TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN

(Đề thi gồm 06 trang)

ĐỀ THI KSCL LỚP 12 THEO ĐỊNH HƯỚNG THI TN THPT VÀ XÉT TUYỂN ĐH NĂM 2021 - LẦN 2

Bài thi: Môn Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 357

Họ và tên thí sinh:... Số báo danh: ....

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{-2}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 2: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+2}$ là

A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2$.

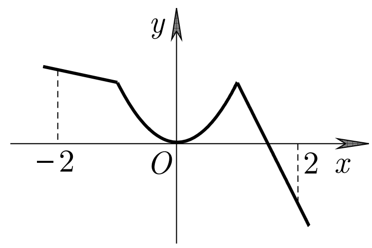
Câu 3: Cho số phức $z=3-4i$. Tìm phần ảo của số phức $z'=\overline{z}$.

A. -3. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 3.

Câu 4: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-2)<2$ là

A. $(-\infty;6)$. **B.** $(2;6)$. **C.** $[2;6)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Trên $[-2;2]$ hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị ?



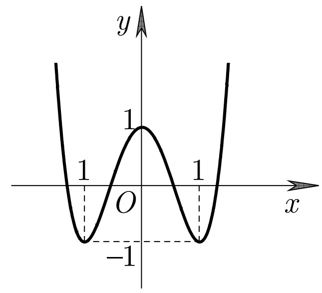
A. 4. **B.** 3.

C. 2. **D.** 1.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}(-1;0;1)$ và $\vec{b}(1;0;0)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 60^0. **D.** 135^0.

Câu 7: Đồ thị trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y=2x^4-4x^2+1$.

B. $y=x^3+2x+1$.

C. $y=x^4-2x^2+1$.

D. $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 8: Từ các chữ số $1,2,3,4$ lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 2 chữ số phân biệt ?

A. 6. **B.** 12. **C.** 16. **D.** 20.

Câu 9: Khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng S thì có thể tích bằng

A. Sh. **B.** $\dfrac{1}{3}Sh$. **C.** $3Sh$. **D.** $\dfrac{1}{2}Sh$.

Câu 10: Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $\int e^x dx=e^x+C$. **B.** $\int x dx=\dfrac{x^2+1}{2}+C$.

C. $\int \sin x dx=\cos x+C$. **D.** $\int \dfrac{1}{x}dx=\ln|x|+C$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại ?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 12: Đồ thị hàm số $y = (x^2 - 1)(x+1)^2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt ?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$. Đường thẳng d đi qua O và vuông góc với (P) có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{q}(-1; -2; 3)$. **B.** $\vec{p}(1; 2; 3)$. **C.** $\vec{n}(-1; 2; -3)$. **D.** $\overrightarrow{m}(1; -2; -3)$.

Câu 14: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 2. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 30π. **B.** 15π. **C.** 6π. **D.** 12π.

Câu 15: Cho các số phức $z_1 = 1 - 2i,\ z_2 = 2 + i$. Tìm điểm biểu diễn cho số phức $z = z_1 + z_2$.

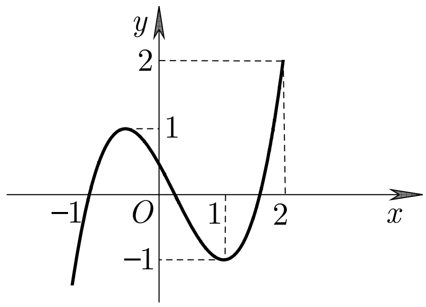
A. $Q(-1; 3)$. **B.** $N(3; 3)$. **C.** $P(3; -1)$. **D.** $M(1; 3)$.

Câu 16: Cho khối nón có góc ở đỉnh bằng 60^0 và bán kính đáy bằng 1. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{6}\pi$. **B.** $\sqrt{3}\pi$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$. **D.** π.

Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 1]$ là

A. -1. **B.** 1.
C. 2. **D.** 0.



Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 3,\ u_3 = 6$. Số hạng đầu u_1 là

A. 2. **B.** 1. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** 0.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(1; 2)$. **B.** $(1; +\infty)$.
C. $(-1; 2)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(2; -1; 0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(1; 3; -2)$. Phương trình của (Q) là

A. $x + 3y - 2z + 3 = 0$. **B.** $2x - y + 1 = 0$.
C. $x + 3y - 2z + 1 = 0$. **D.** $2x - y - 1 = 0$.

Câu 21: Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$, $\int_0^2 f(x)dx = 1$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 22: Cho các số thực dương a, b thoả mãn $a^2b = 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $2\log_2 a - \log_2 b = 1$. **B.** $2\log_2 a + \log_2 b = 2$.

C. $2\log_2 a + \log_2 b = 1$. **D.** $\log_2 a + 2\log_2 b = 1$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0; +\infty)$. Biết x^2 là một nguyên hàm của $x^2 f'(x)$ trên $(0; +\infty)$ và $f(1) = 1$. Tính $f(e)$.

A. $2e+1$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** e.

Câu 24: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 75^0. **D.** 60^0.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-4;3)$ và $B(2;3;4)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua B và chứa trục Ox. Khoảng cách từ A đến (P) bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 26: Cho khối hộp đứng $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $\widehat{ABC} = 120^0$, đường thẳng AC_1 tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45^0. Tính thể tích khối hộp đã cho.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{3a^3}{2}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a^3}{4}$.

Câu 27: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 2a$, độ dài tất cả các cạnh còn lại cùng bằng $a\sqrt{2}$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện đã cho bằng

A. $16\pi a^2$. **B.** πa^2. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $\frac{4}{3}\pi a^2$.

Câu 28: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2-3x+2}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a\sqrt{3}$, $BC = a$, các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{5}$. Gọi M là trung điểm SC. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(ABCD)$.

A. a. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Câu 30: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(x-1)^2$ là

A. $y' = \frac{2}{(x-1)\ln 2}$. **B.** $y' = \frac{2\ln 2}{(x-1)^2}$. **C.** $y' = \frac{2\ln 2}{x-1}$. **D.** $y' = \frac{2}{(x-1)^2\ln 2}$.

Câu 31: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho tồn tại số thực b thoả mãn $2^a = 3^b$ và $a - b < 4$?

A. 6. **B.** 10. **C.** Vô số. **D.** 1.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên tập xác định $(-\infty; 2]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt ?

x	$-\infty$		-1		0		1		2
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

A. 2. **B.** 3.
C. 1. **D.** 0.

Câu 33: Một tổ gồm 6 học sinh trong đó có An và Hà được xếp ngẫu nhiên ngồi vào một dãy 6 cái ghế, mỗi người ngồi một ghế. Tính xác suất để An và Hà không ngồi cạnh nhau.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-12}{4}$ cắt mặt phẳng $(P): x - 5y - 3z + 2 = 0$ tại điểm M. Độ dài OM bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm, đồng biến và nhận giá trị âm trên $(0; +\infty)$. Hàm số $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ có bao nhiêu điểm cực trị trên $(0; +\infty)$?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 36: Gọi (D) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 1$ và $y = 2 - x^2$. Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức

A. $V = \pi \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (2 - x^2)^2 dx - 4\pi$. **B.** $V = \pi \int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (2 - x^2)^2 dx$.

C. $V = \pi \int_{-1}^{1} (2 - x^2)^2 dx$. **D.** $V = \pi \int_{-1}^{1} (2 - x^2)^2 dx - 2\pi$.

Câu 37: Biết phương trình $z^2 - 2z + 3 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. $z_1 + z_2$ là số thực. **B.** $z_1 - z_2$ là số thực. **C.** $z_1^2 + z_2^2$ là số thực. **D.** $z_1 z_2$ là số thực.

Câu 38: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2\left(x\sqrt{x^2+3} - x^2\right) \le \sqrt{x^2+3} - 2x$ là

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;-4;-5)$ và các đường thẳng $d_1: \frac{x+4}{-5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{3}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-2}$. Đường thẳng d đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B. Diện tích tam giác OAB bằng

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}$.

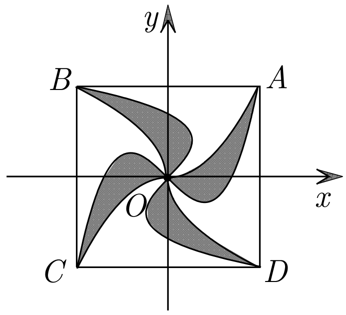
Câu 40: Có bao nhiêu số phức z thoả mãn $\frac{z^2}{z-2i} = |z^2|$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 41: Một cơ sở chế biến nước mắm đặt hàng xưởng sản xuất gia công làm một bể chứa bằng Inox hình trụ có nắp đậy với dung tích $2\,m^3$. Yêu cầu đặt ra cho xưởng sản xuất là phải tốn ít vật liệu nhất. Biết rằng giá tiền $1\,m^2$ Inox là 600 nghìn đồng, hỏi số tiền Inox (làm tròn đến hàng nghìn) để sản xuất bể chứa nói trên là bao nhiêu ?

A. 7307000 đồng. **B.** 6421000 đồng. **C.** 4121000 đồng. **D.** 5273000 đồng.

Câu 42: Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $2\,m$ được lát gạch màu trắng và trang trí bởi một hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ toạ độ Oxy với O là tâm hình vuông sao cho $A(1;\,1)$ như hình vẽ bên thì các đường cong OA có phương trình $y = x^2$ và $y = ax^3 + bx$. Tính giá trị ab biết rằng diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\dfrac{1}{3}$ diện tích mặt sàn.

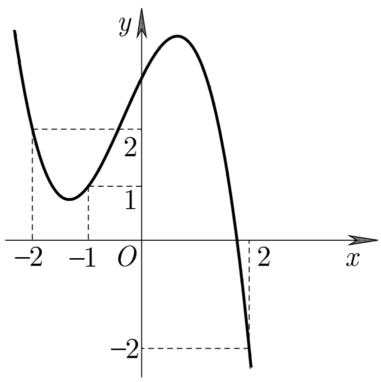


A. -2. **B.** 2.
C. -3. **D.** 3.

Câu 43: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm $y = f'(x-1)$ được cho trong hình vẽ bên. Hàm số $g(x) = f(2x) + 2x^2 + 2x$ đồng biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(-2;\,-1)$. **B.** $(1;\,2)$.

C. $(0;\,1)$. **D.** $(-1;\,0)$.



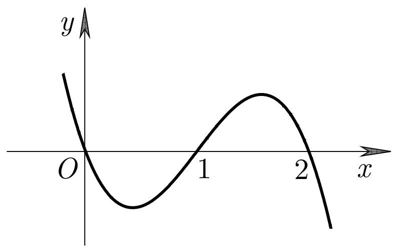
Câu 44: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D, cạnh bên SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho biết $AB = AD = a$, $CD = 2a$ góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) bằng 30^0. Tính thể tích khối chóp đã cho

A. $2a^3$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{3a^3}{2}$. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(\sin x)$ trên $[0;\,\pi]$ là

A. $f(0)$. **B.** $f(1)$.

C. $f\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **D.** $f\left(\dfrac{1}{2}\right)$.



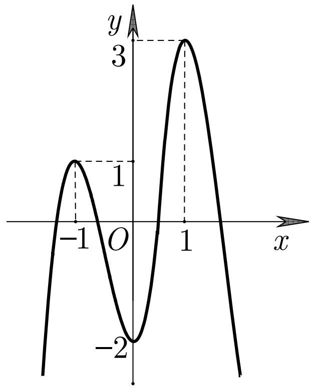
Câu 46: Có bao nhiêu giá trị thực của y để với mỗi y tồn tại đúng 2 giá trị thực của x sao cho $\ln(4x^2) = xy + y$?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 47: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thoả mãn $f(1) = 1$ và $f(2x) - xf(x^2) = 5x - 2x^3 - 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_1^2 xf'(x)dx$.

A. $I = 3$. **B.** $I = -1$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 5$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(1-x)$ được cho trong hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\left|f\left(\frac{1-x}{x+2}\right)+m\right| = 1$ có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc $[-1;1]$?



A. 3. **B.** 4.
C. 2. **D.** 1.

Câu 49: Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 - 4 + 3i| = 1$ và $|z_2 - 8 - 6i| = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $5b + c = 4$. **B.** $5b + c = -12$. **C.** $5b + c = 12$. **D.** $5b + c = -4$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $d: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{-2}$ và $\Delta: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$. Biết rằng trong tất cả các mặt phẳng chứa Δ thì mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 25 = 0$ tạo với d góc lớn nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = 9$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = -8$. **D.** $T = -7$.

----------- HẾT ----------

1.B	**2.A**	**3.B**	**4.B**	**5.C**	**6.D**	**7.A**	**8.B**	**9.A**	**10.C**
11.D	**12.A**	**13.C**	**14.D**	**15.C**	**16.C**	**17.B**	**18.C**	**19.A**	**20.C**
21.D	**22.C**	**23.B**	**24.B**	**25.D**	**26.B**	**27.C**	**28.B**	**29.A**	**30.A**
31.B	**32.A**	**33.C**	**34.A**	**35.D**	**36.D**	**37.B**	**38.C**	**39.D**	**40.D**
41.D	**42.A**	**43.D**	**44.D**	**45.B**	**46.C**	**47.A**	**48.A**	**49.B**	**50.C**

BẢNG ĐÁP ÁN

1-B	**2-A**	**3-B**	**4-B**	**5-C**	**6-D**	**7-A**	**8-B**	**9-A**	**10-C**
11-D	**12-A**	**13-C**	**14-D**	**15-C**	**16-C**	**17-B**	**18-C**	**19-A**	**20-C**
21-D	**22-C**	**23-B**	**24-B**	**25-D**	**26-B**	**27-C**	**28-B**	**29-A**	**30-A**
31-B	**32-A**	**33-C**	**34-A**	**35-D**	**36-D**	**37-B**	**38-C**	**39-B**	**40-D**
41-D	**42-A**	**43-D**	**44-D**	**45-B**	**46-C**	**47-A**	**48-A**	**49-B**	**50-C**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1 (NB)

Phương pháp:

Hàm số lũy thừa $y = x^n$ với $n \in \mathbb{Z}^-$ xác định khi và chỉ khi $x \neq 0$.

Cách giải:

Hàm số $y = (1-x)^{-2}$ xác định khi $1 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Chọn B.

Câu 2 (NB)

Phương pháp:

Đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có TCN $y = \dfrac{a}{c}$.

Cách giải:

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-x}{x+2}$ là $y = -1$.

Chọn A.

Câu 3 (NB)

Phương pháp:

Số phức $z = a + bi$ có số phức liên hợp $\overline{z} = a - bi$.

Cách giải:

$z = 3 - 4i \Rightarrow z' = \overline{z} = 3 + 4i$ có phần ảo bằng 4.

Chọn B.

Câu 4 (NB)

Phương pháp:

Giải bất phương trình logarit: $\log_a x < b \Leftrightarrow 0 < x < a^b$ (với $a > 1$).

Cách giải:

$\log_2(x-2) < 2 \Leftrightarrow 0 < x-2 < 4 \Leftrightarrow 2 < x < 6.$

Chọn B.

Câu 5 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị xác định các điểm thuộc $[-2;2]$ mà hàm số liên tục và qua đó đổi chiều.

Cách giải:

Dựa vào đồ thị ta thấy trên $[-2;2]$ hàm số có 2 điểm cực trị $x=0, x=x_0 \in (0;2)$.

Chọn C.

Câu 6 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính góc giữa hai vectơ: $\angle(\vec{a};\vec{b}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}$.

Cách giải:

$$\angle(\vec{a};\vec{b}) = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|} = \frac{-1.1+0.0+1.0}{\sqrt{(-1)^2+0^2+1^2}.\sqrt{1^2+0^2+0^2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \angle(\vec{a};\vec{b}) = 135^0$$

Chọn D.

Câu 7 (TH)

Phương pháp:

- Nhận biết đồ thị hàm đa thức bậc ba và bậc bốn trùng phương.

- Dựa vào các điểm thuộc đồ thị hàm số.

Cách giải:

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm bậc bốn trùng phương nên loại B và C.

Đồ thị đi qua điểm $(1;-1)$ nên loại đáp án C.

Chọn A.

Câu 8 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng chỉnh hợp.

Cách giải:

Từ các chữ số 1, 2, 3, 4 lập được $A_4^2 = 12$ số tự nhiên gồm 2 chữ số phân biệt.

Chọn B.

Câu 9 (NB)

Phương pháp:

Khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng S thì có thể tích bằng Sh.

Cách giải:

Khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng S thì có thể tích bằng Sh.

Chọn A.

Câu 10 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng các công thức tính nguyên hàm: $\int e^x dx = e^x + C, \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C\left(n \neq -1\right), \int \frac{1}{x}dx = \ln\left|x\right| + C.$

Cách giải:

Vì $\int \sin x dx = -\cos x + C$ nên đáp án C sai.

Chọn C.

Câu 11 (NB)

Phương pháp:

Xác định điểm cực đại của hàm số là điểm mà tại đó hàm số liên tục và đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm.

Cách giải:

Dựa vào BXD đạo hàm ta suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực đại $x = -1, x = 1$.

Chọn D.

Câu 12 (NB)

Phương pháp:

Giải phương trình hoành độ giao điểm.

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $\left(x^2 - 1\right)\left(x + 1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Vậy đồ thị hàm số $y = \left(x^2 - 1\right)\left(x + 1\right)^2$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Chọn A.

Câu 13 (TH)

Phương pháp:

- Mặt phẳng $(P): Ax+By+Cz+D=0$ có 1 VTPT là $\vec{n}=(A;B;C)$.

- $d\perp(P)\Rightarrow \overrightarrow{u_d}=\overrightarrow{n_P}$.

Cách giải:

Mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ có 1 VTPT là $(1;-2;3)$.

Vì $d\perp(P)$ nên đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{n}=-(1;-2;3)=(-1;2;-3)$.

Chọn C.

Câu 14 (NB)

Phương pháp:

- Diện tích xung quanh khối trụ có chiều cao $h,$ bán kính đáy r là $S_{xq}=2\pi rh.$

Cách giải:

Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng: $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.3.2=12\pi.$

Chọn D.

Câu 15 (TH)

Phương pháp:

- Thực hiện phép cộng số phức, tìm số phức $z=z_1+z_2$.

- Số phức $z=a+bi$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức là $M(a;b)$.

Cách giải:

Ta có: $z=z_1+z_2=(1-2i)+(2+i)=3-i.$

$\Rightarrow z=3-i$ có điểm biểu diễn là $P(3;-1)$.

Chọn C.

Câu 16 (TH)

Phương pháp:

- Tính chiều cao khối nón $h=r.\cot\alpha$ với 2α là góc ở đỉnh của khối nón.

- Thể tích của khối nón có bán kính đáy r và đường cao h là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h.$

Cách giải:

Chiều cao khối nón là $h=r.\cot\alpha=1.\cot 30^0=\sqrt{3}.$

Thể tích khối nón: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h=\frac{1}{3}\pi.1^2.\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$.

Chọn C.

Câu 17 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào đồ thị trên $\left[-1;1\right]$ xác định điểm cao nhất.

Cách giải:

$\max\limits_{[-1;1]} y=1$

Chọn B.

Câu 18 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng tính chất CSN: $u_{n-1}u_{n+1}=u_n^2$.

Cách giải:

Ta có $u_1.u_3=u_2^2\Rightarrow u_1=\frac{u_2^2}{u_3}=\frac{9}{6}=\frac{3}{2}$.

Chọn C.

Câu 19 (NB)

Phương pháp:

Dựa vào BBT xác định các khoảng nghịch biến là khoảng đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải.

Cách giải:

Dựa vào BBT ta suy ra hàm số nghịch biến trên $\left(1;2\right)$.

Chọn A.

Chú ý khi giải: Kết luận khoảng nghịch biến là khoảng của biến, không kết luận khoảng giá trị là $\left(-1;2\right)$.

Câu 20 (NB)

Phương pháp:

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và nhận $\vec{n}=\left(A;B;C\right)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)+C\left(z-z_0\right)=0$.

Cách giải:

Phương trình của $\left(Q\right)$ là: $1\left(x-2\right)+3\left(y+1\right)-2z=0\Leftrightarrow x+3y-2z+1=0$.

Chọn C.

Câu 21 (NB)

Phương pháp:

Sử dụng tính chất tích phân: $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^c f(x)dx + \int\limits_c^b f(x)dx.$

Cách giải:

$$\int\limits_1^2 f(x)dx = \int\limits_0^2 f(x)dx - \int\limits_0^1 f(x)dx = 1 - 2 = -1.$$

Chọn D.

Câu 22 (TH)

Phương pháp:

- Lấy logarit cơ số 2 cả hai vế.

- Sử dụng công thức $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y, \log_a x^m = m\log_a x\left(0 < a \ne 1, x, y > 0\right).$

Cách giải:

$$a^2b = 2$$

$$\Leftrightarrow \log_2(a^2b) = \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow 2\log_2 a + \log_2 b = 1$$

Chọn C.

Câu 23 (TH)

Phương pháp:

- Sử dụng: $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thì $F'(x) = f(x)$. Từ đó tìm $f'(x)$.

- Tìm $f(x) = \int f'(x)dx.$

- Sử dụng $f(1) = 1$ tìm hằng số C sau đó tính $f(e)$.

Cách giải:

Do x^2 là một nguyên hàm của $x^2 f'(x)$ trên $(0;+\infty)$ nên $x^2 f'(x) = (x^2)' = 2x \Rightarrow f'(x) = \dfrac{2x}{x^2} = \dfrac{2}{x}.$

$$\Rightarrow f(x) = \int f'(x)dx = \int \frac{2}{x}dx = 2\ln x + C.$$

Mà $f(1) = 1 \Rightarrow 2\ln 1 + C = 1 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow f(x) = 2\ln x + 1.$

Vậy $f(e) = 2\ln e + 1 = 3.$

Chọn B.

Câu 24 (TH)

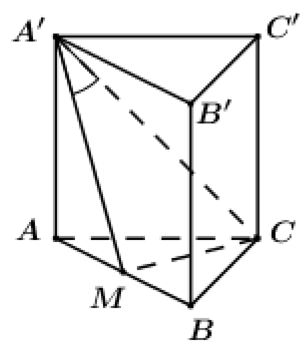
Phương pháp:

- Gọi M là trung điểm của AB, chứng minh $CM \perp \left(ABB'A'\right)$.

- Xác định góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ bằng góc giữa $A'C$ và hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$.

- Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác để tính góc.

Cách giải:



Gọi M là trung điểm của AB ta có $\begin{cases} CM \perp AB \\ CM \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CM \perp \left(ABB'A'\right)$.

$\Rightarrow A'M$ là hình chiếu của $A'C$ lên mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$

$\Rightarrow \angle\left(A'C;\left(ABB'A'\right)\right) = \angle\left(A'C;A'M\right) = \angle CA'M$.

Vì $CM \perp \left(ABB'A'\right) \Rightarrow CM \perp A'M$ nên $\Delta A'CM$ vuông tại M.

Tam giác ABC đều cạnh $a \Rightarrow CM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Áp dụng định lí Pytago: $A'M = \sqrt{AA'^2 + AM^2} = \sqrt{2a^2 + \dfrac{a^2}{4}} = \dfrac{3a}{2}$.

$\Rightarrow \tan \angle CA'M = \dfrac{CM}{A'M} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} : \dfrac{3a}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \angle CA'M = 30^0$.

Vậy $\angle\left(A'C;\left(ABB'A'\right)\right) = 30^0$.

Chọn B.

Câu 25 (TH)

Phương pháp:

- $\begin{cases} Ox \subset (P) \\ OB \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = \left[\vec{i}; \overrightarrow{OB}\right]$.

- Viết phương trình mặt phẳng (P): Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là: $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

- Khoảng cách từ điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ đến mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ là

$$d(I;(P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

Cách giải:

Gọi $\overrightarrow{n_P}$ là 1 VTPT của (P). Ta có $\begin{cases} Ox \subset (P) \\ OB \subset (P) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_P} = \left[\vec{i}; \overrightarrow{OB}\right] = (0; -4; 3)$.

Phương trình mặt phẳng (P) là: $-4(y-3) + 3(z-4) = 0 \Leftrightarrow 4y - 3z = 0$.

Vậy $d(A;(P)) = \frac{|4.(-4) - 3.3|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 5$.

Chọn D.

Câu 26 (TH)

Phương pháp:

- Sử dụng: Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc giữa đường thẳng và hình chiếu của nó trên mặt phẳng đó, xác định $\angle(AC_1; (ABCD))$.

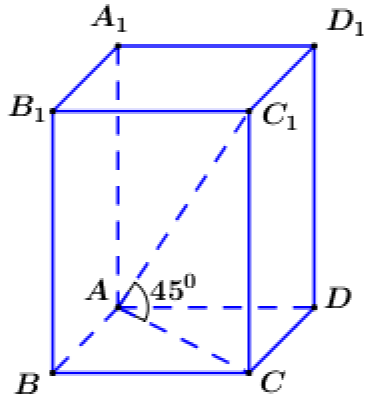
- Sử dụng định lí cosin trong tam giác tính AC.

- Sử dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông tính CC_1.

- Tính $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB.AC.\sin \angle ABC \Rightarrow S_{ABCD}$.

- Tính thể tích $V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = CC_1.S_{ABCD}$.

Cách giải:



Ta có $\angle\left(AC_1;\left(ABCD\right)\right)=\angle\left(AC_1;AC\right)=\angle C_1AC=45^0\Rightarrow\Delta ACC_1$ vuông cân tại C.

Mà $AC=\sqrt{AB^2+BC^2-2.AB.BC.\cos\angle ABC}=a\sqrt{3}\Rightarrow CC_1=a\sqrt{3}.$

Ta có $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}.AB.AC.\sin\angle ABC=\dfrac{1}{2}.a.a.\sin 120^0=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}\Rightarrow S_{ABCD}=2S_{ABC}=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{2}.$

Vậy $V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1}=CC_1.S_{ABCD}=a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}a^2}{2}=\dfrac{3a^3}{2}.$

Chọn B.

Câu 27 (TH)

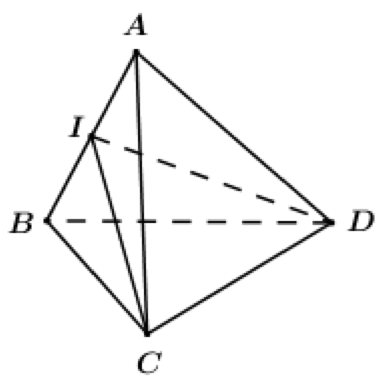
Phương pháp:

- Chứng minh $\Delta ABC,\Delta ABD$ vuông (định lí Pytago đảo).

- Gọi I là trung điểm của $AB,$ chứng minh $IA=IB=IC=ID.$

- Diện tích mặt cầu bán kính R là $S=4\pi R^2.$

Cách giải:



Ta có $\begin{cases}AC^2+BC^2=\left(a\sqrt{2}\right)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2=4a^2=AB^2\\AD^2+BD^2=\left(a\sqrt{2}\right)^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2=4a^2=AB^2\end{cases}\Rightarrow\Delta ABC,\Delta ABD$ là các tam giác vuông tại $C,D.$

Gọi I là trung điểm của $AB,$ ta có $\begin{cases} IC = \dfrac{1}{2}AB = IA = IB \\ ID = \dfrac{1}{2}AB = IA = IB \end{cases} \Rightarrow IA = IB = IC = ID.$

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD,$ bán kính mặt cầu là $R = IA = \dfrac{1}{2}AB = a.$

Vậy diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 = 4\pi a^2.$

Chọn C.

Câu 28 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng khái niệm đường tiệm cận của đồ thị hàm số: Cho hàm số $y = f\left(x\right).$

- Đường thẳng $y = y_0$ là TCN của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y = y_0.$

- Đường thẳng $x = x_0$ là TCĐ của đồ thị hàm số nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau: $\lim\limits_{x\to x_0^+} y = +\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^+} y = -\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} y = +\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to x_0^-} y = -\infty.$

Cách giải:

ĐKXĐ: $\begin{cases} 1 - x \ge 0 \\ x^2 - 3x + 2 \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < 1.$

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{1-x}}{x^2 - 3x + 2} = 0, \lim\limits_{x\to+\infty} y$ không tồn tại.

$\Rightarrow y = 0$ là TCN của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to1^-} y = \lim\limits_{x\to1^-} \dfrac{\sqrt{1-x}}{x^2 - 3x + 2} = +\infty, \lim\limits_{x\to2} y$ không tồn tại.

$\Rightarrow x = 1$ là TCĐ của đồ thị hàm số.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{1-x}}{x^2 - 3x + 2}$ là 2.

Chọn B.

Câu 29 (TH)

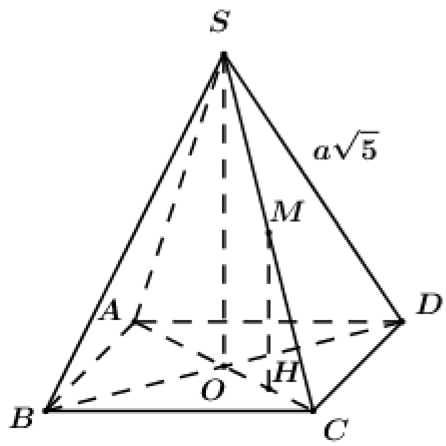
Phương pháp:

- Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp \left(ABCD\right)$

- Gọi H là trung điểm của $OC,$ chứng minh $MH \perp \left(ABCD\right) \Rightarrow d\left(M;\left(ABCD\right)\right) = MH.$

- Sử dụng định lí Pytago và tính chất đường trung bình của tam giác để tính khoảng cách.

Cách giải:



Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Gọi H là trung điểm của $OC \Rightarrow MH // SH$ (MH là đường trung bình của ΔSOC).

$MH \perp (ABCD) \Rightarrow d\left(M;(ABCD)\right) = MH$

Ta có: $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a \Rightarrow OC = a.$

$\Rightarrow SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{5a^2 - a^2} = 2a.$

$\Rightarrow MH = \dfrac{1}{2}SO = a.$

Vậy $d\left(M;(ABCD)\right) = a.$

Chọn A.

Câu 30 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng công thức tính đạo hàm $(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u\ln a}$.

Cách giải:

$y = \log_2 (x-1)^2$

$\Rightarrow y' = \dfrac{\left[(x-1)^2\right]'}{(x-1)^2 \ln 2} = \dfrac{2(x-1)}{(x-1)^2 \ln 2} = \dfrac{2}{(x-1)\ln 2}$

Chọn A.

Câu 31 (VD)

Phương pháp:

- Từ $2^a = 3^b$ lấy logarit cơ số 3 hai vế, rút b theo a.

- Thế vào bất phương trình $a - b < 4,$ giải bất phương trình tìm a.

Cách giải:

Ta có $2^a = 3^b \Rightarrow b = a\log_3 2.$

$\Rightarrow a - b < 4 \Leftrightarrow a - a\log_3 2 < 4$

$\Leftrightarrow a\left(1 - \log_3 2\right) < 4$

$\Leftrightarrow a\log_3 \frac{3}{2} < 4$

$\Leftrightarrow a < \frac{4}{\log_3 \frac{3}{2}}$

Do đó $a \in \left(0; \frac{4}{\log_3 \frac{3}{2}}\right)$. Kết hợp điều kiện $a \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \in \{1; 2; 3; ...; 10\}$.

Vậy có 10 giá trị của a thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 32 (TH)

Phương pháp:

Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right) = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ và đường thẳng $y = m$ song song với trục hoành.

Cách giải:

Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f\left(x\right)$ tại 2 điểm phân biệt trên $\left(-\infty; 2\right]$ khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 33 (TH)

Phương pháp:

Sử dụng biến cố đối.

Cách giải:

Số phần tử của không gian mẫu là $6! = 720$.

Gọi A là biến cố: “An và Hà không ngồi cạnh nhau” $\Rightarrow$ Biến cố đối $\overline{A}$: “An và Hà ngồi cạnh nhau”.

Coi An và Hà là 1 bạn, có 2 cách đổi chỗ An và Hà, khi đó có tất cả 5 bạn xếp vào 5 ghế $\Rightarrow n\left(\overline{A}\right)=2.5!=240$

Vậy xác suất của biến cố A là: $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{n\left(\overline{A}\right)}{n\left(\Omega\right)}=1-\dfrac{240}{720}=\dfrac{2}{3}.$

Chọn C.

Câu 34 (TH)

Phương pháp:

- Giải hệ $\begin{cases} d \\ \left(P\right) \end{cases}$ tìm tọa độ điểm M.

- Tính $OM=\sqrt{x_M^2+y_M^2+z_M^2}$.

Cách giải:

Vì $M=d\cap\left(P\right)$ nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} x=1+t \\ y=9+3t \\ z=12+4t \\ z-5y-3z+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=-3 \\ x=-2 \\ y=0 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow M\left(-2;0;0\right).$

Vậy $OM=2$.

Chọn A.

Câu 35 (VD)

Phương pháp:

- Tính đạo hàm hàm số $g\left(x\right)$, sử dụng quy tắc tính đạo hàm của thương.

- Sử dụng dữ kiện đề bài cho xác định dấu của $g'\left(x\right)$.

Cách giải:

Ta có: $g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}\Rightarrow g'\left(x\right)=\dfrac{f'\left(x\right).x-f\left(x\right)}{x^2}$.

Vì hàm số đồng biến và nhận giá trị âm trên $\left(0;+\infty\right)$ nên $\begin{cases} f'\left(x\right)>0 \\ x>0 \\ f\left(x\right)<0 \end{cases} \Rightarrow g'\left(x\right)>0\ \forall x\in\left(0;+\infty\right).$

Vậy hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}$ không có cực trị trên $\left(0;+\infty\right)$.

Chọn D.

Câu 36 (TH)

Phương pháp:

- Xét phương trình hoành độ giao điểm tìm các cận.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quanh hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f\left(x\right),y=g\left(x\right),x=a,$ $x=b$ xung quanh trục Ox là: $V=\pi\int\limits_{a}^{b}\left|f^{2}\left(x\right)-g^{2}\left(x\right)\right|dx.$

Cách giải:

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $1=2-x^{2}\Leftrightarrow x=\pm1.$

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay $\left(D\right)$ xung quanh trục Ox được tính theo công thức

$$V=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left|\left(2-x^{2}\right)^{2}-1^{2}\right|dx$$

$$=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left(\left(2-x^{2}\right)^{2}-1\right)dx$$

$$=\pi\left(\int\limits_{-1}^{1}\left(2-x^{2}\right)^{2}dx-\int\limits_{-1}^{1}dx\right)$$

$$=\pi\left(\int\limits_{-1}^{1}\left(2-x^{2}\right)^{2}dx-2\right)$$

$$=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left(2-x^{2}\right)^{2}dx-2\pi$$

Chọn D.

Câu 37 (TH)

Phương pháp:

- Giải phương trình bậc hai tìm hai số phức z_1,z_2.

- Tính từng đáp án và chọn đáp án sai.

Cách giải:

$$z^{2}-2z+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=1+\sqrt{2}i\\z_2=1-\sqrt{2}i\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow z_1+z_2=\left(1+\sqrt{2}i\right)+\left(1-\sqrt{2}i\right)=2$$

$$z_1z_2=\left(1+\sqrt{2}i\right).\left(1-\sqrt{2}i\right)=3$$

$$z_1^2+z_2^2=\left(1+\sqrt{2}i\right)^{2}+\left(1-\sqrt{2}i\right)^{2}=-2.$$

Vậy mệnh đề B sai.

Chọn B.

Câu 38 (VD)

Phương pháp:

- Tìm ĐKXĐ.

- Nhân liên hợp biểu thức trong loga ở Vế trái, sử dụng công thức $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y\left(0 < a \ne 1, x, y > 0\right)$

- Xét hàm đặc trưng.

- Giải bất phương trình chứa căn: $\sqrt{A} \ge B \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B < 0 \\ \begin{cases} B \ge 0 \\ A \ge B^2 \end{cases} \end{array}\right.$.

Cách giải:

ĐKXĐ: $x\sqrt{x^2+3} - x^2 > 0 \Leftrightarrow x\left(\sqrt{x^2+3} - x\right) > 0.$

Ta có $x^2 + 3 > x^2 \Rightarrow \sqrt{x^2+3} > |x| > x \Rightarrow \sqrt{x^2+3} - x > 0 \Rightarrow x > 0.$

Ta có:

$$\log_2\left(x\sqrt{x^2+3} - x^2\right) \le \sqrt{x^2+3} - 2x$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(x\frac{3}{\sqrt{x^2+3}+x}\right) \le \sqrt{x^2+3} - 2x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{3x}{\sqrt{x^2+3}+x} \le \sqrt{x^2+3} - 2x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 3x - \log_2\left(\sqrt{x^2+3}+x\right) \le \sqrt{x^2+3} + x - 3x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 3x + 3x \le \log_2\left(\sqrt{x^2+3}+x\right) + \sqrt{x^2+3} + x$$

Xét hàm đặc trưng $f\left(t\right) = \log_2 t + t\left(t > 0\right)$ ta có $f'\left(t\right) = \frac{1}{t\ln 2} + 1 > 0\ \forall t > 0$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Do đó $3x \le \sqrt{x^2+3} + x \Leftrightarrow \sqrt{x^2+3} \ge 2x$

$\Leftrightarrow x^2 + 3 \ge 4x^2$ (do $x > 0$) $\Leftrightarrow x^2 \le 1 \Leftrightarrow -1 \le x \le 1.$

Kết hợp điều kiện $x > 0 \Rightarrow 0 < x \le 1.$

Vậy bất phương trình đã cho có 3 nghiệm nguyên $x = 1.$

Chọn C.

Câu 39 (VD)

Phương pháp:

- Tham số hóa tọa độ điểm A, B.

- Sử dụng điều kiện M, A, B thẳng hàng tìm tọa độ điểm A, B.

- Sử dụng công thức $S_{OAB} = \frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right]\right|$.

Cách giải:

Gọi $A\left(-4-5a; 4+2a; 2+3a\right) \in d_1, B\left(1-b; 2+3b; -5-2b\right) \in d_2$.

Vì $M, A, B \in d$ nên chúng thẳng hàng $\Rightarrow \overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}$ cùng phương.

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{MA} = \left(5a+7; -2a-8; -3a-7\right) \\ \overrightarrow{MB} = \left(b+2; -3b-6; 2b\right) \end{cases}$

$$\Rightarrow \frac{5a+7}{b+2} = \frac{-2a-8}{-3b-6} = \frac{-3a-7}{2b}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 15ab+30a+21b+42 = 2ab+8b+4a+16 \\ 10ab+14b = -3ab-6a-7b-14 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13ab+26a+13b+26 = 0 \\ 13ab+6a+21b+14 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 20a-8b+12 = 0 \\ ab+2a+b+2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5a-2b+3 = 0 \\ ab+2a+b+2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5a+3}{2} \\ a.\frac{5a+3}{2}+2a+\frac{5a+3}{2}+2 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5a+3}{2} \\ 5a^2+3a+4a+5a+3+4 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{5a+3}{2} \\ 5a^2+12a+7 = 0 \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1, b=-1 \\ a=-\dfrac{7}{5}, b=-2 \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} A(1;2;-1), B(2;-1;-3) \\ A\left(3;\dfrac{6}{5};-\dfrac{11}{5}\right), B(3;-4;-1) \end{array}\right.$

TH1: $A(1;2;-1), B(2;-1;-3) \Rightarrow \overrightarrow{OA}(1;2;-1), \overrightarrow{OB}(2;-1;-3)$

$\Rightarrow S_{OAB}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right]\right|=\dfrac{1}{2}\sqrt{3^2+6^2+0^2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

TH2: $A\left(3;\dfrac{6}{5};-\dfrac{11}{5}\right), B(3;-4;-1) \Rightarrow \overrightarrow{OA}\left(3;\dfrac{6}{5};-\dfrac{11}{5}\right), \overrightarrow{OB}(3;-4;-1)$

$\Rightarrow S_{OAB}=\dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}\right]\right|=\dfrac{1}{2}.\sqrt{10^2+3,6^2+15,6^2}=\dfrac{\sqrt{8908}}{10}$.

Chọn B.

Câu 40 (VD)

Phương pháp:

- Sử dụng: $\left|z^2\right|=|z|^2=z.\overline{z}.$

- Đưa phương trình về dạng tích.

- Đặt $z=x+yi \Rightarrow \overline{z}=x-yi,$ thế vào phương trình và sử dụng điều kiện hai số phức bằng nhau.

- Giải hệ phương trình đại số bằng phương pháp thế.

Cách giải:

ĐK: $z \neq 2i.$

Ta có:

$\dfrac{z^2}{z-2i}=\left|z^2\right| \Leftrightarrow \dfrac{z^2}{z-2i}=|z|^2=z.\overline{z}$

$\Leftrightarrow z\left(\dfrac{z}{z-2i}-\overline{z}\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=0\,(tm) \\ \dfrac{z}{z-2i}-\overline{z}=0 \ (*) \end{array}\right.$

Đặt $z=x+yi \Rightarrow \overline{z}=x-yi,$ thay vào (*) ta có

$x+yi=(x-yi)(x+yi-2i)$

$\Leftrightarrow x+yi=x^2+xyi-2xi-xyi+y^2-2y$

$\Leftrightarrow x+yi=x^2+y^2-2y-2xi$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+y^2-2y=x \\ y=-2x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+4x^2+4x=x \\ y=-2x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2+3x=0 \\ y=-2x \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0; y=0 \\ x=-\dfrac{3}{5}; y=\dfrac{6}{5} \end{array} \right.$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} z=0 \\ z=-\dfrac{3}{5}+\dfrac{6}{3}i \end{array} \right.$

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 41 (VD)

Phương pháp:

- Gọi r,h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của bể hình trụ. Tính thể tích khối trụ $V=\pi r^2h,$ từ đó rút h theo $r.$

- Tính diện tích toàn phần của bể hình trụ là $S_{tp}=2\pi rh+2\pi r^2,$ thế h theo r và áp dụng BĐT Cô-si: $a+b+c\ge 3\sqrt[3]{abc},$ dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c.$

- Tính số tiền.

Cách giải:

Gọi r,h lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của bể hình trụ. Theo bài ra ta có $\pi r^2h=2\Leftrightarrow h=\dfrac{2}{\pi r^2}.$

$\Rightarrow$ Diện tích toàn phần của bể hình trụ là $S_{tp}=2\pi rh+2\pi r^2=2\pi r.\dfrac{2}{\pi r^2}+2\pi r^2=\dfrac{4}{r}+2\pi r^2\left(m^2\right).$

Áp dụng BĐT Cô-si ta có: $\dfrac{4}{r}+2\pi r^2=\dfrac{2}{r}+\dfrac{2}{r}+2\pi r^2\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{2}{r}.\dfrac{2}{r}.2\pi r^2}=6\sqrt[3]{\pi}.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \dfrac{2}{r}=2\pi r^2\Leftrightarrow r=\dfrac{1}{\sqrt[3]{\pi}}.$

Vậy số tiền để sản xuất bể chứa nói trên sao cho tốn ít vật liệu nhất là: $6\sqrt[3]{\pi}.600\approx 5273$ (nghìn đồng).

Chọn D.

Câu 42 (VD)

Phương pháp:

- Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x), y = g(x)$, đường thẳng $x = a, x = b$ là $S = \int_a^b |f(x) - g(x)|dx$. Từ đó tính diện tích 1 cánh của hình trang trí và suy ra diện tích hình trang trí.

- Sử dụng dữ kiện diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn suy ra 1 phương trình bậc nhất 2 ẩn a, b.

- Sử dụng: Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx$ đi qua điểm $A(1;1)$ suy ra thêm 1 phương trình bậc nhất 2 ẩn a, b.

- Giải hệ tìm a, b và tính ab.

Cách giải:

Diện tích 1 cánh của hình trang trí là $S_1 = \int_0^1 (x^2 - ax^3 - bx)dx = \left(\frac{x^3}{3} - \frac{ax^4}{4} - \frac{bx^2}{2}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{3} - \frac{a}{4} - \frac{b}{2}$.

$\Rightarrow$ Diện tích hình trang trí là $S = 4S_1 = \frac{4}{3} - a - 2b$.

Vì diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn nên $\frac{4}{3} - a - 2b = \frac{4}{3} \Leftrightarrow a + 2b = 0$.

Đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx$ đi qua điểm $A(1;1)$ nên $a + b = 1$.

Khi đó ta có $\begin{cases} a + 2b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \end{cases}$.

Vậy $ab = -2$.

Chọn A.

Câu 43 (VD)

Phương pháp:

- Tính $g'(x)$.

- Đặt $2x = X - 1$, sử dụng tương giao tìm nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.

- Lập BXD $g'(x)$ và dựa vào đáp án để kết luận khoảng đồng biến của hàm số.

Cách giải:

Ta có:

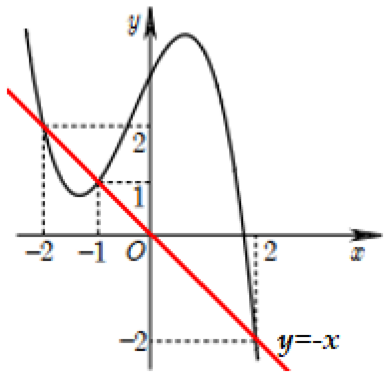
$$g(x) = f(2x) + 2x^2 + 2x$$

$\Rightarrow g'(x)=2f'(2x)+4x+2$

Cho $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(2x)+2x+1=0\Leftrightarrow f'(2x)=-2x-1.$

Đặt $2x=X-1$ ta có $f'(X-1)=-X+1-1=-X,$ khi đó số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(X-1)$ và $y=-X.$

Ta có đồ thị hàm số:



Dựa vào đồ thị $\Rightarrow f(X-1)=-X\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}X=-2\\X=-1\\X=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+1=-2\\2x+1=-1\\2x+1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{3}{2}\\x=-1\\x=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$, qua các nghiệm này $g'(x)$ đổi dấu.

Ta có $g'(0)=2f'(0)+2>0$ (do $f'(0)>0$) nên ta có BXD $g'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{3}{2}$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	$-$	0	+	0	$-$	

Vậy hàm số $g(x)=f(2x)+2x^2+2x$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn D.

Câu 44 (VD)

Phương pháp:

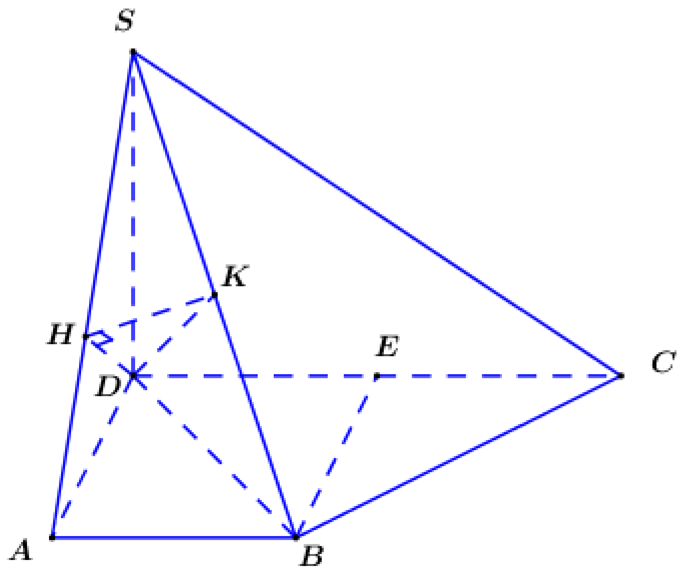
- Trong (SAD) kẻ $DH\perp SA(H\in SA)$, trong (SBD) kẻ $DK\perp SB(K\in SB)$. Chứng minh $DH\perp(SAB)$, $DK\perp(SBC)\Rightarrow\angle((SAB);(SBC))=\angle(DH;DK)=30^0.$

- Đặt $SD=x(x>0)$, áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông tính DH,DK.

- Áp dụng tỉ số lượng giác của góc nhọn trong tam giác vuông giải phương trình tìm x.

- Tính thể tích

Cách giải:



Trong (SAD) kẻ $DH \perp SA(H \in SA)$, trong (SBD) kẻ $DK \perp SB(K \in SB)$.

Ta có:

$$\begin{cases} SA \perp AD \\ AB \perp SD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp DH$$

$$\begin{cases} DH \perp AB \\ DH \perp SA \end{cases} \Rightarrow DH \perp (SAB) (1)$$

Gọi E là trung điểm của $CD \Rightarrow ABED$ là hình vuông nên $BE = AD = a = \frac{1}{2}CD \Rightarrow \Delta BCD$ vuông tại B.

Ta có:

$$\begin{cases} BC \perp BD \\ BC \perp SD \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SBD) \Rightarrow BC \perp DK$$

$$\begin{cases} DK \perp BC \\ DK \perp SB \end{cases} \Rightarrow DK \perp (SBC) (2)$$

Từ (1) và $(2) \Rightarrow \angle((SAB);(SBC)) = \angle(DH;DK) = 30^0$

Mà $DH \perp (SAB) \Rightarrow DH \perp HK \Rightarrow \Delta DHK$ vuông tại $H \Rightarrow \angle HDK = 30^0$

Đặt $SD = x(x > 0)$, áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

$$DH = \frac{AD.SD}{\sqrt{AD^2 + SD^2}} = \frac{a.x}{\sqrt{a^2 + x^2}}$$

$$DK = \frac{BD.SD}{\sqrt{BD^2 + SD^2}} = \frac{a\sqrt{2}.a}{\sqrt{2a^2 + x^2}}$$

Xét tam giác vuông DHK ta có: $\cos\angle HDK = \frac{DH}{DK} \Rightarrow \frac{ax}{\sqrt{a^2+x^2}} : \frac{a\sqrt{2}x}{\sqrt{2a^2+x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2a^2+x^2}}{\sqrt{2a^2+2x^2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow 4\left(2a^2+x^2\right) = 3\left(2a^2+2x^2\right)$

$\Leftrightarrow 8a^2+4x^2 = 6a^2+6x^2$

$\Leftrightarrow 2a^2 = 2x^2 \Leftrightarrow x = a$

Ta có $S_{ABCD} = \frac{1}{2}\left(AB+CD\right).AD = \frac{1}{2}\left(a+2a\right).a = \frac{3a^2}{2}.$

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SD.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a.\frac{3a^2}{2} = \frac{a^3}{2}.$

Chọn D.

Câu 45 (VD)

Phương pháp:

- Đặt $t = \sin x,$ tìm điều kiện của t ứng với $x \in \left[0;\pi\right],$ đưa hàm số về dạng $f\left(t\right).$

- Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'\left(x\right)$ đã cho lập BBT hàm số $f\left(t\right)$ và tìm GTNN của hàm số trên đoạn giá trị của $t.$

Cách giải:

Đặt $t = \sin x,$ với $x \in \left[0;\pi\right] \Rightarrow t \in \left[0;1\right].$

Khi đó ta có hàm số $y = f\left(t\right)$ trên $\left[0;1\right]$ có $f'\left(t\right) < 0\ \forall t \in \left[0;1\right],$ do đó hàm số nghịch biến trên $\left[0;1\right]$ nên $\min\limits_{\left[0;1\right]} f\left(t\right) = f\left(1\right).$

Vậy $\min\limits_{\left[0;\pi\right]} g\left(x\right) = f\left(1\right).$

Chọn B.

Câu 46 (VDC)

Phương pháp:

- Coi phương trình $\ln\left(4x^2\right) = xy + y$ là phương trình ẩn x tham số $y.$ Cô lập $y,$ đưa phương trình về dạng $y = f\left(x\right).$

- Lập BBT hàm số $f\left(x\right),$ sử dụng tương giao tìm số nghiệm của phương trình.

Cách giải:

ĐKXĐ: $4x^2 > 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Coi phương trình $\ln\left(4x^2\right) = xy + y$ là phương trình ẩn x tham số y.

Ta có $pt \Leftrightarrow \ln\left(4x^2\right) = y(x+1)$.

Với $x = -1 \Rightarrow \ln 4 = 0$ (vô lí) $\Rightarrow x \neq -1$.

$$\Rightarrow y = \frac{\ln\left(4x^2\right)}{x+1} = f(x).$$

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{\ln\left(4x^2\right)}{x+1}$ với $x \neq 1, x \neq 0$ ta có $f'(x) = \dfrac{\frac{8x}{4x^2}(x+1) - \ln\left(4x^2\right)}{(x+1)^2} = \dfrac{2 + \frac{2}{x} - \ln\left(4x^2\right)}{(x+1)^2}$.

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 + \dfrac{2}{x} - \ln\left(4x^2\right) = 0$.

Tiếp tục xét hàm số $g(x) = 2 + \dfrac{2}{x} - \ln\left(4x^2\right)$ ta có $g'(x) = -\dfrac{2}{x^2} - \dfrac{2}{x} = \dfrac{-2-2x}{x^2}, g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$-\ln 4$	$\searrow$	$-\infty \,\|\, +\infty$	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào BBT ta thấy $g(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = a > 0$ và với $\begin{cases} x > a \Rightarrow g(x) < 0 \\ 0 < x < a \Rightarrow g(x) > 0 \\ x < 0 \Rightarrow g(x) < 0 \end{cases}$

$\Rightarrow f(x) = 0$ có nghiệm duy nhất $x = a > 0$.

BBT hàm số $f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		a		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$\|$	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty \,\|\, +\infty$	$\searrow$	$-\infty \,\|\, -\infty$	$\nearrow$	$f(a)$	$\searrow$	0

Do đó để phương trình $y = \dfrac{\ln\left(4x^2\right)}{x+1} = f(x)$ có đúng hai nghiệm thì $\left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = f(a) \end{array}\right.$.

Vậy có 1 giá trị thực của y thỏa mãn.

Chọn C.

Câu 47 (VDC)

Phương pháp:

- Sử dụng tích phân từng phần để xử lý $I=\int\limits_1^2 xf'(x)dx,$ đặt $\begin{cases}u=x\\dv=f'(x)dx\end{cases}.$

- Từ $f(2x)-xf(x^2)=5x-2x^3-1$ tính $f(2)$ bằng cách thay $x=1.$

- Biến đổi $f(2x)-xf(x^2)=5x-2x^3-1\Leftrightarrow 2f(2x)-2xf(x^2)=10x-4x^3-2,$ lấy tích phân từ 0 đến 1 hai vế và tìm $\int\limits_1^2 f(x)dx.$

Cách giải:

Xét $I=\int\limits_1^2 xf'(x)dx.$ Đặt $\begin{cases}u=x\\dv=f'(x)dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=dx\\v=f(x)\end{cases}$ ta có

$$I=xf(x)\Big|_1^2-\int\limits_1^2 f(x)dx=2f(2)-f(1)-\int\limits_1^2 f(x)dx$$

$$=2f(2)-1-\int\limits_1^2 f(x)dx$$

Ta có: $f(2x)-xf(x^2)=5x-2x^3-1.$ Thay $x=1\Rightarrow f(2)-f(1)=2\Rightarrow f(2)=3.$

$$\Rightarrow I=5-\int\limits_1^2 f(x)dx.$$

Ta có:

$$f(2x)-xf(x^2)=5x-2x^3-1$$

$$\Leftrightarrow 2f(2x)-2xf(x^2)=10x-4x^3-2$$

Lấy tích phân 2 vế ta có:

$$2\int\limits_0^1 f(2x)dx-\int\limits_0^1 2xf(x^2)dx=\int\limits_0^1(10x-4x^3-2)dx=2$$

$$\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f(2x)d(2x)-\int\limits_0^1 f(x^2)d(x^2)=2$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f(t)\,dt - \int_0^1 f(u)\,du = 2$$

$$\Leftrightarrow \int_0^2 f(x)\,dx - \int_0^1 f(x)\,dx = 2$$

$$\Leftrightarrow \int_1^2 f(x)\,dx = 2$$

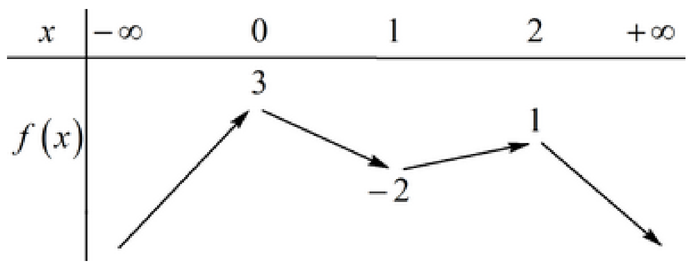
Vậy $I = 5 - 2 = 3$.

Chọn A.

Câu 48 (VDC)

Cách giải:

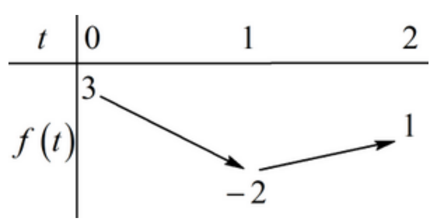
Từ đồ thị hàm số $y = f(1-x)$ ta suy ra BBT hàm số $y = f(x)$ như sau:



Đặt $t = \dfrac{1-x}{x+2} = \dfrac{-x+1}{x+2} \Rightarrow t' = \dfrac{-3}{(x+2)^2} < 0\ \forall x \neq -2.$

$\Rightarrow$ Với $x \in [-1;1] \Rightarrow t \in [0;2]$.

Ta có BBT hàm số $f(t)$ như sau:



Khi đó bài toán trở thành: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $|f(t)+m| = 1$ (*) có đúng 3 nghiệm phân biệt thuộc $[0;2]$?

Ta có $|f(t)+m| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(t)+m=1 \\ f(t)+m=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(t)=1-m & (1) \\ f(t)=-1-m & (2) \end{array}\right.$.

Để (*) có 3 nghiệm phân biệt.

TH1: (1) có 2 nghiệm phân biệt và (2) có 1 nghiệm $\Rightarrow \begin{cases} -2 < 1-m \le 1 \\ \left[\begin{array}{l} 1 < -1-m \le 3 \\ -1-m = -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \le m < 3 \\ \left[\begin{array}{l} -4 \le m < -2 \\ m = 1 \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow m = 1.$

TH2: (1) có 1 nghiệm và (2) có 2 nghiệm phân biệt $\Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} 1 < 1-m \le 3 \\ 1-m = -2 \end{array}\right. \\ -2 < -1-m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} -2 \le m < 0 \\ m = 3 \end{array}\right. \\ -2 \le m < 1 \end{cases} \Rightarrow -2 \le m < 0.$

$\Rightarrow m \in [-2;0) \cup \{1\}$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2;-1;1\}$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 49 (VD)

Phương pháp:

- Phương trình bậc hai với hệ số thực có 2 nghiệm phức thì chúng là số phức liên hợp của nhau.

- Sử dụng $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.

- Sử dụng phương pháp hình học tìm số phức z_1.

- Áp dụng định lí Vi-ét để tìm b, c.

Cách giải:

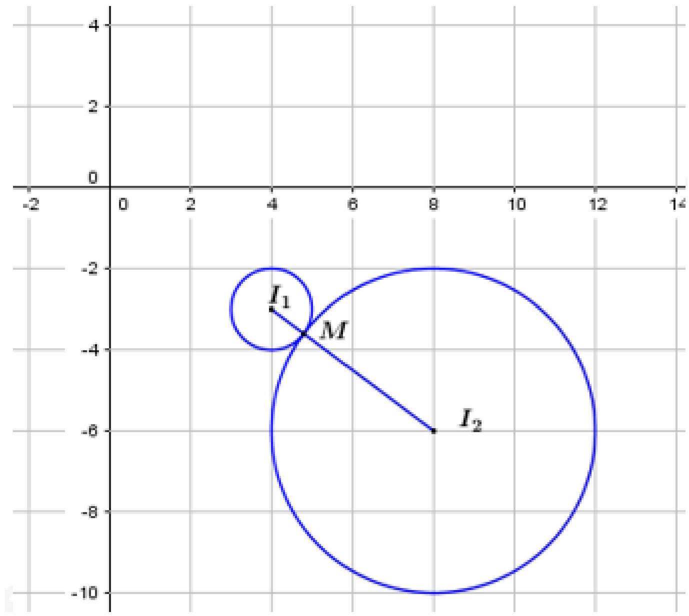
Vì z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + bz + c = 0$ nên $z_2 = \overline{z_1}$.

Khi đó ta có $|z_2 - 8 - 6i| = 4 \Leftrightarrow \left|\overline{z_1} - 8 - 6i\right| = 4 \Leftrightarrow |z_1 - 8 + 6i| = 4$.

Gọi M là điểm biểu diễn số phức z_1.

$\Rightarrow M$ vừa thuộc đường tròn (C_1) tâm $I_1(4;-3)$, bán kính $R_1 = 1$ và đường tròn (C_2) tâm $I_2(8;-6)$, bán kính $R_2 = 4$.

$\Rightarrow m \in (C_1) \cap (C_2)$.



Ta có $I_1I_2=\sqrt{4^2+3^2}=5=R_1+R_2\Rightarrow\left(C_1\right)$ và $\left(C_2\right)$ tiếp xúc ngoài.

Do đó có duy nhất 1 điểm M thỏa mãn, tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases}x^2+y^2-8x+6y+24=0\\x^2+y^2-16x+12y+84=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x=\dfrac{24}{5}\\y=-\dfrac{18}{5}\end{cases}\Rightarrow M\left(\dfrac{24}{5};-\dfrac{18}{5}\right)\Rightarrow z_1=\dfrac{24}{5}-\dfrac{18}{5}i$ là nghiệm của phương trình $z^2+bz+c=0$

$\Rightarrow z_2=\dfrac{24}{5}+\dfrac{18}{5}i$ cũng là nghiệm của phương trình $z^2+bz+c=0$.

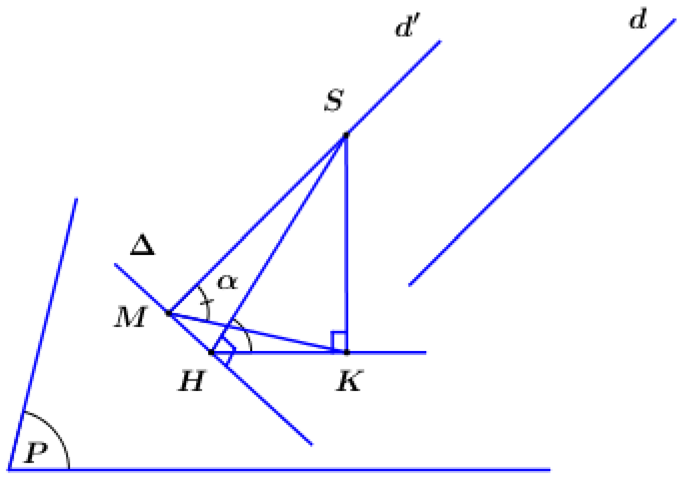
Áp dụng đinh lí Vi-ét ta có $z_1+z_2=-b=\dfrac{48}{5}\Rightarrow b=-\dfrac{48}{5},z_1z_2=c=36$.

Vậy $5b+c=-48+36=-12$.

Chọn B.

Câu 50 (VDC)

Cách giải:



Gọi M là điểm bất kì thuộc Δ.

Gọi d' là đường thẳng qua M và song song với d. Khi đó ta có $\angle\left(d;(P)\right)=\angle\left(d';(P)\right)$.

Lấy $S\in d'$ bất kì, kẻ $SH\perp\Delta, SK\perp(P)$.

$\Rightarrow KM$ là hình chiếu vuông góc của SM lên (P).

$\Rightarrow\angle\left(d;(P)\right)=\angle\left(d';(P)\right)=\left(SM;KM\right)=\angle SMK=\alpha$.

Xét tam giác vuông SMK ta có $\sin\alpha=\dfrac{SK}{SM}$.

Để α nhỏ nhất thì $\sin\alpha$ nhỏ nhất $\Rightarrow\dfrac{SK}{SM}$ nhỏ nhất.

Ta có $SM\geq SH\Rightarrow\dfrac{SK}{SM}\geq\dfrac{SH}{SM}\Rightarrow\sin\alpha\geq\dfrac{SH}{SM}$.

Ta có $S,(P),\Delta$ cố định $\Rightarrow SH,SK$ không đổi.

$\Rightarrow(\sin\alpha)_{\min}=\dfrac{SH}{SM}\Leftrightarrow H\equiv M$.

Khi đó (P) chứa Δ và vuông góc với mặt phẳng $(d';\Delta)$.

Lấy $M(1;2;-1)\in\Delta$, phương trình đường thẳng d' là $d':\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$.

Gọi (R) là mặt phẳng chứa $d';\Delta\Rightarrow\overrightarrow{n_R}=\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{u_\Delta}\right]=(6;0;-9)=3(2;0;-3)$.

Ta có $\begin{cases}\Delta\subset(P)'\\(R)\perp(P)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{u_\Delta}\\\overrightarrow{n_P}\perp\overrightarrow{n_R}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{u_\Delta},\overrightarrow{n_R}\right]=(-3;13;-2)$.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng $(P):-3(x-1)+13(y-2)-2(z+1)=0\Leftrightarrow3x-13y+2z+25=0$

$\Rightarrow a=3, b=-13, c=2.$

Vậy $T=a+b+c=3-13+2=-8.$

Chọn C.

HẾT