = m$ có hai nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$. Tìm số phần tử của tập S .



- A. 1. B. 4. C. 5. D. 3.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để bất phương trình $\log_2^2 x - (2m+5) \log_2 x + m^2 + 5m + 4 < 0$ có ít nhất một nghiệm nguyên và không quá 1791 nghiệm nguyên?

- A. 10. B. 3. C. 9. D. 11.

Câu 44. Cho $f(x)$ là hàm bậc 4 và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	1	$-\infty$

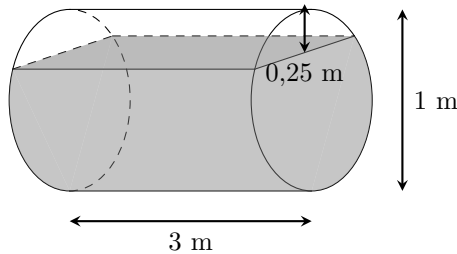
Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 4)(x - 2)}{f(x) - 1}$ có mấy đường tiệm cận?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 45. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích bằng 48, đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Thể tích khối chóp $A'B'BO$.

- A. 16. B. 24. C. 4. D. 8.

Câu 46. Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc 0,25 m (xem hình vẽ). Tính thể tích của nước trong téc (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).



- A. 1,768 m³. B. 1,167 m³. C. 1,895 m³. D. 1,896 m³.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$, trong đó $a, b \in [-2022; 2022]$ thỏa mãn $\left(\frac{2a}{a+2b}\right)^{2b} \geq \left(\frac{a+2b}{2^{b+1}}\right)^a$.

- A. 5. B. 9. C. 10. D. 11.

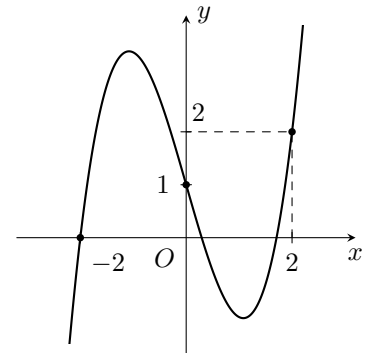
Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -1; -1)$, $B(0; 1; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 2 = 0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho \widehat{AMB} lớn nhất thì giá trị của $\cos \widehat{AMB}$ bằng

- A. $\frac{5}{13}$. B. $\frac{12}{13}$. C. $-\frac{12}{13}$. D. $-\frac{5}{13}$.

Câu 49.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $f'(\sqrt[3]{x})$ được cho trong hình bên. Hàm số $g(x) = \left|f(x) - \frac{1}{8}x^4 - x\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 2. B. 4. C. 5. D. 3.



Câu 50. Gọi S là tập các số nguyên $m \in [-2022; 2022]$ để phương trình $\log_2^2 x - \log_{\sqrt{2}} x = m - \sqrt{m + \log_2 x}$ có đúng ba nghiệm phân biệt. Số phần tử của S bằng

- A. 1. B. 2. C. 2021. D. 2022.

SỞ GD&ĐT
TRƯỜNG THPT

PHIẾU TRẢ LỜI TRẮC NGHIỆM

KIỂM TRA MÔN THỜI GIAN

HỌ VÀ TÊN LỚP

Lưu ý:

- Ghi đầy đủ các mục, giữ phiếu phẳng
- Bôi đen đáp án tương ứng với số câu trong đề
- Bài kiểm tra được chấm bằng máy,
học sinh tô đậm vừa khít với ô tròn giới hạn.

TUYỆT ĐỐI không được sửa chữa đáp án.

ĐIỂM SỐ

SỐ BÁO DANH

MÃ ĐỀ

0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

0	●	0
●	1	●
2	2	2
3	3	3
4	4	4
5	5	5
6	6	6
7	7	7
8	8	8
9	9	9

TÔ KÍN SỐ BÁO DANH VÀ MÃ ĐỀ

	A	B	C	D
21	○	○	○	●
22	○	●	○	○
23	●	○	○	○
24	●	○	○	○
25	○	●	○	○
26	○	○	○	●
27	●	○	○	○
28	○	●	○	○
29	○	●	○	○
30	○	○	●	○

	A	B	C	D
31	○	○	○	●
32	●	○	○	○
33	○	○	○	●
34	●	○	○	○
35	○	●	○	○
36	○	○	●	○
37	●	○	○	○
38	○	○	●	○
39	○	●	○	○
40	○	○	○	●

	A	B	C	D
1	●	○	○	○
2	●	○	○	○
3	○	●	○	○
4	○	○	●	○
5	○	○	○	●
6	○	●	○	○
7	○	○	●	○
8	○	○	●	○
9	○	○	○	●
10	●	○	○	○

	A	B	C	D
41	○	○	●	○
42	○	●	○	○
43	○	○	○	●
44	○	○	○	●
45	○	○	●	○
46	○	○	○	●
47	○	○	●	○
48	○	○	○	●
49	○	○	○	●
50	●	○	○	○

	A	B	C	D
11	●	○	○	○
12	○	●	○	○
13	○	○	○	●
14	○	●	○	○
15	●	○	○	○
16	○	●	○	○
17	○	○	○	●
18	○	○	○	●
19	●	○	○	○
20	○	○	○	●

	A	B	C	D
51	○	○	○	○
52	○	○	○	○
53	○	○	○	○
54	○	○	○	○
55	○	○	○	○
56	○	○	○	○
57	○	○	○	○
58	○	○	○	○
59	○	○	○	○
60	○	○	○	○

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	$+\infty$

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(-1; 4)$.

C. $(-\infty; -2)$.

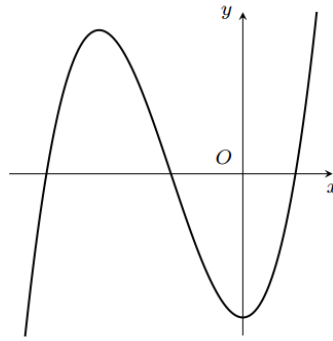
D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số là



A. 2.

B. 3.

C. 1.

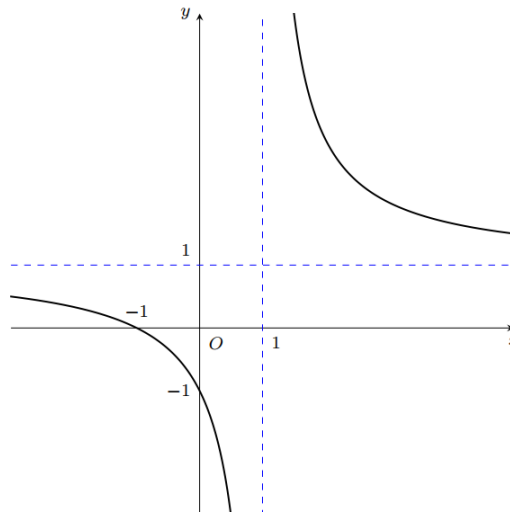
D. 4.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị, hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là



A. $x = -1; y = 1$.

B. $x = 1; y = 1$.

C. $x = -1; y = -1$.

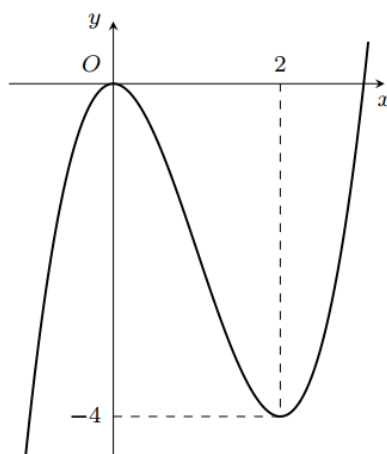
D. $x = 1; y = -1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị, đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là $x = 1$; $y = 1$.

Câu 4. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = -x^3 + 3x^2$. B. $y = x^3 - 12x$. **C. $y = x^3 - 3x^2$.** D. $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Chọn C

Đường cong là đồ thị của dạng hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2$, có $y' = 3x^2 - 6x$ nên $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 2 \Rightarrow y = -4. \end{cases}$

Vậy đường cong trong hình là đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 5. Với a, b là các số thực dương bất kỳ, $\log_2 \frac{a}{b^4}$ bằng

- A. $\log_2 a - \log_2 (4b)$. B. $\frac{1}{4} \log_2 \frac{a}{b}$. C. $2 \log_2 \frac{a}{b}$. **D. $\log_2 a - 4 \log_2 b$.**

Lời giải

Chọn D

$\log_2 \frac{a}{b^4} = \log_2 a - \log_2 b^4 = \log_2 a - 4 \log_2 b$.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{-2022}$ là

- A. $[-2; +\infty)$. **B. $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.** C. $(-2; +\infty)$. D. \mathbb{R} .

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Câu 7. Hàm số nào trong các hàm số sau đây nghịch biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = \log_5 x$. B. $y = 5^x$. **C. $y = (0,5)^x$.** D. $y = \log_{0,5} x$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = (0,5)^x$ nghịch biến trên \mathbb{R} vì $0 < 0,5 < 1$.

Câu 8. Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-5x+3} = 2^8$ là

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có } 2^{2x^2-5x+3} = 2^8 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 3 = 8 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5 + \sqrt{65}}{4} \\ x = \frac{5 - \sqrt{65}}{4} \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \leq 9$ là

A. $[2; +\infty)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $(-\infty; 2]$.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } 3^x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (-\infty; 2]$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x) dx = x^3 + 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = x^3 + x^2 + C$.

C. $\int f(x) dx = 3x^3 + 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 + 2x + C$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (3x^2 + 2) dx = x^3 + 2x + C$$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$	-2	0	1	3	6	$+\infty$		
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	-	

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần khi qua $x = 0; x = 3; x = 6$ nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có chiều cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$. Thể tích của khối lăng trụ đó là

A. $12a^2$.

B. $12a^3$.

C. $4a^3$.

D. $4a^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có thể tích lăng trụ } V = B.h = 4a^2.3a = 12a^3.$$

Câu 13. Khối chóp có thể tích bằng 144 và diện tích đáy bằng 12 thì chiều cao của nó bằng

A. 24.

B. 4.

C. 12.

D. 36.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có thể tích khối chóp } V = \frac{1}{3}B.h \Leftrightarrow 144 = \frac{1}{3}.12.h \Leftrightarrow h = 36.$$

Câu 14. Cho khối nón có độ dài đường sinh bằng $2a$ và bán kính đáy bằng a . Tính thể tích của khối nón đã cho

- A. $\sqrt{3}\pi a^3$. **B. $\frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.** C. $\frac{2\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Chiều cao của khối nón $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

Khi đó, thể tích khối nón đã cho bằng: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 3)$ và $N(-2; 1; -3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác OMN là

- A. $(-1; 1; 0)$.** B. $(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 0)$. C. $(-1; -1; -6)$. D. $(-1; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm } \triangle OMN \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_O + x_M + x_N}{3} \\ y_G = \frac{y_O + y_M + y_N}{3} \\ z_G = \frac{z_O + z_M + z_N}{3} \end{cases} \Rightarrow G(-1; 1; 0).$$

Câu 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I(-2; 1; 3), R = 4$. **B. $I(2; -1; -3), R = 4$.**
 C. $I(-2; 1; 3), R = 2\sqrt{3}$. D. $I(2; -1; -3), R = \sqrt{12}$.

Lời giải

Chọn B

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$$

Có $a = 2, b = -1, c = -3, d = -2$. Tọa độ tâm $I(2; -1; -3)$, bán kính

$$R = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-3)^2 - (-2)} = \sqrt{16} = 4.$$

Câu 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (-2; -1; 0)$. **C. $\vec{n}_2 = (-2; 1; 0)$.** D. $\vec{n}_1 = (-2; 1; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Theo phương trình mặt phẳng (P) , một vectơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (2; -1; 0)$

Nhận xét $\vec{n}_2 = -1 \cdot \vec{n}$, vậy vectơ \vec{n}_2 là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 18. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(\int f(x) dx)' = -f'(x)$.

B. $(\int f(x) dx)' = f'(x)$.

C. $(\int f(x) dx)' = -f(x)$.

D. $(\int f(x) dx)' = f(x)$.

Lời giải

Chọn B

Theo tính chất 1 của nguyên hàm SGK trang 96: $(\int f(x) dx)' = f'(x)$.

Câu 19. Đặt $a = \log_2 3$, khi đó $\log_{16} 81$ bằng

A. a .

B. $\frac{2a}{3}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{1}{a}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{16} 81 = \log_{2^4} 3^4 = \frac{4}{4} \log_2 3 = \log_2 3 = a$.

Câu 20. Cho hàm số $y = x^4 + 2mx^2 + m - 1$. Tìm m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1

A. $m = -3$.

B. $m = 3$.

C. $m = 2$.

D. $m = -2$.

Lời giải

Chọn C

Theo đầu bài, đồ thị hàm số đi qua điểm $M(0;1)$, khi đó ta có

$$1 = m - 1 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 21. Tại thời điểm ban đầu nếu đầu tư P đô la với tỷ lệ lãi suất được tính gộp liên tục hàng năm không đổi là r thì giá trị tương lai của khoản đầu tư này sau t năm là $B(t) = P.e^{rt}$ đô la. Giả sử tỷ lệ lãi suất tính gộp hàng năm là 8%. Hỏi sau bao nhiêu năm thì số tiền đầu tư ban đầu tăng thêm ít nhất 50%.

A. 5.

B. 8.

C. 7.

D. 6.

Lời giải

Chọn D

Theo đề ra ta có:

$$P.e^{0,08t} > 1,5P \Leftrightarrow e^{0,08t} > 1,5 \Rightarrow 0,08t > \ln 1,5 \Rightarrow t > \frac{\ln 1,5}{0,08} \approx 5,06.$$

Câu 22. Bất phương trình $\log_4(x^2 - 4x) > \log_2(8 - x)$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. vô số.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x^2 - 4x > 0 \\ 8 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 < x < 8 \\ x < 8 \end{cases}.$$

Bất phương trình tương đương

$$x^2 - 4x > x^2 - 16x + 64 \Leftrightarrow 12x > 64 \Leftrightarrow x > \frac{16}{3}.$$

Đổi chiều điều kiện ta được $\frac{16}{3} < x < 8$ suy ra có 2 nghiệm nguyên.

Câu 23. Phương trình $25^x - 6.5^x + 5 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 + x_2$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $25^x - 6.5^x + 5 = 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 6.5^x + 5 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}. \text{ Suy ra } x_1 + x_2 = 1.$$

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y = f(x)$ có giá trị nhỏ nhất?

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-		
y	$+\infty$		↘	0	↗	2022	↘	m

A. 2022.

B. 2020.

C. 2021.

D. 0.

Lời giải

Chọn A

Để hàm số có giá trị nhỏ nhất cần $0 \leq m < 2022$. Suy ra có 2022 giá trị.

Câu 25. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $\int F(x)dx = x^{2022} + C$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\int xf(x)dx = xF(x) + x^{2022} + C.$

B. $\int xf(x)dx = xF(x) - x^{2022} - C.$

C. $\int xf(x)dx = xf(x) - x^{2022} - C.$

D. $\int xf(x)dx = xf(x) + 2022x^{2021} + C.$

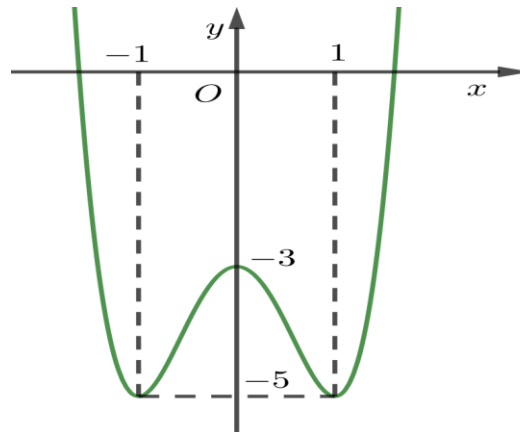
Lời giải

Chọn B

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = f(x)dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = F(x) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \int xf(x)dx = xF(x) - \int F(x)dx = xF(x) - x^{2022} - C.$$

Câu 26. Cho hàm bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $2f(x)+6=0$ là



A. 2.

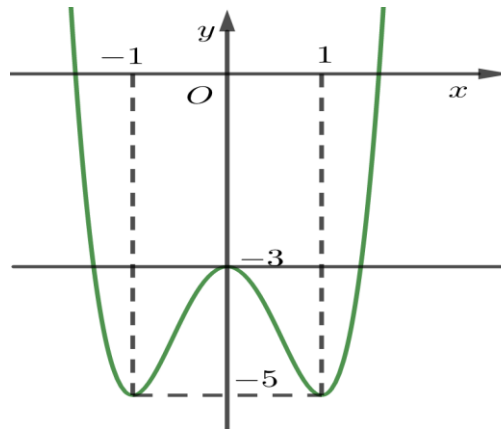
B. 1.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D



Ta có: $f(x) = -3$, dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị $y = f(x)$ cắt đường $y = -3$ tại 3 điểm. Do đó số nghiệm là 3.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là

A.
$$\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 74 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 16 = 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 74 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 16 = 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \end{cases}$$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; 3), R = 4$

Mặt phẳng cần tìm song song với (α) nên có dạng: $4x + 3y - 12z + d = 0$

Ta có: $\frac{|4.1+3.2-12.3+d|}{\sqrt{4^2+3^2+(-12)^2}}=4 \Leftrightarrow |-26+d|=52 \Leftrightarrow \begin{cases} d=78 \\ d=-26 \end{cases}$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là $\begin{cases} 4x+3y-12z+78=0 \\ 4x+3y-12z-26=0 \end{cases}$

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân đỉnh C , $AB=2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa SC với mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $a^3\sqrt{6}$.

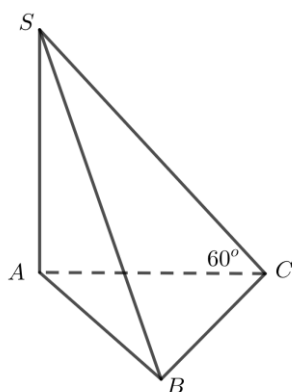
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $AC = \sqrt{2}a$.

Vì SA vuông góc với mặt phẳng đáy nên góc giữa SC với mặt phẳng (ABC) là $\angle SCA$.

$SA = \tan 60^\circ \cdot a\sqrt{2} = a\sqrt{6}$.

Vậy, $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2}a)^2 \cdot a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 29. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$, tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh $BC = a\sqrt{2}$, biết $AB' = 3a$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. a^3 .

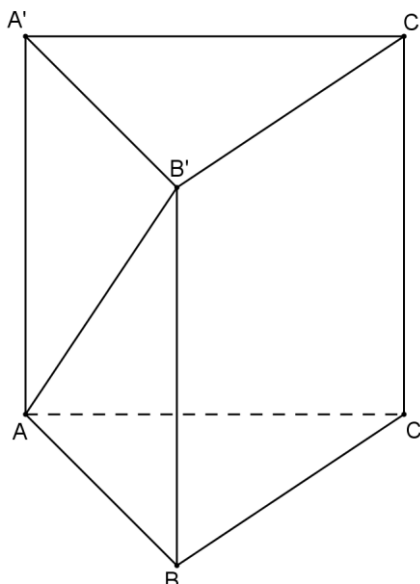
B. $a^3\sqrt{2}$.

C. $2a^3$.

D. $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Do tam giác ABC vuông cân tại A có cạnh $BC = a\sqrt{2}$ nên $AB = AC = a$

$$\text{Mà } BB' = \sqrt{(AB')^2 - BA^2} = 2\sqrt{2}a$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = BB' \cdot S_{\triangle ABC} = \sqrt{2}a^3$$

Câu 30. Tìm x để hình hộp chữ nhật có các kích thước là $2, 3, x$ nội tiếp được trong mặt cầu có đường kính bằng 5 .

- A. $x = 2\sqrt{5}$. B. $x = 4$. **C. $x = 2\sqrt{3}$.** D. $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Hình hộp chữ nhật có các kích thước là $2, 3, x$ nội tiếp được trong mặt cầu có đường kính bằng 5

$$\text{tương đương } \sqrt{2^2 + 3^2 + x^2} = 5 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{3}$$

Câu 31. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$, có $AB = 4, AD = 2$. Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục AB ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{TP} của hình trụ đó.

- A. $S_{TP} = 10\pi$. B. $S_{TP} = 8\pi$. C. $S_{TP} = 16\pi$. **D. $S_{TP} = 24\pi$.**

Lời giải

Chọn D

$$\text{Theo bài hình lăng trụ thu được có } \begin{cases} l = AB = 4 \\ r = AD = 2 \end{cases}$$

$$\text{Nên } S_{TP} = 2\pi r(l + r) = 24\pi$$

Câu 32. Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao bằng $R\sqrt{3}$ và bán kính đáy R . Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn $(O; R)$. Tỷ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

- A. $\sqrt{3}$.** B. $2\sqrt{3}$. C. 2 . D. 3 .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Diện tích xung quanh của hình trụ là } S_1 = 2\pi \cdot R \cdot R\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\pi R^2.$$

$$\text{Diện tích xung quanh của hình nón là } S_2 = \pi \cdot R \cdot \sqrt{R^2 + (R\sqrt{3})^2} = 2\pi R^2.$$

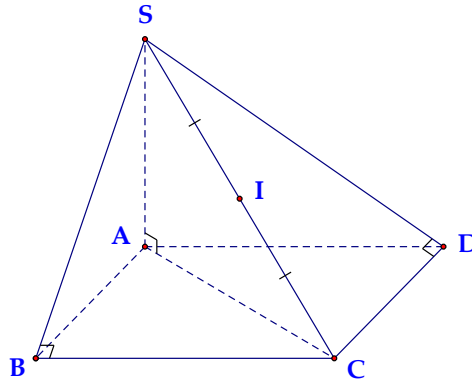
Tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón là $\frac{S_1}{S_2} = \sqrt{3}$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc đáy, I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. I là trung điểm SA .
- B. I là giao điểm của AC và BD .
- C. I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SBD .
- D. I là trung điểm SC .**

Lời giải

Chọn D



$$\text{Dễ thấy } \begin{cases} BC \perp (SAB) \\ CD \perp (SAD) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BC \perp SB \\ CD \perp SD \end{cases}$$

Khi đó A, B, D cùng nhìn SC dưới góc 90° do đó trung điểm I của SC là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Câu 34. Số giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1 - m^2$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng -1

- A. 1.**
- B. 0.
- C. 3.
- D. 2.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 + 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ (nhận)} \\ x = 2 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Khi đó $f(-2) = 19 - m^2$; $f(0) = -1 - m^2$ và $f(1) = 1 - m^2$.

Do đó $\min_{[-2;1]} f(x) = f(0) = -1 - m^2$ suy ra $-1 - m^2 = -1 \Leftrightarrow m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35. Số điểm cực trị của hàm số $y = e^{2x-3}$ là

- A. 3.
- B. 0.**
- C. 1.
- D. 2.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y = e^{2x-3} \Rightarrow y' = 2e^{2x-3} > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số không có cực trị.

$$\text{Suy ra } y' = 0 \Leftrightarrow e^{x^3-12x}(x^4-4x^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Do đó chọn B

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} và $f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-3; 2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc $[-10; 10]$ để hàm số $y = f(x^2 + 2x - m)$ đồng biến trên $(-1; 1)$.

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
f''		$-$	0	$+$	
f'	$+\infty$				$+\infty$

A. 12.

B. 14.

C. 11.

D. 13.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên kết hợp với đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là $-3; 2$ ta có:

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0

Ta có $y' = (2x+2)f'(x^2+2x-m)$.

Để hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$ thì

$$(2x+2)f'(x^2+2x-m) \geq 0, \forall x \in (-1; 1)$$

$$\Leftrightarrow f'(x^2+2x-m) \geq 0, \forall x \in (-1; 1);$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-m \geq 2, \forall x \in (-1; 1) \\ x^2+2x-m \leq -3, \forall x \in (-1; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+2 \leq x^2+2x, \forall x \in (-1; 1) \\ m-3 \geq x^2+2x, \forall x \in (-1; 1) \end{cases}$$

Ta có $g(x) = x^2+2x, x \in (-1; 1); g'(x) = 2x+2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$, suy ra:

x	-1		1
$g'(x)$	0	$+$	
$g(x)$			3

$$\text{Suy ra } \begin{cases} m+2 \leq -1 \\ m-3 \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -3 \\ m \geq 6 \end{cases} \xrightarrow{m \in [-10; 10]} \begin{cases} m \in \{-10; -9; \dots; -3\} \\ m \in \{6; 7; 8; 9; 10\} \end{cases}. \text{ Chọn D}$$

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ được xác định với mỗi số thực x , gọi $f(x)$ là giá trị nhỏ nhất trong các số

$$g_1(x) = 2x + 1, \quad g_2(x) = x + 2, \quad g_3(x) = -3x + 14. \quad \text{Tính } \int_0^4 f(x) dx.$$

A. $\frac{31}{2}$.

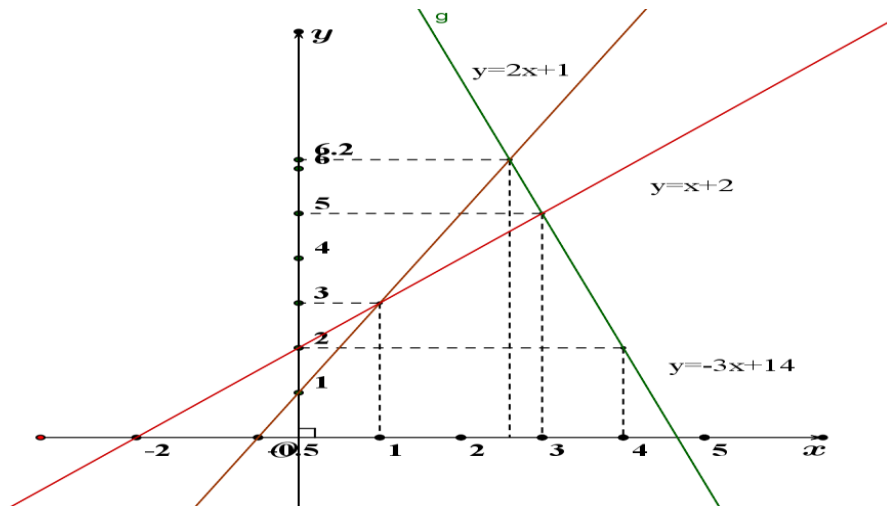
B. 30.

C. $\frac{27}{2}$

D. 36.

Lời giải

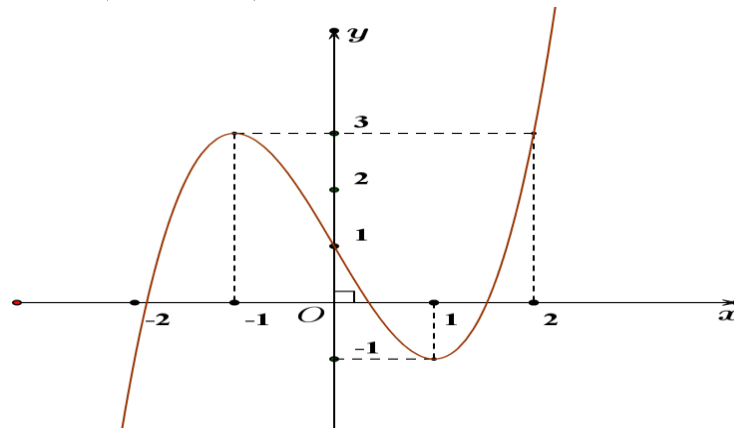
Chọn C



Dựa vào đồ thị ta có

$$\int_0^4 f(x) dx = \int_0^{0.5} (2x+1) dx + \int_{0.5}^1 (x+2) dx + \int_1^3 (-3x+14) dx + \int_3^4 (-3x+14) dx = (x^2 + x)|_0^{0.5} + \left(\frac{x^2}{2} + 2x\right)|_{0.5}^1 + \left(\frac{-3x^2}{2} + 14x\right)|_1^3 + \left(\frac{-3x^2}{2} + 14x\right)|_3^4 = \frac{27}{2}$$

Câu 42. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(3 - \sqrt{4 - x^2}) = m$ có 2 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.



Tìm số phần tử của S

A. 1.

B. 4.

C. 5.

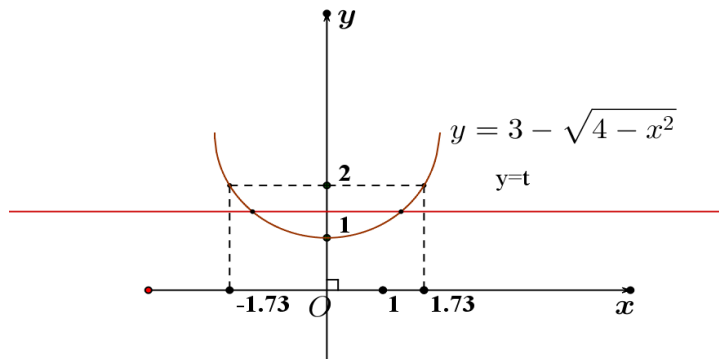
D. 3.

Lời giải

Chọn B

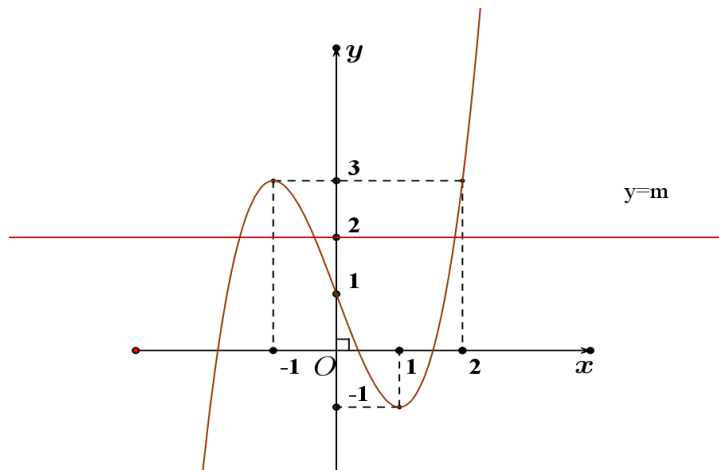
$$f(3 - \sqrt{4 - x^2}) = m$$

Đặt $t = 3 - \sqrt{4 - x^2} \Rightarrow t' = \frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}; t' = 0 \Rightarrow x = 0; y_0 = 1, y_{\sqrt{3}} = 2, y_{-\sqrt{3}} = 2. t \in [1; 2]$



Với mỗi $t \in (1; 2]$ ta có 2 giá trị của $x \in [-\sqrt{3}; \sqrt{3}]$.

Ta có phương trình $f(t) = m, t \in [1; 2]$.



Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $-1 < m \leq 3$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để bất phương trình $\log_2^2 x - (2m+5)\log_2 x + m^2 + 5m + 4 < 0$ có ít nhất một nghiệm nguyên và không quá 1791 nghiệm nguyên?

A. 10.

B. 3.

C. 9.

D. 11.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định của bất phương trình là $x > 0$.

Đặt $t = \log_2 x, t \in \mathbb{R}$.

Khi đó bất phương trình trở thành

$$t^2 - (2m+5)t + m^2 + 5m + 4 < 0.$$

$$\Leftrightarrow (t - m - 1)(t - m - 4) < 0 \Leftrightarrow m + 1 < t < m + 4$$

$$\Leftrightarrow m + 1 < \log_2 x < m + 4 \Leftrightarrow 2^{m+1} < x < 2^{m+4}$$

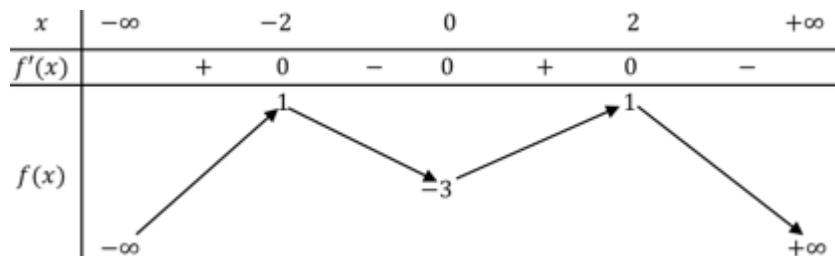
Do $2^{m+4} - 2^{m+1} = 14 \cdot 2^m$, nên với $m \geq -3$ thì bất phương trình có ít nhất một nghiệm nguyên.

Suy ra với $m \geq -3$ bất phương trình có ít nhất 1 nghiệm nguyên và không quá 1791 thì

$$14 \cdot 2^m - 1 \leq 1791 \Leftrightarrow m \leq \log_2 \frac{1792}{14} = 7$$

Vậy $m \in \{-3; -2; \dots; 7\}$ hay có 11 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

Câu 44. Cho $f(x)$ là hàm bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ



Đồ thị hàm số $g(x) = \frac{(x^2 - 4)(x - 2)}{f(x) - 1}$ có mấy đường tiệm cận?

A. 3.

B. 4.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $f(x) - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}$.

Do $f(x)$ là hàm số bậc bốn có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên $f(x) - 1 = a(x + 2)^2(x - 2)^2$ ($a < 0$).

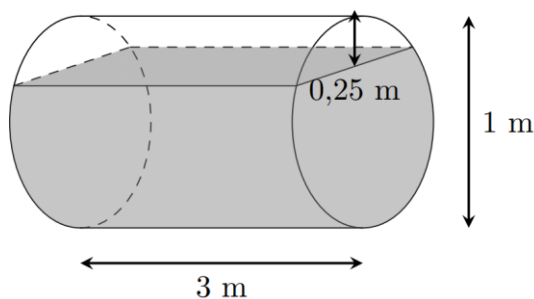
Khi đó, $g(x) = \frac{(x^2 - 4)(x - 2)}{a(x + 2)^2(x - 2)^2} = \frac{1}{a(x + 2)}$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{a(x + 2)} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{a(x + 2)} = 0$, nên $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Và $\lim_{x \rightarrow -2^+} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{a(x + 2)} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -2^-} g(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{1}{a(x + 2)} = +\infty$, nên $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $g(x)$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 45. Một téc nước hình trụ, đang chứa nước được đặt nằm ngang, có chiều dài 3 m và đường kính đáy 1 m. Hiện tại mặt nước trong téc cách phía trên đỉnh của téc 0,25 m (xem hình vẽ). Tính thể tích cầu nước trong téc (kết quả làm tròn tới hàng phần nghìn).



A. $1,768m^3$.

B. $1,167m^3$.

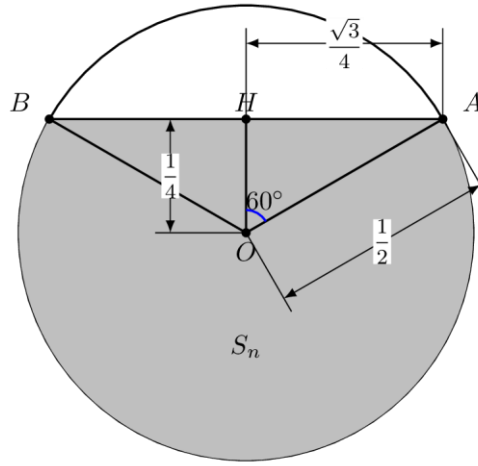
C. $1,895m^3$.

D. $1,896m^3$.

Câu 31:

Lời giải

Chọn D



Thể tích của téc khi chứa đầy nước $V = S_d \cdot h = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 3 = \frac{3\pi}{4} (m^3)$

Xét đường tròn mặt đáy của téc.

Phần diện tích nước đang chiếm gọi là S_n , phần không có nước là hình viên phân giới hạn bởi dây AB và cung AB

Tính được $\widehat{AOB} = 120^\circ, AB = \frac{\sqrt{3}}{2} (m)$

$$S_n = S_d - (S_{AOB} - S_{AOB}) = S_d - \frac{120}{360} S_d + S_{AOB} = \frac{2}{3} S_d + S_{AOB}$$

$$S_n = \frac{2}{3} \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48} (m^2)$$

Do téc đặt nằm ngang với mặt đất, do đó, mặt nước vuông góc với hai đáy. Khi đó, tỷ lệ diện tích mặt đáy chính là tỷ lệ thể tích của nước trong téc. Ta có

$$\frac{V_n}{V} = \frac{S_n}{S} \Rightarrow V_n = V \cdot \frac{S_n}{S} = \frac{3\pi}{4} \cdot \frac{\frac{8\pi + 3\sqrt{3}}{48}}{\pi \left(\frac{1}{2}\right)^2} \approx 1.896 (m^3)$$

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a; b)$, trong đó $a, b \in [1; 2022]$ thỏa mãn

$$\left(\frac{2a}{a+2^b}\right)^{2^b} \geq \left(\frac{a+2^b}{2^{b+1}}\right)^a ?$$

A. 5.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Lời giải

Chọn C

Đặt $x = a; y = 2^b$, ta có $\left(\frac{2x}{x+y}\right)^y \geq \left(\frac{x+y}{2y}\right)^x \Leftrightarrow \left(\frac{2x}{x+y}\right)^y \cdot \left(\frac{2y}{x+y}\right)^x \geq 1$

Xét hàm $f(x; y) = \left(\frac{2x}{x+y}\right)^y \cdot \left(\frac{2y}{x+y}\right)^x$

Khi $x = y \Rightarrow f(x; y) = 1$

Giả sử $x > y \Rightarrow f(x; y) < \left(\frac{2x}{x+y}\right)^x \cdot \left(\frac{2y}{x+y}\right)^x = \left(\frac{4xy}{(x+y)^2}\right)^x < 1^x = 1$ ($4xy < x^2 + y^2$)

Giả sử $x < y \Rightarrow f(x; y) < \left(\frac{2x}{x+y}\right)^y \cdot \left(\frac{2y}{x+y}\right)^y = \left(\frac{4xy}{(x+y)^2}\right)^y < 1^y = 1$

Vậy, $f(x; y) \geq 1 \Leftrightarrow f(x; y) = 1 \Leftrightarrow x = y \Leftrightarrow a = 2^b$

Trên đoạn $a, b \in [1; 2022] \Rightarrow 2^b < 2022 \Rightarrow b < 11$

Vậy, có 10 giá trị của b , và có 10 giá trị của a nên có 10 cặp $(a; b)$ thỏa mãn.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (a, b) trong đó $a, b \in [1; 2022]$ thỏa $\left(\frac{2a}{a+2^b}\right)^{2^b} \geq \left(\frac{a+2^b}{2^{b+1}}\right)^a$

A. 5.

B. 9.

C. 10.

D. 11.

Lời giải

Chọn C

Đặt $x = a, y = 2^b$ ta được $\left(\frac{2x}{x+y}\right)^y \geq \left(\frac{x+y}{2y}\right)^x \Leftrightarrow \left(\frac{2x}{x+y}\right)^y \left(\frac{2y}{x+y}\right)^x \geq 1$

Đặt $P = \left(\frac{2x}{x+y}\right)^y \left(\frac{2y}{x+y}\right)^x$

Không mất tính tổng quát giả sử $x \geq y$

$\Rightarrow P = \left(\frac{2x}{x+y}\right)^y \left(\frac{2y}{x+y}\right)^x \leq \left(\frac{2x}{x+y}\right)^x \left(\frac{2y}{x+y}\right)^x = \left(\frac{4xy}{(x+y)^2}\right)^x \leq 1^x$

$\Rightarrow P \leq 1$. Do đó $P = 1$ nên $x = y \Rightarrow a = 2^b$

Vì $1 \leq a \leq 2022 \Rightarrow 2^b \leq 2022 \Rightarrow b \leq \log_2 2022 \Rightarrow b < 11$

Vậy có 10 cặp số nguyên dương (a, b) .

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(2; -1; -1)$, $B(0; 1; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 2 = 0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho AMB lớn nhất thì giá trị của $\cos \angle AMB$ bằng

A. $-\frac{5}{13}$.

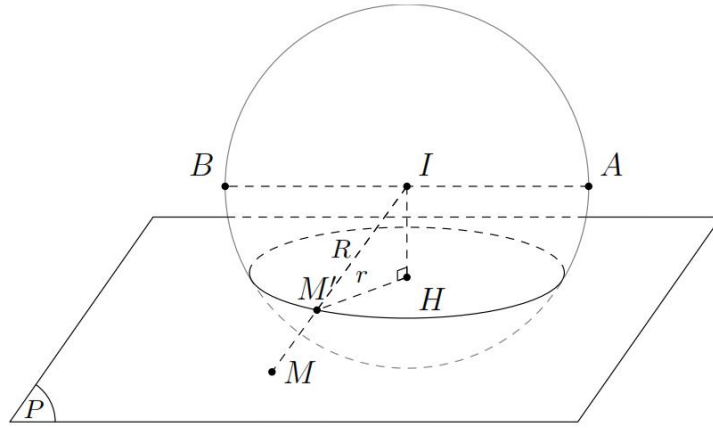
B. $-\frac{12}{13}$.

C. $\frac{12}{13}$.

D. $\frac{5}{13}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $\overrightarrow{AB} = (-2; 2; -1)$, $AB = 3$ và $\vec{n}_P = (2; 1; -2)$ nên $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = -4 + 2 + 2 = 0$ hay $AB \parallel (P)$.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I \left(1; 0; -\frac{3}{2} \right)$. Xét mặt cầu (S) đường kính AB .

$$\text{Do } d(I, (P)) = \frac{|2 \times 1 - 0 - 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) - 2|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-2)^2}} = \frac{3}{3} < \frac{AB}{2} = \frac{3}{2}.$$

Nên mặt cầu (S) sẽ cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có tâm H là hình chiếu của I trên mặt

phẳng (P) và bán kính $r = \sqrt{\frac{AB^2}{4} - d^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Xét điểm M bất kỳ thuộc mặt phẳng (P) nằm ngoài đường tròn tâm H bán kính $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Gọi M' là giao điểm của IM và mặt cầu (S) , khi đó $\angle AMB < \angle AM'B = 90^\circ$.

Vậy M thuộc mặt phẳng (P) nằm trong đường tròn tâm H bán kính $r = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

$$\text{Ta có } \cot \angle AMB = \frac{MA^2 + MB^2 - AB^2}{4S_{AMB}}; MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}.$$

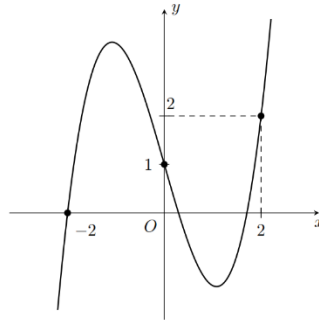
$$\Rightarrow \cot \angle AMB = \frac{2MI^2 - \frac{AB^2}{2}}{4S_{AMB}}.$$

Do $d(M, AB) \geq HI \Rightarrow S_{AMB} \geq S_{AHB} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 = \frac{3}{2}$, $MI^2 \geq HI^2 = 1$ và $\cot \angle AMB < 0$.

Nên để $\angle AMB$ lớn nhất thì $M \equiv H$ và $\cot \angle AMB = \frac{2 - \frac{9}{2}}{4 \times \frac{3}{2}} = -\frac{5}{12} \Rightarrow \cos \angle AMB = -\frac{5}{13}$.

Câu 49. Biết Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} . Đồ thị hàm số $f'(\sqrt[3]{x})$ được cho trong hình dưới.

Hàm số $g(x) = \left| f(x) - \frac{1}{8}x^4 - x \right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực đại.



A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 4.

Lời giải

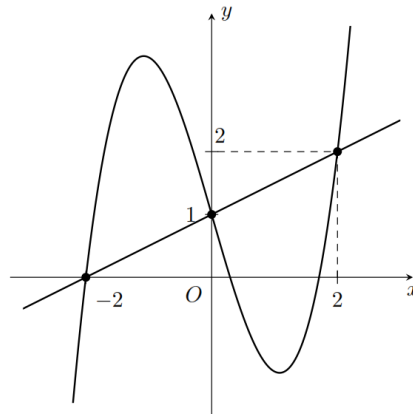
Chọn A

Xét hàm số $h(x) = f(x) - \frac{1}{8}x^4 - x$ liên tục trên \mathbb{R} .

Khi đó $h'(x) = f'(\sqrt[3]{x}) - \frac{1}{2}x^3 - 1$, nên $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(\sqrt[3]{x}) = \frac{1}{2}x^3 + 1$.

Đặt $x = \sqrt[3]{t} \Rightarrow t = x^3$, khi đó xét $h'(x) = f'(\sqrt[3]{t}) - \left(\frac{1}{2}t + 1\right)$.

Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}t + 1$ cùng hệ tọa độ với đồ thị hàm số $f'(\sqrt[3]{t})$ ta được như hình dưới



$$\text{Do đó } h'(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 0 \\ t = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\sqrt[3]{2} \\ x = 0 \\ x = \sqrt[3]{2} \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)$ như sau

x	$-\infty$	$-\sqrt[3]{2}$	0	$\sqrt[3]{2}$	$+\infty$			
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$h(x)$	$+\infty$		$h(0)$		$+\infty$			
		$h(-\sqrt[3]{2})$		$h(\sqrt[3]{2})$				

Vậy hàm số $g(x) = |h(x)|$ có tối đa 3 điểm cực đại.

- Câu 50.** Gọi S là tập các số nguyên $m \in [-2022; 2022]$ để phương trình $\log_2^2 x - \log_{\sqrt{2}} x = m - \sqrt{m + \log_2 x}$ có đúng ba nghiệm phân biệt. Số phần tử của S bằng
- A. 2022. B. 1. **C. 2021.** D. 2.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} x > 0 \\ m + \log_2 x \geq 0 \end{cases}$$

Khi đó

$$\log_2^2 x - \log_{\sqrt{2}} x = m - \sqrt{m + \log_2 x}$$

$$\Leftrightarrow \log_2^2 x - 2\log_2 x = m - \sqrt{m + \log_2 x} \Leftrightarrow \log_2^2 x - \log_2 x = m + \log_2 x - \sqrt{m + \log_2 x}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \log_2 x \\ v = \sqrt{m + \log_2 x} \end{cases}, \text{ khi đó phương trình có dạng}$$

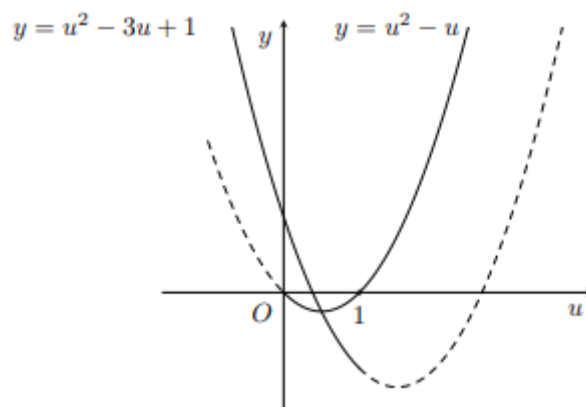
$$u^2 - u = v^2 - v \Leftrightarrow u - v \quad u + v - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} u = v \\ u + v = 1 \end{cases}$$

$$\text{Xét } u = v \Leftrightarrow \log_2 x = \sqrt{m + \log_2 x} \Leftrightarrow u = \sqrt{m + u} \Leftrightarrow \begin{cases} u \geq 0 \\ u^2 - u = m \end{cases}$$

$$\text{Xét } u + v = 1 \Leftrightarrow 1 - u = \sqrt{m + u} \Leftrightarrow \begin{cases} u \leq 1 \\ u^2 - 3u + 1 = m \end{cases}$$

Ta có đồ thị hai hàm số $y = u^2 - u, u \geq 0$ và $y = u^2 - 3u + 1, u \leq 1$ trên cùng một hệ tọa độ như sau



Từ đồ thị để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $-\frac{1}{4} < m \leq 0$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn bài toán.

----- **HẾT** -----