SỞ GD&ĐT THỪA THIÊN HUẾ
TRƯỜNG THPT HAI BÀ TRƯNG

(Đề thi có 06 trang)

KỲ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2 NĂM 2023
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

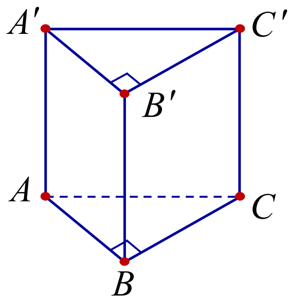
Họ và tên học sinh :.. Số báo danh : .... **Mã đề 132**

Câu 1. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.
A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 36.

Câu 2. Trên khoảng $(0;+\infty)$, tính đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$.
A. $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. **C.** $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$. **D.** $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Câu 3. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng
A. -7. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -10.

Câu 4. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a\sqrt{3}$, $BC=a$ và $AA'=2a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.
A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 5. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng
A. $3+\log_3 a$. **B.** $1+\log_3 a$. **C.** $3\log_3 a$. **D.** $1-\log_3 a$.

Câu 6. Tìm số phức liên hợp của số phức $z=6-7i$.
A. $\bar{z}=7-6i$. **B.** $\bar{z}=6+7i$. **C.** $\bar{z}=-6-7i$. **D.** $\bar{z}=-6+7i$.

Câu 7. Cho hình trụ có chiều cao bằng 5 và đường kính đáy bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.
A. 20π. **B.** 80π. **C.** 160π. **D.** 40π.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?
A. $M(-1;-2;-1)$. **B.** $N(2;-1;-3)$. **C.** $P(5;-2;-1)$. **D.** $Q(-1;0;-5)$.

Câu 9. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Tìm công sai của cấp số cộng đã cho.
A. -3. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?
A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?
A. $x=0$. **B.** $z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $y-z=0$.

Câu 12. Với n là số nguyên dương bất kì, $n \ge 5$, công thức nào dưới đây **đúng**?

A. $A_n^5 = \dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. **B.** $A_n^5 = \dfrac{n!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5 = \dfrac{5!}{(n-5)!}$. **D.** $A_n^5 = \dfrac{(n-5)!}{n!}$.

Câu 13. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $x = 2$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -2$. **D.** $y = 2$.

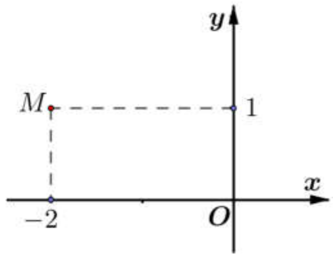
Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $2f(x) - 1 = 0$ là

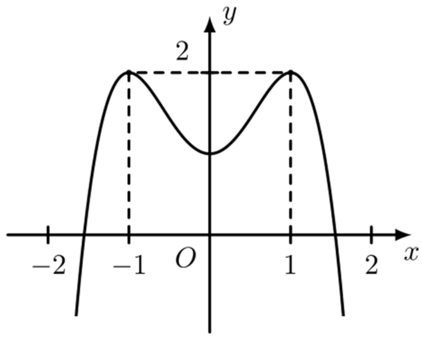
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 15. Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?



A. $z_1 = 1 - 2i$. **B.** $z_2 = 1 + 2i$. **C.** $z_4 = 2 + i$. **D.** $z_3 = -2 + i$.

Câu 16. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^3 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 3$. **C.** $y = \dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_4} = (2;1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (2;-3;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3} = (-3;1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1} = (2;-3;1)$.

Câu 18. Viết công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính R.

A. $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V = \dfrac{1}{3}\pi R^3$. **C.** $V = 4\pi R^3$. **D.** $V = \pi R^3$.

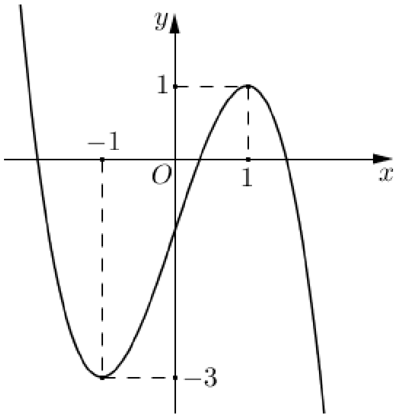
Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$. Tính bán kính của mặt cầu đã cho.

A. $\sqrt{15}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 20. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-1} < 8$.

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 21. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right)$. **C.** $\left(-3;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 22. Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Tính $z+w$.

A. $4+2i$. **B.** $-2-6i$. **C.** $4-2i$. **D.** $2+6i$.

Câu 23. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 24. Nếu $\int\limits_0^2\left[2x-3f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{5}{2}$.

Câu 25. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

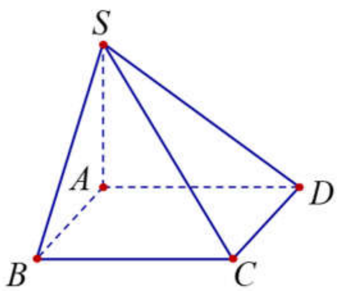
Câu 26. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $2\log_2 b-3\log_2 a=2$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $a^3b^2=4$. **B.** $2b-3a=2$. **C.** $b^2=4a^3$. **D.** $b^2-a^3=4$.

Câu 27. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\frac{2}{4x-3}$ trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$ là

A. $\frac{1}{2}\ln\left(4x-3\right)+C$. **B.** $\frac{1}{4}\ln\left(4x-3\right)+C$. **C.** $8\ln\left(4x-3\right)+C$. **D.** $2\ln\left(4x-3\right)+C$.

Câu 28. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $SA=a$ (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD.

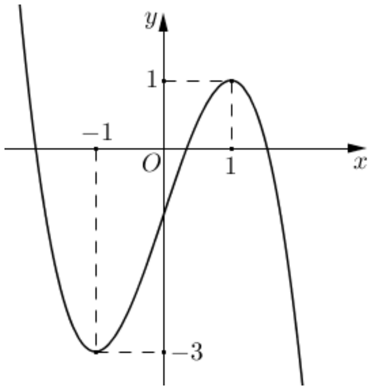


A. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x+y+2z+1=0$ và điểm $M(4;2;1)$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (P).

A. $M'(12;4;5)$. **B.** $M'(-4;0;-3)$. **C.** $M'(-12;-2;-7)$. **D.** $M'(4;2;1)$.

Câu 30. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)+3)=0$.



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 31. Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2(x^2+x+1)=2+\log_2 x$.

A. 6. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

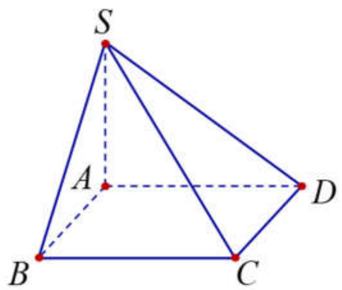
Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1+2i)z+\bar{z}=i$. Tính môđun của z.

A. $|z|=\frac{1}{2}$. **B.** $|z|=5$. **C.** $|z|=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $|z|=\sqrt{5}$.

Câu 33. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2-2x)\ge 1$.

A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.



A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0)$, $B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A và song song với đường thẳng BC.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{3}$.

C. $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Câu 36. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=-x^2+3x$ và $y=0$ xung quanh trục Ox.

A. $\frac{5\pi}{2}$. **B.** $\frac{27\pi}{10}$. **C.** $\frac{81\pi}{10}$. **D.** $\frac{9\pi}{2}$.

Câu 37. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=2$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=e^x+x^2+1$. **B.** $F(x)=e^x+x^2+2$.

C. $F(x)=e^x+2x^2+1$. **D.** $F(x)=e^x+x^2-1$.

Câu 38. Có hai chiếc hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 5 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một viên bi. Tính xác suất để 2 viên bi lấy ra cùng màu.

A. $\frac{9}{35}$. **B.** $\frac{29}{56}$. **C.** $\frac{29}{105}$. **D.** $\frac{27}{56}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{4}$, $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ và song song với đường thẳng d. Tính khoảng cách từ điểm $M(3;0;-1)$ đến mặt phẳng (P).

A. 3. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 1.

Câu 40. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ (a, b là các số thực). Có bao nhiêu cặp số $(a;b)$ để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 - 3 = (1 - |z_2|)i$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 41. Cho khối nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng (P) đi qua S, cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 4. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V = 192\pi$. **B.** $V = 128\pi$. **C.** $V = 96\pi$. **D.** $V = 64\pi$.

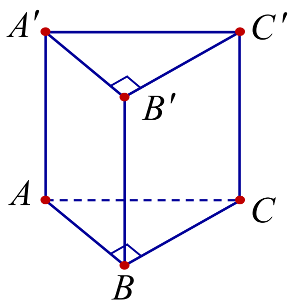
Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $xF(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $3F(1) + G(0) = 6$ và $F(1) - G(1) = 6$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f(\cos^2 x)dx$.

A. -2. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -4.

Câu 43. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2(8x^2) + \log_3(3x^3) \geq \log_2 x.\log_3 x$?

A. 27. **B.** 8. **C.** 134. **D.** 133.

Câu 44. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3a$ và $BC = 4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\frac{6a}{13}$ (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



A. $V = 6a^3$. **B.** $V = 12a^3$. **C.** $V = 4a^3$. **D.** $V = 2a^3$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

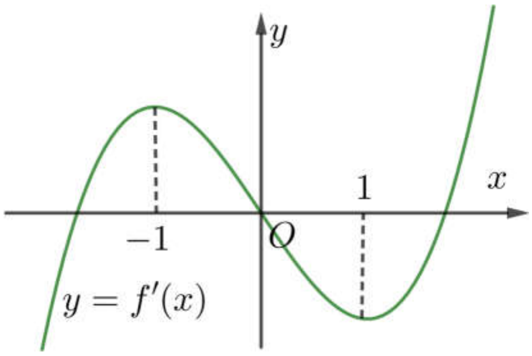
Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x) = f^2(x) - mf(x)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 15. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 13.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Hai điểm M, N thay đổi, lần lượt nằm trên các mặt phẳng $(P): x-2=0$, $(Q): z-2=0$ sao cho trung điểm K của đoạn thẳng MN luôn thuộc đường thẳng Δ. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(2;3)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(4;5)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \left|2f(\ln x) - \ln^2 x + 1 - m\right|$ nghịch biến trên $(1;e)$, biết $f(1) = 2$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_3\left(5-|x|+2|y|\right) + 2\log_2\left(5-|x|\right) + 3 \geq \log_3|y| + \log_2\left(5-|x|+3|y|\right)^2 ?$$

A. 50. **B.** 61. **C.** 60. **D.** 51.

Câu 49. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$, $f(1)=1$ và thỏa mãn $x^3 f(x) + 2f^3(x) = 2x^4 f'(x), \forall x \in (0;+\infty)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1; x=4$.

A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{14}{3}$. **C.** $\frac{255}{4}$. **D.** $\frac{62}{5}$.

Câu 50. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z+2w|=1$ và $|3z-w|=2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = 7|z+w| + |z+9w|$. Tính giá trị của $M^2 - m^2$.

A. 65. **B.** 16. **C.** 64. **D.** 17.

--- HẾT ---

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.B	4.A	5.B	6.B	7.D	8.A	9.B	10.D
11.A	12.B	13.B	14.C	15.D	16.D	17.D	18.A	19.C	20.D
21.A	22.C	23.A	24.A	25.B	26.C	27.A	28.D	29.B	30.B
31.D	32.C	33.D	34.D	35.A	36.C	37.A	38.B	39.A	40.C
41.D	42.B	43.C	44.A	45.D	46.D	47.C	48.A	49.D	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho khối chóp có điện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=4$. Tính thể tích của khối chóp đã cho.

A. 4. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp đã cho bằng: $\frac{1}{3}B.h=4$.

Câu 2: Trên khoảng $(0;+\infty)$, tính đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{5}{3}}$.

A. $y'=\frac{3}{5}x^{\frac{2}{3}}$. **B.** $y'=\frac{3}{8}x^{\frac{8}{3}}$. **C.** $y'=\frac{5}{3}x^{-\frac{2}{3}}$. **D.** $y'=\frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Nếu $\int_1^2 f(x)dx=5$ và $\int_2^3 f(x)dx=-2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng

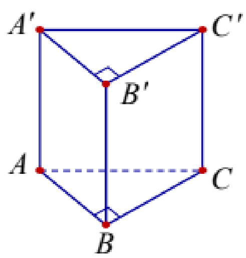
A. -7. **B.** 3. **C.** 7. **D.** -10.

Lời giải

Chọn B

$$\int_1^3 f(x)dx=\int_1^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx=5+(-2)=3$$

Câu 4: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB=a\sqrt{3}$, $BC=a$ và $AA'=2a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ).



Tính thể tích của khối lăng trụ đã cho.

A. $3a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ là: $V=S.h=\left(\frac{1}{2}a^2\sqrt{3}\right).2a\sqrt{3}=3a^3$

Câu 5: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng

A. $3+\log_3 a$. **B.** $1+\log_3 a$. **C.** $3\log_3 a$. **D.** $1-\log_3 a$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3(3a)=\log_3 3+\log_3 a=1+\log_3 a$.

Câu 6: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=6-7i$ là:

A. $\overline{z}=7-6i$. **B.** $\overline{z}=6+7i$. **C.** $\overline{z}=-6-7i$. **D.** $\overline{z}=-3+7i$.

Lời giải

Chọn B

Câu 7: Cho hình trụ có và chiều cao bằng 5 và đường kính đáy bằng 8. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho

A. 20π **B.** 80π. **C.** 160π. **D.** 40π.

Lời giải

Chọn D

Bán kính đáy của trụ là: $r=4$

Áp dụng công thức diện tích xung quanh hình trụ ta được: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.4.5=40\pi$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z+3}{2}$.

Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d?

A. $M(-1;-2;-1)$. **B.** $N(2;-1;-3)$. **C.** $P(5;-2;-1)$. **D.** $Q(-1;0;-5)$.

Lời giải

Chọn A

Thay tọa độ điểm $M(-1;-2;-1)$ vào phương trình đường thẳng d ta có

$\frac{-1-2}{3}\neq\frac{-2+1}{-1}=\frac{-1+3}{2}$ nên điểm $M(-1;-2;-1)\notin d$.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và $u_2=4$. Tìm công sai của cấp số cộng đã cho.

A. -3 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

Công sai cấp số cộng: $d=u_2-u_1=4-1=3$

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz)?

A. $x=0$. **B.** $z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $y-z=0$.

Lời giải

Chọn A

Câu 12: Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 5$, công thức nào dưới đây **đúng**?

A. $A_n^5=\dfrac{n!}{5!(n-5)!}$. **B.** $A_n^5=\dfrac{n!}{(n-5)!}$. **C.** $A_n^5=\dfrac{5!}{(n-5)!}$. **D.** $A_n^5=\dfrac{(n-5)!}{n!}$.

Lời giải

Chọn B

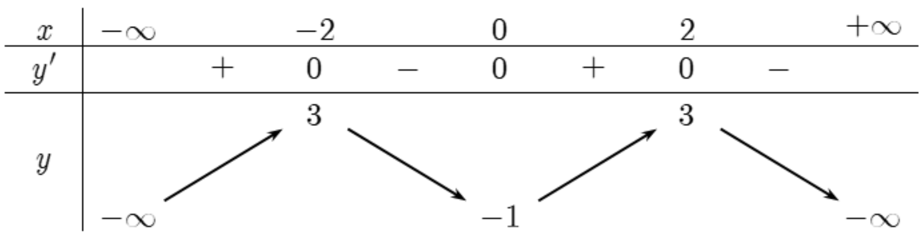
Câu 13: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-1=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

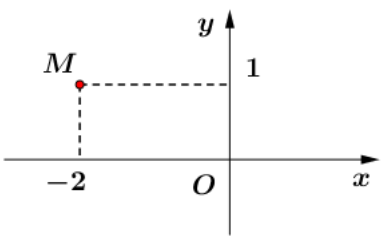
Lời giải

Chọn C

Ta có $2f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{1}{2}$

Dựa vào bbt ta thấy có 4 nghiệm thực.

Câu 15: Số phức nào dưới đây có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm M như hình bên?

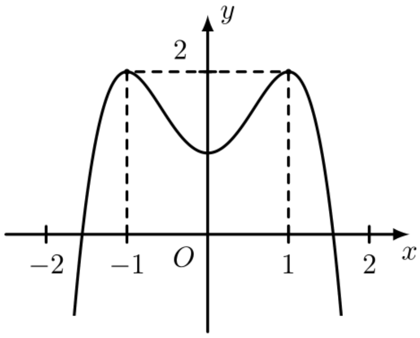


A. $z_1=1-2i$. **B.** $z_2=1+2i$. **C.** $z_4=2+i$. **D.** $z_3=-2+i$.

Lời giải

Chọn D

Câu 16: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^3+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2+3$. **C.** $y=\frac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có đây là hình dáng của đồ thị hàm số bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c\left(a\neq 0\right)$, mặt khác nhánh cuối đi xuống nên $a<0$. Vậy **Chọn D**

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-3y+z-2=0$. Vecto nào dưới đây là một vecto pháp tuyến của $\left(P\right)$?

A. $\overrightarrow{n_4}=\left(2;1;-2\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=\left(2;-3;-2\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(-3;1;-2\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=\left(2;-3;1\right)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 18: Viết công thức tính thể tích V của khối cầu có bán kính R.

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **C.** $V=4\pi R^3$. **D.** $V=\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2+2y-2z-7=0$. Tính bán kính của mặt cầu đã cho.

A. $\sqrt{15}$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $R=\sqrt{0^2+\left(-1\right)^2+1^2+7}=3$.

Câu 20: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-1}<8$.

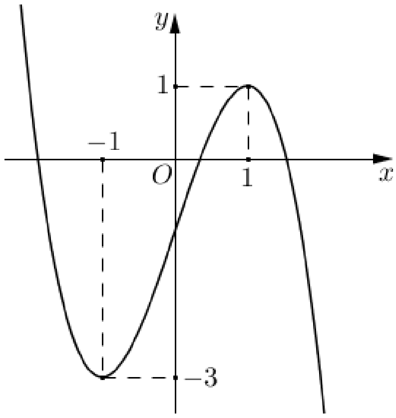
A. $\left(5;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;5\right)$. **C.** $\left(4;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;4\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2^{x-1}<8\Leftrightarrow 2^{x-1}<2^3\Leftrightarrow x-1<3\Leftrightarrow x<4$.

Câu 21: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 22: Cho hai số phức $z=3+2i$ và $w=1-4i$. Tính $z+w$.

A. $4+2i$. **B.** $-2-6i$. **C.** $4-2i$. **D.** $2+6i$.

Lời giải

Chọn C

$z+w=4-2i$.

Câu 23: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** -3. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Câu 24: Nếu $\int_0^2 \left[2x-3f(x)\right]\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** $-\frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^2 \left[2x-3f(x)\right]\mathrm{d}x=3 \Leftrightarrow \int_0^2 2x\mathrm{d}x-3\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3 \Leftrightarrow \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}$$

Câu 25: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=x^2+2mx+4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x)\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m^2-4\leq 0 \Leftrightarrow -2\leq m\leq 2$.

Mà $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m=\{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 26: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $2\log_2 b-3\log_2 a=2$. Khẳng định nào sau đây **đúng?**

A. $a^3b^2=4$. **B.** $2b-3a=2$. **C.** $b^2=4a^3$. **D.** $b^2-a^3=4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$2\log_2 b-3\log_2 a=2 \Leftrightarrow \log_2 b^2-\log_2 a^3=2 \Leftrightarrow \log_2\frac{b^2}{a^3}=2 \Leftrightarrow \frac{b^2}{a^3}=4 \Leftrightarrow b^2=4a^3$$

Câu 27: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{4x-3}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ là

A. $\frac{1}{2}\ln(4x-3)+C$. **B.** $\frac{1}{4}\ln(4x-3)+C$. **C.** $8\ln(4x-3)+C$. **D.** $2\ln(4x-3)+C$.

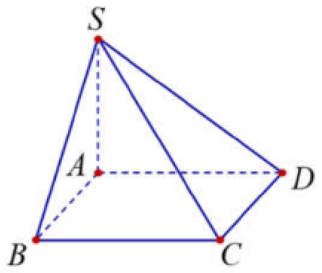
Lời giải

Chọn A

Đặt $t=4x-3 \Rightarrow dt=4dx$

$$\int f(x)dx=\int\frac{2}{t}.\frac{dt}{4}=\frac{1}{2}\int\frac{1}{t}dt=\frac{1}{2}\ln|t|+C=\frac{1}{2}\ln(4x-3)+C$$

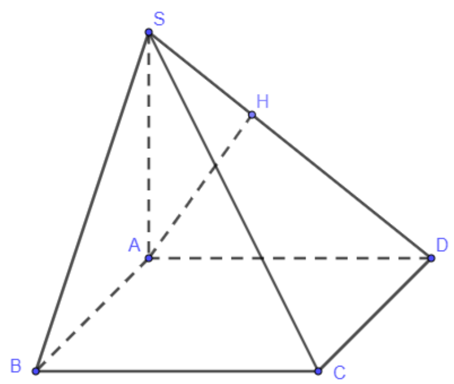
Câu 28: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=a$ (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD.



A. $\frac{3a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $AH \perp SD$

Ta có: $\left.\begin{array}{l} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

$\left.\begin{array}{l} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp (SCD)$

Mặt khác: $AB // CD \Rightarrow AB // (SCD)$

$d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = AH$

Xét ΔSAD vuông tại A có:

$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AD^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{4a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x + y + 2z + 1 = 0$ và điểm $M(4;2;1)$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (P).

A. $M'(12;4;5)$. **B.** $M'(-4;0;-3)$. **C.** $M'(-12;-2;-7)$. **D.** $M'(4;2;1)$.

Lời giải

Chọn B

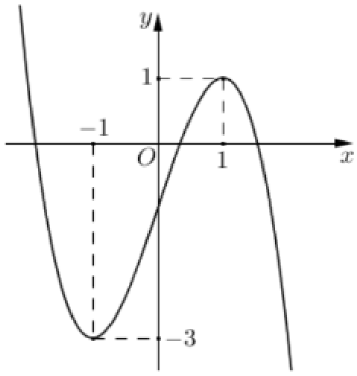
Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với $(P) \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_P} = (4;1;2)$

Ta có $d: \begin{cases} x = 4 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. Gọi $I = d \cap (P) \Rightarrow I = (4 + 4t; 2 + t; 1 + 2t)$

$I \in (P) \Rightarrow 4(4 + 4t) + 2 + t + 2(1 + 2t) + 1 = 0 \Leftrightarrow 21t + 21 = 0 \Leftrightarrow t = -1 \Rightarrow I(0;1;-1)$

Vì I là trung điểm của MM' nên $M'(-4;0;-3)$.

Câu 30: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x) + 3) = 0$



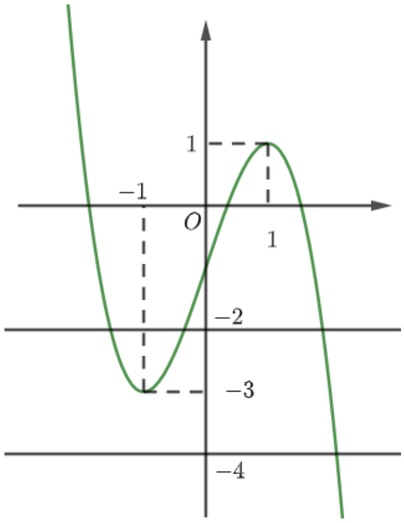
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta có:

$f'(f(x) + 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) + 3 = -1 \\ f(x) + 3 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = -4 \\ f(x) = -2 \end{array}\right.$



Vậy phương trình có 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 31: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x$.

A. 6. **B.** 3. **C.** 1. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn D

ĐK: $x>0$

Ta có $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x \Leftrightarrow \log_2\left(x^2+x+1\right)=\log_2\left(4x\right) \Leftrightarrow x^2+x+1=4x$

$\Leftrightarrow x^2-3x+1=0 \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ (thoả mãn)

Vậy tổng các nghiệm bằng $\frac{3}{2}$.

Câu 32: Cho số phức z thoả mãn điều kiện $(1+2i)z+\overline{z}=i$. Tính môđun của z.

A. $|z|=\frac{1}{2}$. **B.** $|z|=5$. **C.** $|z|=\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $|z|=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $z=a+bi \Rightarrow \overline{z}=a-bi$.

Vậy $(1+2i)z+\overline{z}=i \Rightarrow (1+2i)(a+bi)+a-bi=i \Leftrightarrow (2a-2b)+2ai=i \Leftrightarrow \begin{cases}2a-2b=0\\2a=1\end{cases}$

$\Leftrightarrow a=b=\frac{1}{2}$.

Khi đó $z=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i \Rightarrow |z|=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 33: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2-2x\right)\geq 1$

A. $[-1;3]$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

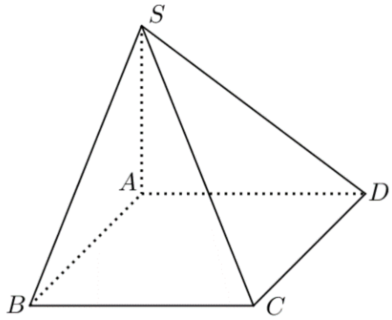
Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3\left(x^2-2x\right)\geq 1 \Leftrightarrow x^2-2x\geq 3 \Leftrightarrow x^2-2x-3\geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\geq 3 \\ x\leq -1 \end{array}\right.$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty;-1]\cup[3;+\infty)$.

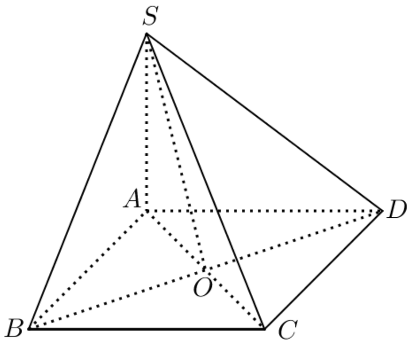
Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{6}$ (*tham khảo hình vẽ*). Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$.



A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O=AC\cap BD$, ta có $\widehat{\left((SBD),(ABCD)\right)}=\widehat{SOA}$.

Ta có $OA=a\sqrt{2}, SA=a\sqrt{6}\Rightarrow \tan\widehat{SOA}=\sqrt{3}\Rightarrow \widehat{SOA}=60^0$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A và song song với đường thẳng BC.

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{4}=\frac{z}{3}$. **C.** $\frac{x+1}{3}=\frac{y+2}{4}=\frac{z}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có Δ có VTCP $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z}{-1}$.

Câu 36: Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=-x^2+3x$ và $y=0$ xung quanh trục Ox.

A. $\frac{5\pi}{2}$. **B.** $\frac{27\pi}{10}$. **C.** $\frac{81\pi}{10}$. **D.** $\frac{9\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn C

+ Phương trình hoành độ giao điểm giữa hai đường $y=-x^2+3x$ và $y=0$ là $-x^2+3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$. Do đó thể tích khối tròn xoay cần tính là $V=\pi\int_0^3\left(-x^2+3x\right)^2dx=\frac{81\pi}{10}$.

Câu 37: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=2$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x)=e^x+x^2+1$. **B.** $F(x)=e^x+x^2+2$.

C. $F(x)=e^x+2x^2+1$. **D.** $F(x)=e^x+x^2-1$.

Lời giải

Chọn A

+ Ta có, $F(x)=\int f(x)dx=\int\left(e^x+2x\right)dx=e^x+x^2+C$, mà $F(0)=2\Rightarrow C=1$. Do đó $F(x)=e^x+x^2+1$.

Câu 38: Có hai chiếc hộp chứa bi. Hộp thứ nhất chứa 4 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng, hộp thứ hai chứa 5 viên bi đỏ và 3 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một viên bi. Tính xác suất để 2 viên bi lấy ra cùng màu.

A. $\frac{9}{35}$. **B.** $\frac{29}{56}$. **C.** $\frac{29}{105}$. **D.** $\frac{27}{56}$.

Lời giải

Chọn B

- Lấy ngẫu nhiên từ mỗi hộp một bi có $C_7^1.C_8^1=56$ cách. Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=56$.

- Gọi A là biến cố "Lấy được 2 viên bi cùng màu".

+ Trường hợp 1: Lấy được 2 viên bi màu đỏ có $C_5^1.C_4^1=20$ cách.

+ Trường hợp 2: Lấy được 2 viên bi màu trắng có $C_3^1.C_3^1=9$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A)=20+9=29$. Vậy xác suất của biến cố A là $p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{29}{56}$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\frac{x}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z}{4}$, $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-1}{2}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng Δ và song song với đường thẳng d. Tính khoảng cách từ điểm $M(3;0;-1)$ đến mặt phẳng (P).

A. 3. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Δ đi qua điểm $M(0;-2;0)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_\Delta}=(2;3;4)$.

d đi qua điểm $N(1;2;1)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(2;1;2)$.

$\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{u_d}\right]=(1;2;-2)$.

$(P):1(x-0)+2(y+2)-2(z-0)=0\Leftrightarrow x+2y-2z+4=0$.

Thử lại $N \notin (P)$ nên thỏa mãn.

$$d\left(M;(P)\right) = \frac{\left|3+2.0-2(-1)+4\right|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = 3.$$

Câu 40: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 + az + b = 0$ (a, b là các số thực). Có bao nhiêu cặp số $(a;b)$ để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 - 3 = (1 - |z_2|)i$?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\Delta = a^2 - 4b$.

- TH1: $\Delta' \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 4b \geq 0$ thì $z_1, z_2 \in \mathbb{R}$.

$$z_1 - 3 = (1-|z_2|)i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 - 3 = 0 \\ 0 = 1 - |z_2| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ |z_2| = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_2 = 1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} z_1 = 3 \\ z_2 = -1 \end{cases}.$$

□ $\begin{cases} z_1 = 3 \\ z_2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = 4 \\ P = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 3 \end{cases}$ (thỏa).

□ $\begin{cases} z_1 = 3 \\ z_2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S = 2 \\ P = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = 2 \\ b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = -3 \end{cases}$ (thỏa).

- TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow a^2 - 4b < 0$ thì $z_1, z_2 \notin \mathbb{R} \Rightarrow z_1 = \overline{z_2}$.

$$z_1 - 3 = (1-|z_2|)i \Leftrightarrow z_1 = 3 + (1-|z_1|)i \Rightarrow |z_1| = \sqrt{9 + (1-|z_1|)^2} \Leftrightarrow |z_1|^2 = 10 - 2|z_1| + |z_1|^2 \Leftrightarrow |z_1| = 5$$

$$\Rightarrow z_1 = 3 - 4i \Rightarrow z_2 = 3 + 4i \Rightarrow \begin{cases} S = 6 \\ P = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a = 6 \\ b = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = 25 \end{cases} \text{ (thỏa).}$$

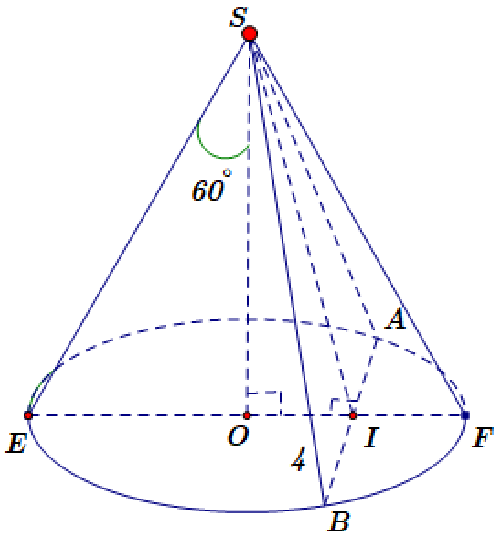
Vậy có 3 cặp số $(a;b)$ thỏa.

Câu 41: Cho khối nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng $120°$. Một mặt phẳng (P) đi qua S, cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 4. Tính thể tích V của khối nón (N).

A. $V = 192\pi$. **B.** $V = 128\pi$. **C.** $V = 96\pi$. **D.** $V = 64\pi$.

Lời giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm AB $\Rightarrow \begin{cases} OI \perp SO \\ OI \perp AB \end{cases} \Rightarrow d(SO, AB) = OI = 4$.

Đặt $OE = R \Rightarrow \begin{cases} SO = \dfrac{R\sqrt{3}}{3} \\ SE = \dfrac{2R\sqrt{3}}{3} \end{cases} \Rightarrow SI = \sqrt{SO^2 + OI^2} = \sqrt{\dfrac{R^2}{3} + 16}$.

Mặt khác $AB = 2AI = 2\sqrt{AO^2 - OI^2} = 2\sqrt{R^2 - 16}$.

Vì ΔSAB vuông tại S nên $SI = \dfrac{1}{2}AB \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{R^2}{3} + 16} = \sqrt{R^2 - 16} \Leftrightarrow R^2 = 48 \Leftrightarrow R = 4\sqrt{3}$.

$\Rightarrow h = SO = 4$.

Vậy $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2.h = \dfrac{1}{3}\pi.48.4 = 64\pi$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $xF(x), G(x)$ là hai nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $3F(1) + G(0) = 6$ và $F(1) - G(1) = 6$. Tính $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f(\cos^2 x)\mathrm{d}x$.

A. -2. **B.** 4. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = \cos^2 x \Rightarrow dt = -\sin 2x dx$.

Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 1 \\ x = \dfrac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0 \end{cases}$.

$I = \int\limits_1^0 f(t)(-dt) = \int\limits_0^1 f(t)dt = tF(t)\Big|_0^1 = F(1)$.

Ta có: $G(x) = xF(x) + C$

$\begin{cases} 3F(1) + G(0) = 6 \\ F(1) - G(1) = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3F(1) + C = 6 \\ F(1) - F(1) - C = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} F(1) = 4 \\ C = -6 \end{cases} \Rightarrow I = 4$.

Vậy $I=4$.

Câu 43: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\log_2\left(8x^2\right)+\log_3\left(3x^3\right)\ge \log_2 x.\log_3 x$?

A. 27. **B.** 8. **C.** 134. **D.** 133.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x>0$. Với điều kiện trên, bpt tương đương với:

$3+2\log_2 x+1+3\log_3 x-\log_2 x.\log_3 x\ge 0$

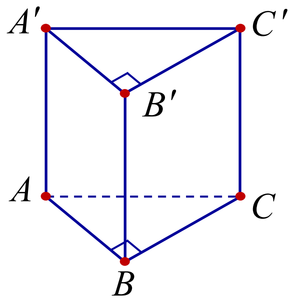
$\Leftrightarrow 2\log_2 x+3\log_3 2.\log_2 x-\log_2 x.\log_3 2.\log_2 x+4\ge 0$

$\Leftrightarrow -\log_3 2.\left(\log_2 x\right)^2+\left(2+3\log_3 2\right).\log_2 x+4\ge 0$

$\Leftrightarrow \underbrace{-0,897...}_{A}\le \log_2 x\le \underbrace{7,067...}_{B}\Leftrightarrow 0,536...\le x\le 134,087...$

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{1;2;...;134\}$.

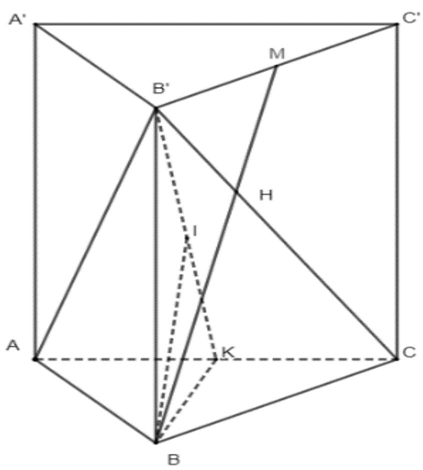
Câu 44: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=3a$ và $BC=4a$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$, biết khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(B'AC)$ bằng $\dfrac{6a}{13}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.



A. $V=6a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=4a^3$. **D.** $V=2a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{1}{2}.3a.4a=6a^2$.

Gọi H là giao điểm của MB và $B'C$. Khi đó, theo định lý Ta-let ta có $\dfrac{HM}{HB}=\dfrac{MB'}{BC}=\dfrac{1}{2}$.

Ta có $\dfrac{d\left(M,\left(B'AC\right)\right)}{d\left(B,\left(B'AC\right)\right)}=\dfrac{MH}{BH}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow d\left(B,\left(B'AC\right)\right)=2d\left(M,\left(B'AC\right)\right)=\dfrac{12a}{13}$.

Từ B dựng BK vuông góc với AC với $K\in AC$. Kẻ BI vuông góc với $B'K$ với $I\in B'K$.

Ta có $\begin{cases} BI\perp B'K \\ BI\perp AC \end{cases}\Rightarrow BI\perp\left(B'AC\right)\Rightarrow BI=d\left(B,\left(B'AC\right)\right)=\dfrac{12a}{13}$.

Ta có $AC=5a$, $BK.AC=BA.BC\Leftrightarrow BK=\dfrac{3a.4a}{5a}=\dfrac{12a}{5}$.

$$\frac{1}{BI^2}=\frac{1}{BK^2}+\frac{1}{BB'^2}\Leftrightarrow\frac{1}{BB'^2}=\frac{1}{\left(\frac{12a}{13}\right)^2}-\frac{1}{\left(\frac{12a}{5}\right)^2}=\frac{1}{a^2}\Leftrightarrow BB'^2=a^2\Leftrightarrow BB'=a.$$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{\Delta ABC}.BB'=6a^2.a=6a^3$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f\left(x\right)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g\left(x\right)=f^2\left(x\right)-mf\left(x\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 15. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 13.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g\left(x\right)=f^2\left(x\right)-mf\left(x\right)\Rightarrow g'\left(x\right)=2f\left(x\right)f'\left(x\right)-m.f'\left(x\right)=f'\left(x\right)\left(2f\left(x\right)-m\right)$

Nên: $g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'\left(x\right)=0 \\ f\left(x\right)=\dfrac{m}{2} \end{array}\right.$ để hàm số $g\left(x\right)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình $g'\left(x\right)=0$ phải có 5 nghiệm bội lẻ, suy ra $f\left(x\right)=\dfrac{m}{2}$ cần có 3 nghiệm bội lẻ: $-3<\dfrac{m}{2}<4\Leftrightarrow-6<m<8$

Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g\left(x\right)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Hai điểm N,M thay đổi, lần lượt nằm trên các mặt phẳng $\left(P\right):x-2=0$, $\left(Q\right):z-2=0$ sao cho trung điểm K của đoạn thẳng MN luôn thuộc đường thẳng Δ. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng MN thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(2;3\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(4;5\right)$. **D.** $\left(3;4\right)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(2;a;b)\in(P)$, $K(2t;1-t;1-t)\in\Delta$.

K là trung điểm của MN nên $\begin{cases} x_N = 2.2t-2 = 4t-2 \\ y_N = 2.(1-t)-a = 2-2t-a \Rightarrow N(4t-2;2-2t-a;2-2t-b). \\ z_N = 2.(1-t)-b = 2-2t-b \end{cases}$

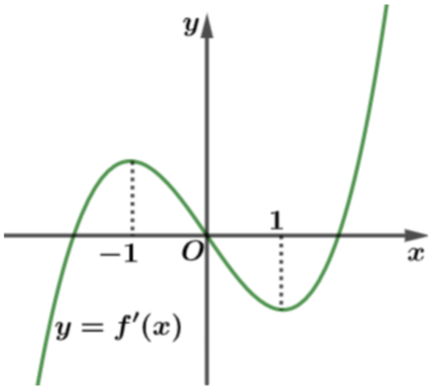
$N\in(Q)$ nên $-2t-b=0 \Leftrightarrow 2t=-b \Rightarrow M(2;a;b), N(-2b-2;2+b-a;2)$.

Ta có $MN^2=(4+2b)^2+(2a-b-2)^2+(b-2)^2=4a^2-4ab-8a+6b^2+16b+24$

$=(2a-b-2)^2+5\left(b+\frac{6}{5}\right)^2+\frac{64}{5}\geq\frac{64}{5}\Rightarrow MN\geq\frac{8}{\sqrt{5}}\approx 3,5777....$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} 2a-b-2=0 \\ b+\frac{6}{5}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{2}{5} \\ b=-\frac{6}{5} \end{cases}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



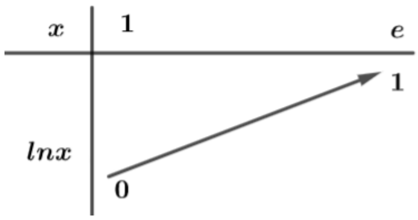
Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|2f(\ln x)-\ln^2 x+1-m\right|$ nghịch biến trên $(1;e)$, biết $f(1)=2$?

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

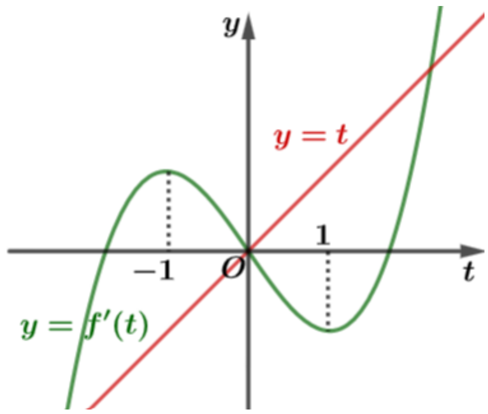
Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\ln x$, ta có:



Bài toán trở thành tìm giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|2f(t)-t^2+1-m\right|$ nghịch biến trên $(0;1)$.



Xét hàm số $h(t)=2f(t)-t^2+1-m$ trên $(0;1)$ có $h'(t)=2\left[f'(t)-t\right]<0,\forall t\in\in(0;1)$.

Do đó ycbt $\Leftrightarrow h(1)\ge 0\Leftrightarrow 2f(1)-1^2+1-m\ge 0\Leftrightarrow m\le 4$.

Vậy có 4 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn

$$\log_3\left(5-|x|+2|y|\right)+2\log_2\left(5-|x|\right)+3\ge\log_3|y|+\log_2\left(5-|x|+3|y|\right)^2$$

A. 50. **B.** 61. **C.** 60. **D.** 51.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} x;y\in\mathbb{Z} \\ 5-|x|>0 \\ y\ne 0 \end{cases}$.

Ta có: $\log_3\left(5-|x|+2|y|\right)+2\log_2\left(5-|x|\right)+3\ge\log_3|y|+\log_2\left(5-|x|+3|y|\right)^2$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{5-|x|}{|y|}+2\right)+2\log_2\left(\frac{5-|x|}{5-|x|+3|y|}\right)+3\ge 0$$

$$\Leftrightarrow \log_3\left(\frac{5-|x|}{|y|}+2\right)-2\log_2\left(1+3\frac{|y|}{5-|x|}\right)+3\ge 0 \text{ (*)}.$$

Đặt $t=\dfrac{5-|x|}{|y|}>0$,

$$(*)\Leftrightarrow \log_3(t+2)-2\log_2\left(1+\frac{3}{t}\right)+3\ge 0 \text{ (**)}.$$

Xét hàm số $h(t)=\log_3(t+2)-2\log_2\left(1+\dfrac{3}{t}\right)+3$.

$h'(t)=\dfrac{1}{\ln 3(t+2)}+\dfrac{6}{t^2.\left(1+\dfrac{3}{t}\right).\ln 2}>0,\forall t>0$, mặt khác $h(1)=0$.

Do đó $(**)\Leftrightarrow t\ge 1\Leftrightarrow \dfrac{5-|x|}{|y|}\ge 1\Leftrightarrow |y|\le 5-|x|$.

Với $x=0 \Rightarrow |y| \le 5 \Rightarrow y \in (-5,-4,-3,-2,-1,1,2,3,4,5)$, có 10 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $x=\pm 1 \Rightarrow |y| \le 4 \Rightarrow y \in (-4,-3,-2,-1,1,2,3,4)$, có 16 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $x=\pm 2 \Rightarrow |y| \le 3 \Rightarrow y \in (-3,-2,-1,1,2,3)$, có 12 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $x=\pm 3 \Rightarrow |y| \le 2 \Rightarrow y \in (-2,-1,1,2)$, có 8 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Với $x=\pm 4 \Rightarrow |y| \le 1 \Rightarrow y \in (-1,1)$, có 4 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy có 50 cặp $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$, $f(1)=1$ và thỏa mãn $x^3 f(x)+2f^3(x)=2x^4 f'(x), \forall x \in (0;+\infty)$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=1; x=4$.

A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{14}{3}$. **C.** $\frac{255}{4}$. **D.** $\frac{62}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$x^3 f(x)+2f^3(x)=2x^4 f'(x) \Leftrightarrow x^3\left[f(x)-2xf'(x)\right]=-2f^3(x) \Leftrightarrow \frac{x^3\left[f(x)-2xf'(x)\right]}{f^3(x)}=-2$$

$$\Leftrightarrow x^3.\frac{f^2(x)-2xf(x).f'(x)}{f^4(x)}=-2 \Leftrightarrow x^3.\frac{(x)'.f^2(x)-x.\left[f^2(x)\right]'}{f^4(x)}=-2$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{x}{f^2(x)}\right]'=\frac{-2}{x^3}=\left(\frac{1}{x^2}\right)' \Rightarrow \frac{x}{f^2(x)}=\frac{1}{x^2}+C$$. Cho

$x=1 \Rightarrow 1=1+C \Leftrightarrow C=0 \Rightarrow f^2(x)=x^3 \Leftrightarrow f(x)=x\sqrt{x}$.

Vậy $S=\int_1^4 x\sqrt{x}\,\mathrm{d}x=\frac{62}{5}$.

Câu 50: Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z+2w|=1$ và $|3z-w|=2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=7|z+w|+|z+9w|$. Tính giá trị của M^2-m^2.

A. 65. **B.** 16. **C.** 64. **D.** 17.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z_1=z+2w, z_2=3z-w$. Gọi $A(z_1), B(z_2) \Rightarrow OA=1; OB=2$.

$P=|4z_1+z_2|+|4z_1-z_2|$.

$$|4z_1+z_2|^2=\left|4\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|^2=16OA^2+OB^2+8\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=20+16.\cos\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)=20+16x$$

với $x=\cos\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right), x \in [-1;1]$.

$$|4z_1-z_2|^2=\left|4\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right|^2=16OA^2+OB^2-8\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=20-16.\cos\left(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}\right)=20-16x.$$

Khi đó $P=\sqrt{20+16x}+\sqrt{20-16x}$.

Xét hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{20+16x}+\sqrt{20-16x}$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$.

$f'\left(x\right)=\frac{8}{\sqrt{20+16x}}-\frac{8}{\sqrt{20-16x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{20+16x}=\sqrt{20-16x}\Leftrightarrow x=0$ (thỏa).

Ta có $f\left(-1\right)=f\left(1\right)=8=m$; $f\left(0\right)=4\sqrt{5}=M$.

Vậy $M^2-m^2=16$.