

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như sau:

|         |           |             |           |       |           |
|---------|-----------|-------------|-----------|-------|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |             | $2$       |       | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | +           |           | +     |           |
| $f(x)$  | $1$       | ↗ $+\infty$ |           | ↘ $1$ |           |
|         |           |             | $-\infty$ |       |           |

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(1; +\infty)$ .      B.  $(0; 3)$ .      C.  $(-\infty; +\infty)$ .      D.  $(2; +\infty)$ .

**Câu 2:** Cho hàm số  $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $(1; +\infty)$ .      B. Hàm số đồng biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ .  
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$ .      D. Hàm số nghịch biến trên khoảng  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ .

**Câu 3:** Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A.  $y = \left(\frac{e}{2}\right)^x$       B.  $y = \left(\frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}\right)^x$       C.  $y = \left(\frac{4}{\sqrt{3}+2}\right)^x$       D.  $y = \left(\frac{\pi+3}{2\pi}\right)^x$

**Câu 4:** Cho hàm số  $y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$ . Giá trị lớn nhất của hàm số bằng:

- A. 2.      B. 4.      C. 3.      D. 1.

**Câu 5:** Khối lăng trụ có chiều cao  $h$ , tổng diện tích hai đáy là  $B$ . Thể tích khối lăng trụ là

- A.  $\frac{1}{2}Bh$ .      B.  $\frac{1}{3}Bh$ .      C.  $Bh$ .      D.  $\frac{1}{6}Bh$ .

**Câu 6:** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $2a$ , chiều cao bằng  $\sqrt{3}a$ . Khoảng cách từ  $A$  đến mặt phẳng  $(SCD)$  bằng

- A.  $\frac{\sqrt{3}a}{2}$ .      B.  $a$ .      C.  $\sqrt{3}a$ .      D.  $2a$ .

**Câu 7:** Tìm số nghiệm thuộc  $\left[\frac{-3\pi}{2}; -\pi\right)$  của phương trình  $\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$ .

- A. 0.      B. 1.      C. 2.      D. 3.

**Câu 8:** Một tổ gồm 7 nam và 6 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 em đi trực sao cho có ít nhất 2 nữ?

- A.  $(C_7^2 + C_6^5) + (C_7^1 + C_6^3) + C_6^4$ .      B.  $(C_7^2 \cdot C_6^2) + (C_7^1 \cdot C_6^3) + C_6^4$ .  
C.  $C_{11}^2 \cdot C_{12}^2$ .      D.  $C_7^2 \cdot C_6^2 + C_7^3 \cdot C_6^1 + C_7^4$ .

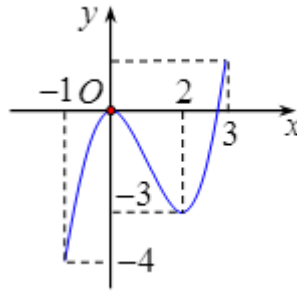
**Câu 9:** Cho phương trình  $-x^4 + 4x^2 - 3 - m = 0$ . Với giá trị nào của tham số  $m$  thì phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt?

- A.  $1 < m < 3$ .      B.  $-3 < m < 1$ .      C.  $1 < m < 2$ .      D.  $-1 < m < 2$ .

**Câu 10:** Tìm hệ số của số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển  $(1+x+x^2+x^3)^{10}$ .

- A. 582.      B. 1902.      C. 7752.      D. 252.

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = f(x)$  xác định, liên tục trên đoạn  $[-1; 3]$  và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp  $T$  tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để phương trình  $f(x) = m$  có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn  $[-1; 3]$  là



- A.  $T = [-4; 1]$ .      B.  $T = (-4; 1)$ .      C.  $T = [-3; 0]$ .      D.  $T = (-3; 0)$ .

**Câu 12:** Cho khối đa diện  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình bình hành. Chia khối đa diện  $S.ABCD$  bởi hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(SAC)$ , khi đó ta thu được bao nhiêu khối đa diện?

- A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

**Câu 13:** Kí hiệu  $\max\{a; b\}$  là số lớn nhất trong hai số  $a, b$ . Tìm tập nghiệm  $S$  của bất phương trình  $\max\{\log_2(x+1); \log_2(2x-1)\} < 2$ .

- A.  $S = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$       B.  $S = \left(0; \frac{5}{2}\right)$       C.  $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$       D.  $S = \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$

**Câu 14:** Các đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số  $y = \frac{2x+1}{x-1}$  là

- A.  $x = 2; y = 1$ .      B.  $x = -1; y = -2$ .      C.  $x = 1; y = -2$ .      D.  $x = 1; y = 2$ .

**Câu 15:** Cho hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông với đường chéo bằng  $3\sqrt{2}a$ . Diện tích xung quanh của hình lăng trụ đứng  $ABCD.A'B'C'D'$  bằng  $6a^2$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

- A.  $\frac{3a^3}{2}$ .      B.  $9a^3$ .      C.  $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$ .      D.  $\frac{9a^3}{2}$ .

**Câu 16:** Cho hàm số  $y = x^3 + 4x^2 - 5$  có đồ thị  $(C)$ , điểm  $M(3; 2)$  và đường thẳng  $d: y = mx - m$ ,  $m$  là tham số. Gọi  $T$  là tập tất cả các giá trị của  $m$  để đường thẳng  $d$  cắt  $(C)$  tại 3 điểm phân biệt  $A(1; 0)$ ,  $B, C$  ( $A$  nằm ngoài  $B, C$ ) sao cho  $S_{MAB} + S_{MAC} = 14$ . Tổng bình phương các phần tử của  $T$  là

- A. 2.      B. 10.      C. 9.      D. 4.

**Câu 17:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = x^2(x+1)^4(x-3)^3(x^2+mx)$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của  $m$  để hàm số  $y = f(2x+1)$  có đúng một điểm cực trị?

- A. 2.      B. 3.      C. 1.      D. 4.



**Câu 26:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $\widehat{B} = 30^\circ, AC = 2$ . Gọi  $M$  là trung điểm của  $BC$ . Tính giá trị của biểu thức  $P = \overline{AM} \cdot \overline{BM}$ .

- A.  $P = -2$ .                      B.  $P = 2\sqrt{3}$ .                      C.  $P = 2$ .                      D.  $P = -2\sqrt{3}$ .

**Câu 27:** Cho hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  và có đồ thị của hàm số  $f'(x)$  như hình vẽ. Hàm số  $f(x)$  có mấy điểm cực trị?



- A. 4.                      B. 1.                      C. 2.                      D. 3.

**Câu 28:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $\widehat{ACB} = 75^\circ$ , đỉnh  $B(-4; -2)$ . Đường cao kẻ từ đỉnh  $A(x_0; y_0)$  có phương trình là  $h_A: 2x + y = 0$ ;  $D$  là điểm thuộc cạnh  $BC$  sao cho  $DC = 2DB$ . Biết  $\widehat{ADC} = 60^\circ$  và  $x_0 < 0$ . Tính  $P = x_0 + y_0$ .

- A.  $P = -2$ .                      B.  $P = 2\sqrt{3}$ .                      C.  $P = 2$ .                      D.  $P = -2\sqrt{3}$ .

**Câu 29:** Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A.  $y = \tan x$ .                      B.  $y = x \cot x$ .                      C.  $y = x \sin x$ .                      D.  $y = \frac{1}{x}$ .

**Câu 30:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a$ . Biết  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp  $S.ABC$ .

- A.  $\frac{a}{4}$ .                      B.  $\frac{a^3}{2}$ .                      C.  $\frac{a^3}{4}$ .                      D.  $\frac{3a^3}{4}$ .

**Câu 31:** Nghiệm của phương trình  $\sin x = 1$  là

- A.  $-\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                      B.  $\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                      C.  $-\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .                      D.  $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

**Câu 32:** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho đường tròn  $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$ . Tìm ảnh của đường tròn  $(C)$  qua phép vị tự tâm  $O$  tỉ số  $-2$ .

- A.  $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 16$ .                      B.  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$ .  
C.  $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 4$ .                      D.  $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 4$ .

**Câu 33:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$ . Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $A'B'$  và  $CC'$ . Khi đó  $CB'$  song song với

- A.  $AM$ .                      B.  $A'N$ .                      C.  $(BC'M)$ .                      D.  $(AC'M)$ .

**Câu 34:** Cho phương trình  $4\sqrt{6+x-x^2} - 3x \leq m(\sqrt{x+2} + 2\sqrt{3-x})$

Tìm  $m$  để bất phương trình đã cho có nghiệm thực?

A.  $\forall m \in \mathbb{R}$ .                      B.  $m \geq \frac{11}{5}$ .                      C.  $m \geq \frac{13}{5}$ .                      D.  $m \geq -\frac{9\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là tứ giác lồi. Gọi  $N, P$  lần lượt là trung điểm của  $SB$  và  $AD$ . Gọi  $I$  là trung điểm của  $NP$  và  $G$  là giao điểm của  $SI$  với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Tính tỷ số  $T = \frac{IS}{IG}$ .

A.  $T = 2$ .                      B.  $T = \frac{3}{5}$ .                      C.  $T = \frac{3}{4}$ .                      D.  $T = 3$ .

**Câu 36:** Cho tứ diện  $ABCD$ . Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện  $ABCD$ ?

A. 12.                      B. 4.                      C. 10.                      D. 8.

**Câu 37:** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có ba cạnh  $CA, AB, BC$  lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là  $q$ . Tìm  $q$ ?

A.  $q = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ .                      B.  $q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2}$ .                      C.  $q = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ .                      D.  $q = \frac{\sqrt{2\sqrt{5}-2}}{2}$ .

**Câu 38:** Gieo một con súc xắc cân đối và đồng chất hai lần. Xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm là

A.  $\frac{12}{36}$ .                      B.  $\frac{11}{36}$ .                      C.  $\frac{6}{36}$ .                      D.  $\frac{8}{36}$ .

**Câu 39:** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \end{cases}$ . Số hạng tổng quát  $u_n$  của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A.  $u_n = 2 - n$ .                      B.  $u_n$  không xác định.  
C.  $u_n = 1 - n$ .                      D.  $u_n = -n$  với mọi  $n$ .

**Câu 40:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $SA = (3 - \sqrt{3})a$ . Biết  $\triangle ABC$  có  $AB = a\sqrt{3}$ ,  $BC = a$  và  $CA = 2a$ . Trên các cạnh  $BC, CA$  lần lượt lấy hai điểm  $M, N$  sao cho  $MN$  luôn tiếp xúc với đường tròn nội tiếp  $\triangle ABC$ . Tính thể tích nhỏ nhất của khối chóp  $S.ABMN$ .

A.  $\frac{1}{4}a^2$ .                      B.  $\frac{1}{3}a^2$ .                      C.  $\frac{1}{2}a^2$ .                      D.  $\frac{1}{5}a^2$ .

**Câu 41:** Cho  $f(x)$  là một đa thức thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24$ . Tính

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x)} + 4 + 6)}$$

A. 24.                      B.  $+\infty$ .                      C. 2.                      D. 0.

**Câu 42:** Kết quả đúng của  $\lim \left( 5 - \frac{n \sin \pi n}{n^2 + 1} \right)$  là

A. 4.                      B. 5.                      C. -4.                      D.  $\frac{1}{4}$ .

**Câu 43:** Cho mệnh đề  $A$ : " $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 < 0$ " Mệnh đề phủ định của  $A$  là:

A.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$ .                      B.  $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 > 0$ .  
C. Không tồn tại  $x: x^2 - x + 7 < 0$ .                      D.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - x + 7 \geq 0$ .

- Câu 44:** Cho khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ , khoảng cách từ  $C$  đến  $BB'$  bằng  $2a$ , khoảng cách từ  $A$  đến các đường thẳng  $BB'$  và  $CC'$  lần lượt bằng  $a$  và  $a\sqrt{3}$ , hình chiếu vuông góc của  $A$  lên mặt phẳng  $(A'B'C')$  là trung điểm  $M$  của  $B'C'$  và  $A'M = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ . Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
- A.  $2a^3$                       B.  $a^3$                       C.  $a^3\sqrt{3}$                       D.  $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$
- Câu 45:** Gọi  $A, B$  là hai giao điểm của đường thẳng  $(d): y = -3x + 9$  và parabol  $(P): y = -x^2 + 2x + 3$ . Gọi điểm  $K(a, b)$  thuộc trục đối xứng của  $(P)$  sao cho  $KA + KB$  nhỏ nhất. Tính  $a + b$ .
- A. 1.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 4.
- Câu 46:** Cho lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a\sqrt{2}$ ,  $A'B = a\sqrt{5}$ . Thể tích của khối lăng trụ đã cho là
- A.  $\frac{3a^3}{2}$ .                      B.  $\frac{a^3}{2}$ .                      C.  $a^3$ .                      D.  $\frac{3a^3}{4}$ .
- Câu 47:** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $C$ ,  $AC = a$ ,  $BC = \sqrt{2}a$ ,  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy và  $SA = a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng đáy bằng
- A.  $60^\circ$ .                      B.  $90^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $45^\circ$ .
- Câu 48:** Đồ thị hàm số sau có bao nhiêu đường tiệm cận:  $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 4x + 3}$  ?
- A. 0.                      B. 3.                      C. 4.                      D. 2.
- Câu 49:** Cho các số thực không âm  $x, y$  thay đổi.  $M, m$  lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $P = \frac{9xy^2 - 4x^2y + 2xy + x - y}{(2x+1)^2(3y+1)^2}$ . Giá trị của  $8M + 12m$  bằng
- A. 2.                      B. 0.                      C. 1.                      D. -2.
- Câu 50:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật. Tam giác  $SAB$  đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ . Biết  $SD = 2a\sqrt{3}$  và góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $30^\circ$ . Tính khoảng cách  $h$  từ điểm  $B$  đến mặt phẳng  $(SAC)$ .
- A.  $h = \frac{a\sqrt{13}}{3}$ .                      B.  $h = \frac{2a\sqrt{66}}{11}$ .                      C.  $h = \frac{2a\sqrt{13}}{3}$ .                      D.  $h = \frac{4a\sqrt{66}}{11}$ .

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN ĐỀ THI

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D  | 2. C  | 3. D  | 4. A  | 5. A  | 6. C  | 7. B  | 8. B  | 9. B  | 10. B |
| 11. D | 12. C | 13. D | 14. D | 15. D | 16. B | 17. A | 18. D | 19. C | 20. A |
| 21. D | 22. D | 23. C | 24. C | 25. B | 26. A | 27. D | 28. C | 29. A | 30. C |
| 31. D | 32. A | 33. D | 34. D | 35. D | 36. A | 37. B | 38. B | 39. A | 40. B |
| 41. C | 42. B | 43. D | 44. A | 45. C | 46. A | 47. C | 48. D | 49. B | 50. B |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

### Câu 1. Chọn D

Dựa bảng biến thiên suy ra hàm số  $y = f(x)$  đồng biến trên các khoảng  $(-\infty; 2)$  và  $(2; +\infty)$ .

### Câu 2. Chọn C

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 4x + 1; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Suy ra:  $y' > 0, \forall x \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$  và  $(1; +\infty)$ .

$y' < 0, \forall x \in \left(\frac{1}{3}; 1\right)$ . Vậy đáp án C.

### Câu 3. Chọn D

Hàm số mũ  $y = \left(\frac{\pi+3}{2\pi}\right)^x$  nghịch biến vì  $0 < \frac{\pi+3}{2\pi} < 1$ .

### Câu 4. Chọn A

Tập xác định:  $D = [-2; 2]$ .

$$y = x + \sqrt{12 - 3x^2}$$

$$\Rightarrow y' = 1 - \frac{3x}{\sqrt{12 - 3x^2}}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{3x}{\sqrt{12 - 3x^2}} = 0 \Leftrightarrow 1 = \frac{3x}{\sqrt{12 - 3x^2}} \Leftrightarrow 3x = \sqrt{12 - 3x^2} \quad (*)$$

Điều kiện:  $x \geq 0$ .

$$(*) \Leftrightarrow 9x^2 = 12 - 3x^2$$

$$\Leftrightarrow 12x^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \text{ (loại)} \end{cases}$$

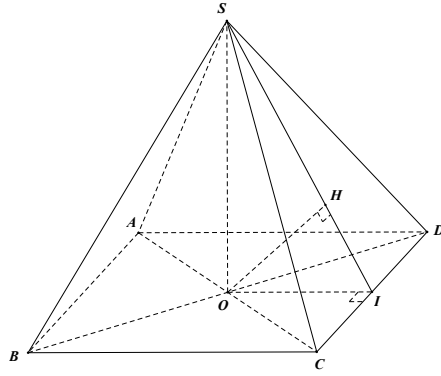
Ta có:  $f(1) = 4; f(2) = 2; f(-2) = -2$ .

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

### Câu 5. Chọn A

Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ.

### Câu 6. Chọn C



Ta có:  $d(A; (SCD)) = 2d(O; (SCD)) = 2.OH = 2 \cdot \frac{OI.OS}{\sqrt{OI^2 + OS^2}}$ .

Mà  $OI = \frac{2a}{2} = a$ ;  $OS = a\sqrt{3}$ .

Do đó:  $d(A; (SCD)) = a\sqrt{3}$ .

**Câu 7. Chọn B**

$$\sqrt{3} \sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = \cos\left(2\pi - \frac{\pi}{2} - 2x\right)$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin x = -\sin 2x$$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot (\sqrt{3} + 2 \cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \pm \frac{5\pi}{6} + l2\pi \end{cases} \quad (k, l \in \mathbb{Z})$$

Theo đề,  $x \in \left[\frac{-3\pi}{2}; -\pi\right)$

$$\text{Nên } \begin{cases} \frac{-3\pi}{2} \leq k\pi < -\pi \\ \frac{-3\pi}{2} \leq \frac{5\pi}{6} + l2\pi < -\pi \\ \frac{-3\pi}{2} \leq \frac{-5\pi}{6} + m2\pi < -\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-3}{2} \leq k < -1 \\ \frac{-7}{6} \leq l < \frac{-11}{12} \Leftrightarrow l = -1 \\ \frac{-1}{3} \leq m < \frac{-1}{12} \end{cases}$$

**Câu 8. Chọn B**

Trường hợp 1: chọn 2 nữ và 2 nam đi trực, có  $C_7^2.C_6^2$  cách.

Trường hợp 2: chọn 3 nữ và 1 nam đi trực, có  $C_7^1.C_6^3$  cách.

Trường hợp 3: chọn 4 nữ, có:  $C_6^4$  cách.

Vậy để chọn 4 em đi trực sao cho có ít nhất 2 nữ, có  $(C_7^2.C_6^2) + (C_7^1.C_6^3) + C_6^4$  cách.

**Câu 9. Chọn B**

Ta có:  $-x^4 + 4x^2 - 3 - m = 0 \Leftrightarrow m = -x^4 + 4x^2 - 3$ .

Đặt  $f(x) = -x^4 + 4x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) = -4x^3 + 8x$ .



$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{cases}.$$

BBT:

|      |           |             |      |            |           |
|------|-----------|-------------|------|------------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $-\sqrt{2}$ | $0$  | $\sqrt{2}$ | $+\infty$ |
| $y'$ | $+$       | $0$         | $-$  | $0$        | $-$       |
| $y$  | $-\infty$ | $1$         | $-3$ | $1$        | $-\infty$ |

Phương trình có 4 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow -3 < m < 1$ .

**Câu 10. Chọn B**

$$\text{Ta có: } (1+x+x^2+x^3)^{10} = [(1+x)(1+x^2)]^{10} = (1+x)^{10}(1+x^2)^{10}$$

$$= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^k \cdot \sum_{l=0}^{10} C_{10}^l x^{2l} = \sum_{k=0}^{10} \sum_{l=0}^{10} C_{10}^k C_{10}^l x^{k+2l}$$

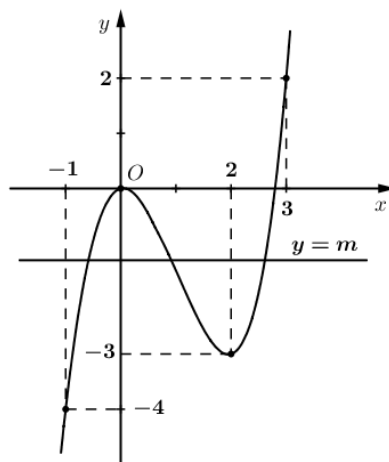
$$\text{Số hạng chứa } x^5 \Leftrightarrow k+2l=5 \Leftrightarrow \begin{cases} k=1, l=2 \\ k=3, l=1 \\ k=5, l=0 \end{cases}.$$

Vậy hệ số của số hạng chứa  $x^5$  trong khai triển là:  $C_{10}^1 C_{10}^2 + C_{10}^3 C_{10}^1 + C_{10}^5 C_{10}^0 = 1902$ .

**Câu 11. Chọn D**

Số nghiệm của phương trình  $f(x) = m$  là số giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  và đường thẳng  $y = m$  trên đoạn  $[-1; 3]$

Do đó để phương trình  $f(x) = m$  có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng  $y = m$  phải cắt đồ thị hàm số  $y = f(x)$  tại 3 điểm trên đoạn  $[-1; 3]$

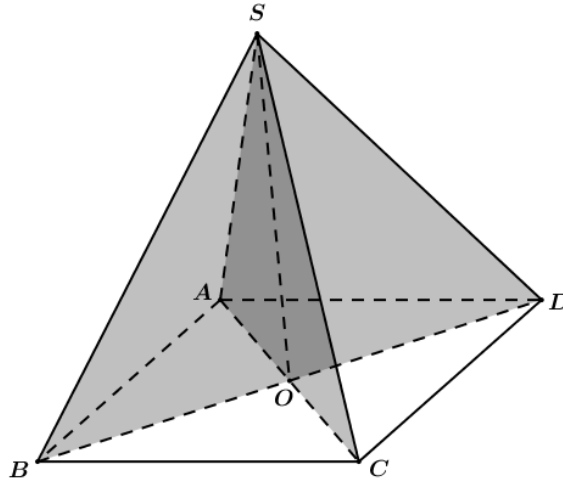


Suy ra  $-3 < m < 0$ .

Vậy  $T = (-3; 0)$ .

**Câu 12. Chọn C**

Gọi  $O$  là giao điểm của  $BD$  và  $AC$ , khi đó khối đa diện  $S.ABCD$  bị chia bởi hai mặt phẳng  $(SBD)$  và  $(SAC)$  thành các khối đa diện sau:  $S.AOB, S.BOC, S.COD, S.DOA$ . Vậy có 4 khối



**Câu 13. Chọn D**

Trường hợp 1:

$$\log_2(x+1) > \log_2(2x-1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x+1 > 2x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} < x < 2.$$

Với  $\frac{1}{2} < x < 2$ , ta có  $\max\{\log_2(x+1); \log_2(2x-1)\} < 2 \Leftrightarrow \log_2(x+1) < 2 \Leftrightarrow x < 3$ .

Suy ra  $\frac{1}{2} < x < 2$  (1).

Trường hợp 2:

$$\log_2(2x-1) \geq \log_2(x+1) \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 \geq x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 2.$$

Với  $x \geq 2$ , ta có  $\max\{\log_2(x+1); \log_2(2x-1)\} < 2 \Leftrightarrow \log_2(2x-1) < 2 \Leftrightarrow x < \frac{5}{2}$ .

Suy ra  $2 \leq x < \frac{5}{2}$  (2).

Từ (1) và (2) suy ra  $\frac{1}{2} < x < \frac{5}{2}$ .

**Câu 14. Chọn D**

Tập xác định  $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ .

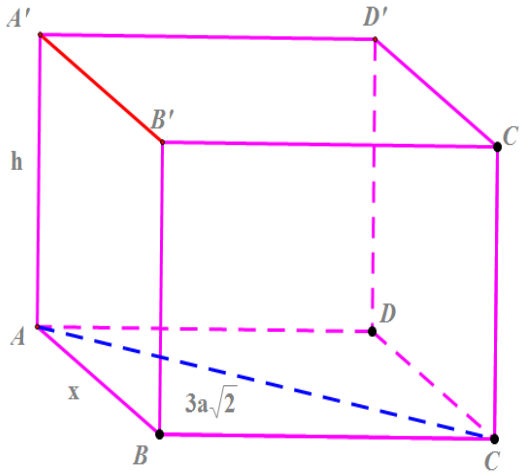
Ta có  $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+1}{x-1} = -\infty$ ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x+1}{x-1} = +\infty$ .

Do đó, đường thẳng  $x = 1$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta có  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x+1}{x-1} = 2$ .

Do đó, đường thẳng  $y = 2$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

**Câu 15. Chọn D**



Gọi  $x (x > 0)$  là cạnh của hình vuông  $ABCD$

$ABCD$  là hình vuông nên  $2x^2 = 18a^2 \Leftrightarrow x = 3a$

$$S_{xq} = 4.x.h = 4.3a.h = 6a^2 \Leftrightarrow h = \frac{1}{2}a$$

$$V = S_{ABCD}.h = 9a^2 \cdot \frac{1}{2}a = \frac{9}{2}a^3$$

### Câu 16. Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của  $(C)$ , đường thẳng  $d$  ta có:

$$x^3 + 4x^2 - 5 = mx - m \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 + 5x + 5 - m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1=0 \\ x^2 + 5x + 5 - m = 0 \quad (2) \end{cases}$$

Để  $(C)$  cắt  $d$  tại 3 điểm phân biệt thì pt(1) có 3 nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow$  pt(2) có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = 5^2 - 4(5 - m) > 0 \\ 1 + 5 + 5 - m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{-5}{4} \\ m \neq 11 \end{cases}$$

Theo hệ thức Vi-ét ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = -5 \\ x_1.x_2 = 5 - m \end{cases}$

Ta có:  $B(x_1; mx_1 - m), C(x_2; mx_2 - m), x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình (1)

$$\vec{AM} = (2; 2)$$

Đường thẳng  $AM$  có một vtpt  $\vec{u} = (1; -1)$  đi qua  $A(1; 0)$  có dạng  $x - 1 - y = 0$

Ta có:  $S_{MAB} + S_{MAC} = 14 \Leftrightarrow d(B; AM).AM + d(C; AM).AM = 28$

$$\Leftrightarrow \frac{|x_1 - mx_1 + m - 1|}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2} + \frac{|x_2 - mx_2 + m - 1|}{\sqrt{2}} \cdot 2\sqrt{2} = 28$$

$$\Leftrightarrow |m-1|(|x_1-1| + |x_2-1|) = 14 \quad (3)$$

Th1: Bởi vì  $A$  nằm ngoài  $B, C$  nên ta có;  $x_2, x_1 < 1$

$$(3) \Leftrightarrow |m-1|(-x_1 - x_2 + 2) = 14$$

$$\Leftrightarrow |m-1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m-1=2 \\ m-1=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=3 \\ m=-1 \end{cases} \quad (\text{thỏa mãn đk})$$

Th2: Bởi vì  $A$  nằm ngoài  $B, C$  nên ta có  $x_1, x_2 > 1$

$\Rightarrow x_1 + x_2 > 2(mt) \Rightarrow$  Loại.

$$\text{Vậy } T = 3^2 + (-1)^2 = 10$$

### Câu 17. Chọn A

Ta có

$$f'(x) = x^2(x+1)^4(x-3)^3(x^2+mx) = f'(x) = x^3(x+1)^4(x-3)^3(x+m)$$

$$y' = 2f'(2x+1) = 2(2x+1)^3(2x+2)^4(2x-2)^3(2x+1+m)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} (2x+1)^3 = 0 & (1) \\ (2x+2)^4 = 0 & (2) \\ (2x-2)^3 = 0 & (3) \\ 2x+1+m = 0 & (4) \end{cases}$$

Phương trình (1) có 1 nghiệm bội lẻ  $x = -\frac{1}{2}$ .

Phương trình (2) có 1 nghiệm bội chẵn  $x = -1$ .

Phương trình (3) có 1 nghiệm bội lẻ  $x = 1$ .

Số điểm cực trị của hàm số là số nghiệm bội lẻ của phương trình  $y' = 0$ . Do đó, hàm số có 1 điểm cực trị

khi và chỉ khi phương trình (4) có nghiệm  $x = 1$  hoặc  $x = -\frac{1}{2}$ .

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$$

### Câu 18. Chọn D

Xét hàm số  $y = g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$

$$g'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$g(0) = a; g(1) = a + 1; g(2) = a.$$

$$\text{TH1: } a(a+1) \leq 0$$

Khi đó

$$m = \min_{[0;2]} f(x) = 0;$$

$$M = \max_{[0;2]} f(x) = \max\{|a|; |a+1|\} > 0 \text{ không thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

$$\text{TH2: } \begin{cases} a > 0 \\ a+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow a > 0$$

$$\text{Khi đó } m = \min_{[0;2]} f(x) = a; M = \max_{[0;2]} f(x) = a + 1.$$

$$M \leq 2m \Leftrightarrow a + 1 \leq 2a \Leftrightarrow a \geq 1 \Rightarrow a \in \{1; 2; 3\}.$$

$$\text{TH3: } \begin{cases} a < 0 \\ a+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow a < -1$$

$$\text{Khi đó } m = \min_{[0;2]} f(x) = -a - 1; M = \max_{[0;2]} f(x) = -a.$$

$$M \leq 2m \Leftrightarrow -a \leq -2a - 2 \Leftrightarrow a \leq -2 \Rightarrow a \in \{-3; -2\}.$$

### Câu 19. Chọn C

Dựa vào khái niệm khối đa diện thì:

Hình 1, hình 2, hình 3, hình 5 là các khối đa diện

Hình 4 là khối cầu không phải là khối đa diện.

**Câu 20. Chọn A**

Do hàm số  $y = f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  nên có bảng biến thiên

|      |           |       |       |       |           |   |   |   |
|------|-----------|-------|-------|-------|-----------|---|---|---|
| $x$  | $-\infty$ | $x_1$ | $x_2$ | $x_3$ | $+\infty$ |   |   |   |
| $y'$ |           | -     | 0     | +     |           | - | 0 | + |
| $y$  |           |       |       |       |           |   |   |   |

$f(x_1)$        $f(x_2)$        $f(x_3)$

Vậy số đã cho có 3 cực trị.

**Câu 21. Chọn D**

**Câu 22. Chọn D**

Ta có  $\begin{cases} y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow \exists x_1 \in (2; +\infty)$  sao cho  $y(x_1) = 0$ . (1)

Ta có  $\begin{cases} y(2) = 8 + 4a + 2b + c < 0 \\ y(-2) = -2 + 4a - 2b + c > 0 \end{cases} \Rightarrow \exists x_2 \in (-2; 2)$  sao cho  $y(x_2) = 0$ . (2)

Ta có  $\begin{cases} y(-2) = -8 + 4a - 2b + c > 0 \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty \end{cases} \Rightarrow \exists x_3 \in (-\infty; -2)$  sao cho  $y(x_3) = 0$ . (3)

Từ (1), (2) và (3) ta suy ra số giao điểm của đồ thị hàm số và trục  $Ox$  bằng 3.

**Câu 23. Chọn C**

Thể tích khối cầu có bán kính  $R$  là:  $\frac{4\pi}{3}R^3$ .

**Câu 24. Chọn C**

Ta có:  $y = 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} + 3m - 2 \Rightarrow y' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot 8^{\cot x} \ln 8 - \frac{1}{\sin^2 x} \cdot (m-3) \cdot 2^{\cot x} \ln 2$

$\Leftrightarrow y' = -\frac{\ln 2}{\sin^2 x} (3 \cdot 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x})$ .

Để hàm số đồng biến trên  $\left[\frac{\pi}{4}; \pi\right) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$

$\Leftrightarrow 3 \cdot 8^{\cot x} + (m-3) \cdot 2^{\cot x} \leq 0, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right) \Leftrightarrow 2^{2 \cot x} \leq \frac{3-m}{3}, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$ .

Do  $x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right) \Rightarrow \cot x \leq 1 \Rightarrow 2^{2 \cot x} \leq 2^2$

Khi đó:  $2^{2 \cot x} \leq \frac{3-m}{3}, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right) \Rightarrow 4 \leq \frac{3-m}{3}, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right) \Leftrightarrow m \leq -9, \forall x \in \left[\frac{\pi}{4}; \pi\right)$ .

**Câu 25. Chọn B**

$g'(x) = (x^2 + x - 2)' \cdot f'(x^2 + x - 2) = (2x + 1) \cdot f'(x^2 + x - 2)$

$\Rightarrow g'(x) = (2x + 1) \cdot (x^2 + x - 2)^2 \cdot (x^2 + x) \cdot \left[ (x^2 + x - 2)^2 + m(x^2 + x - 2) + 5 \right]$

$\forall x \in (1; +\infty)$ , ta có:  $2x + 1 > 0, x^2 + x > 0, x^2 + x - 2 > 0$ .

$m$  thỏa bài toán  $\Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$ .

$\Leftrightarrow (x^2 + x - 2)^2 + m(x^2 + x - 2) + 5 \geq 0, \forall x \in (1; +\infty)$  (\*)

Đặt  $t = x^2 + x - 2 = h(x) \Rightarrow h'(x) = 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$ .

Bảng biến thiên:

|         |   |           |
|---------|---|-----------|
| $x$     | 1 | $+\infty$ |
| $h'(x)$ |   | +         |
| $h(x)$  | 0 | $+\infty$ |

Suy ra  $t \in (0; +\infty)$ . Khi đó (\*) trở thành:

$$t^2 + mt + 5 \geq 0, \forall t \in (0; +\infty) \Leftrightarrow mt \geq -t^2 - 5, \forall t \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \geq -t - \frac{5}{t}, \forall t \in (0; +\infty).$$

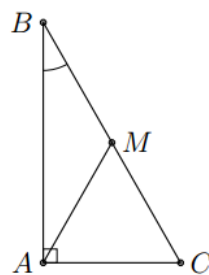
Đặt  $k(t) = -t - \frac{5}{t} \Rightarrow k'(t) = -1 + \frac{5}{t^2} = \frac{-t^2 + 5}{t^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = \sqrt{5} & (N) \\ t = -\sqrt{5} & (L) \end{cases}$

Bảng biến thiên:

|         |   |            |              |   |
|---------|---|------------|--------------|---|
| $t$     | 0 | $\sqrt{5}$ | $+\infty$    |   |
| $k'(t)$ |   | +          | 0            | - |
| $k(t)$  |   |            | $-2\sqrt{5}$ |   |

$$\Rightarrow m \geq -2\sqrt{5} \approx -4,47. \text{ Chọn } m \in \{-4; -3; -2; -1\}.$$

**Câu 26. Chọn A**



Ta có  $P = \overline{AM} \cdot \overline{BM} = AM \cdot BM \cdot \cos(\overline{AM}, \overline{BM}) = AM \cdot BM \cdot \cos \widehat{BMA}$ .

$$\sin B = \frac{AC}{BC} \Rightarrow BC = \frac{AC}{\sin B} = 4.$$

$AM = BM = 2$  (vì  $AM$  là đường trung tuyến của tam giác vuông  $ABC$ ).

$$\widehat{BMA} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{BAM}) = 120^\circ.$$

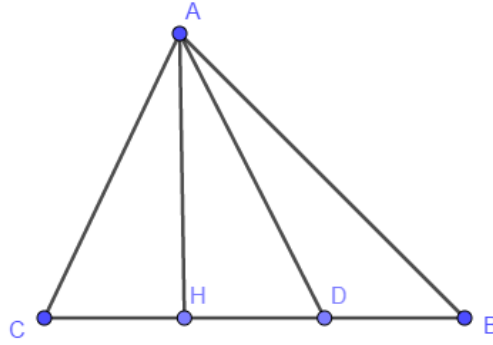
Vậy  $P = 2 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ = -2$ .

**Câu 27. Chọn D**

Cực trị của  $f(x)$  là nghiệm đơn của phương trình  $f'(x) = 0$ .

Dựa vào đồ thị  $f'(x)$  ta có:  $f'(x)$  cắt trục  $Ox$  tại 4 điểm nhưng phương trình  $f'(x) = 0$  có 3 nghiệm đơn và 1 nghiệm kép. Từ đó ta có hàm số  $f(x)$  có 3 điểm cực trị.

**Câu 28. Chọn C**



Gọi H là hình chiếu của A lên BC

Ta có  $BC \perp AH \Rightarrow n_{\overline{BC}} = (1; -2)$  (do  $AH : 2x + y = 0$ ) và có  $B(-4; -2)$

$$\Rightarrow (BC) : 1(x+4) - 2(y+2) = 0 \Rightarrow (BC) : x - 2y = 0$$

Ta có:  $H = AH \cap BC$ . H là nghiệm của hệ phương trình: 
$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x - 2y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$D \in BC \Rightarrow D(2d; d); C \in BC \Rightarrow C(2c; c); A \in AH \Rightarrow A(a; -2a) \quad (a < 0)$$

Ta có

$$DC = 2DB \Rightarrow \overline{DC} = -2\overline{DB} \Rightarrow \begin{cases} x_C - x_D = -2(x_B - x_D) \\ y_C - y_D = -2(y_B - y_D) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2c - 2d = -2(-4 - 2d) \\ c - d = -2(-2 - d) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2c - 6d = 8 \\ c - 3d = 4 \end{cases} \Rightarrow c - 3d = 4 \Rightarrow c = 3d + 4 \Rightarrow C(6d + 8; 3d + 4)$$

$$\text{Ta có: } AH = \sqrt{5a^2}; HC = \sqrt{(6d+8)^2 + (3d+4)^2} = \sqrt{5(3d+4)^2}; HD = \sqrt{5d^2}$$

Ta có:

$$\tan \widehat{ADC} = \frac{AH}{HD} = \frac{\sqrt{5a^2}}{\sqrt{5d^2}} = \sqrt{3}$$

$$\tan \widehat{ACH} = \frac{AH}{HC} = \frac{\sqrt{5a^2}}{\sqrt{5(3d+4)^2}} = 2 + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \frac{|3d+4|}{|d|} = \frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} \Rightarrow |3d+4| = (-3+2\sqrt{3})|d|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3d+4 = (-3+2\sqrt{3})d \\ 3d+4 = (3-2\sqrt{3})d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (-6+2\sqrt{3})d = 4 \\ -2\sqrt{3}d = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = \frac{4}{-6+2\sqrt{3}} \\ d = \frac{-2}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\text{Với } d = \frac{-2}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{|a|}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \Rightarrow a = -2 \text{ (do } a < 0) \Rightarrow P = a + (-2a) = 2$$

$$\text{Với } d = \frac{4}{-6+2\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{|a|}{\frac{3+\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow a = -1 - \sqrt{3} \Rightarrow P = a - 2a = -a = 1 + \sqrt{3}$$

### Câu 29. Chọn A

Theo tính tuần hoàn của các hàm số lượng giác ta thấy hàm số  $y = \tan x$  là hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .

**Câu 30. Chọn C**

Diện tích tam giác đều  $ABC$  cạnh  $a$  là:  $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Vì  $SA \perp (ABC)$  nên  $SA$  là đường cao của khối chóp  $S.ABC$

Vậy thể tích khối chóp  $S.ABC$  là  $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3} = \frac{a^3}{4}$ .

**Câu 31. Chọn D**

$\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ .

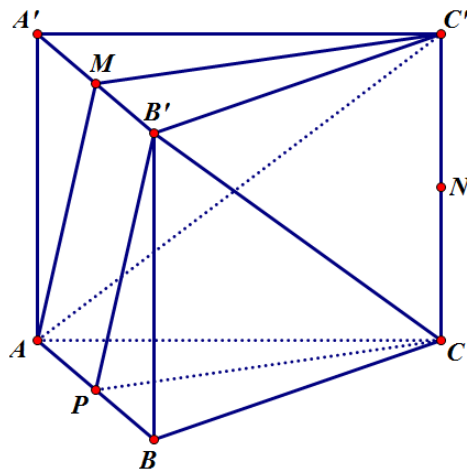
**Câu 32. Chọn A**

Đường tròn  $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$  có tâm  $I(-1; 2)$  bán kính  $R = 2$ .

Giả sử đường tròn  $(C')$  có tâm  $I'$  bán kính  $R'$  là ảnh của đường tròn  $(C)$  qua phép vị tự tâm  $O$  tỉ số  $-2$ .

Khi đó  $R' = |-2|R = 4$ ;  $V_{(O; -2)}(I) = I' \Leftrightarrow \overrightarrow{OI'} = -2\overrightarrow{OI} \Rightarrow I'(2; -4)$ .

Do đó phương trình đường tròn  $(C'): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 16$ .

**Câu 33. Chọn D**

Gọi  $P$  là trung điểm của  $AB$ .

Do tứ giác  $AMB'P$  là hình bình hành nên  $AM \parallel PB'$ , mà  $AM \not\subset (CPB')$  và  $PB' \subset (CPB')$ , suy ra  $AM \parallel (CPB')$  (1).

Tứ giác  $MC'CP$  là hình bình hành nên  $MC' \parallel CP$ , mà  $MC' \not\subset (CPB')$  và  $CP \subset (CPB')$ , suy ra  $MC' \parallel (CPB')$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra  $(AMC') \parallel (CPB')$ , mà  $CB' \subset (CPB')$  suy ra  $CB' \parallel (AC'M)$ .

**Câu 34. Chọn D**

Điều kiện:  $-2 \leq x \leq 3$ .

Đặt  $t = t(x) = \sqrt{x+2} + 2\sqrt{3-x}$  trên đoạn  $[-2; 3]$ .

Ta có:  $t' = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{3-x}}$

$$t' = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x+2} = \sqrt{3-x} \Leftrightarrow x = -1$$

$$t(-2) = 2\sqrt{5}; \quad t(3) = \sqrt{5}; \quad t(-1) = 5$$



Suy ra  $t \in [\sqrt{5}; 5]$  và  $t^2 = x + 2 + 4\sqrt{(x+2)(3-x)} + 4(3-x) \Leftrightarrow 4\sqrt{6+x-x^2} - 3x = t^2 - 14$ . Bất phương trình trở thành:  $t^2 - 14 \leq mt \Leftrightarrow m \geq \frac{t^2 - 14}{t}$  với  $t \in [\sqrt{5}; 5]$ .

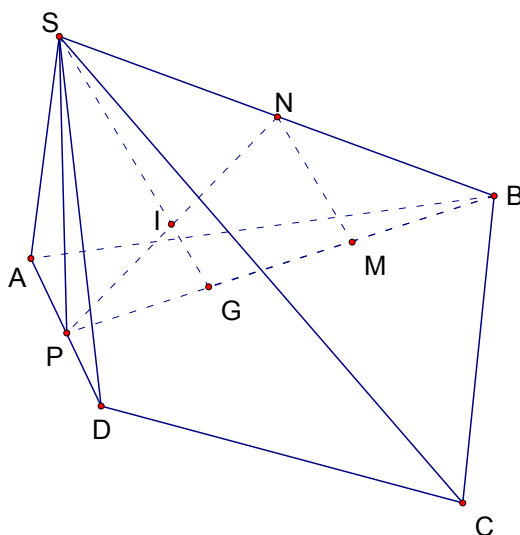
Xét hàm số  $f(t) = \frac{t^2 - 14}{t}$  trên đoạn  $[\sqrt{5}; 5]$ .

Ta có:  $f'(t) = \left(t - \frac{14}{t}\right)' = 1 + \frac{14}{t^2} > 0 \quad \forall t \in [\sqrt{5}; 5]$ .

Nên hàm số  $f(t) = \frac{t^2 - 14}{t}$  đồng biến trên đoạn  $[\sqrt{5}; 5]$ .

Vậy để bất phương trình đã cho có nghiệm thì  $m \geq \underset{[\sqrt{5}; 5]}{\text{Min}} f(t) = f(\sqrt{5}) = -\frac{9\sqrt{5}}{5}$ .

**Câu 35. Chọn D**



Gọi M là trung điểm BG, ta có MN là đường trung bình của tam giác SGB

$$\Rightarrow \begin{cases} MN \parallel IG & (1) \\ SG = 2MN & (2) \end{cases}$$

Mà I là trung điểm PN nên ta có IG là đường trung bình của tam giác PMN  $\Rightarrow MN = 2IG$  (3)

Từ (2) và (3) ta có  $SG = 4IG \Rightarrow \frac{IS}{IG} = 3$ .

**Câu 36. Chọn A**

Ta có mỗi vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  có điểm đầu và điểm cuối là 2 đỉnh trong số 4 đỉnh của tứ diện là một chỉnh hợp chập 2 của 4 phần tử. Vậy số vectơ khác vectơ  $\vec{0}$  có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện ABCD là:  $A_4^2 = 12$ .

**Câu 37. Chọn B**

Đặt  $CA = a$  ( $a > 0$ ). Vì ba cạnh CA, AB, BC lần lượt tạo thành một cấp số nhân có công bội là q nên  $AB = aq$  ( $q > 0$ );  $BC = aq^2$ .

Vì tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  nên

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \Leftrightarrow (aq^2)^2 = a^2 + a^2q^2 \Leftrightarrow q^4 = 1 + q^2 \Leftrightarrow q^4 - q^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} q^2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ q^2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \text{ (loại)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} q = \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \\ q = -\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} \text{ (loại)} \end{cases} \Leftrightarrow q = \frac{\sqrt{2+2\sqrt{5}}}{2}$$

**Câu 38. Chọn B**

Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần thì số phần tử của không gian mẫu là:  $n(\Omega) = 36$

Gọi  $A$  là biến cố “Mặt sáu chấm xuất hiện ít nhất một lần” thì:

$$A = \{(1;6);(2;6);(3;6);(4;6);(5;6);(6;6);(6;1);(6;2);(6;3);(6;4);(6;5)\} \Rightarrow n(A) = 11$$

Xác suất của biến cố  $A$  là  $P(A) = \frac{11}{36}$

**Câu 39. Chọn A**

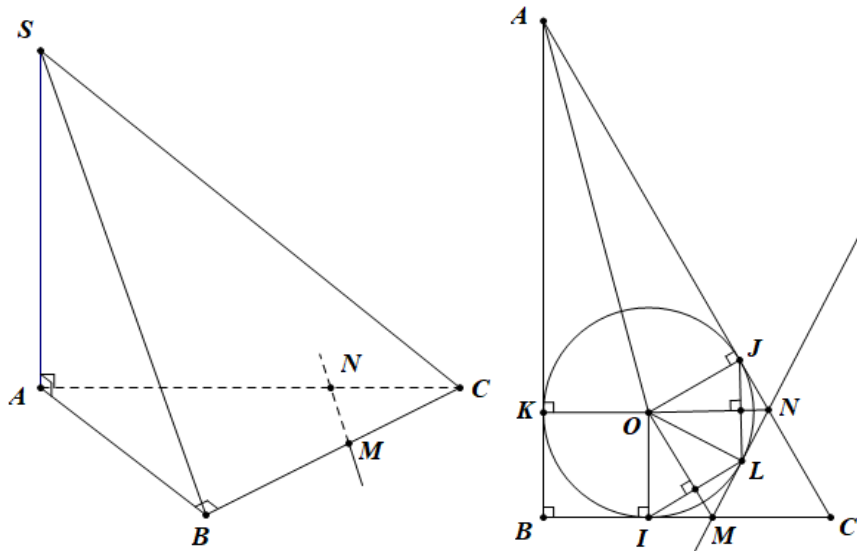
Ta có  $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n+1} \Leftrightarrow u_{n+1} - u_n = (-1)^{2n+1} = -1$  (vì  $2n+1$  là số lẻ với mọi  $n \in \mathbb{N}$ ).

Suy ra  $(u_n)$  là cấp số cộng với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ d = -1 \end{cases}$ .

Do đó, công thức số hạng tổng quát của  $(u_n)$  là

$$u_n = 1 + (n-1) \cdot (-1) = -n + 2.$$

**Câu 40. Chọn B**



Vì  $SA \perp (ABC)$  nên  $V_{S.ABMN} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABMN}$ .

Mà  $SA$  cố định nên  $V_{S.ABMN}$  nhỏ nhất khi chỉ khi  $S_{ABMN}$  nhỏ nhất.

**Nhận xét.**

Tam giác  $ABC$  có  $AC^2 = AB^2 + BC^2$  nên  $\Delta ABC$  vuông tại  $B$ .

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  là

$$r = OI = \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC}{\frac{1}{2} \cdot (AB + BC + AC)} = \frac{a \cdot a\sqrt{3}}{a + a\sqrt{3} + 2a} = \frac{a}{\sqrt{3} + 1}$$

$\widehat{KAN} = 30^\circ$  nên  $\widehat{JOK} = 150^\circ$ , suy ra  $\widehat{IOJ} = 120^\circ$ .

$S_{ABMN} = S_{BIOK} + 2S_{\Delta AOJ} + 2S_{\Delta OIM} + 2S_{\Delta OJN} = S_{BIOK} + 2S_{\Delta AOJ} + 2(S_{\Delta OIM} + S_{\Delta OJN})$  trong đó  $S_{BIOK}$ ,  $S_{\Delta AOJ}$  không đổi nên  $S_{ABMN}$  nhỏ nhất khi chỉ khi  $S_{\Delta OIM} + S_{\Delta OJN}$  nhỏ nhất.

Đặt  $\widehat{IOL} = 2\alpha$  (do  $M, N$  lần lượt thuộc cạnh  $BC, AC$  nên  $0 < \alpha < 45^\circ$ ).

Suy ra  $\widehat{LOJ} = 120^\circ - 2\alpha$ .

Ta có

$$OM = \frac{OI}{\cos \alpha}, \quad \frac{IL}{2} = OI \cdot \sin \alpha.$$

$$ON = \frac{OJ}{\cos(60^\circ - \alpha)} = \frac{OI}{\cos(60^\circ - \alpha)}, \quad \frac{JL}{2} = OJ \cdot \sin(60^\circ - \alpha) = OI \cdot \sin(60^\circ - \alpha).$$

$$\text{Do đó, } S_{\Delta OIM} + S_{\Delta OJN} = \frac{1}{2} OI^2 [\tan \alpha + \tan(60^\circ - \alpha)].$$

Xét hàm số  $f(\alpha) = \tan \alpha + \tan(60^\circ - \alpha)$  với  $0 < \alpha < 45^\circ$ , ta có

$$f'(\alpha) = \frac{1}{\cos^2 \alpha} - \frac{1}{\cos^2(60^\circ - \alpha)}, \quad f'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow \alpha = 30^\circ.$$

Bảng biến thiên

|              |           |                       |            |
|--------------|-----------|-----------------------|------------|
| $\alpha$     | $0^\circ$ | $30^\circ$            | $45^\circ$ |
| $f'(\alpha)$ | -         | 0                     | +          |
| $f(\alpha)$  |           | $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ |            |

$$\text{Suy ra } (S_{\Delta OIM} + S_{\Delta OJN})_{\min} = \frac{1}{2} \cdot OI^2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3}.$$

Khi đó:

$$\begin{aligned} S_{ABMN} &= OI^2 + AJ^2 \cdot OJ + OI^2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} = OI^2 + OI^2 \cdot \cot 15^\circ + OI^2 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \\ &= OI^2 \left( 1 + 2 + \sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{3} \right) = \frac{a^2}{(1 + \sqrt{3})^2} \cdot \frac{9 + 5\sqrt{3}}{3} = \frac{3 + \sqrt{3}}{6} a^2. \end{aligned}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp  $S.ABMN$  là

$$V_{S.ABMN} = \frac{1}{3} \cdot (3 - \sqrt{3}) \cdot a \cdot \frac{3 + \sqrt{3}}{6} \cdot a^2 = \frac{a^3}{3}.$$

**Câu 41. Chọn C**

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} = 24 \Rightarrow f(1) = 16$$

$$I = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{(x - 1)(\sqrt{2f(x) + 4} + 6)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 16}{x - 1} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{2f(x) + 4} + 6} = 24 \cdot \frac{1}{12} = 2.$$

**Câu 42. Chọn B**

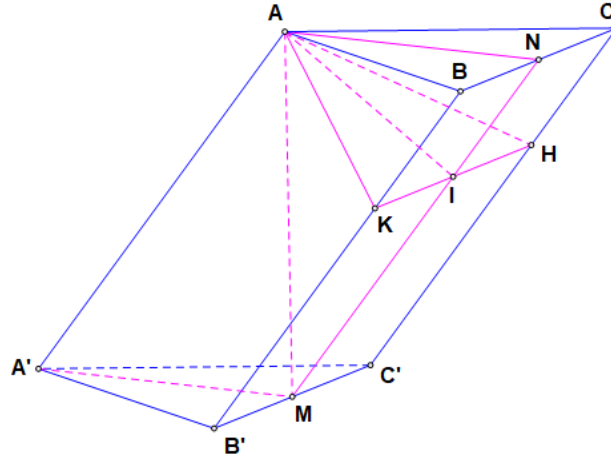
$$\text{Ta có: } \left| \frac{n \sin \pi n}{n^2 + 1} \right| \leq \frac{n}{n^2 + 1} \text{ và } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \frac{1}{n^2}} = 0$$

$$\Rightarrow \lim \frac{n \sin \pi n}{n^2 + 1} = 0$$

$$\Rightarrow \lim \left( 5 - \frac{n \sin \pi n}{n^2 + 1} \right) = 5.$$

**Câu 43. Chọn D.**

**Câu 44. Chọn A.**



Gọi  $N$  là trung điểm của  $BC$ ,  $K$  là hình chiếu của  $A$  lên  $BB'$ ,  $H$  là hình chiếu của  $A$  lên  $CC'$ ,  $I$  là giao điểm của  $MN$  và  $KH$ .

Ta có:  $\begin{cases} AK \perp BB' \\ AH \perp CC' \end{cases}$ , suy ra  $\begin{cases} AK \perp AA' \\ AH \perp AA' \end{cases}$  nên  $AA' \perp (AHK) \Rightarrow AA' \perp HK \Rightarrow HK \perp BB'$ .

Theo đề,  $AK = a$ ;  $AH = a\sqrt{3}$ ;  $HK = 2a$ , vì  $HK^2 = AK^2 + AH^2$  nên tam giác  $AHK$  vuông tại  $A$ .

Lại có,  $I$  là trung điểm của  $HK$  nên  $AI = \frac{1}{2}HK = a$ .

Mặt khác,  $\begin{cases} AA' \perp (AHK) \\ MN \parallel AA' \end{cases} \Rightarrow MN \perp (AHK) \Rightarrow MN \perp HK$ .

Trong tam giác  $AMN$  vuông tại  $A$  có đường cao  $AI$  nên

$$\frac{1}{AI^2} = \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AN^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{AI^2} - \frac{1}{AN^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{1}{4a^2} \Rightarrow AM = 2a$$

$$\text{và } MN = \sqrt{AM^2 + AN^2} = \sqrt{4a^2 + \left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{4a\sqrt{3}}{3}.$$

Trong tam giác  $AHK$  vuông tại  $A$  có:

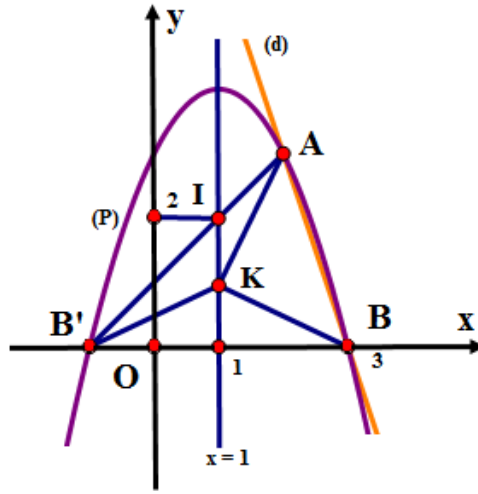
$$\frac{1}{d(A, HK)^2} = \frac{1}{AH^2} + \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow d(A, HK) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Vậy } V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.BCC'} = \frac{3}{2}V_{A.BCC'B'} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3}S_{BCC'B'} \cdot AI = \frac{1}{2}HK \cdot MN \cdot d(A, HK) = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot \frac{4a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = 2a^3$$

**Câu 45. Chọn C**

Phương trình hoành độ giao điểm của  $(d)$  và  $(P)$  là

$$-x^2 + 2x + 3 = -3x + 9 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow A(2; 3) \\ x = 3 \Rightarrow B(3; 0) \end{cases}.$$

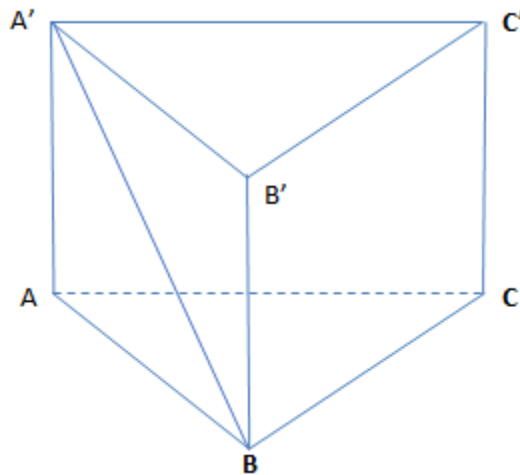


Gọi điểm  $B'$  đối xứng với  $B$  qua trục đối xứng  $x=1$ , suy ra  $B'(-1;0)$ .

Ta có  $KA+KB=KA+KB' \geq AB'$  nên  $KA+KB$  nhỏ nhất khi  $KA+KB=AB' \Leftrightarrow K$  trùng với  $I$  nên  $K(1;2)$ .

Vậy  $a+b=3$ .

**Câu 46. Chọn A**

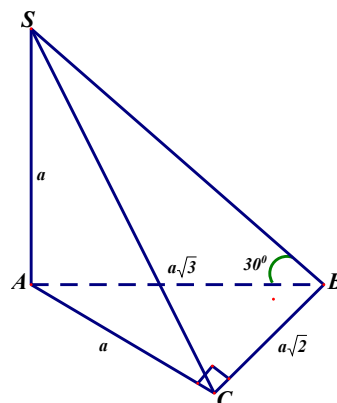


Vì tam giác  $ABC$  là tam giác đều cạnh  $a\sqrt{2} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{(a\sqrt{2})^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$ .

Lại có  $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = a\sqrt{3}$ .

Thể tích khối lăng trụ  $ABC.A'B'C'$ :  $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^3}{2}$ .

**Câu 47. Chọn C**



Ta có:  $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SB \cap (ABC) = B \end{cases} \Rightarrow (\widehat{SB, (ABC)}) = \widehat{SBA} \Rightarrow \tan \widehat{SBA} = \frac{SA}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{SBA} = 30^\circ$

**Câu 48. Chọn D**

Tập xác định:  $D = [2; +\infty) \setminus \{3\}$ .

Ta có  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3} = +\infty$  vì  $\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} \sqrt{x-2} = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2-4x+3) = 0 \\ x^2-4x+3 > 0, \forall x > 3 \end{cases}$

$\Rightarrow x = 3$  là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

Ta có  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{x-2}{x^4}}}{\frac{x^2-4x+3}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^3} - \frac{2}{x^4}}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{3}{x^2}} = 0$

$\Rightarrow y = 0$  là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

**Câu 49. Chọn B**

Ta có:  $P = \frac{9xy^2 - 4x^2y + 2xy + x - y}{(2x+1)^2(3y+1)^2} = \frac{x(9y^2 + 6y + 1) - y(4x^2 + 4x + 1)}{(2x+1)^2(3y+1)^2}$   
 $= \frac{x}{(2x+1)^2} - \frac{y}{(3y+1)^2}$

Vì  $\frac{x}{(2x+1)^2} \geq 0, \forall x \geq 0$ , dấu bằng xảy ra khi  $x = 0$ .

Nếu  $x > 0 \Rightarrow \frac{x}{(2x+1)^2} = \frac{1}{4x + \frac{1}{x} + 4} \leq \frac{1}{8}$  dấu bằng xảy ra khi  $4x = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow 0 \leq \frac{x}{(2x+1)^2} \leq \frac{1}{8}$ .

Tương tự:

Vì  $\frac{y}{(3y+1)^2} \geq 0, \forall y \geq 0$ , dấu bằng xảy ra khi  $y = 0$ .

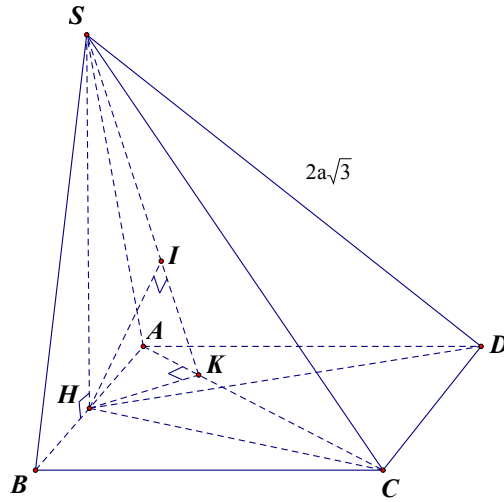
Nếu  $y > 0 \Rightarrow \frac{y}{(3y+1)^2} = \frac{1}{9y + \frac{1}{y} + 6} \leq \frac{1}{12}$  dấu bằng xảy ra khi  $9y = \frac{1}{y} \Rightarrow y = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 0 \leq \frac{y}{(3y+1)^2} \leq \frac{1}{12}$ .

Suy ra  $-\frac{1}{12} \leq \frac{x}{(2x+1)^2} - \frac{y}{(3y+1)^2} \leq \frac{1}{8} \Leftrightarrow -\frac{1}{12} \leq P \leq \frac{1}{8}$ .

$\Rightarrow M = \text{Max}P = \frac{1}{8}, m = \text{min}P = -\frac{1}{12} \Rightarrow 8M + 12m = 0$ .

**Câu 50. Chọn B**



Dựng đường cao  $SH$  của  $\Delta SAB \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow \widehat{(SC, (ABCD))} = \widehat{SCH} = 30^\circ$

ta có:  $\Delta SHC = \Delta SHD \Rightarrow SC = SD = 2a\sqrt{3}$

$$\Rightarrow SH = SC \cdot \sin 30^\circ = 2a\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = a\sqrt{3}$$

Đặt các cạnh của  $\Delta SAB$  đều là  $x \Rightarrow SH = \frac{x\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3} \Rightarrow x = 2a$

$$\Rightarrow SA = SB = AB = 2a \Rightarrow AH = BH = a$$

$$HD = \sqrt{SD^2 - SH^2} = \sqrt{12a^2 - 3a^2} = \sqrt{9a^2} = 3a$$

$$HD = 3a = HC \Rightarrow AD = \sqrt{HD^2 - AH^2} = \sqrt{9a^2 - a^2} = 2a\sqrt{2}$$

$$AD = 2a\sqrt{2} = BC \Rightarrow AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4a^2 + 8a^2} = \sqrt{12a^2} = 2a\sqrt{3}$$

$$S_{ABCD} = AB \cdot AD = 2a \cdot 2a\sqrt{2} = 4a^2\sqrt{2}$$

Do  $CH$  là trung tuyến  $\Delta ABC$

$$\Rightarrow S_{AHC} = \frac{1}{2} S_{ABC} = \frac{1}{4} S_{ABCD} = \frac{1}{4} 4a^2\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$$

$$\text{Lại có } S_{AHC} = \frac{1}{2} HK \cdot AC \Rightarrow HK = \frac{2S_{AHC}}{AC} = \frac{2a^2\sqrt{2}}{2a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\text{Ta có } BH \cap (SAC) = \{A\} \Rightarrow \frac{d(B; (SAC))}{d(H; (SAC))} = \frac{BA}{HA} = 2$$

$$\Rightarrow d(B; (SAC)) = 2 \cdot d(H; (SAC))$$

Dựng  $HK \perp AC$  tại  $K$ , nối  $S$  với  $K$ , Dựng  $HI \perp SK$  tại  $I$

Suy ra  $d(H; (SAC)) = HI$

$$\text{Thật vậy, } \begin{cases} HK \perp AC \\ SH \perp AC (SH \perp (ABCD)) \end{cases} \Rightarrow AC \perp HI \Rightarrow HI \perp (SAC)$$

$$\Rightarrow d(H; (SAC)) = HI$$

$$\Delta SHK (\widehat{H} = 90^\circ) \Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{\frac{6a^2}{9}}$$

$$\text{Trong } = \frac{1}{3a^2} + \frac{9}{6a^2} = \frac{2+9}{6a^2} = \frac{11}{6a^2} \Rightarrow HI^2 = \frac{6a^2}{11} \Rightarrow HI = \frac{a\sqrt{66}}{11}$$

$$\Rightarrow d(B; SAC) = 2.HI = \frac{2a\sqrt{66}}{11}.$$

-----HẾT-----