

Thời gian làm bài: 90 phút

Lớp	Chủ đề	Nội dung kiến thức	Câu trong đề gốc	Mức độ				Tổng dạng	Tổng Chủ đề
				NB	TH	VD	VDC		
11	Tổ hợp – Xác suất	Hoán vị – Chỉnh hợp – Tổ hợp	C18	1				3	
		Cấp số cộng, cấp số nhân	C9	1					
		Xác suất	C38			1			
	Hình học không gian	Góc	C33		1			2	
		Khoảng cách	C34		1				
Tổng phần kiến thức lớp 11				2	2	1	5		
12	Đạo hàm và ứng dụng	Đơn điệu của HS	C5,36,50	1	1		1	3	
		Cực trị của HS	C19,22,48	2		1		3	
		GTLN, GTNN của hàm số	C30,40		1	1		2	
		Đường tiệm cận	C11	1				1	
		Khảo sát và vẽ đồ thị	C13,25		2			2	
		Tương giao	C15		1			1	
	Lũy thừa, mũ, logarit	Lũy thừa – mũ – logarit	C14,17	1	1				
		HS lũy thừa, hàm số mũ – hàm số logarit	C16,28,31	2	1				
		PT mũ – logarit	C21,32,39	1	1	1		3	
		BPT mũ – logarit	C12,44		1		1	2	
	Nguyên hàm – Tích phân và ứng dụng	Nguyên hàm	C4,27,35	1	2			3	
		Tích phân	C1,26,41,45	1	1	1	1	4	
		Ứng dụng tích phân trong hình học	C3,47	1			1	2	
	Khối đa diện	Đa diện lồi – Đa diện đều						3	
		Thể tích khối đa diện	C2,8,46	2		1			3
	Khối tròn xoay	Khối nón	C24		1			1	
		Khối trụ	C10,43	1		1		2	
		Khối cầu							
	Phương pháp tọa độ trong không gian	Hệ tọa độ trong không gian	C7,23	2				8	
		Phương trình mặt cầu	C6, 42	1		1			
Phương trình mặt phẳng		C20,29,37, 49	1	2		1			
Tổng phần kiến thức lớp 12				18	15	7	5		
TỔNG				20	17	8	5	50	
Tỉ lệ				40%	34%	16%	10%	100%	

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

(Đề thi có 06 trang)

Họ, tên thí sinh:.....

Mã đề thi 111

Số báo danh:.....

- Câu 1:** Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^5 f(x)dx = 5$, khi đó $\int_2^5 f(x)dx$ bằng
 A. 3. B. 7. C. 10. D. -3.
- Câu 2:** Cho khối chóp có thể tích $4a^3$ và diện tích đáy $4a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng
 A. a . B. $2a$. C. $3a$. D. $4a$.
- Câu 3:** Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quay xung quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng
 A. $\int_0^\pi \sin x dx$. B. $\int_0^\pi \sin^2 x dx$. C. $\pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$. D. $\pi \int_0^\pi \cos^2 x dx$.
- Câu 4:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + \sin x$ là
 A. $4 - \cos x + C$. B. $2x^2 - \cos x + C$. C. $2x^2 + \cos x + C$. D. $4 + \cos x + C$.
- Câu 5:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau
- | | | | | |
|---------|-----------|------|------|-----------|
| x | $-\infty$ | -1 | 1 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | $+$ | 0 | $-$ | $+$ |
| $f(x)$ | $-\infty$ | 3 | -2 | $+\infty$ |
- Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
 A. $(-\infty; 3)$. B. $(-2; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-\infty; -1)$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 5 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là
 A. $(-2; 4; -6)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(2; -4; 6)$. D. $(1; -2; 3)$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
 A. $(-2; 5; -3)$. B. $(2; -5; 3)$. C. $(0; 1; 3)$. D. $(2; -5; -3)$.
- Câu 8:** Cho khối lăng trụ tam giác có chiều cao $h = 3$ và đáy là tam giác đều cạnh $a = 2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng
 A. $3\sqrt{3}$. B. $6\sqrt{3}$. C. 6. D. $9\sqrt{3}$.
- Câu 9:** Một cấp số cộng có hai số hạng liên tiếp là -6 và 4 . Số hạng tiếp theo của cấp số cộng là
 A. -2 . B. 10. C. 14. D. 2.
- Câu 10:** Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng
 A. 30π . B. 15π . C. 45π . D. 24π .

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		-	-	0	+
y	2		$+\infty$		$+\infty$

Arrows indicate: from $x=0$, y goes from $+\infty$ down to -4 ; from $x=1$, y goes from $+\infty$ down to -2 ; from $x=1$, y goes from -2 up to $+\infty$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A. $x = 0$. B. $y = 2$. C. $y = 0$. D. $x = 2$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x + 2 \geq 0$ là

- A. $(-\infty; 4]$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 4]$. D. $(0; 4)$.

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$		0		3		0		$+\infty$

Arrows indicate: from $x=-1$, $f(x)$ goes from $+\infty$ down to 0 ; from $x=0$, $f(x)$ goes from 0 up to 3 ; from $x=1$, $f(x)$ goes from 3 down to 0 ; from $x=1$, $f(x)$ goes from 0 up to $+\infty$.

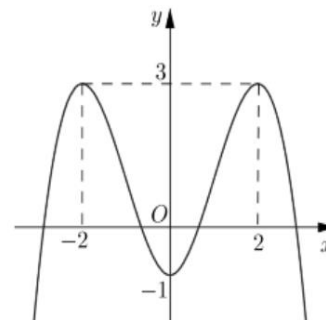
- A. $y = x^4 - 2x^2 + 3$. B. $y = -x^3 + 3x + 3$.
 C. $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$. D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 14: Cho số thực a thỏa mãn $a^3 > a^\pi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < 1$. B. $a < 1$. C. $a > 1$. D. $a = 1$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. 0. B. 1.
 C. 2. D. 3.



Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (9 - x^2)^{\frac{1}{3}} + (x - 2)^{-2}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. B. $D = (-3; 2) \cup (2; 3)$. C. $D = [-3; 3] \setminus \{2\}$. D. $D = (-3; 3)$.

Câu 17: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 b - 2\log_9 a = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

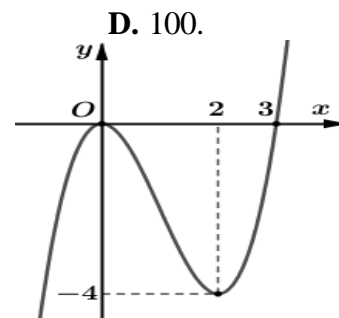
- A. $a = 27b$. B. $a = 9b$. C. $b - a = 9$. D. $b = 9a$.

Câu 18: Một họa sĩ cần trưng bày 10 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

- A. 10. B. $10!$. C. 10^{10} . D. 100.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $x = 0$. B. $x = 2$.
 C. $(0; 0)$. D. $(2; -4)$.



Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$. B. $\vec{j} = (0; 1; 0)$. C. $\vec{k} = (0; 0; 1)$. D. $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $2^{1-3x} = \frac{1}{32}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = \frac{1}{3}$. D. $x = -\frac{4}{3}$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$	↘		-1	↗		3
		↘			↘		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) + 1$ bằng

- A. 3. B. -2. C. -1. D. 0.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 5)$ và $B(-2; -2; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

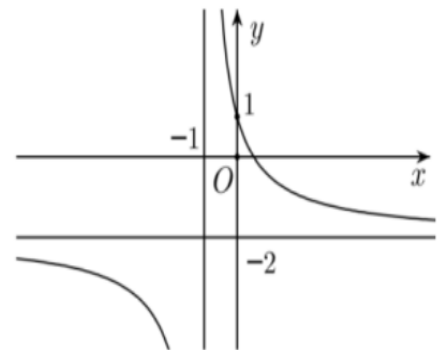
- A. 25. B. $5\sqrt{2}$. C. 5. D. $\sqrt{53}$.

Câu 24: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$ và góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $9\sqrt{3}$. B. $27\sqrt{3}\pi$. C. 27π . D. $9\sqrt{3}\pi$.

Câu 25: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A. $y = \frac{-2x+1}{x+1}$. B. $y = -x^3 + x + 1$.
 C. $y = \frac{-2x-1}{x+1}$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.



Câu 26: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 14. B. 12. C. $\frac{38}{3}$. D. 11.

Câu 27: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$. B. $\int \sin(x-1) dx = -\cos(x-1) + C$.
 C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. D. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+1)$ là

- A. $y' = \frac{1}{(3x+1)\ln 3}$. B. $y' = \frac{3}{(3x+1)\ln 3}$. C. $y' = \frac{3}{3x+1}$. D. $y' = \frac{1}{3x+1}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 0; 1)$ và $B(-2; 2; -3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $2x - y + z + 6 = 0$. B. $y - 2z + 3 = 0$. C. $y - 2z - 3 = 0$. D. $2x - y + z - 6 = 0$.

Câu 30: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(3x + 6) = 0$ là

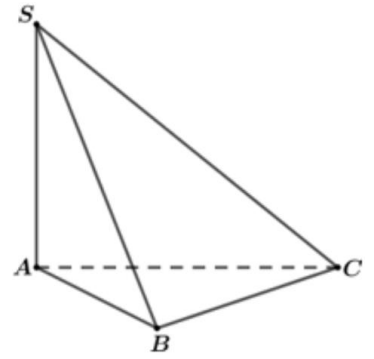
- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 31: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên đoạn $[-1; 4]$ là

- A. $-4\sqrt{2}$. B. -5. C. 5. D. 40.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC có $AB = a, AC = 2a, \angle BAC = 120^\circ$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

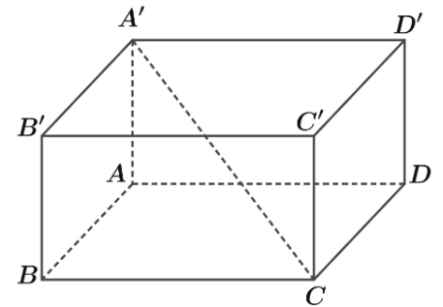


Câu 33: Năm 2023 một hãng xe niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2030 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

- A. 677.941.000 đồng. B. 638.072.000 đồng.
C. 664.382.000 đồng. D. 651.094.000 đồng.

Câu 34: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = AD = a, AB = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

- A. 30° . B. 45° .
C. 90° . D. 60° .



Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x \cdot \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = \frac{1}{4}$. Hàm số $f(x)$ là

- A. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x$. B. $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4}$.
C. $-\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x$. D. $-\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4}$.

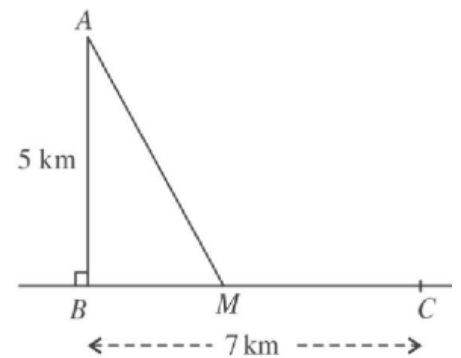
Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x + 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -20 . B. 5 . C. -5 . D. 20 .

Câu 38: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7\text{km}$ (tham khảo hình vẽ). Người canh hải đăng có thể chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4km/h và đi bộ đến kho C với vận tốc 6km/h . Hỏi muộn nhất mấy giờ người đó phải xuất phát từ vị trí A để có mặt ở kho C lúc 7 giờ sáng?



- A. 4h 54 phút. B. 4h 55 phút.
C. 4h 53 phút. D. 5h 02 phút.

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số và các chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên hai số từ S . Xác suất để hai số chọn được đều là số có ba chữ số là

- A. $\frac{238}{1495}$. B. $\frac{59}{1495}$. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{267}{2990}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(x-1) \cdot \log(e^{-x} + m + 2023) = x - 2$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A. 2023. B. 2024. C. 10. D. 11.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $x^2 f(x^5) + x f(1-x^4) = -3x^4 + x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{23}{28}$. B. $\frac{207}{560}$. C. $-\frac{115}{7}$. D. $\frac{115}{63}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$ và hai điểm $A(4; -4; 3)$, $B(1; -1; 7)$. Gọi (C_1) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ sao cho biểu thức $|MA - 2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết (C_1) là một đường tròn, bán kính của đường tròn đó là

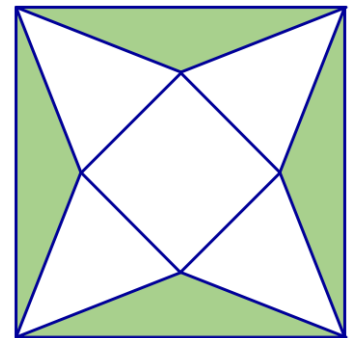
- A. 2. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{7}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 43: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

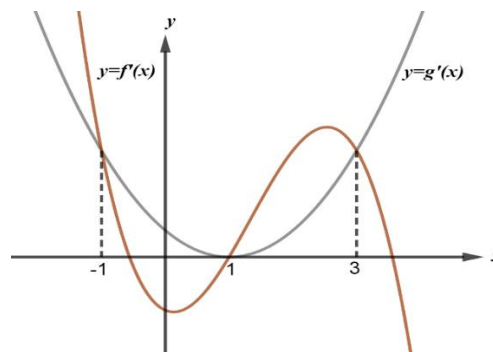
- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. B. $\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Câu 44: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $1(m)$ như hình vẽ bên. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x(m)$ sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Giá trị của x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất là

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = \frac{3}{5}$.
C. $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.



Câu 45: Cho hàm số bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e (a, b, c, d, e \in \mathbb{R})$ và hàm số bậc ba $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q (m, n, p, q \in \mathbb{R})$ có đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



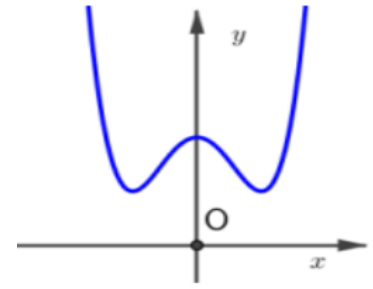
Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 96 và $f(2) = g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $x = 0, x = 2$ bằng

- A. $\frac{136}{15}$. B. $\frac{272}{15}$. C. $\frac{68}{15}$. D. $\frac{136}{5}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$, biết hàm số $y = f''(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên.

Đặt $g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x^2\right) + f(-x^2 + 6)$, với $g(0) > 0$ và $g(2) < 0$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = |g(x)|$ là

- A. 3. B. 4.
C. 5. D. 7.



Câu 47: Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2) \cdot 4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{8x+4}{2x-y+1}$$
 gần nhất với số nào dưới đây?

- A. 6. B. 7. C. 5. D. 3.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;8]$ và thỏa mãn

$$\int_1^2 [f(x^3)]^2 dx + 2 \int_1^2 f(x^3) dx - \frac{4}{3} \int_1^8 f(x) dx = -\frac{247}{15}.$$

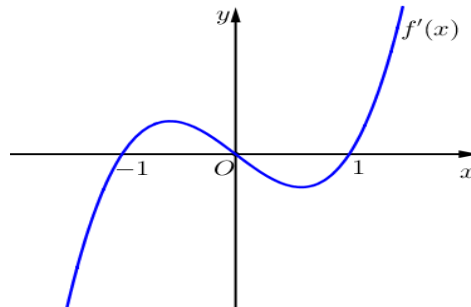
Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;8]$. Tích phân $\int_1^8 xF'(x)dx$ bằng

- A. $\frac{257 \ln 2}{2}$. B. $\frac{257 \ln 2}{4}$. C. 160. D. $\frac{639}{4}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-10;6;-2), B(-5;10;-9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 12 = 0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (α) sao cho MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau và biểu thức $T = 2MA^2 - MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. $-\frac{464+4\sqrt{58}}{29}$. B. 6. C. -6. D. $\frac{464-4\sqrt{58}}{29}$.

Câu 50: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ thỏa mãn $f(0) = 3f(2) = -3$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20;20)$ để hàm số $g(x) = f[4f(x) - f''(x) + m]$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$?

- A. 30. B. 29. C. 0. D. 10.

-----HẾT-----

(Đề thi có 06 trang)

Họ, tên thí sinh:.....

Mã đề thi 112

Số báo danh:.....

Câu 1: Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$ và $\int_1^5 f(x)dx = 5$, khi đó $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

- A. -2. B. 3. C. 8. D. 2.

Câu 2: Cho khối chóp có thể tích $6a^3$ và diện tích đáy $3a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A. $2a$. B. $3a$. C. $6a$. D. $4a$.

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quay xung quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

- A. $\int_0^\pi \cos x dx$. B. $\int_0^\pi \cos^2 x dx$. C. $\pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$. D. $\pi \int_0^\pi \cos^2 x dx$.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + \cos x$ là

- A. $2x^2 + \sin x + C$. B. $4 - \sin x + C$. C. $2x^2 - \sin x + C$. D. $4 + \sin x + C$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 5 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -6)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(2; -4; 6)$. D. $(1; -2; 3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 2; -3)$ và $\vec{b} = (1; -3; 0)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(-2; 5; -3)$. B. $(2; -5; 3)$. C. $(0; -1; -3)$. D. $(-2; 5; 3)$.

Câu 8: Cho khối lăng trụ tam giác có chiều cao $h = 4$ và đáy là tam giác đều cạnh $a = 3$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3\sqrt{3}$. B. $18\sqrt{3}$. C. 12. D. $9\sqrt{3}$.

Câu 9: Một cấp số cộng có hai số hạng liên tiếp là -6 và 6 . Số hạng tiếp theo của cấp số cộng là

- A. 0. B. 18. C. 12. D. 6.

Câu 10: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 20π . B. 40π . C. 30π . D. 24π .

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'		-	+	-
y	$+\infty$		$+\infty$	

\swarrow \downarrow \searrow \swarrow \searrow
 1 $-\infty$ 1 0

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A. $x = 0$. B. $y = 1$. C. $y = 0$. D. $y = -2$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x + 2 \geq 0$ là

- A. $(-\infty; 9]$. B. $(0; +\infty)$. C. $(0; 9]$. D. $(0; 9)$.

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$			4		1		4		$-\infty$

\swarrow \searrow \swarrow \searrow
 $-\infty$ $-\infty$

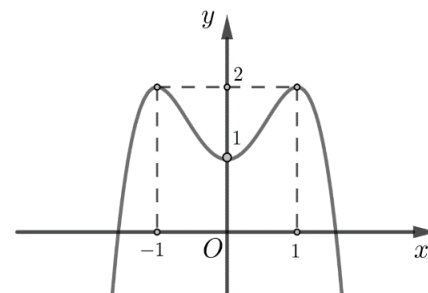
- A. $y = -3x^4 + 6x^2 + 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.
 C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 14: Cho số thực a thỏa mãn $a^\pi > a^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $0 < a < 1$. B. $a < 1$. C. $a > 1$. D. $a = 1$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. 0. B. 1.
 C. 2. D. 3.



Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{3}} + (x - 1)^{-2}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $D = (-2; 2)$. C. $D = [-2; 2] \setminus \{1\}$. D. $D = (-2; 1) \cup (1; 2)$.

Câu 17: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2 \log_9 b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

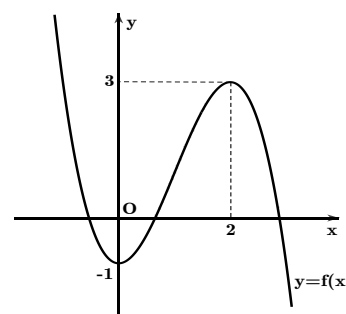
- A. $a = 27b$. B. $b = 9a$. C. $a - b = 9$. D. $a = 9b$.

Câu 18: Một họa sĩ cần trưng bày 8 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

- A. $8!$. B. 8^8 . C. 64 . D. 8 .

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $x = 0$. B. $y = -1$.
 C. $(0; -1)$. D. $(2; 3)$.



Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$. B. $\vec{j} = (0; 1; 0)$. C. $\vec{k} = (0; 0; 1)$. D. $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $3^{1-4x} = \frac{1}{27}$ là

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{3}{4}$. C. $x = 1$. D. $x = 0$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0		$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	↗		1	↘		$+\infty$
					-2		

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) - 1$ bằng

- A. 2. B. -2. C. 0. D. -3.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; -4)$ và $B(0; -2; 2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

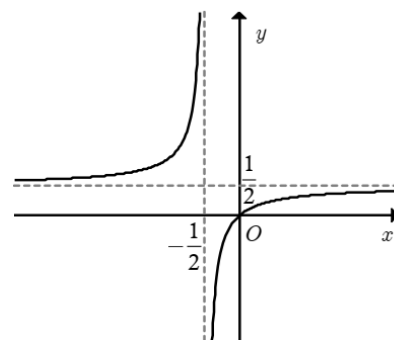
- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{53}$. D. 5.

Câu 24: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 6$ và góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $72\sqrt{3}$. B. $72\sqrt{3}\pi$. C. 27π . D. $24\sqrt{3}\pi$.

Câu 25: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = x^3 - 3x$.
 C. $y = \frac{x-1}{2x+1}$. D. $y = \frac{x}{2x+1}$.



Câu 26: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [3 + f(x)] dx$ bằng

- A. 12. B. 14. C. $\frac{44}{3}$. D. 10.

Câu 27: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.
 C. $\int 2^x dx = 2^x + C$. D. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(4x+1)$ là

- A. $y' = \frac{1}{4x+1}$. B. $y' = \frac{1}{(4x+1)\ln 2}$. C. $y' = \frac{4}{4x+1}$. D. $y' = \frac{4}{(4x+1)\ln 2}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -2; 1)$ và $B(2; -2; -5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A. $x - 3z - 7 = 0$. B. $x - 3z + 7 = 0$. C. $x - 2y - 2z - 7 = 0$. D. $x - 2y - 2z + 7 = 0$.

Câu 30: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên đoạn $[-4; 1]$ là

- A. $4\sqrt{2}$. B. -5. C. 5. D. $-4\sqrt{2}$.

Câu 31: Năm 2023 một hãng xe niêm yết giá bán loại xe X là 800.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2030 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

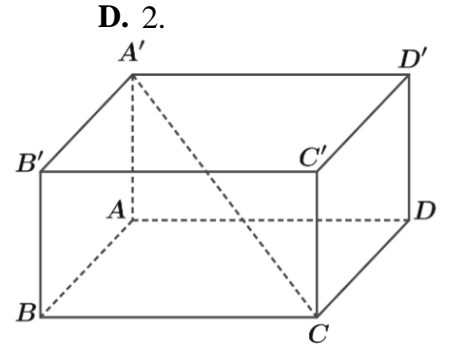
- A. 680.610.000 đồng. B. 694.500.000 đồng.
C. 708.674.000 đồng. D. 651.094.000 đồng.

Câu 32: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_5(x^2 - 3x) + \log_{\frac{1}{5}}(6 - 4x) = 0$ là

- A. -1. B. 1. C. -3.

D. 2.

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = AB = a$, $AD = a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(CDD'C')$ bằng



- A. 30° . B. 45° .
C. 90° . D. 60° .

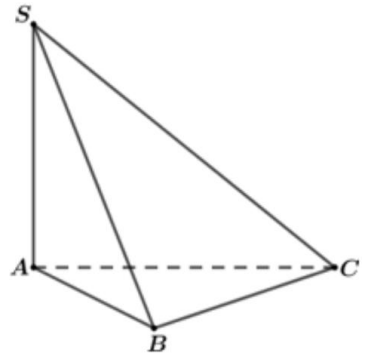
Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x - 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; +\infty)$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x \cdot \sin 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Hàm số $f(x)$ là

- A. $\frac{1}{2}x \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + 1$. B. $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x$.
C. $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + 1$. D. $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC có $AB = 2a, AC = a, BAC = 150^\circ$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng



- A. $\frac{2a}{3}$. B. a .
C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 1), B(-1; 1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax + by + cz + 1 = 0$. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 1. B. -1. C. -4. D. 4.

Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số và các chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên hai số từ S . Xác suất để hai số chọn được đều là số có năm chữ số là

- A. $\frac{59}{1495}$. B. $\frac{1}{5}$. C. $\frac{238}{1495}$. D. $\frac{267}{2990}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $x^3 f(x^6) + x^2 f(1 - x^5) = -3x^4 + x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{23}{28}$. B. $\frac{345}{154}$. C. $-\frac{345}{14}$. D. $\frac{23}{18}$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(x-1) \cdot \log(3e^{-x} + m + 2023) = x - 2$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 2023.

B. 2024.

C. 11.

D. 10.

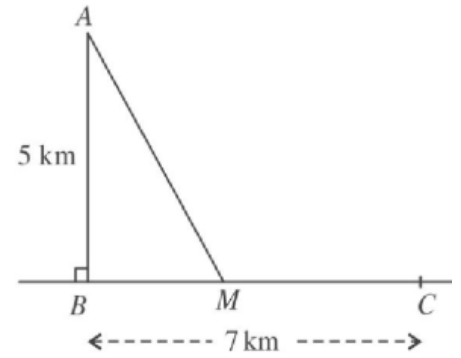
Câu 41: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7\text{km}$ (tham khảo hình vẽ). Người canh hải đăng có thể chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3km/h và đi bộ đến kho C với vận tốc 6km/h . Hỏi muộn nhất mấy giờ người đó phải xuất phát từ vị trí A để có mặt ở kho C lúc 7 giờ sáng?

A. 4h 23 phút.

B. 4h 24 phút.

C. 4h 20 phút.

D. 5h 02 phút.



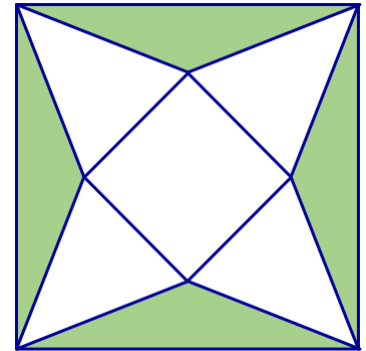
Câu 42: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 1m như hình vẽ bên. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x\text{m}$ sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Thể tích lớn nhất khối chóp có thể nhận được gần với số nào trong các số sau? (đơn vị m^3).

A. 0.023.

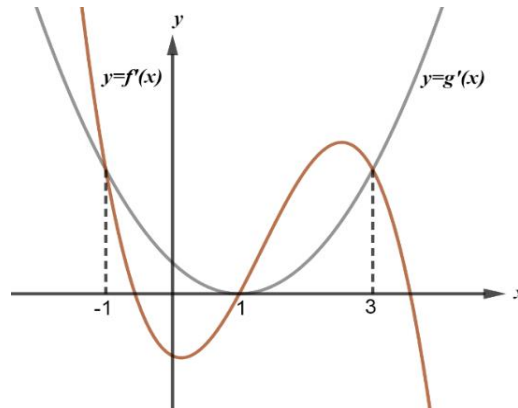
B. 0.435.

C. 0.043.

D. 0.034.



Câu 43: Cho hàm số bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$) và hàm số bậc ba $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$ ($m, n, p, q \in \mathbb{R}$) có đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 64 và $f(2) = g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $x = 0$, $x = 2$ bằng

A. $\frac{136}{15}$.

B. $\frac{272}{15}$.

C. $\frac{136}{5}$.

D. $\frac{68}{15}$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$, biết hàm số $y = f''(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên.

Đặt $g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x^2\right) + f(-x^2 + 6)$ với $g(0) > 0$ và

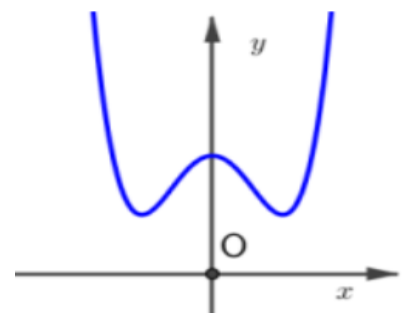
$g(2) < 0$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |g(x)|$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 7.



Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 12$ và hai điểm $A(4; -4; 3)$, $B(1; -1; 7)$. Gọi (C_1) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ sao cho biểu thức $|MA - 2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết (C_1) là một đường tròn, bán kính của đường tròn đó là

- A. 2. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{7}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 60° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. B. $\pi a^3 \sqrt{3}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$.

Câu 47: Xét các số thực x và y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2)4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$$P = \frac{4y}{2x + y + 1}$$
 gần nhất với số nào dưới đây?

- A. -3. B. 0. C. 1. D. -2.

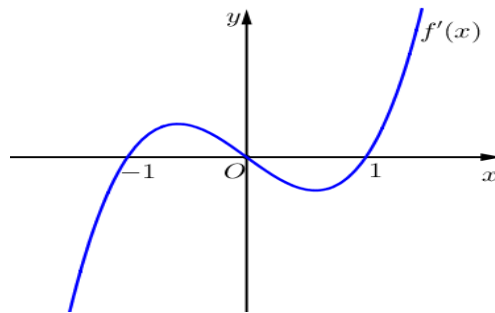
Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 8]$ và thỏa mãn

$$\int_1^2 [f(x^3)]^2 dx + 6 \int_1^2 f(x^3) dx - \frac{4}{3} \int_1^8 f(x) dx = -\frac{29}{5}.$$

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 8]$. Tích phân $\int_1^8 xF'(x) dx$ bằng

- A. $\frac{75 \ln 2}{2}$. B. $\frac{387}{4}$. C. 97. D. $\frac{149 \ln 2}{4}$.

Câu 49: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ thỏa mãn $f(0) = -2; f(-2) = 0$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $g(x) = f[4f(x) - f''(x) + m]$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. 26. B. 25. C. 0. D. 14.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-10; 6; 2), B(-5; 10; 9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 12 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (α) sao cho MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau và biểu thức $T = 2MA^2 - MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. $\frac{232 - 38\sqrt{58}}{29}$. B. -10. C. 10. D. $\frac{38\sqrt{58} - 232}{29}$.

-----HẾT-----

Câu	Mã 101	Câu	Mã 102	Câu	Mã 103	Câu	Mã 104	Câu	Mã 105	Câu	Mã 106
1	C	1	D	1	D	1	A	1	C	1	A
2	A	2	C	2	B	2	C	2	C	2	D
3	C	3	C	3	A	3	C	3	A	3	B
4	A	4	B	4	A	4	A	4	B	4	A
5	A	5	A	5	B	5	D	5	D	5	D
6	D	6	B	6	C	6	B	6	A	6	A
7	C	7	B	7	D	7	C	7	B	7	C
8	B	8	D	8	A	8	B	8	A	8	C
9	C	9	C	9	A	9	D	9	D	9	A
10	D	10	D	10	D	10	D	10	C	10	B
11	D	11	B	11	B	11	A	11	B	11	B
12	A	12	A	12	C	12	B	12	B	12	D
13	B	13	B	13	C	13	A	13	A	13	A
14	A	14	A	14	D	14	B	14	C	14	A
15	A	15	D	15	A	15	B	15	B	15	D
16	B	16	B	16	C	16	C	16	D	16	B
17	B	17	D	17	B	17	D	17	B	17	C
18	D	18	B	18	D	18	B	18	A	18	B
19	A	19	D	19	B	19	C	19	C	19	D
20	C	20	A	20	C	20	D	20	D	20	C
21	A	21	D	21	B	21	B	21	D	21	A
22	C	22	A	22	A	22	B	22	B	22	A
23	A	23	A	23	B	23	D	23	D	23	D
24	B	24	C	24	D	24	A	24	A	24	D
25	C	25	B	25	C	25	A	25	A	25	B
26	B	26	A	26	A	26	C	26	C	26	C
27	B	27	D	27	C	27	B	27	D	27	B
28	A	28	A	28	D	28	B	28	A	28	D
29	C	29	B	29	D	29	A	29	B	29	D
30	D	30	A	30	A	30	A	30	A	30	C
31	B	31	D	31	C	31	D	31	C	31	B
32	A	32	A	32	C	32	D	32	B	32	C
33	D	33	C	33	B	33	C	33	B	33	C
34	B	34	D	34	C	34	B	34	C	34	D
35	D	35	C	35	B	35	D	35	C	35	B
36	A	36	B	36	A	36	C	36	B	36	B
37	C	37	C	37	D	37	C	37	D	37	D
38	A	38	A	38	A	38	D	38	D	38	A
39	D	39	C	39	A	39	A	39	B	39	B
40	C	40	D	40	C	40	C	40	C	40	D
41	A	41	B	41	D	41	B	41	C	41	A
42	C	42	B	42	A	42	D	42	B	42	D
43	D	43	D	43	B	43	D	43	B	43	B
44	B	44	A	44	C	44	C	44	D	44	A
45	D	45	C	45	A	45	C	45	A	45	C
46	D	46	C	46	B	46	B	46	B	46	C
47	B	47	A	47	A	47	A	47	D	47	D
48	B	48	D	48	D	48	B	48	A	48	B
49	C	49	B	49	B	49	D	49	C	49	B
50	A	50	A	50	D	50	A	50	A	50	A

Câu	Mã 107	Câu	Mã 108	Câu	Mã 109	Câu	Mã 110	Câu	Mã 111	Câu	Mã 112
1	A	1	D	1	B	1	B	1	A	1	D
2	D	2	B	2	B	2	B	2	C	2	C
3	B	3	C	3	A	3	D	3	C	3	D
4	D	4	A	4	D	4	A	4	B	4	A
5	A	5	A	5	B	5	D	5	D	5	B
6	B	6	C	6	C	6	C	6	D	6	B
7	A	7	C	7	A	7	A	7	B	7	A
8	B	8	D	8	B	8	B	8	A	8	D
9	B	9	D	9	C	9	D	9	C	9	B
10	A	10	B	10	A	10	C	10	A	10	B
11	C	11	C	11	C	11	D	11	B	11	C
12	D	12	D	12	B	12	A	12	C	12	C
13	D	13	A	13	B	13	D	13	C	13	A
14	B	14	C	14	C	14	D	14	A	14	A
15	A	15	D	15	B	15	C	15	B	15	B
16	B	16	C	16	A	16	B	16	B	16	D
17	D	17	D	17	B	17	D	17	D	17	D
18	B	18	A	18	A	18	C	18	B	18	A
19	D	19	D	19	C	19	B	19	C	19	C
20	A	20	A	20	B	20	B	20	C	20	B
21	D	21	B	21	D	21	B	21	A	21	C
22	B	22	A	22	D	22	A	22	D	22	D
23	B	23	B	23	C	23	C	23	C	23	C
24	C	24	D	24	B	24	A	24	D	24	B
25	A	25	C	25	B	25	A	25	A	25	D
26	C	26	A	26	C	26	C	26	B	26	B
27	C	27	C	27	D	27	B	27	A	27	C
28	A	28	D	28	A	28	D	28	B	28	D
29	C	29	D	29	C	29	A	29	C	29	A
30	B	30	A	30	C	30	A	30	B	30	A
31	D	31	A	31	B	31	B	31	A	31	B
32	A	32	D	32	B	32	C	32	D	32	C
33	D	33	C	33	A	33	C	33	D	33	D
34	D	34	B	34	D	34	D	34	A	34	A
35	C	35	A	35	A	35	D	35	A	35	C
36	A	36	C	36	D	36	C	36	B	36	B
37	D	37	D	37	B	37	B	37	C	37	A
38	C	38	B	38	C	38	B	38	A	38	C
39	B	39	B	39	D	39	A	39	B	39	B
40	D	40	D	40	C	40	A	40	C	40	C
41	D	41	A	41	B	41	C	41	D	41	A
42	D	42	C	42	A	42	A	42	A	42	D
43	A	43	C	43	B	43	D	43	B	43	B
44	C	44	B	44	C	44	B	44	D	44	D
45	B	45	D	45	A	45	C	45	D	45	D
46	A	46	C	46	C	46	D	46	B	46	C
47	C	47	B	47	B	47	D	47	B	47	A
48	B	48	A	48	D	48	A	48	D	48	B
49	B	49	A	49	A	49	C	49	C	49	A
50	C	50	D	50	D	50	B	50	A	50	C

(Đề thi có 06 trang)

Họ, tên thí sinh:.....

ĐỀ GỐC 1

Số báo danh:.....

Câu 1: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^5 f(x)dx = 5$, khi đó $\int_2^5 f(x)dx$ bằng

- A.** 3. **B.** 7. **C.** 10. **D.** -3.

Câu 2: Cho khối chóp có thể tích $4a^3$ và diện tích đáy $4a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.** a . **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quay xung quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

- A.** $\int_0^\pi \sin x dx$. **B.** $\int_0^\pi \sin^2 x dx$. **C.** $\pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$. **D.** $\pi \int_0^\pi \cos^2 x dx$.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + \sin x$ là

- A.** $4 - \cos x + C$. **B.** $2x^2 + \cos x + C$. **C.** $2x^2 - \cos x + C$. **D.** $4 + \cos x + C$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$			3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; 3)$. **B.** $(-2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-1; 1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 5 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A.** $(-2; 4; -6)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. **C.** $(2; -4; 6)$. **D.** $(1; -2; 3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A.** $(-2; 5; -3)$. **B.** $(2; -5; 3)$. **C.** $(0; 1; 3)$. **D.** $(2; -5; -3)$.

Câu 8: Cho khối lăng trụ tam giác có chiều cao $h = 3$ và đáy là tam giác đều cạnh $a = 2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $3\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** 6. **D.** $9\sqrt{3}$.

Câu 9: Một cấp số cộng có hai số hạng liên tiếp là -6 và 4. Số hạng tiếp theo của cấp số cộng là

- A.** -2. **B.** 10. **C.** 14. **D.** 2.

Câu 10: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.** 30π . **B.** 15π . **C.** 45π . **D.** 24π .

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$-$	0	$+$
y	2	$+\infty$	-2	$+\infty$	

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A.** $x = 0$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = 2$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x + 2 \geq 0$ là

- A.** $(-\infty; 4]$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 4]$. **D.** $(0; 4)$.

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$			

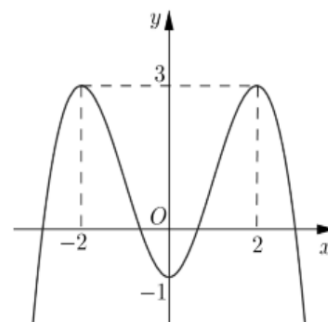
- A.** $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 3$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 3$. **D.** $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 14: Cho số thực a thỏa mãn $a^3 > a^\pi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $0 < a < 1$. **B.** $a < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $a = 1$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt là

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.



Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (9 - x^2)^{\frac{1}{3}} + (x - 2)^{-2}$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $D = (-3; 2) \cup (2; 3)$. **C.** $D = [-3; 3] \setminus \{2\}$. **D.** $D = (-3; 3)$.

Câu 17: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 b - 2 \log_9 a = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

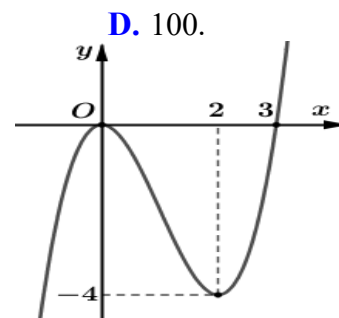
- A.** $a = 27b$. **B.** $a = 9b$. **C.** $b - a = 9$. **D.** $b = 9a$.

Câu 18: Một họa sĩ cần trưng bày 10 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

- A.** 10. **B.** $10!$. **C.** 10^{10} . **D.** 100.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** $x = 0$. **B.** $x = 2$.
C. $(0; 0)$. **D.** $(2; -4)$.



Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A.** $\vec{i} = (1; 0; 0)$. **B.** $\vec{j} = (0; 1; 0)$. **C.** $\vec{k} = (0; 0; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $2^{1-3x} = \frac{1}{32}$ là

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \frac{1}{3}$. **D.** $x = -\frac{4}{3}$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$				3		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) + 1$ bằng

- A.** 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 0.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 5)$ và $B(-2; -2; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

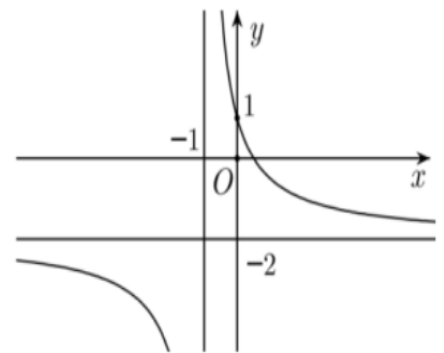
- A.** 25. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{53}$. **D.** 5.

Câu 24: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 3$ và góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A.** $9\sqrt{3}$. **B.** $27\sqrt{3}\pi$. **C.** 27π . **D.** $9\sqrt{3}\pi$.

Câu 25: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A.** $y = \frac{-2x+1}{x+1}$. **B.** $y = -x^3 + x + 1$.
C. $y = \frac{-2x-1}{x+1}$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.



Câu 26: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A.** 14. **B.** 12. **C.** $\frac{38}{3}$. **D.** 11.

Câu 27: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A.** $\int \sin(x-1) dx = -\cos(x-1) + C$. **B.** $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$.
C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. **D.** $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+1)$ là

- A.** $y' = \frac{1}{(3x+1)\ln 3}$. **B.** $y' = \frac{3}{(3x+1)\ln 3}$. **C.** $y' = \frac{3}{3x+1}$. **D.** $y' = \frac{1}{3x+1}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 0; 1)$ và $B(-2; 2; -3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A.** $2x - y + z + 6 = 0$. **B.** $y - 2z + 3 = 0$. **C.** $y - 2z - 3 = 0$. **D.** $2x - y + z - 6 = 0$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên đoạn $[-1; 4]$ là

- A.** $-4\sqrt{2}$. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 40.

Câu 31: Năm 2023 một hãng xe niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2030 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

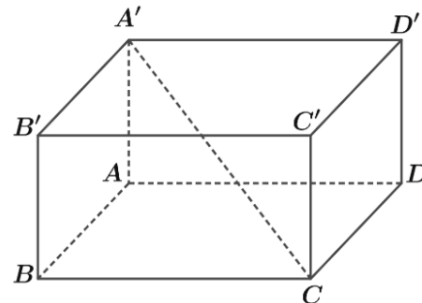
- A.** 677.941.000 đồng. **B.** 638.072.000 đồng.
C. 664.382.000 đồng. **D.** 651.094.000 đồng.

Câu 32: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(3x + 6) = 0$ là

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

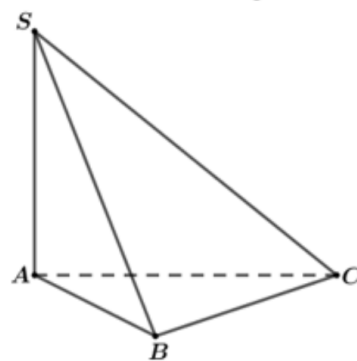
Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = AD = a$, $AB = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

- A.** 30° . **B.** 45° .
C. 90° . **D.** 60° .



Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x \cdot \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = \frac{1}{4}$. Hàm số $f(x)$ là

- A.** $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x$. **B.** $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4}$.
C. $-\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x$. **D.** $-\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x + 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Tổng $a + b + c$ bằng

- A.** -5. **B.** 5. **C.** -20. **D.** 20.

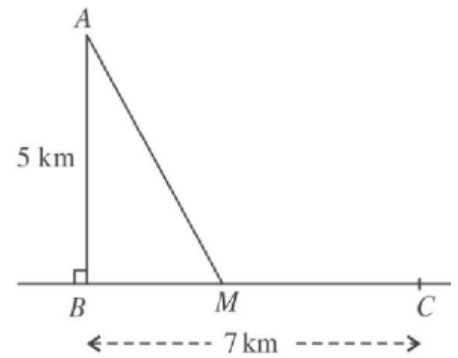
Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số và các chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên hai số từ S . Xác suất để hai số chọn được đều là số có ba chữ số là

- A.** $\frac{238}{1495}$. **B.** $\frac{59}{1495}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{267}{2990}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(x-1) \cdot \log(e^{-x} + m + 2023) = x - 2$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A.** 2023. **B.** 2024. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 40: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7\text{km}$ (tham khảo hình vẽ). Người canh hải đăng có thể chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4km/h và đi bộ đến kho C với vận tốc 6km/h . Hỏi muộn nhất mấy giờ người đó phải xuất phát từ vị trí A để có mặt ở kho C lúc 7 giờ sáng?



- A.** 4h 54 phút. **B.** 4h 55 phút.
C. 4h 53 phút. **D.** 5h 02 phút.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $x^2 f(x^5) + x f(1-x^4) = -3x^4 + x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A.** $\frac{23}{28}$. **B.** $\frac{207}{560}$. **C.** $-\frac{115}{7}$. **D.** $\frac{115}{63}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$ và hai điểm $A(4; -4; 3)$, $B(1; -1; 7)$. Gọi (C_1) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ sao cho biểu thức $|MA - 2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết (C_1) là một đường tròn, bán kính của đường tròn đó là

- A.** 2. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 43: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ **B.** $\pi a^3 \sqrt{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$

Câu 44: Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2) \cdot 4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = \frac{8x+4}{2x-y+1}$ gần nhất với số nào dưới đây?

- A.** 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

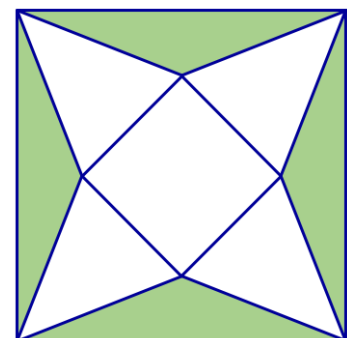
Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 8]$ và thỏa mãn

$$\int_1^2 [f(x^3)]^2 dx + 2 \int_1^2 f(x^3) dx - \frac{4}{3} \int_1^8 f(x) dx = -\frac{247}{15}.$$

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 8]$. Tích phân $\int_1^8 xF'(x) dx$ bằng

- A.** $\frac{257 \ln 2}{2}$. **B.** $\frac{257 \ln 2}{4}$. **C.** 160. **D.** $\frac{639}{4}$.

Câu 46: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $1(m)$ như hình vẽ bên. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x(m)$ sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Giá trị của x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất là

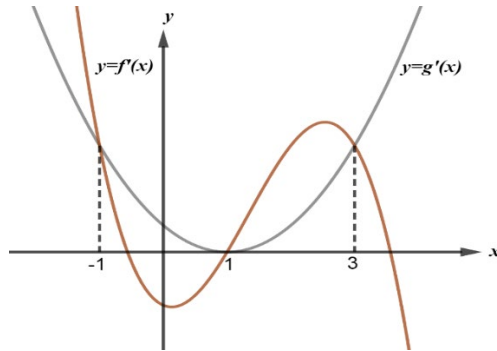


- A.** $x = \frac{1}{2}$. **B.** $x = \frac{3}{5}$.

C. $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$) và hàm số bậc ba $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$ ($m, n, p, q \in \mathbb{R}$) có đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 96 và $f(2) = g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x)$ và $x = 0, x = 2$ bằng

A. $\frac{136}{15}$.

B. $\frac{272}{15}$.

C. $\frac{136}{5}$.

D. $\frac{68}{15}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$, biết hàm số $y = f''(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên.

Đặt $g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x^2\right) + f(-x^2 + 6)$, với $g(0) > 0$ và

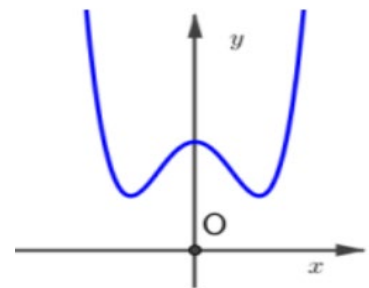
$g(2) < 0$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = |g(x)|$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 7.



Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-10; 6; -2), B(-5; 10; -9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 12 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (α) sao cho MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau và biểu thức $T = 2MA^2 - MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

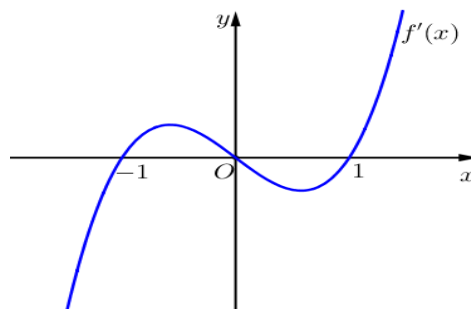
A. $-\frac{464 + 4\sqrt{58}}{29}$.

B. -6.

C. 6.

D. $\frac{464 - 4\sqrt{58}}{29}$.

Câu 50: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ thỏa mãn $f(0) = 3f(2) = -3$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $g(x) = f[4f(x) - f''(x) + m]$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 30.

B. 29.

C. 0.

D. 10.

-----HẾT-----

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^5 f(x) dx = 5$, khi đó $\int_2^5 f(x) dx$ bằng

- A.** 3. **B.** 7. **C.** 10. **D.** -3.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^5 f(x) dx \Rightarrow 5 = 2 + \int_2^5 f(x) dx \Rightarrow \int_2^5 f(x) dx = 3.$$

Câu 2: Cho khối chóp có thể tích $4a^3$ và diện tích đáy $4a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A.** a . **B.** $2a$. **C.** $3a$. **D.** $4a$.

Lời giải

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}h.S \Rightarrow \frac{1}{3}.h.4a^2 = 4a^3 \Rightarrow h = 3a. \text{ Chọn C.}$$

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quay xung quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

- A.** $\int_0^\pi \sin x dx$. **B.** $\int_0^\pi \sin^2 x dx$. **C.** $\pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$. **D.** $\pi \int_0^\pi \cos^2 x dx$.

Lời giải

$$\text{Ta có } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx. \text{ Chọn C.}$$

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + \sin x$ là

- A.** $4 - \cos x + C$. **B.** $2x^2 + \cos x + C$. **C.** $2x^2 - \cos x + C$. **D.** $4 + \cos x + C$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (4x + \sin x) dx = 2x^2 - \cos x + C. \text{ Chọn C.}$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; 3)$. **B.** $(-2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1)$. **D.** $(-1; 1)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 5 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A.** $(-2; 4; -6)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. **C.** $(2; -4; 6)$. **D.** $(1; -2; 3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } (S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 3 \\ d = -5 \end{cases} \Rightarrow I(1; -2; 3). \text{ Chọn D.}$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (-1; 3; 0)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A. $(-2; 5; -3)$. **B.** $(2; -5; 3)$. C. $(0; 1; 3)$. D. $(2; -5; -3)$.

Lời giải

Có $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (1; -2; 3) - (-1; 3; 0) = (2; -5; 3)$. **Chọn B.**

Câu 8: Cho khối lăng trụ tam giác có chiều cao $h = 3$ và đáy là tam giác đều cạnh $a = 2$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $3\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{3}$. C. 6. D. $9\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $V = h.S = 3 \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}$. **Chọn A.**

Câu 9: Một cấp số cộng có hai số hạng liên tiếp là -6 và 4 . Số hạng tiếp theo của cấp số cộng là

- A.** -2 . **B.** 10. **C.** 14. D. 2.

Lời giải

Công sai: $d = 4 - (-6) = 10$. Do đó số hạng tiếp theo là $4 + d = 14$. **Chọn C.**

Câu 10: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 3$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.** 30π . **B.** 15π . C. 45π . D. 24π .

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi r l = 2\pi \cdot 3 \cdot 5 = 30\pi$. **Chọn A.**

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-			0		
y	0		2		-2		$+\infty$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A.** $x = 0$. **B.** $y = 2$. **C.** $y = 0$. D. $y = -2$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5} x + 2 \geq 0$ là

- A.** $(-\infty; 4]$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 4]$. D. $(0; 4)$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_{0,5} x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \log_{0,5} x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq 4$$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 4]$. **Chọn C.**

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$		0	3	0		$+\infty$	

- A.** $y = 3x^4 - 6x^2 + 3$. **B.** $y = -x^3 + 3x + 3$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 3$. D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

Câu 14: Cho số thực a thỏa mãn $a^3 > a^\pi$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

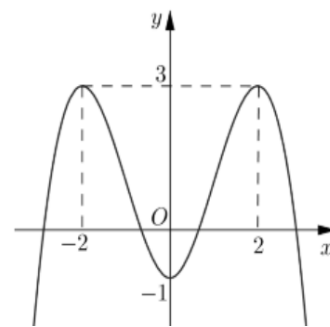
- A.** $0 < a < 1$. **B.** $a < 1$. **C.** $a > 1$. D. $a = 1$.

Lời giải

Ta có $a^3 > a^\pi$ mà $3 < \pi$ nên $0 < a < 1$. **Chọn A**

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt là

- A. 0. **B.** 1.
C. 2. **D.** 3.



Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (9 - x^2)^{\frac{1}{3}} + (x - 2)^{-2}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **B.** $D = (-3; 2) \cup (2; 3)$. C. $D = [-3; 3] \setminus \{2\}$. **D.** $D = (-3; 3)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Hàm số đã cho xác định khi } \begin{cases} 9 - x^2 > 0 \\ x - 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < x < 3 \\ x \neq 2 \end{cases}$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-3; 2) \cup (2; 3)$.

Câu 17: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 b - 2 \log_9 a = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = 27b$. **B.** $a = 9b$. C. $a = 8b$. **D.** $b = 9a$.

Lời giải

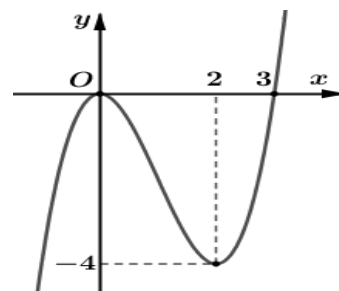
Ta có: $2 \log_9 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 27 \Leftrightarrow a = 27b$. **Chọn D.**

Câu 18: Một họa sĩ cần trưng bày 10 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

- A. 10. **B.** 10!. C. 10^{10} . **D.** 100.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

- A. $x = 0$. **B.** $x = 2$.
C. $(0; 0)$. **D.** $(2; -4)$.



Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $\vec{i} = (1; 0; 0)$. **B.** $\vec{j} = (0; 1; 0)$. **C.** $\vec{k} = (0; 0; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $2^{1-3x} = \frac{1}{32}$ là

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 1$. C. $x = \frac{1}{3}$. **D.** $x = -\frac{4}{3}$.

Lời giải

Ta có $2^{1-3x} = \frac{1}{32} \Leftrightarrow 2^{1-3x} = 2^{-5} \Leftrightarrow 1 - 3x = -5 \Leftrightarrow x = 2$. **Chọn A**

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$	$+\infty$			-1		3		$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) + 1$ bằng

- A. 3. B. -2. C. -1. D. 0.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 5)$ và $B(-2; -2; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 25. B. $5\sqrt{2}$. C. $\sqrt{53}$. D. 5.

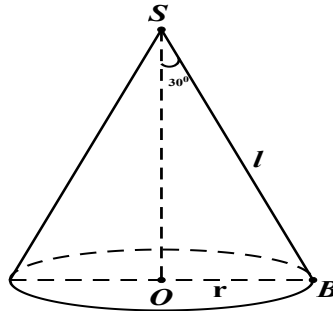
Lời giải

Ta có $AB = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$. **Chọn D**

Câu 24: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 3$ và góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $9\sqrt{3}$. B. $27\sqrt{3}\pi$. C. 27π . D. $9\sqrt{3}\pi$.

Lời giải



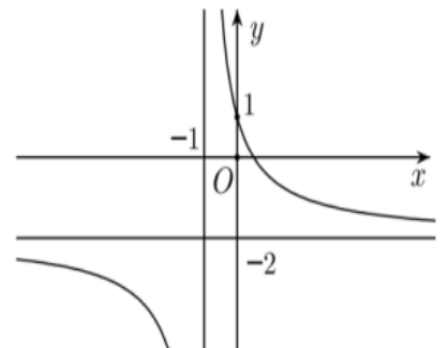
Ta có góc ở đỉnh bằng $60^\circ \Rightarrow \widehat{OSB} = 30^\circ$.

Độ dài đường sinh: $h = \frac{r}{\tan 30^\circ} = 3\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 3^2 \cdot 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}\pi$. **Chọn D**

Câu 25: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A. $y = \frac{-2x+1}{x+1}$. B. $y = -x^3 + x + 1$.
C. $y = \frac{-2x-1}{x+1}$. D. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.



Câu 26: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 14. B. 12. C. $\frac{38}{3}$. D. 11.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3 [2 + f(x)] dx = (2x + x^2) \Big|_1^3 = 12$. **Chọn B**

Câu 27: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int \sin(x-1) dx = -\cos(x-1) + C$. B. $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$.

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

D. $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x} + C.$

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = \log_3(3x+1)$ là

A. $y' = \frac{1}{(3x+1)\ln 3}.$ **B.** $y' = \frac{3}{(3x+1)\ln 3}.$ C. $y' = \frac{3}{3x+1}.$ D. $y' = \frac{1}{3x+1}.$

Lời giải

Ta có $y' = (\log_3(3x+1))' = \frac{(3x+1)'}{(3x+1)\ln 3} = \frac{3}{(3x+1)\ln 3}.$ **Chọn B**

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;1)$ và $B(-2;2;-3)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x - y + z + 6 = 0.$ B. $y - 2z + 3 = 0.$ **C.** $y - 2z - 3 = 0.$ D. $2x - y + z - 6 = 0.$

Lời giải

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\overline{AB} = (0;2;-4) = 2(0;1;-2)$ và đi qua trung điểm $I(-2;1;-1)$ của đoạn thẳng AB .

Do đó, phương trình mặt phẳng đó là: $0(x+2)+1(y-1)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow y-2z-3=0.$ **Chọn C**

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên đoạn $[-1;4]$ là

A. $-4\sqrt{2}.$ B. $-5.$ C. $5.$ D. $40.$

Lời giải

Ta có: $f(x) = x^3 - 6x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2} (tm) \\ x = -\sqrt{2} (l) \end{cases}.$

$f(-1) = 5; f(\sqrt{2}) = -4\sqrt{2}; f(4) = 40 \Rightarrow \min_{[-1;4]} f(x) = f(\sqrt{2}) = -4\sqrt{2}.$ **Chọn A**

Câu 31: Năm 2023 một hãng xe niêm yết giá bán loại xe X là 750.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2030 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

A. 677.941.000 đồng. B. 638.072.000 đồng.
C. 664.382.000 đồng. **D.** 651.094.000 đồng.

Lời giải

Giá xe năm 2023 là A

Giá xe năm 2024 là $A_1 = A - A.r = A(1-r).$

Giá xe năm 2025 là $A_2 = A_1 - A_1.r = A(1-r)^2.$

Giá xe năm 2026 là $A_3 = A_2 - A_2.r = A(1-r)^3.$

.....

Giá xe năm 2030 là $A_7 = A_6 - A_6.r = A(1-r)^7 = 750.000.000(1-2\%)^7 \approx 651.094.000$ đồng.

Câu 32: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(3x+6) = 0$ là

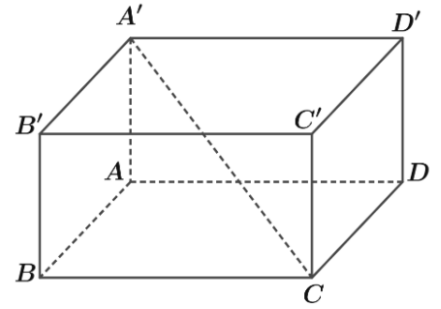
A. 0. **B.** 1. C. 2. D. 3.

Lời giải

Viết lại phương trình ta được

$$\log_3(x^2 + 4x) = \log_3(3x + 6) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 6 > 0 \\ x^2 + 4x = 3x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x = 2 \\ x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = AD = a$, $AB = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng



- A.** 30° . **B.** 45° .
C. 90° . **D.** 60° .

Lời giải

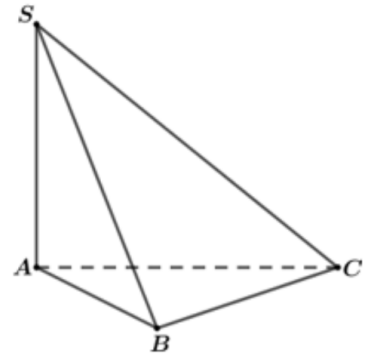
Vì $ABB'A'$ là hình chữ nhật, có $AA' = a$, $AB = a\sqrt{2}$ nên

$$A'B = \sqrt{AA'^2 + AB^2} = \sqrt{a^2 + (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{3}$$

Ta có $BC \perp (ABB'A') \Rightarrow (\widehat{A'C; (ABB'A')}) = (\widehat{A'C; A'B}) = \widehat{BA'C}$

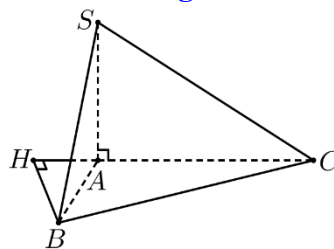
Do tam giác $BA'C$ vuông tại B nên $\tan \widehat{BA'C} = \frac{BC}{A'B} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{BA'C} = 30^\circ$. **Chọn A**

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC có $AB = a$, $AC = 2a$, $\widehat{BAC} = 120^\circ$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng



- A.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.
C. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Kẻ $BH \perp AC$ ($H \in AC$). (1)

Lại có $SA \perp BH$ (vì $SA \perp (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2), suy ra $BH \perp (SAC)$ nên $d[B, (SAC)] = BH$.

Ta có $\widehat{BAC} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{BAH} = 60^\circ$. Tam giác vuông ABH , có $BH = AB \cdot \sin \widehat{BAH} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x \cdot \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = \frac{1}{4}$. Hàm số $f(x)$ là

- A.** $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x$. **B.** $\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4}$.
C. $-\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x$. **D.** $-\frac{1}{2}x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + \frac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x)dx = \int x \cdot \cos 2x dx = \frac{1}{2} \int x d(\sin 2x) \\ &= \frac{1}{2} x \sin 2x - \frac{1}{2} \int \sin 2x dx = \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x + C. \end{aligned}$$

$$\text{Mà } f(0) = \frac{1}{4} \Rightarrow C = 0.$$

$$\text{Vậy } f(x) = \frac{1}{2} x \sin 2x + \frac{1}{4} \cos 2x.$$

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x + 2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.** $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(2; +\infty)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 4; 1)$, $B(-1; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax + by + cz + 11 = 0$. Tổng $a + b + c$ bằng

- A.** -5 . **B.** 5 . **C.** -20 . **D.** 20 .

Lời giải

$$\text{Ta có: } A(2; 4; 1), B(-1; 1; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3; -3; 2).$$

$$\text{Véc tơ pháp tuyến của } (P) \text{ là: } \vec{n} = (1; -3; 2).$$

Do mặt phẳng (Q) đi qua AB và vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc tơ $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (0; -8; -12)$

làm một véc tơ pháp tuyến nên phương trình của (Q) là: $2(y - 4) + 3(z - 1) = 0$
 $\Leftrightarrow 2y + 3z - 11 = 0 \Leftrightarrow -2y - 3z + 11 = 0$.

$$\text{Suy ra } a = 0, b = -2, c = -3 \Rightarrow a + b + c = -5.$$

Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số và các chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên hai số từ S , tính xác suất để hai số chọn được đều là số có ba chữ số.

- A.** $\frac{238}{1495}$. **B.** $\frac{59}{1495}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{267}{2990}$.

Lời giải.

Ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

Số các số thuộc S có 3 chữ số khác nhau là $A_5^3 = 60$ số.

Số các số thuộc S có 4 chữ số khác nhau là $A_5^4 = 120$ số.

Số các số thuộc S có 5 chữ số khác nhau là $A_5^5 = 120$ số.

Suy ra số phần tử của tập S là $n(S) = 300$.

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập $S \Rightarrow n(\Omega) = C_{300}^2$.

Gọi X là biến cố " Hai số được chọn đều là số có ba chữ số ".

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = C_{60}^2$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{C_{60}^2}{C_{300}^2} = \frac{59}{1495}$. **Chọn B.**

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(x-1) \cdot \log(e^{-x} + m + 2023) = x - 2$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A.** 2023. **B.** 2024. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải.

Điều kiện: $e^{-x} + m + 2023 > 0$ (*).

Vì $x = 1$ không là nghiệm nên phương trình nên:

$$\text{Với } x \neq 1, \log(e^{-x} + m + 2023) = \frac{x-2}{x-1} \Leftrightarrow e^{-x} + m + 2023 = 10^{\frac{x-2}{x-1}} > 0 \text{ (thỏa mãn (*))}$$

$$\Leftrightarrow m + 2023 = 10^{\frac{x-2}{x-1}} - e^{-x}.$$

$$\text{Đặt } y = g(x) = 10^{\frac{x-2}{x-1}} - e^{-x}$$

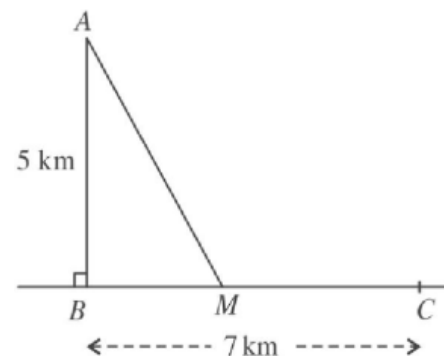
$$\text{Ta có: } y' = \frac{1}{(x-1)^2} 10^{\frac{x-2}{x-1}} \ln 10 + e^{-x} > 0, \forall x \neq 1$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	$-\infty$		10

Vậy phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt khi $-\frac{1}{e} < m + 2023 < 10$. **Chọn D.**

Câu 40: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7\text{km}$ (tham khảo hình vẽ). Người canh hải đăng có thể chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4km/h và đi bộ đến kho C với vận tốc 6km/h . Hỏi muộn nhất mấy giờ người đó phải xuất phát từ vị trí A để có mặt ở kho C lúc 7 giờ sáng?



A. 4h 54 phút.

B. 4h 55 phút.

C. 4h 53 phút.

D. 5h 02 phút.

Lời giải

Đặt $BM = x(\text{km})$, điều kiện $0 \leq x \leq 7$.

$$\text{Ta có } AM = \sqrt{25 + x^2} \Rightarrow \text{thời gian người đó đi từ } A \text{ đến } M \text{ là } t_1 = \frac{AM}{4} = \frac{\sqrt{25 + x^2}}{4} \text{ (h)}$$

$$\text{Ta có } MC = 7 - x \Rightarrow \text{thời gian người đó đi từ } M \text{ đến } C \text{ là } t_2 = \frac{MC}{6} = \frac{7 - x}{6} \text{ (h)}$$

$$\text{Tổng thời gian người đó đi từ } A \text{ đến } C \text{ là } t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{25 + x^2}}{4} + \frac{7 - x}{6}$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = \frac{\sqrt{25 + x^2}}{4} + \frac{7 - x}{6} \text{ với } 0 \leq x \leq 7.$$

Tính được min $f(x) = \frac{14+5\sqrt{5}}{12}(h) \approx 126$ (phút) khi $x = 2\sqrt{5}$. **Chọn A.**

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $x^2 f(x^5) + x f(1-x^4) = -3x^4 + x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi

đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{23}{28}$.

B. $\frac{207}{560}$.

C. $-\frac{115}{7}$.

D. $\frac{115}{63}$.

Lời giải

Với $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có : $x^2 f(x^5) + x f(1-x^4) = -3x^4 + x + 3$

$x = 0$ không là nghiệm của phương trình nên nhân 2 vế của phương trình với x^2 ta được

$$x^4 f(x^5) + x^3 f(1-x^4) = x^2(-3x^4 + x + 3)$$

$$\Rightarrow \int_0^1 x^4 f(x^5) dx + \int_0^1 x^3 f(1-x^4) dx = \int_0^1 x^2(-3x^4 + x + 3) dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5} \int_0^1 f(x^5) d(x^5) - \frac{1}{4} \int_0^1 f(1-x^4) d(1-x^4) = \frac{23}{28}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{5} \int_0^1 f(x) dx + \frac{1}{4} \int_0^1 f(x) dx = \frac{23}{28} \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{115}{63}. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 8$ và hai điểm $A(4; -4; 3)$, $B(1; -1; 7)$. Gọi (C_1) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ sao cho biểu thức $|MA - 2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết (C_1) là một đường tròn, bán kính của đường tròn đó là

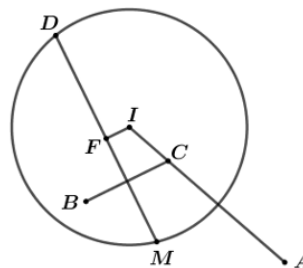
A. 2.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{7}$.

D. $\sqrt{5}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$.

Gọi C là điểm trên đoạn IA thỏa mãn $IC = \frac{1}{4} IA \longrightarrow C(1; -1; 3)$.

Xét $\triangle IAM$ và $\triangle IMC$, ta có

$$\begin{cases} \hat{I} \text{ chung} \\ \frac{IA}{IM} = \frac{IM}{IC} = 2 \end{cases} \Rightarrow \triangle IAM \sim \triangle IMC \longrightarrow MA = 2MC.$$

$$\Rightarrow P = |MA - 2MB| = 2|MC - MB| \geq 0.$$

Dấu "=" xảy ra khi M nằm trên mặt phẳng trung trực của đoạn BC .

Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng BC có phương trình là $z - 5 = 0$.

Ta có $h = d(I, (P)) = 2$.

Khi đó M nằm trên đường tròn có bán kính $R_1 = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{8 - 4} = 2$. **Chọn A.**

Câu 43: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 30° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

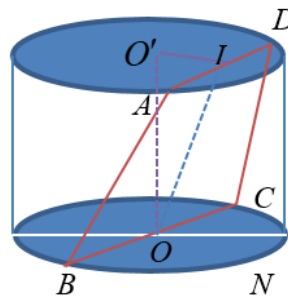
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$

B. $\pi a^3 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$

Lời giải



Giả sử $ABCD$ là hình thang mà đề bài đề cập (BC đáy lớn, AD đáy nhỏ) và r là bán kính đáy của hình trụ.

Theo đề: $\begin{cases} BC = 2r \\ BC = 2AD \end{cases} \Rightarrow AD = r$

Kẻ $O'I \perp AD \Rightarrow AD \perp (OO'I) \Rightarrow (ABCD) \perp (OO'I)$

Suy ra góc giữa OO' và $(ABCD)$ là góc $\widehat{O'O'I}$. Theo đề $\widehat{O'O'I} = 30^\circ$

$$\cos \widehat{O'O'I} = \frac{OO'}{OI} \Leftrightarrow OI = \frac{OO'}{\cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2a.$$

Ta có: $S_{ABCD} = \frac{(AD + BC) \cdot IO}{2} \Leftrightarrow 3a^2 = \frac{(r + 2r) \cdot 2a}{2} \Leftrightarrow r = a.$

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi a^2 \cdot a\sqrt{3} = \pi a^3 \sqrt{3}$. **Chọn B.**

Câu 44: Xét các số thực x, y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2) \cdot 4^x$. Giá trị lớn nhất của biểu thức

$P = \frac{8x+4}{2x-y+1}$ gần nhất với số nào dưới đây

A. 6.

B. 7.

C. 5.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Nhận xét $x^2 + y^2 - 2x + 2 > 0 \forall x, y$

Bất phương trình $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2) \cdot 4^x \Leftrightarrow \frac{2^{x^2+y^2+1}}{2^{2x}} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2)$

$\Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2)$.

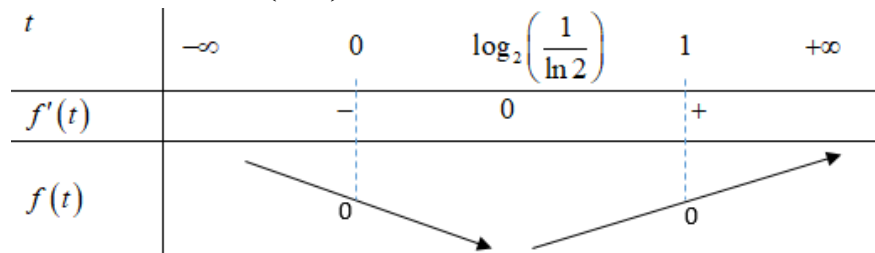
Đặt $t = x^2 + y^2 - 2x + 1$

Bất phương trình $\Leftrightarrow 2^t \leq t + 1 \Leftrightarrow 2^t - t - 1 \leq 0$

Đặt $f(t) = 2^t - t - 1$. Ta thấy $f(0) = f(1) = 0$.

Ta có $f'(t) = 2^t \ln 2 - 1$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 2^t \ln 2 = 1 \Leftrightarrow t = \log_2 \left(\frac{1}{\ln 2} \right) \approx 0,52$



Quan sát BBT ta thấy $f(t) \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq t \leq 1$

$\Rightarrow 0 \leq x^2 + y^2 - 2x + 1 \leq 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 \leq 1$ (1)

Khi đó tập hợp các điểm $M(x; y)$ là một hình tròn (S) tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = 1$.

Xét $P = \frac{8x+4}{2x-y+1} \Leftrightarrow (2P-8)x - Py + P - 4 = 0$

Khi đó ta cũng có tập hợp các điểm $M(x; y)$ là một đường thẳng $\Delta: (2P-8)x - Py + P - 4 = 0$.

Để Δ và (S) có điểm chung, ta suy ra $d(I, \Delta) \leq 1$.

$\Leftrightarrow \frac{|2P-8+P-4|}{\sqrt{(2P-8)^2 + P^2}} \leq 1 \Leftrightarrow |3P-12| \leq \sqrt{5P^2 - 32P + 64}$

$\Leftrightarrow 4P^2 - 40P + 80 \leq 0 \Leftrightarrow 5 - \sqrt{5} \leq P \leq 5 + \sqrt{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $5 + \sqrt{5} \approx 7,23$ khi $\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = \frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 8]$ và thỏa mãn

$$\int_1^2 [f(x^3)]^2 dx + 2 \int_1^2 f(x^3) dx - \frac{4}{3} \int_1^8 f(x) dx = -\frac{247}{15}.$$

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 8]$. Tích phân $\int_1^8 xF'(x) dx$ bằng

A. $\frac{257 \ln 2}{2}$.

B. $\frac{257 \ln 2}{4}$.

C. 160.

D. $\frac{639}{4}$.

Lời giải

Chọn D

Nhận thấy có một tích phân khác cận là $\int_1^8 f(x) dx$. Bằng cách đặt $x = t^3$ ta thu được tích phân

$$\int_1^8 f(x)dx = 3 \int_1^2 t^2 f(t^3)dt = 3 \int_1^2 x^2 f(x^3)dx.$$

Do đó giả thiết được viết lại là $\int_1^2 [f(x^3)]^2 dx + 2 \int_1^2 f(x^3)dx - 4 \int_1^2 x^2 f(x^3)dx = -\frac{247}{15}$. (*)

$$\Leftrightarrow \int_1^2 [f(x^3) - 2x^2 + 1]^2 dx = -\frac{247}{15} + \int_1^2 (1 - 2x^2)^2 dx = 0$$

$$\Rightarrow f(x^3) = 2x^2 - 1, \forall x \in [1; 2] \rightarrow f(x) = 2\sqrt[3]{x^2} - 1, \forall x \in [1; 8].$$

$$\Rightarrow \int_1^8 xF'(x)dx = \int_1^8 xf(x)dx = \int_1^8 x(2\sqrt[3]{x^2} - 1)dx = \frac{639}{4}. \text{ Chọn D}$$

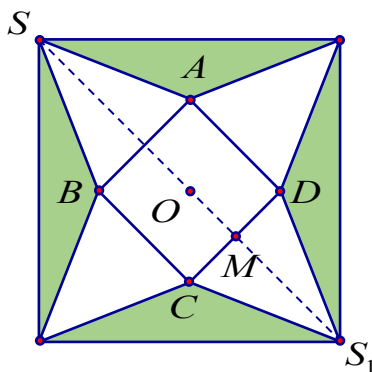
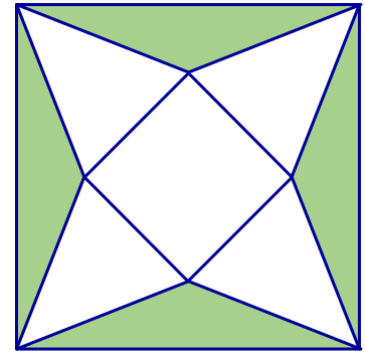
Câu 46: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 1(m) như hình vẽ bên. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng x (m) sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Giá trị của x để khối chóp nhận được có thể tích lớn nhất là

A. $x = \frac{1}{2}$.

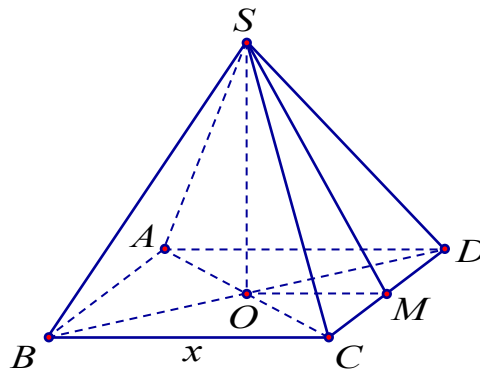
B. $x = \frac{\sqrt{2}}{4}$.

C. $x = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

D. $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$.



Lời giải



Từ hình vuông ban đầu ta tính được $OM = \frac{x}{2}, S_1M = S_1O - OM = \frac{\sqrt{2} - x}{2}$. ($0 < x < \sqrt{2}$)

Khi gập thành hình chóp $S.ABCD$ thì $S_1 \equiv S$ nên ta có $SM = S_1M$.

Từ đó $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \frac{\sqrt{2 - 2\sqrt{2}x}}{2}$. (Điều kiện $0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$)

Thể tích khối chóp $S.ABCD$: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{6} x^2 \sqrt{2 - 2\sqrt{2}x} = \frac{1}{6} \sqrt{2x^4 - 2\sqrt{2}x^5}$.

Ta thấy $V_{S.ABCD}$ lớn nhất khi $f(x) = 2x^4 - 2\sqrt{2}x^5, 0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có $f'(x) = 8x^3 - 10\sqrt{2}x^4 = 2x^3(4 - 5\sqrt{2}x)$

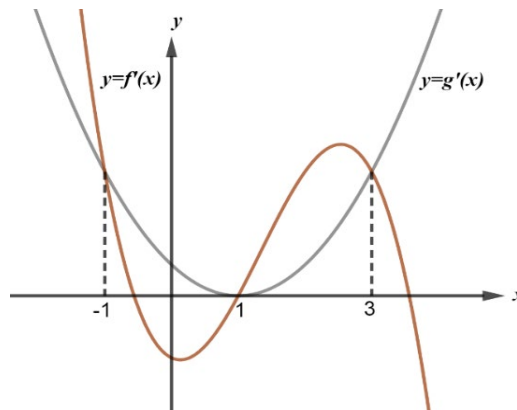
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2\sqrt{2}}{5} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{2\sqrt{2}}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	f_{\max}		

Vậy: $V_{S.ABCD}$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$. **Chọn D.**

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$) và hàm số bậc ba $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$ ($m, n, p, q \in \mathbb{R}$) có đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 96 và $f(2) = g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $x = 0$, $x = 2$ bằng

- A. $\frac{136}{15}$. B. $\frac{272}{15}$. **C. $\frac{136}{5}$.** D. $\frac{68}{15}$.

Lời giải

Đồ thị các hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $-1; 1; 3$

Khi và chỉ khi PT $f'(x) - g'(x) = 0$ có ba nghiệm là $-1; 1; 3$

$$\Rightarrow f'(x) - g'(x) = k(x+1)(x-1)(x-3) = k(x^3 - 3x^2 - x + 3) \text{ với } k \neq 0.$$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = \int (f'(x) - g'(x)) dx = \int k(x^3 - 3x^2 - x + 3) dx = k \left(\frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x + C \right).$$

$$\text{Mà } f(2) = g(2) \Leftrightarrow f(2) - g(2) = 0 \Rightarrow kC = 0 \Rightarrow C = 0$$

Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có diện tích bằng 96.

$$\Rightarrow 96 = -\int_{-1}^1 (f'(x) - g'(x)) dx + \int_1^3 (f'(x) - g'(x)) dx$$

$$\Rightarrow 96 = -k \int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx + k \int_1^3 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx = -8k \Rightarrow k = -12$$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = -3x^4 + 12x^3 + 6x^2 - 36x$$

PT $f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^4 + 12x^3 + 6x^2 - 36x = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(0; 2)$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0, x = 2, y = f(x)$ và $y = g(x)$ là

$$S = \int_0^2 |-3x^4 + 12x^3 + 6x^2 - 36x| dx = \left| \int_0^2 (-3x^4 + 12x^3 + 6x^2 - 36x) dx \right| = \frac{136}{5}.$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ biết hàm số $y = f''(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên.

Đặt $g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x^2\right) + f(-x^2 + 6)$, biết rằng $g(0) > 0$ và

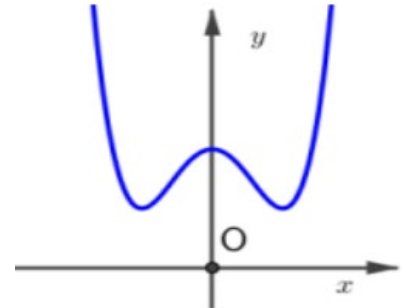
$g(2) < 0$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y = |g(x)|$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 7.



Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f''(x)$ ta có $f''(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $y = f'(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

$$g'(x) = 2x \cdot f'\left(\frac{1}{2}x^2\right) - 2x \cdot f'(-x^2 + 6) = 2x \left[f'\left(\frac{1}{2}x^2\right) - f'(-x^2 + 6) \right].$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'\left(\frac{1}{2}x^2\right) = f'(-x^2 + 6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{1}{2}x^2 = -x^2 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

(do hàm số $y = f'(x)$ đồng biến trên \mathbb{R})

$$\text{Xét } g'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x \left[f'\left(\frac{1}{2}x^2\right) - f'(-x^2 + 6) \right] > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{2}x^2 > -x^2 + 6 \end{cases} \\ \begin{cases} x < 0 \\ \frac{1}{2}x^2 < -x^2 + 6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2 < x < 0 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 2 \end{cases}.$$

Vì $g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x^2\right) + f(-x^2 + 6)$ là hàm số chẵn trên \mathbb{R} và có $g(2) < 0$ nên

$$g(-2) = g(2) = a < 0, g(0) = b > 0.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$		
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$			$b > 0$			$+\infty$

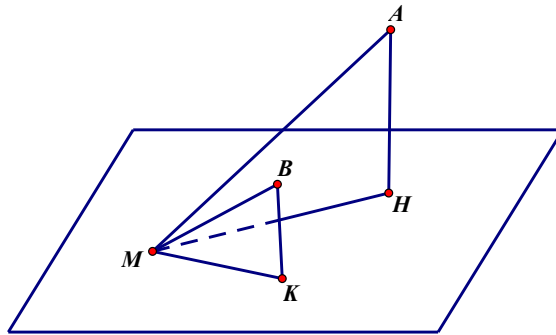
Vậy hàm số $y = |g(x)|$ có 4 điểm cực tiểu. **Chọn B.**

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-10; 6; -2), B(-5; 10; -9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 12 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (α) sao cho MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau và biểu thức $T = 2MA^2 - MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. $-\frac{464 + 4\sqrt{58}}{29}$. B. -6 . C. 6 . D. $\frac{464 - 4\sqrt{58}}{29}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (α) , khi đó:

$$AH = d(A; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot (-10) - 2 \cdot 6 - (-2) + 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 6;$$

$$BK = d(B; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot (-5) - 2 \cdot 10 - (-9) + 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3.$$

Vì MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau nên $\widehat{AMH} = \widehat{BMK}$. Từ $AH = 2BK$ suy ra $MA = 2MB$.

Ta có: $MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$

$$\Leftrightarrow (a+10)^2 + (b-6)^2 + (c+2)^2 = 4[(a+5)^2 + (b-10)^2 + (c+9)^2]$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + \frac{20}{3}a - \frac{68}{3}b + \frac{68}{3}c + 228 = 0.$$

Như vậy, điểm M nằm trên mặt cầu (S) có tâm $I\left(-\frac{10}{3}; \frac{34}{3}; -\frac{34}{3}\right)$ và bán kính $R = 2\sqrt{10}$.

Mà M thuộc (α)

Do đó, M thuộc đường tròn (C) là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (α) , nên tâm J của đường tròn (C) là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α) .

Tìm được $J = (-2; 10; -12)$ và bán kính (C) là $r = \sqrt{R^2 - IJ^2} = 6$

Gọi điểm E thỏa mãn $2\overline{EA} - \overline{EB} = \vec{0} \Rightarrow E(-15; 2; 5)$.

Khi đó $T = 2(\overline{ME} + \overline{EA})^2 - (\overline{ME} + \overline{EB})^2 = ME^2 + 2EA^2 - EB^2$ và $2EA^2 - EB^2$ không đổi.

Vậy $T_{\min} \Leftrightarrow ME_{\min}$

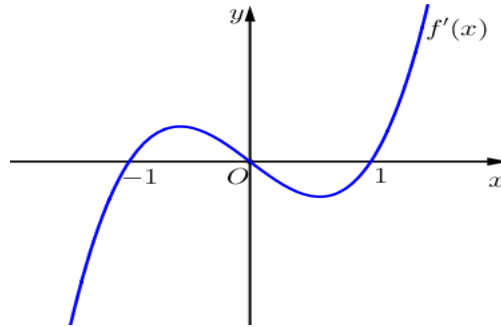
Gọi F là hình chiếu của E trên (α) , tìm được $F(-9; -4; 2) \Rightarrow FJ = 21 > r$ nên F nằm ngoài (C) .

Suy ra $FM_{\min} = FJ - r = 15$.

Khi đó $ME_{\min} = \sqrt{EF^2 + FM_{\min}^2} = 3\sqrt{34}$ khi M là giao điểm của FJ và (C) , M nằm giữa F, J

$\Rightarrow \overline{FM} = \frac{15}{21}\overline{FJ} = \frac{5}{7}\overline{FJ} \Rightarrow M(-4; 6; -8) \Rightarrow a + b + c = -6$.

Câu 50: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ thỏa mãn $f(0) = 3f(2) = -3$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $g(x) = f[4f(x) - f''(x) + m]$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 30.

B. 29.

C. 0.

D. 10.

Lời giải

Xét $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

Từ đồ thị $y = f'(x)$ ta có $f'(x) = 4ax(x^2 - 1) = 4ax^3 - 4ax$.

Vậy ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} b = 0 \\ 2c = -4a \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = -2a \\ d = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = ax^4 - 2ax^2 + e$$
.

Ta lại có $f(0) = 3f(2) = -3 \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ e = -3 \end{cases}$.

Vậy $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 3$.

Ta có $f'(x) = x^3 - x \Rightarrow f''(x) = 3x^2 - 1 \Rightarrow f'''(x) = 6x$

Xét hàm số $g(x) = f(2f(x) - f''(x) + m)$ trên đoạn $[0; 1]$

Ta có $g'(x) = [4f'(x) - f'''(x)]f'[2f(x) - f''(x) + m]$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (0;1)$.

Mà $4f'(x) - f''(x) < 0, \forall x \in (0;1)$ và $4f(x) - f''(x) + m = x^4 - 5x^2 + m - 11$

Nên $g'(x) \geq 0, \forall x \in (0;1)$

$$\Leftrightarrow f'[4f(x) - f''(x) + m] \leq 0, \forall x \in (0;1) \Leftrightarrow f'(x^4 - 5x^2 + m - 11) \leq 0, \forall x \in (0;1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 5x^2 + m - 11 \leq -1, \forall x \in (0;1) \\ 0 \leq x^4 - 5x^2 + m - 11 \leq 1, \forall x \in (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 10 \leq -x^4 + 5x^2, \forall x \in (0;1) \\ \begin{cases} m - 11 \geq -x^4 + 5x^2, \forall x \in (0;1) \\ m - 12 \leq -x^4 + 5x^2, \forall x \in (0;1) \end{cases} \end{cases} \quad (*)$$

Xét hàm số $h(x) = -x^4 + 5x^2$ trên $[0;1]$

Tìm được $\min_{[0;1]} h(x) = 0, \max_{[0;1]} h(x) = 4$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} m - 10 \leq 0 \\ \begin{cases} m - 11 \geq 4 \\ m - 12 \leq 0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 10 \\ \begin{cases} m \geq 15 \\ m \leq 12 \end{cases} \end{cases}$$

m nguyên thuộc khoảng $(-20; 20) \Rightarrow m \in \{-19, \dots, 10\}$

\Rightarrow có 30 giá trị nguyên của m .

-----**HẾT**-----

(Đề thi có 06 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:.....

Đề gốc 2

Số báo danh:.....

Câu 1: Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$ và $\int_1^5 f(x)dx = 5$, khi đó $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

- A. -2. B. 3. C. 8. **D.** 2.

Câu 2: Cho khối chóp có thể tích $6a^3$ và diện tích đáy $3a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng

- A. $2a$. B. $3a$. **C.** $6a$. D. $4a$.

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quay xung quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

- A. $\int_0^{\pi} \cos x dx$. B. $\int_0^{\pi} \cos^2 x dx$. C. $\pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$. **D.** $\pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + \cos x$ là

- A. $4 - \sin x + C$. **B.** $2x^2 + \sin x + C$. C. $2x^2 - \sin x + C$. D. $4 + \sin x + C$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$					3	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-\infty; -2)$. C. $(-1; 3)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 5 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -6)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. C. $(2; -4; 6)$. D. $(1; -2; 3)$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 2; -3)$ và $\vec{b} = (1; -3; 0)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A.** $(-2; 5; -3)$. B. $(2; -5; 3)$. C. $(0; -1; -3)$. D. $(-2; 5; 3)$.

Câu 8: Cho khối lăng trụ tam giác có chiều cao $h = 4$ và đáy là tam giác đều cạnh $a = 3$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $3\sqrt{3}$. B. $18\sqrt{3}$. C. 12. **D.** $9\sqrt{3}$.

Câu 9: Một cấp số cộng có hai số hạng liên tiếp là -6 và 6 . Số hạng tiếp theo của cấp số cộng là

- A. 0. **B.** 18. C. 12. D. 6.

Câu 10: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A. 20π . **B.** 40π . C. 30π . D. 24π .

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'	$-$	$+$	$-$	
y	$+\infty$	1	$-\infty$	0

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A.** $x = 0$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 0$. **D.** $y = -2$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x + 2 \geq 0$ là

- A.** $(-\infty; 9]$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 9]$. **D.** $(0; 9)$.

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	4	1	4	$-\infty$

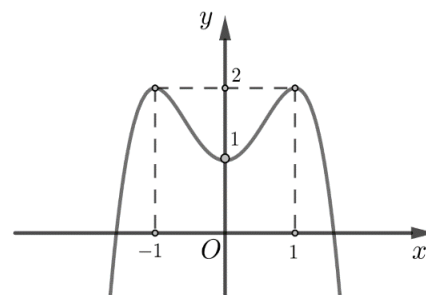
- A.** $y = -3x^4 + 6x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 14: Cho số thực a thỏa mãn $a^\pi > a^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.** $0 < a < 1$. **B.** $a < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $a = 1$.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt là

- A.** 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.



Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{3}} + (x - 1)^{-2}$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $D = (-2; 2)$. **C.** $D = [-2; 2] \setminus \{1\}$. **D.** $D = (-2; 1) \cup (1; 2)$.

Câu 17: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2 \log_3 b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

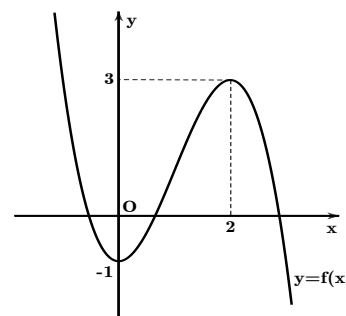
- A.** $a = 27b$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a - b = 9$. **D.** $b = 9a$.

Câu 18: Một họa sĩ cần trưng bày 8 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

- A.** $8!$. **B.** 8^8 . **C.** 64. **D.** 8.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** $x = 0$. **B.** $y = -1$.
C. $(0; -1)$. **D.** $(2; 3)$.



Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) ?

- A.** $\vec{i} = (1; 0; 0)$. **B.** $\vec{j} = (0; 1; 0)$. **C.** $\vec{k} = (0; 0; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $3^{1-4x} = \frac{1}{27}$ là

- A. $x = 2$. **B.** $x = 1$. C. $x = \frac{3}{4}$. D. $x = 0$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		1		-2		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) - 1$ bằng

- A. 2. **B.** -2 . C. 0. **D.** -3 .

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; -4)$ và $B(0; -2; 2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

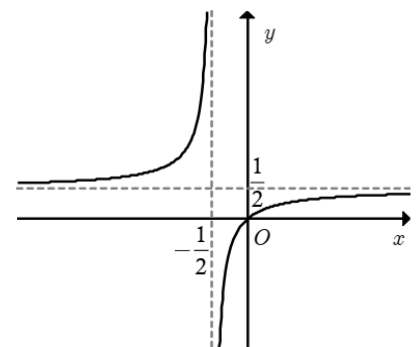
- A. $\sqrt{5}$ **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{53}$. D. 5.

Câu 24: Cho hình nón có bán kính đáy $r = 6$ và góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $72\sqrt{3}$. **B.** $72\sqrt{3}\pi$. C. 27π . **D.** $24\sqrt{3}\pi$.

Câu 25: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = x^3 - 3x$.
 C. $y = \frac{x-1}{2x+1}$. **D.** $y = \frac{x}{2x+1}$.



Câu 26: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [3 + f(x)] dx$ bằng

- A. 12. **B.** 14. C. $\frac{44}{3}$. D. 10.

Câu 27: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

- A. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$. **B.** $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$.
C. $\int 2^x dx = 2^x + C$. D. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C$.

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(4x+1)$ là

- A. $y' = \frac{1}{4x+1}$. **B.** $y' = \frac{1}{(4x+1)\ln 2}$. C. $y' = \frac{4}{4x+1}$. **D.** $y' = \frac{4}{(4x+1)\ln 2}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -2; 1)$ và $B(2; -2; -5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

- A.** $x - 3z - 7 = 0$. **B.** $x - 3z + 7 = 0$. C. $x - 2y - 2z - 7 = 0$. **D.** $x - 2y - 2z + 7 = 0$.

Câu 30: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên đoạn $[-4; 1]$ là

- A.** $4\sqrt{2}$. **B.** -5 . C. 5. **D.** $-4\sqrt{2}$.

Câu 31: Năm 2023 một hãng xe niêm yết giá bán loại xe X là 800.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2030 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

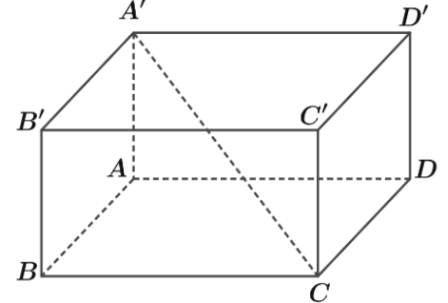
- A. 680.610.000 đồng. **B.** 694.500.000 đồng.
 C. 708.674.000 đồng. **D.** 651.094.000 đồng.

Câu 32: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_5(x^2 - 3x) + \log_{\frac{1}{5}}(6 - 4x) = 0$ là

- A. -1. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 2.

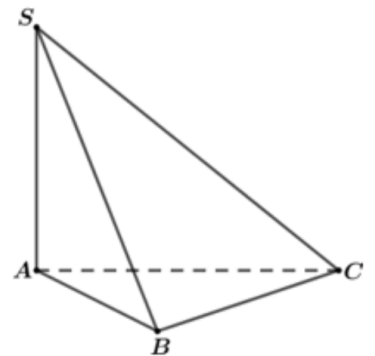
Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = AB = a$, $AD = a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(CDD'C')$ bằng

- A. 30° . **B.** 45° .
 C. 90° . **D.** 60° .



Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC có $AB = 2a$, $AC = a$, $\widehat{BAC} = 150^\circ$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

- A. $\frac{2a}{3}$. **B.** a .
 C. $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.



Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x \cdot \sin 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Hàm số $f(x)$ là

- A. $\frac{1}{2}x \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + 1$. **B.** $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x$.
 C. $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x$. **D.** $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + 1$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x - 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; +\infty)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(1; +\infty)$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 1), B(-1; 1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax + by + cz + 1 = 0$. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. -1. **B.** 1. **C.** -4. **D.** 4.

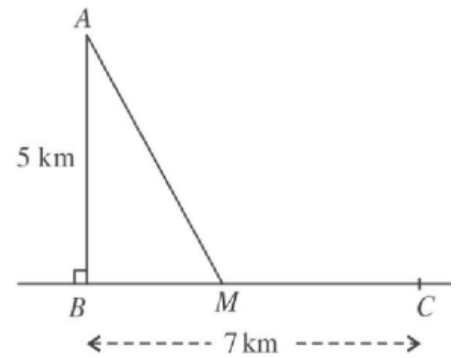
Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số và các chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên hai số từ S . Xác suất để hai số chọn được đều là số có năm chữ số là

- A. $\frac{59}{1495}$. **B.** $\frac{238}{1495}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{267}{2990}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(x-1) \cdot \log(3e^{-x} + m + 2023) = x - 2$ có hai nghiệm thực phân biệt?

- A. 2023. **B.** 2024. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 40: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7\text{km}$ (tham khảo hình vẽ). Người canh hải đăng có thể chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3km/h và đi bộ đến kho C với vận tốc 6km/h . Hỏi muộn nhất mấy giờ người đó phải xuất phát từ vị trí A để có mặt ở kho C lúc 7 giờ sáng?



- A.** 4h 23 phút. **B.** 4h 24 phút.
C. 4h 20 phút. **D.** 5h 02 phút.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $x^3 f(x^6) + x^2 f(1-x^5) = -3x^4 + x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khi đó tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

- A.** $\frac{23}{28}$. **B.** $\frac{345}{154}$. **C.** $-\frac{345}{14}$. **D.** $\frac{23}{18}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 12$ và hai điểm $A(4; -4; 3)$, $B(1; -1; 7)$. Gọi (C_1) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ sao cho biểu thức $|MA - 2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết (C_1) là một đường tròn, bán kính của đường tròn đó là

- A.** 2. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 43: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 60° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

- A.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$ **B.** $\pi a^3 \sqrt{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$

Câu 44: Xét các số thực x và y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2)4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = \frac{4y}{2x+y+1}$ gần nhất với số nào dưới đây?

- A.** -3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -2.

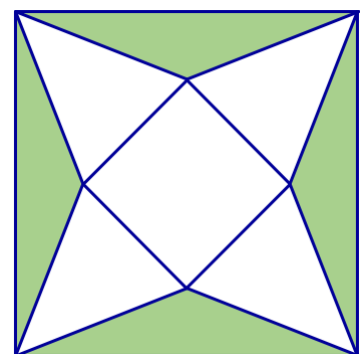
Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 8]$ và thỏa mãn

$$\int_1^2 [f(x^3)]^2 dx + 6 \int_1^2 f(x^3) dx - \frac{4}{3} \int_1^8 f(x) dx = -\frac{29}{5}.$$

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 8]$. Tích phân $\int_1^8 xF'(x)dx$ bằng

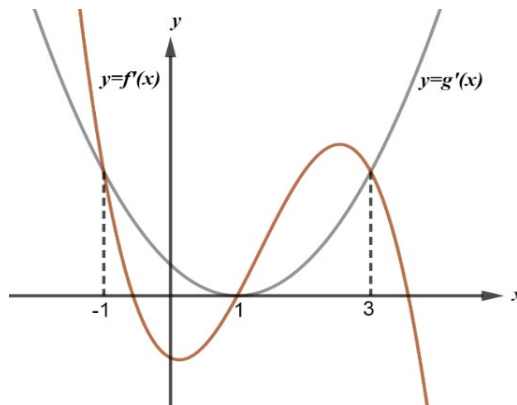
- A.** $\frac{75 \ln 2}{2}$. **B.** $\frac{149 \ln 2}{4}$. **C.** 97. **D.** $\frac{387}{4}$.

Câu 46: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $1(m)$ như hình vẽ bên. Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x(m)$ sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Thể tích lớn nhất khối chóp có thể nhận được gần với số nào trong các số sau? (đơn vị m^3).



- A.** 0.034. **B.** 0.435.
C. 0.043. **D.** 0.023.

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$) và hàm số bậc ba $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$ ($m, n, p, q \in \mathbb{R}$) có đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 64 và $f(2) = g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $x = 0$, $x = 2$ bằng

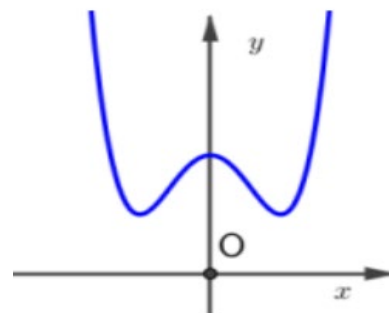
- A. $\frac{136}{15}$. B. $\frac{272}{15}$. C. $\frac{136}{5}$. D. $\frac{68}{15}$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$, biết hàm số $y = f''(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên.

Đặt $g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x^2\right) + f(-x^2 + 6)$ với $g(0) > 0$ và

$g(2) < 0$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |g(x)|$ là

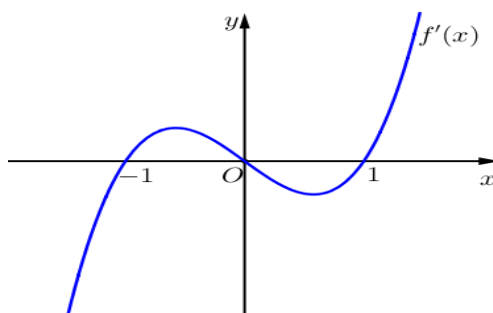
- A. 3. B. 4.
C. 5. D. 7.



Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-10; 6; 2)$, $B(-5; 10; 9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 12 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc (α) sao cho MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau và biểu thức $T = 2MA^2 - MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. $\frac{232 - 38\sqrt{58}}{29}$. B. 10. C. -10. D. $\frac{38\sqrt{58} - 232}{29}$.

Câu 50: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ thỏa mãn $f(0) = -2$; $f(-2) = 0$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $g(x) = f[4f(x) - f''(x) + m]$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

- A. 26. B. 25. C. 0. D. 14.

-----HẾT-----

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$ và $\int_1^5 f(x) dx = 5$, khi đó $\int_3^5 f(x) dx$ bằng
A. -2. **B.** 3. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^5 f(x) dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx \Rightarrow 5 = 3 + \int_3^5 f(x) dx \Rightarrow \int_3^5 f(x) dx = 2.$$

Câu 2: Cho khối chóp có thể tích $6a^3$ và diện tích đáy $3a^2$. Chiều cao của khối chóp đã cho bằng
A. $2a$. **B.** $3a$. **C.** $6a$. **D.** $4a$.

Lời giải

$$\text{Ta có } V = \frac{1}{3}h.S \Rightarrow \frac{1}{3}.h.3a^2 = 6a^3 \Rightarrow h = 6a. \text{ Chọn C.}$$

Câu 3: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quay xung quanh Ox . Thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\int_0^{\pi} \cos x dx$. **B.** $\int_0^{\pi} \cos^2 x dx$. **C.** $\pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$. **D.** $\pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$.

Lời giải

$$\text{Ta có } V = \pi \int_a^b f^2(x) dx = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx. \text{ Chọn D.}$$

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x + \cos x$ là

A. $4 - \sin x + C$. **B.** $2x^2 + \sin x + C$. **C.** $2x^2 - \sin x + C$. **D.** $4 + \sin x + C$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (4x + \cos x) dx = 2x^2 + \sin x + C. \text{ Chọn B.}$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	
$f(x)$	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$. **B.** $(-\infty; -2)$. **C.** $(-1; 3)$. **D.** $(-2; 2)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 5 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-2; 4; -6)$. **B.** $(-1; 2; -3)$. **C.** $(2; -4; 6)$. **D.** $(1; -2; 3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } (S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = -3 \\ d = -5 \end{cases} \Rightarrow I(-1; 2; -3). \text{ Chọn B.}$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 2; -3)$ và $\vec{b} = (1; -3; 0)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

- A.** $(-2; 5; -3)$. **B.** $(2; -5; 3)$. **C.** $(0; -1; -3)$. **D.** $(-2; 5; 3)$.

Lời giải

Có $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b} = (-1; 2; -3) - (1; -3; 0) = (-2; 5; -3)$. **Chọn A.**

Câu 8: Cho khối lăng trụ tam giác có chiều cao $h = 4$ và đáy là tam giác đều cạnh $a = 3$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A.** $3\sqrt{3}$. **B.** $18\sqrt{3}$. **C.** 12. **D.** $9\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $V = h.S = 4 \cdot \frac{3^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$. **Chọn D.**

Câu 9: Một cấp số cộng có hai số hạng liên tiếp là -6 và 6 . Số hạng tiếp theo của cấp số cộng là

- A.** 0. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Công sai: $d = 6 - (-6) = 12$. Do đó số hạng tiếp theo là $6 + d = 18$. **Chọn B.**

Câu 10: Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 4$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

- A.** 20π . **B.** 40π . **C.** 30π . **D.** 24π .

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ $S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi \cdot 4 \cdot 5 = 40\pi$. **Chọn B.**

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		0		$+\infty$
y'		-		+		-
y	$+\infty$			$+\infty$		0

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

- A.** $x = 0$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 0$. **D.** $y = -2$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}} x + 2 \geq 0$ là

- A.** $(-\infty; 9]$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 9]$. **D.** $(0; 9)$.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

$$\log_{\frac{1}{3}} x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}} x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq 9$$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình là $S = (0; 9]$. **Chọn C.**

Câu 13: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-	
$f(x)$			4		1		4		$-\infty$

- A.** $y = -3x^4 + 6x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 14: Cho số thực a thỏa mãn $a^\pi > a^4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

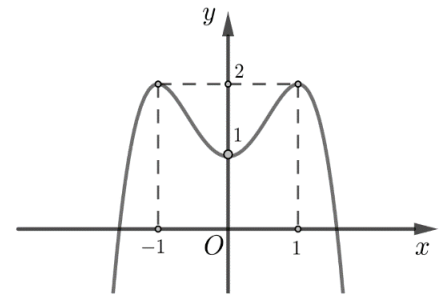
- A.** $0 < a < 1$. **B.** $a < 1$. **C.** $a > 1$. **D.** $a = 1$.

Lời giải

Ta có $a^3 > a^\pi$ mà $3 < \pi$ nên $0 < a < 1$. **Chọn A**

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt là

- A.** 0. **B.** 1.
C. 2. **D.** 3.



Câu 16: Tập xác định của hàm số $y = (4 - x^2)^{\frac{1}{3}} + (x - 1)^{-2}$ là

- A.** $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. **B.** $D = (-2; 2)$. **C.** $D = [-2; 2] \setminus \{1\}$. **D.** $D = (-2; 1) \cup (1; 2)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định khi $\begin{cases} 4 - x^2 > 0 \\ x - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < x < 2 \\ x \neq 1 \end{cases}$

Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-2; 1) \cup (1; 2)$. **Chọn B**

Câu 17: Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2 \log_9 b = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $a = 27b$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 8b$. **D.** $b = 9a$.

Lời giải

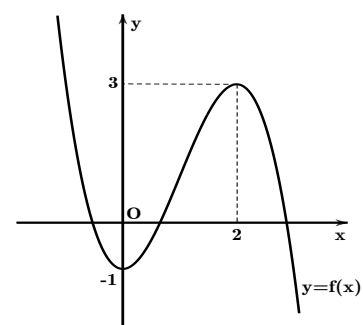
Ta có: $\log_3 a - 2 \log_9 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b} = 2 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 9 \Leftrightarrow a = 9b$. **Chọn B.**

Câu 18: Một họa sĩ cần trưng bày 8 bức tranh nghệ thuật khác nhau thành một hàng ngang. Hỏi có bao nhiêu cách để họa sĩ sắp xếp các bức tranh?

- A.** $8!$. **B.** 8^8 . **C.** 64 . **D.** 8.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** $x = 0$. **B.** $y = -1$.
C. $(0; -1)$. **D.** $(2; 3)$.



Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) ?

- A.** $\vec{i} = (1; 0; 0)$. **B.** $\vec{j} = (0; 1; 0)$. **C.** $\vec{k} = (0; 0; 1)$. **D.** $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Câu 21: Nghiệm của phương trình $3^{1-4x} = \frac{1}{27}$ là

- A.** $x = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \frac{3}{4}$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

Ta có $3^{1-4x} = \frac{1}{27} \Leftrightarrow 3^{1-4x} = 3^{-3} \Leftrightarrow 1 - 4x = -3 \Leftrightarrow x = 1$. **Chọn B**

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$		1		-2		$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(x) - 1$ bằng

- A. 2. B. -2. C. -1. D. -3.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; -4)$ và $B(0; -2; 2)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{53}$. D. 5.

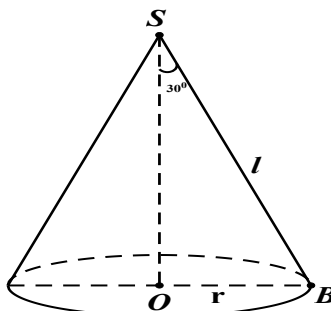
Lời giải

Ta có $AB = \sqrt{1^2 + (-4)^2 + 6^2} = \sqrt{53}$. **Chọn C**

Câu 24: Cho khối nón có bán kính đáy $r = 6$ và góc ở đỉnh bằng 60° . Thể tích của khối nón giới hạn bởi hình nón đã cho bằng

- A. $72\sqrt{3}$. B. $72\sqrt{3}\pi$. C. 27π . D. $24\sqrt{3}\pi$.

Lời giải



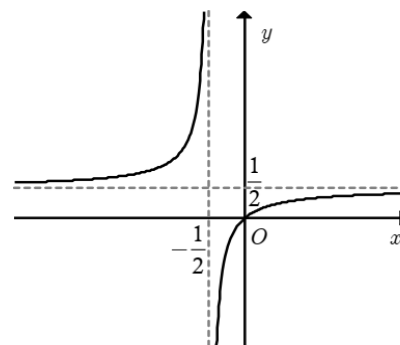
Ta có góc ở đỉnh bằng $60^\circ \Rightarrow \widehat{OSB} = 30^\circ$.

Độ dài đường sinh: $h = \frac{r}{\tan 30^\circ} = 6\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 6^2 \cdot 6\sqrt{3} = 72\sqrt{3}\pi$. **Chọn D**

Câu 25: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?

- A. $y = x^4 - 2x^2$. B. $y = x^3 - 3x$.
 C. $y = \frac{x-1}{2x+1}$. D. $y = \frac{x}{2x+1}$.



Câu 26: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} . Giá trị của $\int_1^3 [3 + f(x)] dx$ bằng

- A. 12. B. 14. C. $\frac{44}{3}$. D. 10.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3 [3 + f(x)] dx = (3x + x^2) \Big|_1^3 = 14$. **Chọn B.**

Câu 27: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

A. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

B. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C.$

C. $\int 2^x dx = 2^x + C.$

D. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx = \sqrt{x} + C.$

Câu 28: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(4x+1)$ là

A. $y' = \frac{1}{4x+1}.$

B. $y' = \frac{1}{(4x+1)\ln 2}.$

C. $y' = \frac{4}{4x+1}.$

D. $y' = \frac{4}{(4x+1)\ln 2}.$

Lời giải

Ta có $y' = (\log_2(4x+1))' = \frac{(4x+1)'}{(4x+1)\ln 2} = \frac{4}{(4x+1)\ln 2}.$ **Chọn D**

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -2; 1)$ và $B(2; -2; -5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $x - 3z - 7 = 0.$

B. $x - 3z + 7 = 0.$

C. $x - 2y - 2z - 7 = 0.$

D. $x - 2y - 2z + 7 = 0.$

Lời giải

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có vectơ pháp tuyến là $\overline{AB} = (2; 0; -6) = 2(1; 0; -3)$ và đi qua trung điểm $I(1; -2; -2)$ của đoạn thẳng AB .

Do đó, phương trình mặt phẳng đó là: $1(x-1) + 0(y+2) - 3(z+2) = 0 \Leftrightarrow x - 3z - 7 = 0.$ **Chọn A**

Câu 30: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 6x$ trên đoạn $[-4; 1]$ là

A. $4\sqrt{2}.$

B. $-5.$

C. $5.$

D. $-4\sqrt{2}.$

Lời giải

Ta có: $f(x) = x^3 - 6x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{2} (tm) \\ x = \sqrt{2} (l) \end{cases}.$

$f(-4) = -40; \quad f(-\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}; \quad f(1) = -5 \Rightarrow \max_{[-4; 1]} f(x) = f(-\sqrt{2}) = 4\sqrt{2}.$ **Chọn A**

Câu 31: Năm 2023 một hãng xe niêm yết giá bán loại xe X là 800.000.000 đồng và dự định trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm giảm 2% giá bán so với giá bán của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2030 hãng xe ô tô niêm yết giá bán loại xe X là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

A. 680.610.000 đồng.

B. 694.500.000 đồng.

C. 708.674.000 đồng.

D. 651.094.000 đồng.

Lời giải

Giá xe năm 2023 là A

Giá xe năm 2024 là $A_1 = A - A.r = A(1-r).$

Giá xe năm 2025 là $A_2 = A_1 - A_1.r = A(1-r)^2.$

Giá xe năm 2026 là $A_3 = A_2 - A_2.r = A(1-r)^3.$

.....

Giá xe năm 2030 là $A_7 = A_6 - A_6.r = A(1-r)^7 = 800.000.000(1-2\%)^7 \approx 694.500.000$ đồng.

Chọn B

Câu 32: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_5(x^2 - 3x) + \log_{\frac{1}{5}}(6 - 4x) = 0$ là

A. -1.

B. 1.

C. -3.

D. 2.

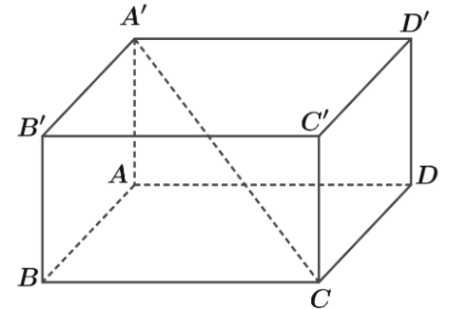
Lời giải

Viết lại phương trình ta được

$$\log_5(x^2 - 3x) = \log_5(6 - 4x) \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 4x > 0 \\ x^2 - 3x = 6 - 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x^2 + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{3}{2} \\ x = 2 \\ x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow x = -3.$$

Chọn C

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = AB = a$, $AD = a\sqrt{6}$ (tham khảo hình vẽ). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(CDD'C')$ bằng



A. 30° .

B. 45° .

C. 90° .

D. 60° .

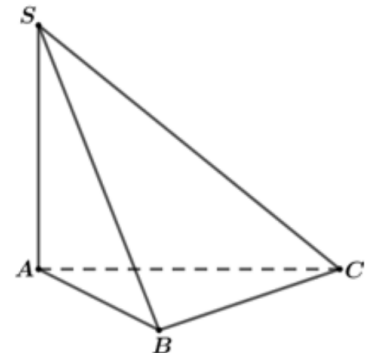
Lời giải

Vì $CDD'C'$ là hình chữ nhật, nên $CD' = \sqrt{a^2 + a^2} = a\sqrt{2}$

Ta có $A'D' \perp (CDD'C') \Rightarrow \widehat{(A'C; (CDD'C'))} = \widehat{(A'C; CD')} = \widehat{A'CD'}$

Do tam giác $BA'C$ vuông tại B nên $\tan \widehat{A'CD'} = \frac{A'D'}{CD'} = \frac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{A'CD'} = 60^\circ$. **Chọn D**

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC có $AB = 2a$, $AC = a$, $\widehat{BAC} = 150^\circ$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng



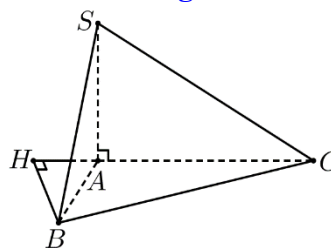
A. $\frac{2a}{3}$.

B. a .

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Kẻ $BH \perp AC$ ($H \in AC$). (1)

Lại có $SA \perp BH$ (vì $SA \perp (ABC)$). (2)

Từ (1) và (2), suy ra $BH \perp (SAC)$ nên $d[B, (SAC)] = BH$.

Ta có $\widehat{BAC} = 150^\circ \Rightarrow \widehat{BAH} = 30^\circ$. Tam giác vuông ABH , có $BH = AB \cdot \sin \widehat{BAH} = a$.

Chọn B

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = x \cdot \sin 2x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Hàm số $f(x)$ là

A. $\frac{1}{2}x \cos 2x - \frac{1}{4} \sin 2x + 1.$

B. $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{2} \sin 2x.$

C. $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x.$

D. $-\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + 1.$

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} f(x) &= \int f'(x)dx = \int x \cdot \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \int x d(\cos 2x) \\ &= -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx = -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C. \end{aligned}$$

Mà $f(0) = 1 \Rightarrow C = 1$

Vậy $f(x) = -\frac{1}{2}x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + 1.$ **Chọn D**

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2x - 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; +\infty).$

B. $(0; +\infty).$

C. $(-\infty; 2).$

D. $(1; +\infty).$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -4; 1), B(-1; 1; -1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z - 5 = 0$. Mặt phẳng (Q) đi qua A, B và vuông góc với (P) có phương trình dạng $ax + by + cz + 1 = 0$. Tổng $a + b + c$ bằng

A. $-1.$

B. $1.$

C. $-4.$

D. $4.$

Lời giải

Ta có: $A(2; -4; 1), B(-1; 1; -1) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (-3; 5; -2).$

Véc tơ pháp tuyến của (P) là: $\vec{n} = (3; -1; 2).$

Do mặt phẳng (Q) đi qua AB và vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc tơ $[\overrightarrow{AB}, \vec{n}] = (8; 0; -12)$

làm một véc tơ pháp tuyến nên phương trình của (Q) là: $2(x - 2) - 3(z - 1) = 0$

$\Leftrightarrow 2x - 3z - 1 = 0 \Leftrightarrow -2x + 3z + 1 = 0.$

Suy ra $a = -2, b = 0, c = 3 \Rightarrow a + b + c = 1.$ **Chọn B**

Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có ít nhất 3 chữ số và các chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5. Chọn ngẫu nhiên hai số từ S , tính xác suất để hai số chọn được đều là số có năm chữ số.

A. $\frac{59}{1495}.$

B. $\frac{238}{1495}.$

C. $\frac{1}{5}.$

D. $\frac{267}{2990}.$

Lời giải.

Ta tính số phần tử thuộc tập S như sau:

Số các số thuộc S có 3 chữ số khác nhau là $A_5^3 = 60$ số.

Số các số thuộc S có 4 chữ số khác nhau là $A_5^4 = 120$ số.

Số các số thuộc S có 5 chữ số khác nhau là $A_5^5 = 120$ số.

Suy ra số phần tử của tập S là $n(S) = 300.$

Không gian mẫu là chọn ngẫu nhiên 2 số từ tập $S \Rightarrow n(\Omega) = C_{300}^2.$

Gọi X là biến cố " Hai số được chọn đều là số có năm chữ số ".

Suy ra số phần tử của biến cố X là $n(X) = C_{120}^2$.

Vậy xác suất cần tính $P(X) = \frac{C_{120}^2}{C_{300}^2} = \frac{238}{1495}$. **Chọn B.**

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $(x-1) \cdot \log(3e^{-x} + m + 2023) = x - 2$ có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 2023.

B. 2024.

C. 11.

D. 10.

Lời giải.

Điều kiện: $3e^{-x} + m + 2023 > 0$ (*).

Vì $x=1$ không là nghiệm nên phương trình nên:

Với $x \neq 1$, $\log(3e^{-x} + m + 2023) = \frac{x-2}{x-1} \Leftrightarrow 3e^{-x} + m + 2023 = 10^{\frac{x-2}{x-1}} > 0$ (thỏa mãn (*))

$\Leftrightarrow m + 2023 = 10^{\frac{x-2}{x-1}} - 3e^{-x}$.

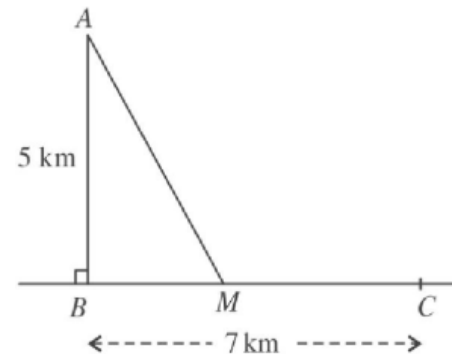
Đặt $y = g(x) = 10^{\frac{x-2}{x-1}} - 3e^{-x}$

Ta có: $y' = \frac{1}{(x-1)^2} 10^{\frac{x-2}{x-1}} \ln 10 + 3e^{-x} > 0, \forall x \neq 1$

Lập bảng biến thiên suy ra phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt khi $-\frac{3}{e} < m + 2023 < 10$.

Suy ra có 11 giá trị m cần tìm. **Chọn C**

Câu 40: Một ngọn hải đăng được đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB = 5\text{km}$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7\text{km}$ (tham khảo hình vẽ). Người canh hải đăng có thể chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 3km/h và đi bộ đến kho C với vận tốc 6km/h . Hỏi muộn nhất mấy giờ người đó phải xuất phát từ vị trí A để có mặt ở kho C lúc 7 giờ sáng.



A. 4h 23 phút.

B. 4h 24 phút.

C. 4h 20 phút.

D. 5h 02 phút.

Lời giải

Đặt $BM = x(\text{km})$, điều kiện $0 \leq x \leq 7$.

Ta có $AM = \sqrt{25 + x^2} \Rightarrow$ thời gian người đó đi từ A đến M là $t_1 = \frac{AM}{3} = \frac{\sqrt{25 + x^2}}{3}$ (h)

Ta có $MC = 7 - x \Rightarrow$ thời gian người đó đi từ M đến C là $t_2 = \frac{MC}{6} = \frac{7 - x}{6}$ (h)

Tổng thời gian người đó đi từ A đến C là $t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{25 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{6}$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{25 + x^2}}{3} + \frac{7 - x}{6}$ với $0 \leq x \leq 7$.

Tính được $\min f(x) = \frac{7 + 5\sqrt{3}}{6}$ (h) ≈ 157 (phút) khi $x = \frac{5\sqrt{3}}{3}$. **Chọn A**

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và thỏa mãn $x^3 f(x^6) + x^2 f(1-x^5) = -3x^4 + x + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Khi

đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. $\frac{23}{28}$.

B. $\frac{345}{154}$.

C. $-\frac{345}{14}$.

D. $\frac{23}{18}$.

Lời giải

Với $\forall x \in \mathbb{R}$ ta có : $x^3 f(x^6) + x f(1-x^5) = -3x^4 + x + 3$

$x = 0$ không là nghiệm của phương trình nên nhân 2 vế của phương trình với x^2 ta được

$$x^5 f(x^6) + x^4 f(1-x^5) = x^2(-3x^4 + x + 3)$$

$$\Rightarrow \int_0^1 x^5 f(x^6) dx + \int_0^1 x^4 f(1-x^5) dx = \int_0^1 x^2(-3x^4 + x + 3) dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6} \int_0^1 f(x^5) d(x^5) - \frac{1}{5} \int_0^1 f(1-x^5) d(1-x^5) = \frac{23}{28}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{6} \int_0^1 f(x) dx + \frac{1}{5} \int_0^1 f(x) dx = \frac{23}{28} \Leftrightarrow \int_0^1 f(x) dx = \frac{345}{154}. \text{ Chọn B}$$

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 12$ và hai điểm $A(4; -4; 3)$, $B(1; -1; 7)$. Gọi (C_1) là tập hợp các điểm $M \in (S)$ sao cho biểu thức $|MA - 2MB|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Biết (C_1) là một đường tròn, bán kính của đường tròn đó là

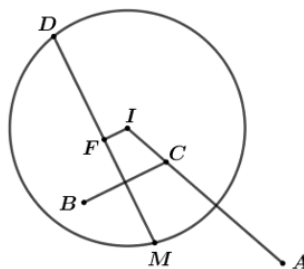
A. 2.

B. $\sqrt{6}$.

C. $\sqrt{7}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{3}$.

Gọi C là điểm trên đoạn IA thỏa mãn $IC = \frac{1}{4} IA \longrightarrow C(1; -1; 3)$.

Xét $\triangle IAM$ và $\triangle IMC$, ta có

$$\begin{cases} \hat{I} \text{ chung} \\ \frac{IA}{IM} = \frac{IM}{IC} = 2 \end{cases} \Rightarrow \triangle IAM \sim \triangle IMC \longrightarrow MA = 2MC.$$

$$\Rightarrow P = |MA - 2MB| = 2|MC - MB| \geq 0.$$

Dấu "=" xảy ra khi M nằm trên mặt phẳng trung trực của đoạn BC .

Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng BC có phương trình là $z - 5 = 0$.

Ta có $h = d(I, (P)) = 2$.

Khi đó M nằm trên đường tròn có bán kính $R_1 = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{12 - 4} = 2\sqrt{2}$. **Chọn D**

Câu 43: Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn tâm O và O' , chiều cao $h = a\sqrt{3}$. Mặt phẳng đi qua tâm O và tạo với OO' một góc 60° , cắt hai đường tròn tâm O và O' tại bốn điểm là bốn đỉnh của một hình thang có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ và diện tích bằng $3a^2$. Thể tích của khối trụ được giới hạn bởi hình trụ đã cho bằng

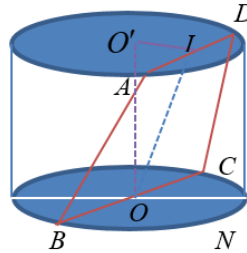
A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$

B. $\pi a^3 \sqrt{3}$.

C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{12}$.

D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{4}$

Lời giải



Giả sử $ABCD$ là hình thang mà đề bài đề cập (BC đáy lớn, AD đáy nhỏ) và r là bán kính đáy của hình trụ.

Theo đề: $\begin{cases} BC = 2r \\ BC = 2AD \end{cases} \Rightarrow AD = r$

Kê $O'I \perp AD \Rightarrow AD \perp (OO'I) \Rightarrow (ABCD) \perp (OO'I)$

Suy ra góc giữa OO' và $(ABCD)$ là góc $\widehat{O'OI}$. Theo đề $\widehat{O'OI} = 60^\circ$

$$\cos \widehat{O'OI} = \frac{OO'}{OI} \Leftrightarrow OI = \frac{OO'}{\cos 60^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = 2a\sqrt{3}.$$

Ta có: $S_{ABCD} = \frac{(AD+BC).IO}{2} \Leftrightarrow 3a^2 = \frac{(r+2r).2a\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow r = \frac{a}{\sqrt{3}}$.

Thể tích của khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2 .a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. **Chọn A**

Câu 44: Xét các số thực x và y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2)4^x$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức

$P = \frac{4y}{2x + y + 1}$ gần nhất với số nào dưới đây?

A. -3.

B. 0.

C. 1.

D. -2.

Lời giải

Ta có: $2^{x^2+y^2+1} \leq (x^2 + y^2 - 2x + 2)4^x \Leftrightarrow 2^{x^2-2x+1+y^2} \leq (x^2 - 2x + 1) + y^2 + 1$.

Đặt $t = x^2 - 2x + 1 + y^2 \Rightarrow t \geq 0$. Khi đó ta có $2^t \leq t + 1, \forall t \geq 0$.

Đặt $f(t) = 2^t - t - 1, \forall t \geq 0$, ta có: $f'(t) = 2^t \ln 2 - 1$, cho $f'(t) = 0$.

Ta nhận thấy phương trình $f'(t) = 0$ có một nghiệm nên phương trình $f(t) = 0$ có tối đa hai nghiệm.

Mặt khác ta có $f(0) = f(1) = 0$. Suy ra phương trình $f(t) = 0$ có hai nghiệm $t = 1$ và $t = 0$.

Khi đó ta có bảng xét dấu của hàm số $f(t)$ như sau:

t	0	1	$+\infty$	
f(t)	0	-	0	+

Khi đó $f(t) \leq 0 \Leftrightarrow t \in [0; 1]$. Suy ra $x^2 - 2x + 1 + y^2 \leq 1 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 \leq 1$.

Khi đó tập hợp các điểm $M(x; y)$ là một hình tròn (S) tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = 1$.

Ta có: $P = \frac{4y}{2x+y+1} \Leftrightarrow 2Px + (P-4)y + P = 0$.

Khi đó ta cũng có tập hợp các điểm $M(x; y)$ là một đường thẳng $\Delta : 2Px + (P-4)y + P = 0$.

Đề Δ và (S) có điểm chung, ta suy ra $d(I, \Delta) \leq 1$.

$$\Leftrightarrow \frac{|2P+P|}{\sqrt{(2P)^2 + (P-4)^2}} \leq 1 \Leftrightarrow 3|P| \leq \sqrt{5P^2 - 8P + 16}$$

$$\Leftrightarrow 4P^2 + 8P - 16 \leq 0 \Leftrightarrow -1 - \sqrt{5} \leq P \leq -1 + \sqrt{5}.$$

Ta suy ra $P_{\min} = -1 - \sqrt{5}$. Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x = \frac{1}{3} \\ y = -\frac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}$ **Chọn A**

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1; 8]$ và thỏa mãn

$$\int_1^2 [f(x^3)]^2 dx + 6 \int_1^2 f(x^3) dx - \frac{4}{3} \int_1^8 f(x) dx = -\frac{29}{5}.$$

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1; 8]$. Tích phân $\int_1^8 xF'(x) dx$ bằng

A. $\frac{75 \ln 2}{2}$.

B. $\frac{149 \ln 2}{4}$.

C. 97.

D. $\frac{387}{4}$.

Lời giải

Nhận thấy có một tích phân khác cận là $\int_1^8 f(x) dx$. Bằng cách đặt $x = t^3$ ta thu được tích phân

$$\int_1^8 f(x) dx = 3 \int_1^2 t^2 f(t^3) dt = 3 \int_1^2 x^2 f(x^3) dx.$$

Do đó giả thiết được viết lại là $\int_1^2 [f(x^3)]^2 dx + 6 \int_1^2 f(x^3) dx - 4 \int_1^2 x^2 f(x^3) dx = -\frac{29}{5}$. (*)

$$\Leftrightarrow \int_1^2 [f(x^3) - 2x^2 + 3]^2 dx = -\frac{29}{5} + \int_1^2 (3 - 2x^2)^2 dx = 0$$

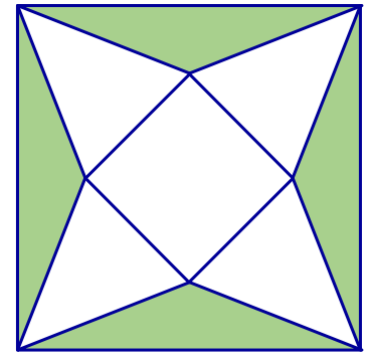
$$\Rightarrow f(x^3) = 2x^2 - 3, \forall x \in [1; 2] \rightarrow f(x) = 2\sqrt[3]{x^2} - 3, \forall x \in [1; 8].$$

$$\Rightarrow \int_1^8 xF'(x) dx = \int_1^8 xf(x) dx = \int_1^8 x(2\sqrt[3]{x^2} - 3) dx = \frac{387}{4}. \text{ **Chọn D**}$$

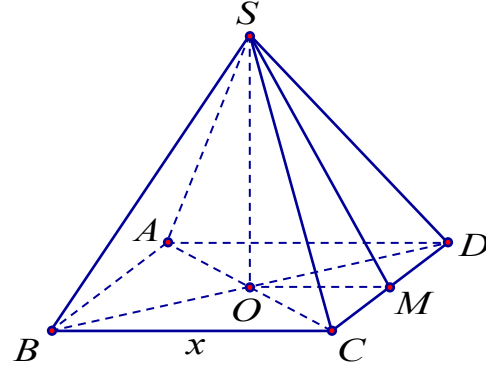
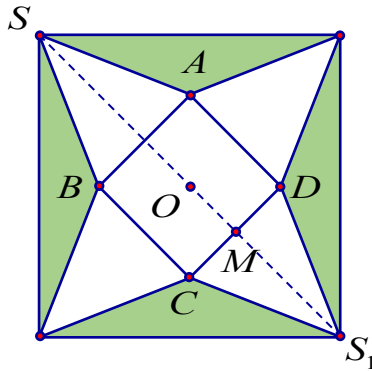
Câu 46: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $1(m)$ như hình vẽ bên.

Người ta cắt phần tô đậm của tấm nhôm rồi gập thành một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $x(m)$ sao cho bốn đỉnh của hình vuông gập lại thành đỉnh của hình chóp. Thể tích lớn nhất khối chóp có thể nhận được gần với số nào trong các số sau (đơn vị m^3)

- A.** 0.034. **B.** 0.435.
C. 0.043. **D.** 0.023.



Lời giải



Từ hình vuông ban đầu ta tính được $OM = \frac{x}{2}, S_1M = S_1O - OM = \frac{\sqrt{2}-x}{2}. (0 < x < \sqrt{2})$

Khi gập thành hình chóp $S.ABCD$ thì $S_1 \equiv S$ nên ta có $SM = S_1M$.

Từ đó $SO = \sqrt{SM^2 - OM^2} = \frac{\sqrt{2-2\sqrt{2}x}}{2}. (\text{Điều kiện } 0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2})$

Thể tích khối chóp $S.ABCD: V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{6} x^2 \sqrt{2-2\sqrt{2}x} = \frac{1}{6} \sqrt{2x^4 - 2\sqrt{2}x^5}.$

Ta thấy $V_{S.ABCD}$ lớn nhất khi $f(x) = 2x^4 - 2\sqrt{2}x^5, 0 < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$ đạt giá trị lớn nhất

Ta có $f'(x) = 8x^3 - 10\sqrt{2}x^4 = 2x^3(4 - 5\sqrt{2}x)$

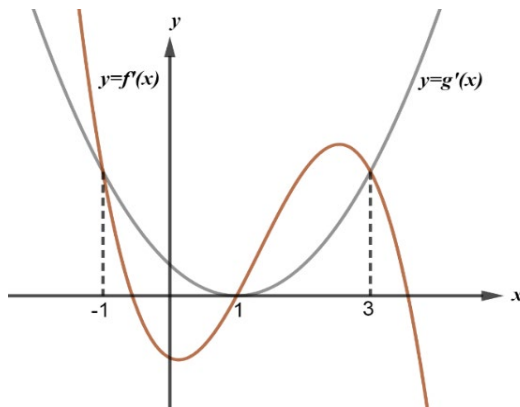
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2\sqrt{2}}{5} \end{cases}$$

Bảng biến thiên x

x	0	$\frac{2\sqrt{2}}{5}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		f_{\max}	

Vậy: $V_{S.ABCD}$ lớn nhất khi và chỉ khi $x = \frac{2\sqrt{2}}{5} \Rightarrow V_{\max} \approx 0.0337$ **Chọn A**

Câu 47: Cho hàm số bậc bốn $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$) và hàm số bậc ba $g(x) = mx^3 + nx^2 + px + q$ ($m, n, p, q \in \mathbb{R}$) có đồ thị $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ như hình vẽ bên dưới.



Biết diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng 64 và $f(2) = g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = g(x)$ và $x = 0$, $x = 2$ bằng

- A. $\frac{136}{15}$. B. $\frac{272}{15}$. C. $\frac{136}{5}$. D. $\frac{68}{15}$.

Lời giải

Đồ thị các hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ là $-1; 1; 3$

Khi và chỉ khi PT $f'(x) - g'(x) = 0$ có ba nghiệm là $-1; 1; 3$

$$\Rightarrow f'(x) - g'(x) = k(x+1)(x-1)(x-3) = k(x^3 - 3x^2 - x + 3) \text{ với } k \neq 0.$$

$$\Rightarrow f(x) - g(x) = \int (f'(x) - g'(x)) dx = \int k(x^3 - 3x^2 - x + 3) dx = k \left(\frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x + C \right).$$

$$\text{Mà } f(2) = g(2) \Leftrightarrow f(2) - g(2) = 0 \Leftrightarrow kC = 0 \Leftrightarrow C = 0$$

Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ có diện tích bằng 64

$$\Rightarrow 64 = -\int_{-1}^1 (f'(x) - g'(x)) dx + \int_1^3 (f'(x) - g'(x)) dx$$

$$\Rightarrow 64 = -k \int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx + k \int_1^3 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx = -8k \Rightarrow k = -8$$

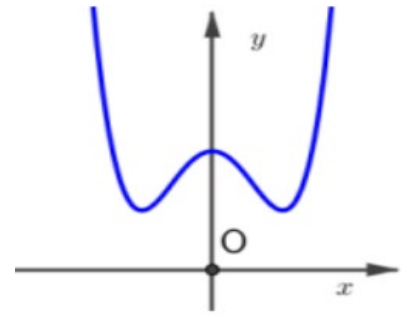
$$\Rightarrow f(x) - g(x) = -2x^4 + 8x^3 + 4x^2 - 24x$$

PT $f(x) - g(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^4 + 8x^3 + 4x^2 - 24x = 0$ không có nghiệm trong khoảng $(0; 2)$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = 2$, $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là

$$S = \int_0^2 |-2x^4 + 8x^3 + 4x^2 - 24x| dx = \left| \int_0^2 (-2x^4 + 8x^3 + 4x^2 - 24x) dx \right| = \frac{272}{15}.$$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ biết hàm số $y = f''(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên.



Đặt $g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x^2\right) + f(-x^2 + 6)$, biết rằng $g(0) > 0$ và

$g(2) < 0$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |g(x)|$ là

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $y = f''(x)$ ta có $f''(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số $y = f'(x)$ đồng biến trên \mathbb{R} .

$$g'(x) = 2x \cdot f'\left(\frac{1}{2}x^2\right) - 2x \cdot f'(-x^2 + 6) = 2x \left[f'\left(\frac{1}{2}x^2\right) - f'(-x^2 + 6) \right].$$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 0 \\ f'\left(\frac{1}{2}x^2\right) = f'(-x^2 + 6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ \frac{1}{2}x^2 = -x^2 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ x = 2 \end{cases}.$$

(do hàm số $y = f'(x)$ đồng biến trên \mathbb{R})

$$\text{Xét } g'(x) > 0 \Leftrightarrow 2x \left[f'\left(\frac{1}{2}x^2\right) - f'(-x^2 + 6) \right] > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{2}x^2 > -x^2 + 6 \\ x < 0 \\ \frac{1}{2}x^2 < -x^2 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ -2 < x < 0 \end{cases}.$$

$$\text{Suy ra } g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ 0 < x < 2 \end{cases}.$$

Vì $g(x) = 2f\left(\frac{1}{2}x^2\right) + f(-x^2 + 6)$ là hàm số chẵn trên \mathbb{R} và có $g(2) < 0$ nên

$$g(-2) = g(2) = a < 0, g(0) = b > 0.$$

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

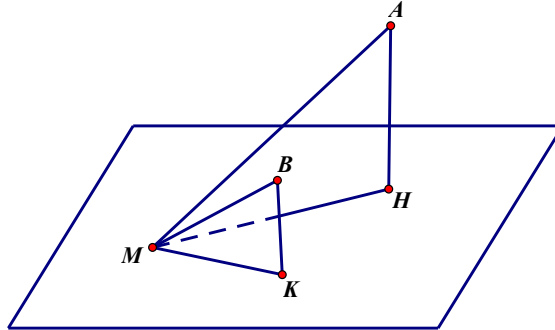
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$	$a < 0$	$b > 0$	$a < 0$	$+\infty$

Vậy hàm số $y = |g(x)|$ có 7 điểm cực trị. **Chọn D**

- Câu 49:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-10;6;2), B(-5;10;9)$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y + z + 12 = 0$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (α) sao cho MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau và biểu thức $T = 2MA^2 - MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng
- A. $\frac{232 - 38\sqrt{58}}{29}$. B. 10. C. -10. D. $\frac{38\sqrt{58} - 232}{29}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (α) , khi đó:

$$AH = d(A; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot (-10) - 2 \cdot 6 + 2 + 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 6;$$

$$BK = d(B; (\alpha)) = \frac{|2 \cdot (-5) - 2 \cdot 10 + 9 + 12|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2}} = 3.$$

Vì MA, MB tạo với (α) các góc bằng nhau nên $\widehat{AMH} = \widehat{BMK}$. Từ $AH = 2BK$ suy ra $MA = 2MB$.

$$\text{Ta có: } MA = 2MB \Leftrightarrow MA^2 = 4MB^2$$

$$\Leftrightarrow (a+10)^2 + (b-6)^2 + (c-2)^2 = 4[(a+5)^2 + (b-10)^2 + (c-9)^2]$$

$$\Leftrightarrow a^2 + b^2 + c^2 + \frac{20}{3}a - \frac{68}{3}b - \frac{68}{3}c + 228 = 0.$$

Như vậy, điểm M nằm trên mặt cầu (S) có tâm $I\left(-\frac{10}{3}; \frac{34}{3}; \frac{34}{3}\right)$ và bán kính $R = 2\sqrt{10}$.

Mà M thuộc (α)

Do đó, M thuộc đường tròn (C) là giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (α) , nên tâm J của đường tròn (C) là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (α) .

$$\text{Tìm được } J = (-2; 10; 12) \text{ và bán kính } (C) \text{ là } r = \sqrt{R^2 - IJ^2} = 6$$

$$\text{Gọi điểm } E \text{ thỏa mãn } 2\overline{EA} - \overline{EB} = \vec{0} \Rightarrow E(-15; 2; -5).$$

$$\text{Khi đó } T = 2(\overline{ME} + \overline{EA})^2 - (\overline{ME} + \overline{EB})^2 = ME^2 + 2EA^2 - EB^2 \text{ và } 2EA^2 - EB^2 \text{ không đổi.}$$

$$\text{Vậy } T_{\min} \Leftrightarrow ME_{\min}$$

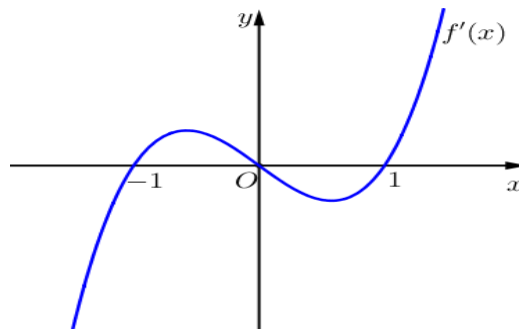
Gọi F là hình chiếu của E trên (α) , tìm được $F(-9; -4; -2) \Rightarrow FJ = 21 > r$ nên F nằm ngoài (C) .

$$\text{Suy ra } FM_{\min} = FJ - r = 15.$$

Khi đó $ME_{\min} = \sqrt{EF^2 + FM_{\min}^2} = 3\sqrt{34}$ khi M là giao điểm của FJ và (C) , M nằm giữa F, J

$$\Rightarrow \overline{FM} = \frac{15}{21} \overline{FJ} = \frac{5}{7} \overline{FJ} \Rightarrow M(-4; 6; 8) \Rightarrow a + b + c = 10.$$

Câu 50: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ thỏa mãn $f(0) = -2; f(-2) = 0$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-20; 20)$ để hàm số $g(x) = f[4f(x) - f''(x) + m]$ đồng biến trên khoảng $(0; 1)$?

A. 26.

B. 25.

C. 0.

D. 14.

Lời giải

Xét $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e \Rightarrow f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$.

Từ đồ thị $y = f'(x)$ ta có $f'(x) = 4ax(x^2 - 1) = 4ax^3 - 4ax$.

Vậy ta có hệ phương trình
$$\begin{cases} b = 0 \\ 2c = -4a \\ d = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0 \\ c = -2a \\ d = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = ax^4 - 2ax^2 + e.$$

Ta lại có
$$\begin{cases} f(0) = -2 \\ f(-2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ e = -2 \end{cases}.$$

Vậy $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2 - 2$.

Ta có $f'(x) = x^3 - x \Rightarrow f''(x) = 3x^2 - 1 \Rightarrow f'''(x) = 6x$

Xét hàm số $g(x) = f[4f(x) - f''(x) + m]$ trên đoạn $[0; 1]$

Ta có $g'(x) = [4f'(x) - f'''(x)]f'[4f(x) - f''(x) + m]$

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 1) \Leftrightarrow g'(x) \geq 0, \forall x \in (0; 1)$.

Mà $4f'(x) - f'''(x) < 0, \forall x \in (0; 1)$ và $4f(x) - f''(x) + m = x^4 - 5x^2 + m - 7$

Nên $g'(x) \geq 0, \forall x \in (0; 1)$

$\Leftrightarrow f'[4f(x) - f''(x) + m] \leq 0, \forall x \in (0; 1) \Leftrightarrow f'(x^4 - 5x^2 + m - 7) \leq 0, \forall x \in (0; 1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4 - 5x^2 + m - 7 \leq -1, \forall x \in (0; 1) \\ 0 \leq x^4 - 5x^2 + m - 7 \leq 1, \forall x \in (0; 1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m - 6 \leq -x^4 + 5x^2, \forall x \in (0; 1) \\ \begin{cases} m - 7 \geq -x^4 + 5x^2, \forall x \in (0; 1) \\ m - 8 \leq -x^4 + 5x^2, \forall x \in (0; 1) \end{cases} \end{cases} (*)$

Xét hàm số $h(x) = -x^4 + 5x^2$ trên $[0; 1]$

Tìm được $\min_{[0;1]} h(x) = 0, \max_{[0;1]} h(x) = 4$.

$$\text{Do đó } (*) \Leftrightarrow \begin{cases} m-6 \leq 0 \\ m-7 \geq 4 \\ m-8 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 6 \\ m \geq 11 \\ m \leq 8 \end{cases} \Leftrightarrow m \leq 6.$$

m nguyên thuộc khoảng $(-20; 20) \Rightarrow m \in \{-19, \dots, 6\}$

\Rightarrow có 26 giá trị nguyên của m .

-----**HẾT**-----