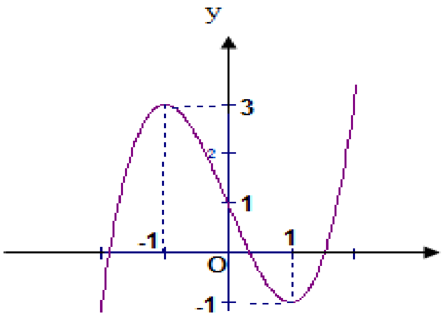
SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO CÀ MAU
THPT CHUYÊN PHAN NGỌC HIỂN
(Đề có 06 trang)

KÌ THI THỬ THPTQUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2019-2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút,không kể thời gian phát đề.

Họ và tên học sinh:..; Số báo danh: …….. **Mã đề: 101**

Câu 1. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?

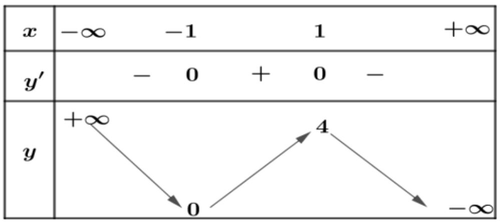


A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;3)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;1)$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?
A. $y=\log_{\frac{e}{\pi}} x$. **B.** $y=\log_{\sqrt{3}} x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=\log_{\pi} x$.

Câu 3. Họ nguyên hàm $F\left(x\right)$ của hàm số $f(x)=\sin\left(2x+1\right)$ là:
A. $F(x)=-\dfrac{1}{2}\cos\left(2x+1\right)+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{2}\cos\left(2x+1\right)+C$.
C. $F(x)=-\dfrac{1}{2}\cos\left(2x+1\right)$. **D.** $F(x)=\cos\left(2x+1\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng biến thiên



x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng?
A. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1;4]$, $f\left(4\right)=2019$, $\int\limits_{-1}^{4} f'\left(x\right)\mathrm{d}x=2020$. Tính $f\left(-1\right)$?
A. $f\left(-1\right)=-1$. **B.** $f\left(-1\right)=1$. **C.** $f\left(-1\right)=3$. **D.** $f\left(-1\right)=2$.

Câu 6. Hình bát diện đều có số cạnh là:
A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

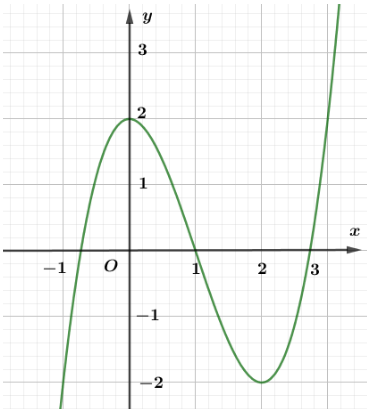
Câu 7. Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=2$ (cm). Tính diện tích S của mặt cầu.

A. $S=\dfrac{32\pi}{3}\,(\text{cm}^2)$. **B.** $S=32\pi\,(\text{cm}^2)$. **C.** $S=16\pi\,(\text{cm}^2)$. **D.** $S=\dfrac{16\pi}{3}\,(\text{cm}^2)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véctơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}=(-2;3;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-4)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;4)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;4)$.

Câu 9. Đồ thị trong hình dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số cho trong các phương án sau đây, đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=-x^3-3x+2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-1;4)$ và có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$. Phương trình của (P) là

A. $2x-2y-z-6=0$. **B.** $2x+2y+z-6=0$.
C. $2x+2y-z+6=0$. **D.** $2x+2y-z-6=0$.

Câu 11. Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

A. $\dfrac{1}{15}$. **B.** $\dfrac{7}{15}$. **C.** $\dfrac{8}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 12. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=\dfrac{3}{2}a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là.

A. $4a^3$. **B.** a^3. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 13. Hàm số $y=\log_2\left(x^3-4x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 14. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-3,\ u_6=27$. Tính công sai d.

A. $d=7$. **B.** $d=5$. **C.** $d=8$. **D.** $d=6$.

Câu 15. Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=x-\sqrt{4-x^2}$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 4. **B.** $2-2\sqrt{2}$. **C.** $2\left(\sqrt{2}-1\right)$. **D.** $2\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

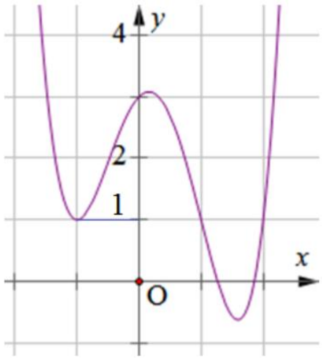
Câu 17. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3(\text{cm})$ và chiều cao bằng $h=4\,(\text{cm})$. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V=16\pi\,(\text{cm}^3)$. **B.** $V=48\pi\,(\text{cm}^3)$. **C.** $V=12\pi\,(\text{cm}^3)$. **D.** $V=36\pi\,(\text{cm}^3)$.

Câu 18. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=2$ có bao nhiêu nghiệm ?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 20. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=e^{x+1}-2$ trên đoạn $[0;3]$.

A. e^4-2. **B.** e^2-2. **C.** $e-2$. **D.** e^3-2.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=\sqrt{3}$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=12$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$; $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=12$. **C.** $I=36$. **D.** $I=10$.

Câu 23. Cho các số dương a,b,c,d. Tính giá trị của biểu thức $S=\ln\dfrac{a}{b}+\ln\dfrac{b}{c}+\ln\dfrac{c}{d}+\ln\dfrac{d}{a}$.

A. 1. **B.** 0. **C.** $\ln(\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{c}+\dfrac{c}{d}+\dfrac{d}{a})$. **D.** $\ln(abcd)$.

Câu 24. Tính thể tích của một khối chóp biết khối chóp đó có đường cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$.

A. $6a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $16a^3$.

Câu 25. Cho $I=\int\limits_0^4 x\sqrt{1+2x}\,dx$. Đặt $u=\sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $I=\frac{1}{2}\int\limits_1^3 x^2\left(x^2-1\right)dx$. **B.** $I=\int\limits_1^3 u^2\left(u^2-1\right)du$.

C. $I=\frac{1}{2}\left(\frac{u^5}{5}-\frac{u^3}{3}\right)\Bigg|_1^3$. **D.** $I=\frac{1}{2}\int\limits_1^3 u^2\left(u^2-1\right)du$.

Câu 26. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=a\sqrt{3}, BC=2a$. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB.

A. $V=\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=2\pi a^3$. **D.** $V=\frac{2\pi a^3}{3}$

Câu 27. Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2}=5^{x+1}$.

A. 1. **B.** $2-\log_3 5$. **C.** $-\log_3 45$. **D.** $\log_3 5$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của véc tơ $\vec{u}=-6\vec{i}+4\vec{k}+8\vec{j}$.

A. $\vec{u}=(-3;2;4)$. **B.** $\vec{u}=(-3;4;2)$. **C.** $\vec{u}=(-6;4;8)$. **D.** $\vec{u}=(-6;8;4)$.

Câu 29. Cho hình nón có diện tích đáy bằng 16π (cm^2) và thể tích khối nón bằng 16π (cm^3). Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq}=20\pi$ (cm^2). **B.** $S_{xq}=40\pi$ (cm^2). **C.** $S_{xq}=12\pi$ (cm^2). **D.** $S_{xq}=24\pi$ (cm^2).

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB với $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$ là

A. $(\alpha):x-3y-z-4=0$. **B.** $(\alpha):x-3y+z=0$.

C. $(\alpha):x-3y+z-4=0$. **D.** $(\alpha):x-3y-z=0$.

Câu 31. Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chọn từ tập $A=\{1;2;3;4;5\}$ sao cho mỗi số lập được luôn có mặt chữ số 3

A. 72. **B.** 36. **C.** 32. **D.** 48.

Câu 32. Cho hàm số $y=\frac{x+b}{ax-2}$ $(ab\neq-2)$. Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d:3x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng:

A. -2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 5.

Câu 33. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAC. Mặt phẳng chứa AB và đi qua G cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại M và N. Biết mặt bên của hình chóp tạo với đáy một góc bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABMN$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2\left(7x^2+7\right)\geq\log_2\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in(2;5]$. **B.** $m\in(-2;5]$. **C.** $m\in[2;5)$. **D.** $m\in[-2;5)$.

Câu 35. Gọi S là tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x+7=2^{x+3}+m^2+6m$ có nghiệm $x\in(1;3)$. Chọn đáp án đúng.

A. $S=-35$. **B.** $S=20$. **C.** $S=25$. **D.** $S=-21$.

Câu 36. Cho $y=(m-3)x^3+2(m^2-m-1)x^2+(m+4)x-1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy. Hỏi S có bao nhiêu phần tử ?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^{1} f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân $\int_{0}^{2}\left[f(1-3x)+8\right]\mathrm{d}x$.

A. 27. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 75.

Câu 38. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 39. Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=a\sqrt{2}$. Gọi (T) là hình trụ có hai đáy nằm trên (S) và thiết diện qua trục của (T) có diện tích lớn nhất. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V=\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V=2\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{9\pi a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40. Cho $\int_{1}^{e}(1+x\ln x)\mathrm{d}x=ae^2+be+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=c$. **B.** $a+b=-c$. **C.** $a-b=c$. **D.** $a-b=-c$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):ax+by+cz-9=0$ (với $a^2+b^2+c^2\neq 0$) đi qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q):3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-12$. **B.** $S=5$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-2$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ biết $a>0$, $c>2017$ và $a+b+c<2017$. Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x)-2017\right|$ là:

A. 1. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 43. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x-2}$ có đồ thị là (C), M là điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB=2\sqrt{5}$. Gọi S là tổng các hoành độ của tất cả các điểm M thỏa mãn bài toán. Tìm giá trị của S.

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 44. Một sợi dây kim loại dài a (cm). Người ta cắt sợi dây đó thành hai đoạn, trong đó một đoạn có độ dài x (cm)được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông $(a > x > 0)$. Tìm x để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

A. $x=\dfrac{a}{\pi+4}(\text{cm})$. **B.** $x=\dfrac{2a}{\pi+4}(\text{cm})$. **C.** $x=\dfrac{\pi a}{\pi+4}(\text{cm})$. **D.** $x=\dfrac{4a}{\pi+4}(\text{cm})$.

Câu 45. Cho x, y là các số dương thỏa mãn $\log_2\dfrac{x^2+5y^2}{x^2+10xy+y^2}+1+x^2-10xy+9y^2\le 0$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{x^2+xy+9y^2}{xy+y^2}$. Tính $T=10M-m$.

A. $T=60$. **B.** $T=94$. **C.** $T=104$. **D.** $T=50$.

Câu 46. Cho phương trình:
$\sin x(2-\cos 2x)-2(2\cos^3 x+m+1)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}=3\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 47. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^1 \dfrac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C, $AB=2BC=4CD=2a$, giả sử M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Hai mặt phẳng (SMN) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, và cạnh bên SB hợp với $(ABCD)$ một góc 60^0. Khoảng cách giữa SN và BD là

A. $\dfrac{\sqrt{45}a}{15}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{195}a}{65}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{165}a}{55}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{105}a}{35}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ thỏa mãn $OA=2OB$ và thể tích của khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=2a+b+3c$.

A. $\dfrac{81}{16}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{45}{2}$. **D.** $\dfrac{81}{4}$.

Câu 50. Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 5 học sinh lớp 12C thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng :

A. $\dfrac{11}{630}$. **B.** $\dfrac{1}{126}$. **C.** $\dfrac{1}{105}$. **D.** $\dfrac{1}{42}$.

--- HẾT ---

	101	102	103	104	105	106	107	108
1	B	C	D	C	B	A	C	A
2	A	D	B	A	B	D	B	A
3	A	B	D	B	D	A	B	C
4	D	C	B	D	D	C	B	C
5	A	A	B	B	B	A	B	D
6	C	B	D	A	B	C	B	B
7	C	B	C	C	C	C	C	D
8	D	D	B	A	B	D	B	D
9	D	C	C	C	D	B	D	A
10	C	A	B	A	D	D	D	B
11	A	C	B	D	D	A	C	B
12	D	C	D	B	C	B	D	C
13	C	A	D	D	C	A	D	B
14	D	A	D	A	D	B	B	A
15	B	D	A	C	C	D	C	C
16	B	A	B	C	B	A	D	B
17	D	B	B	D	A	B	D	A
18	B	A	C	A	B	D	C	A
19	B	B	C	C	A	C	C	B
20	C	B	D	A	D	A	D	D
21	B	D	A	B	A	B	B	D
22	D	A	C	B	B	A	A	A
23	B	D	A	B	D	A	B	C
24	B	B	A	B	A	A	D	A
25	B	B	B	D	B	B	A	A
26	B	A	C	A	C	C	A	B
27	C	D	A	B	D	B	B	D
28	D	A	B	A	B	B	B	B
29	A	D	B	B	C	C	A	C
30	D	A	D	D	B	D	A	A
31	B	C	D	A	A	B	D	C
32	A	B	C	B	C	C	B	B
33	A	D	C	B	D	D	A	B
34	A	A	A	D	C	D	D	D
35	D	B	C	D	C	D	C	A
36	C	B	D	B	A	B	A	B
37	C	B	A	D	C	D	C	D
38	B	B	A	A	B	B	C	D
39	C	D	C	B	A	B	C	D
40	C	D	C	B	C	A	A	D
41	C	C	B	C	A	D	C	B
42	B	C	B	B	A	A	C	A
43	C	D	C	C	C	A	B	B
44	C	D	B	A	B	D	C	B
45	B	B	C	C	C	C	A	B
46	C	A	B	C	B	C	A	C
47	A	C	C	A	B	B	B	D
48	B	B	A	D	D	B	D	C
49	D	C	A	D	A	B	C	B
50	A	A	D	B	C	C	B	C

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO CÀ MAU
THPT CHUYÊN PHAN NGỌC HIỂN

(Đề có ... trang)

KÌ THI THỬ THPTQUỐC GIA LẦN 1
NĂM HỌC 2019-2020
MÔN THI: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút,không kể thời gian phát đề.

Họ và tên học sinh:..; Số báo danh: ….... $\boxed{\textbf{Mã đề: G1}}$

Câu 1. **[1NB]** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Chọn khẳng định đúng?

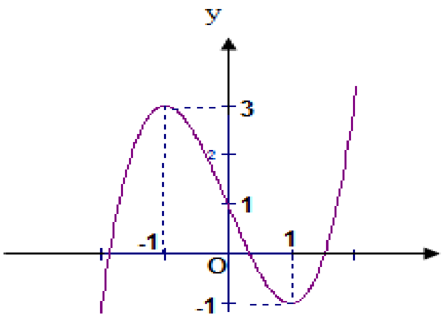
A. Hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$.
<u>D.</u> Hàm số đồng biến trên $(-1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có trên $(-1;1)$ $y' > 0$ nên hàm số đồng biến.

Câu 2. **[1NB]** Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng?



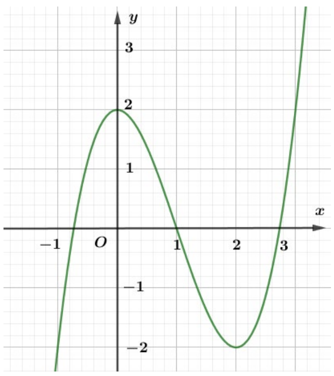
A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$.
<u>B</u>. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;3)$.
D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta có: Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$ và điểm cực đại là $(-1;3)$.

Câu 3. **[1NB]** Đồ thị trong hình dưới là đồ thị của một trong bốn hàm số cho trong các phương án sau đây, đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=-x^3-3x+2$. **C.** $y=x^3-3x^2-2$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Giả sử hàm số cần tìm có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên suy ra $a>0$. Vậy loại đáp án **A.**

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tọa độ là $(0;2)$ nên suy ra $d=2$. Vậy loại đáp án **C.**

Đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm có tọa độ là $(0;2)$ nên phương trình $y'=0$ phải có nghiệm $x=0$. Ta thấy chỉ có hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Câu 4. **[2 NB]** Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\log_{\frac{e}{\pi}} x$. **B.** $y=\log_{\sqrt{3}} x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=\log_\pi x$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A.

Dựa vào tính chất hàm số logarit nghịch biến khi cơ số lớn hơn không và bé hơn 1.

Câu 5. **[2NB]** Cho các số dương a,b,c,d. Tính giá trị của biểu thức $S=\ln\frac{a}{b}+\ln\frac{b}{c}+\ln\frac{c}{d}+\ln\frac{d}{a}$.

A. 1. **B.** 0. **C.** $\ln(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{d}+\frac{d}{a})$. **D.** $\ln(abcd)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$S=\ln\frac{a}{b}+\ln\frac{b}{c}+\ln\frac{c}{d}+\ln\frac{d}{a}=\ln\left(\frac{a}{b}\cdot\frac{b}{c}\cdot\frac{c}{d}\cdot\frac{d}{a}\right)=\ln 1=0.$$

Câu 6. **[3NB]** Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\sin(2x+1)$ là:

A. $F(x)=-\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$. **B.** $F(x)=\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C$.

C. $F(x)=-\frac{1}{2}\cos(2x+1)$. **D.** $F(x)=\cos(2x+1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\int\sin(2x+1)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\sin(2x+1)\mathrm{d}(2x+1)=-\frac{1}{2}\cos(2x+1)+C.$$

Câu 7. **[3NB]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1;4]$, $f(4)=2019$, $\int\limits_{-1}^{4} f'(x)\mathrm{d}x=2020$. Tính $f(-1)$?

A. $f(-1)=-1$. **B.** $f(-1)=1$. **C.** $f(-1)=3$. **D.** $f(-1)=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\int\limits_{-1}^{4} f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_{-1}^{4}=f(4)-f(-1)\Rightarrow f(-1)=f(4)-\int\limits_{-1}^{4} f'(x)\mathrm{d}x=2019-2020=-1$.

Câu 8. **[4NB]** Hình bát diện đều có số cạnh là:

A. 6. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 9. **[5NB]** Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=2$ (cm). Tính diện tích S của mặt cầu.

A. $S=\dfrac{32\pi}{3}$ (cm^2). **B.** $S=32\pi$ (cm^2). **C.** $S=16\pi$ (cm^2). **D.** $S=\dfrac{16\pi}{3}$ (cm^2).

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích của mặt cầu là $S=4\pi R^2=16\pi$ (cm^2).

Câu 10. **[5NB]** Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3$ (cm) và chiều cao bằng $h=4$ (cm). Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V=16\pi$ (cm^3). **B.** $V=48\pi$ (cm^3). **C.** $V=12\pi$ (cm^3). **D.** $V=36\pi$ (cm^3).

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2h=36\pi$ (cm^3).

Câu 11. **[6NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véctơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}=(-2;3;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-4)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;4)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 12. **[6NB]** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của véc tơ $\vec{u}=-6\vec{i}+4\vec{k}+8\vec{j}$.

A. $\vec{u}=(-3;2;4)$. **B.** $\vec{u}=(-3;4;2)$. **C.** $\vec{u}=(-6;4;8)$. **D.** $\vec{u}=(-6;8;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\vec{u}=-6\vec{i}+8\vec{j}+4\vec{k}\Rightarrow\vec{u}=(-6;8;4)$.

Câu 13. **[6NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-1;4)$ và có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;2;-1)$. Phương trình của (P) là

A. $2x-2y-z-6=0$. **B.** $2x+2y+z-6=0$.
C. $2x+2y-z+6=0$. **D.** $2x+2y-z-6=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

(P): $2x+2(y+1)-(z-4)=0\Leftrightarrow 2x+2y-z+6=0$.

Câu 14. **[7NB]** Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

A. $\dfrac{1}{15}$. **B.** $\dfrac{7}{15}$. **C.** $\dfrac{8}{15}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xác suất 2 người được chọn đều là nữ là $\dfrac{C_3^2}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{15}$.

Câu 15. **[8NB]** Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-3$, $u_6=27$. Tính công sai d.

A. $d=7$. **B.** $d=5$. **C.** $d=8$. **D.** $d=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $u_6=u_1+5d=27\Rightarrow d=6$.

Câu 16. [1TH] Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=x-\sqrt{4-x^2}$. Khi đó $M+m$ bằng

A. 4. **B.** $2-2\sqrt{2}$. **C.** $2\left(\sqrt{2}-1\right)$. **D.** $2\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Tập xác định $D=[-2;2]$.

$y'=1+\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$. Ta có $y'=0\Leftrightarrow x+\sqrt{4-x^2}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\ x^2=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=-\sqrt{2}$.

Ta có $y(2)=2$; $y(-2)=-2$; $y\left(-\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}$.

Vậy $\max\limits_{[-2;2]}y=y(2)=2$; $\min\limits_{[-2;2]}y=y\left(-\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}$.

Vậy $M+m=2-2\sqrt{2}$.

Câu 17. [1TH] Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)\left(x^2-3\right)\left(x^4-1\right)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)\left(x^2-3\right)\left(x^4-1\right)=0$

$\Leftrightarrow(x-1)\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x-\sqrt{3}\right)\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)=0$

$\Leftrightarrow(x-1)^2\left(x+\sqrt{3}\right)\left(x-\sqrt{3}\right)(x+1)\left(x^2+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\pm\sqrt{3}\\ x=-1\end{array}\right.$.

Dễ thấy $x=1$ là nghiệm kép nên khi qua $x=1$ thì $f'(x)$ không đổi dấu, các nghiệm còn lại $x=\pm\sqrt{3}$,

$x=-1$ là các nghiệm đơn nên qua các nghiệm đó $f'(x)$ có sự đổi dấu.

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 18. [1TH] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

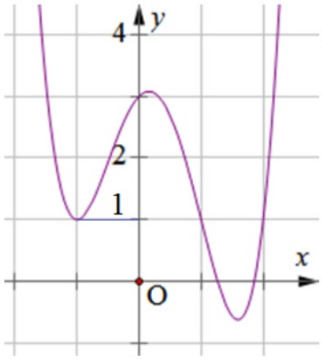
Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{-\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}}=-1$.

Do đó đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

Câu 19. **[1TH]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f\left(x\right)=2$ có bao nhiêu nghiệm ?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Số nghiệm phương trình $f\left(x\right)=2$ là số giao điểm của đồ thị hàm số 1 và đường thẳng $y=2$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f\left(x\right)=2$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 20. **[2TH]** Hàm số $y=\log_2\left(x^3-4x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải.

Chọn C.

TXĐ: $D=\left(-2;0\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

Ta có $y'=\dfrac{3x^2-4}{\left(x^3-4x\right)\ln 2}$, $y'=0\Leftrightarrow\dfrac{3x^2-4}{\left(x^3-4x\right)\ln 2}=0\Leftrightarrow 3x^2-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}(loai)\\ x=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\end{array}\right.$

Vậy y' đổi dấu từ dương sang âm qua $x_0=-\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ nên hàm số có một cực trị.

Câu 21. **[2TH]** Tính tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2}=5^{x+1}$.

A. 1. **B.** $2-\log_3 5$. **C.** $-\log_3 45$. **D.** $\log_3 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$3^{x^2-2}=5^{x+1}\Leftrightarrow x^2-2=\left(x+1\right)\log_3 5\Leftrightarrow x^2-x\log_3 5-2-\log_3 5=0$.

Ta có $\Delta=\log_3^2 5+4\log_3 5+8=\left(\log_3 5+2\right)^2+4>0\Rightarrow$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Theo Vi-ét, ta có $x_1x_2=-2-\log_3 5=-\log_3 3^2-\log_3 5=-\log_3 45$.

Câu 22. **[2TH]** Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=e^{x+1}-2$ trên đoạn $[0;3]$.

A. e^4-2. **B.** e^2-2. **C.** $e-2$. **D.** e^3-2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=e^{x+1}>0,\forall x\in[0;3]$, do đó hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0;3]$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đoạn $[0;3]$ bằng $f(0)=e-2$.

Câu 23. [3TH] Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$; $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=12$. Tính $I=\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=12$. **C.** $I=36$. **<u>D.</u>** $I=10$.

Lời giải

Chọn D.

$I=\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=12-2=10$.

Câu 24. [3TH] Cho $I=\int\limits_0^4 x\sqrt{1+2x}\,\mathrm{d}x$. Đặt $u=\sqrt{2x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $I=\frac{1}{2}\int\limits_1^3 x^2\left(x^2-1\right)\mathrm{d}x$. **<u>B.</u>** $I=\int\limits_1^3 u^2\left(u^2-1\right)\mathrm{d}u$.

C. $I=\frac{1}{2}\left(\frac{u^5}{5}-\frac{u^3}{3}\right)\Bigg|_1^3$. **D.** $I=\frac{1}{2}\int\limits_1^3 u^2\left(u^2-1\right)\mathrm{d}u$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$I=\int\limits_0^4 x\sqrt{1+2x}\mathrm{d}x$

Đặt $u=\sqrt{2x+1}$ $\Rightarrow x=\frac{1}{2}\left(u^2-1\right)\Rightarrow \mathrm{d}x=u\,\mathrm{d}u$, đổi cận: $x=0\Rightarrow u=1$, $x=4\Rightarrow u=3$.

Khi đó $I=\frac{1}{2}\int\limits_1^3\left(u^2-1\right)u^2\mathrm{d}u$.

Câu 25. [4TH] Tính thể tích của một khối chóp biết khối chóp đó có đường cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$.

A. $6a^3$. **<u>B.</u>** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $16a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Áp dụng công thức thể tích khối chóp ta có được: $V=\frac{1}{3}S_đ.h=\frac{1}{3}4a^2.3a=4a^3$.

Câu 26. [4TH] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, $SA=\frac{3}{2}a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là.

A. $4a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **<u>D.</u>** $2a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích đáy $S_{ABCD}=4a^2$.

Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}\frac{3}{2}a.4a^2=2a^3$.

Câu 27. **[5TH]** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=a\sqrt{3},BC=2a$. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB.

A. $V=\pi a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=2\pi a^3$. **D.** $V=\frac{2\pi a^3}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Khối tròn xoay được tạo thành là khối nón có:

Bán kính đáy: $r=AC=\sqrt{BC^2-AB^2}=a$.

Đường cao: $h=AB=a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối nón là $V=\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. **[5TH]** Cho hình nón có diện tích đáy bằng 16π (cm^2) và thể tích khối nón bằng 16π (cm^3). Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón.

A. $S_{xq}=20\pi$ (cm^2). **B.** $S_{xq}=40\pi$ (cm^2). **C.** $S_{xq}=12\pi$ (cm^2). **D.** $S_{xq}=24\pi$ (cm^2).

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}\pi r^2=16\pi\\ \frac{1}{3}\pi r^2h=16\pi\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}r=4\\ h=3\end{cases}\Rightarrow l=5\Rightarrow S_{xq}=\pi rl=20\pi$ (cm^2).

Câu 29. **[6TH]** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB với $A(0;4;-1)$ và $B(2;-2;-3)$ là

A. $(\alpha):x-3y-z-4=0$. **B.** $(\alpha):x-3y+z=0$.

C. $(\alpha):x-3y+z-4=0$. **D.** $(\alpha):x-3y-z=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của AB, ta có $M(1;1;-2)$.

Mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB: $\begin{cases}\textit{đi qua } M\\ vtpt\ \overrightarrow{AB}=(2;-6;-2)\end{cases}$

Phương trình $(\alpha):2(x-1)-6(y-1)-2(z+2)=0\Leftrightarrow 2x-6y-2z=0\Leftrightarrow x-3y-z=0$.

Câu 30. **[6TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;1)$, $B(0;3;-1)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=\sqrt{3}$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

C. $(x+1)^2+(y+2)^2+z^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=12$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tâm I là trung điểm $AB\Rightarrow I(1;2;0)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{3}$.

Vậy $(x-1)^2+(y-2)^2+z^2=3$.

Câu 31. [7TH] Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chọn từ tập $A=\{1;2;3;4;5\}$ sao cho mỗi số lập được luôn có mặt chữ số 3

A. 72. **B.** 36. **C.** 32. **D.** 48.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi số tạo thành có dạng $x=\overline{abc}$, với a, b, c đôi một khác nhau và lấy từ A.
Chọn một vị trí a,b hoặc c cho số 3 có 3 cách chọn.

Chọn hai chữ số khác 3 từ A và sắp xếp vào hai vị trí còn lại của x có A_4^2 cách chọn

Theo quy tắc nhân có $3.A_4^2=36$ cách chọn

Mỗi cách sắp xếp như trên cho ta một số thỏa yêu cầu.
Vậy có 36 số cần tìm.

Câu 32. [1VDT] Cho $y=(m-3)x^3+2(m^2-m-1)x^2+(m+4)x-1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy. Hỏi S có bao nhiêu phần tử ?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y'=3(m-3)x^2+4(m^2-m-1)x+m+4$

$y'=0 \Leftrightarrow 3(m-3)x^2+4(m^2-m-1)x+m+4=0$.

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Suy ra $\begin{cases}3(m-3)\neq 0\\ 3(m-3).(m+4)<0\end{cases} \Leftrightarrow -4<m<3$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=\{-3;-2;-1;0;1;2\}$. Vậy S có 2 phần tử.

Câu 33. [1VD] Cho hàm số $y=\dfrac{x+b}{ax-2}$ $(ab\neq -2)$. Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d: 3x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng:

A. -2. **B.** 4. **C.** -1. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y'=\dfrac{-2-ab}{(ax-2)^2} \Rightarrow y'(1)=\dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}$.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x+y-4=0$ nên: $y'(1)=-3 \Leftrightarrow \dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}=-3$.

Mặt khác $A(1;-2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $-2=\dfrac{1+b}{a-2} \Leftrightarrow b=-2a+3$.

Khi đó ta có $\dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}=-3 \Leftrightarrow -2-a(-2a+3)=-3a^2+12a-12$, $a\neq 2$.

$\Leftrightarrow 5a^2-15a+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=2(loai)\\ a=1\end{array}\right.$.

Với $a=1\Rightarrow b=1\Rightarrow a-3b=-2$.

Câu 34. [2VD] Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\log_2\left(7x^2+7\right)\ge\log_2\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in(2;5]$. **B.** $m\in(-2;5]$. **C.** $m\in[2;5)$. **D.** $m\in[-2;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Bất phương trình tương đương $7x^2+7\ge mx^2+4x+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(7-m)x^2-4x+7-m\ge 0 & (2)\\ mx^2+4x+m>0 & (3)\end{cases},\ \forall x\in\mathbb{R}.(1)$$

*TH1: $m=7$: (2) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$

*TH2: $m=0$: (3) không thỏa $\forall x\in\mathbb{R}$

*TH3:(1) thỏa $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}7-m>0\\ \Delta'_2=4-(7-m)^2\le 0\\ m>0\\ \Delta'_3=4-m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<7\\ m\le 5\\ m>0\\ m>2\end{cases}\Leftrightarrow\ 2<m\le 5.$

Câu 35. [2VD] Gọi S là tổng các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^x+7=2^{x+3}+m^2+6m$ có nghiệm $x\in(1;3)$. Chọn đáp án đúng.

A. $S=-35$. **B.** $S=20$. **C.** $S=25$. **D.** $S=-21$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $4^x+7=2^{x+3}+m^2+6m\Leftrightarrow 4^x-8.2^x=m^2+6m-7\,(1)$.

Đặt $2^x=t$, với $x\in(1;3)$ thì $t\in(2;8)$.

Phương trình đã cho trở thành $t^2-8t=m^2+6m-7(2)$.

Xét hàm số $f(t)=t^2-8t, t\in(2;8)$.

Ta có $f'(t)=2t-8;\ f'(t)=0\Leftrightarrow t=4\in(2;8)$.

Lại có $f(2)=-12;\ f(4)=-16;\ f(8)=0$.

Mà hàm $f(t)$ xác định và liên tục trên $t\in(2;8)$ nên $-16\le f(t)<0$.

Do đó phương trình (2) có nghiệm trên $t\in(2;8)\Leftrightarrow -16\le m^2+6m-7<0\Leftrightarrow -7<m<1$.

Vậy $m\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$. Do đó $S=-21$.

Câu 36. [3 VD] Cho $\int\limits_1^{e}(1+x\ln x)\,dx=ae^2+be+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=c$. **B.** $a+b=-c$. **C.** $a-b=c$. **D.** $a-b=-c$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int\limits_1^{e}(1+x\ln x)\,dx=\int\limits_1^{e}1.dx+\int\limits_1^{e}x\ln x\,dx=e-1+\int\limits_1^{e}x\ln x\,dx$.

Đặt $\begin{cases}u=\ln x\Rightarrow du=\dfrac{1}{x}dx\\ dv=x.dx\Rightarrow v=\dfrac{x^2}{2}\end{cases}$

Khi đó $\int\limits_1^e x\ln x\,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e - \frac{1}{2}\int\limits_1^e x\,\mathrm{d}x = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4}x^2\Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$.

Suy ra $\int\limits_1^e (1 + x\ln x)\,\mathrm{d}x = e - 1 + \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2}{4} + e - \frac{3}{4}$ nên $a = \frac{1}{4}$, $b = 1$, $c = -\frac{3}{4}$.

Vậy $a - b = c$.

Câu 37. **[3VD]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_{-5}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x = 9$. Tính tích phân $\int\limits_0^2 [f(1-3x)+8]\,\mathrm{d}x$.

A. 27. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 75.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Đặt $t = 1 - 3x \Rightarrow \mathrm{d}t = -3\mathrm{d}x$.

Với $x = 0 \to t = 1$ và $x = 2 \to t = -5$.

Ta có $\int\limits_0^2 [f(1-3x)+8]\,\mathrm{d}x = \int\limits_0^2 f(1-3x)\,\mathrm{d}x + \int\limits_0^2 8\mathrm{d}x = \int\limits_1^{-5} [f(t)]\frac{\mathrm{d}t}{-3} + 8x\Big|_0^2 = \frac{1}{3}\int\limits_{-5}^{1} [f(x)]\,\mathrm{d}x + 16$

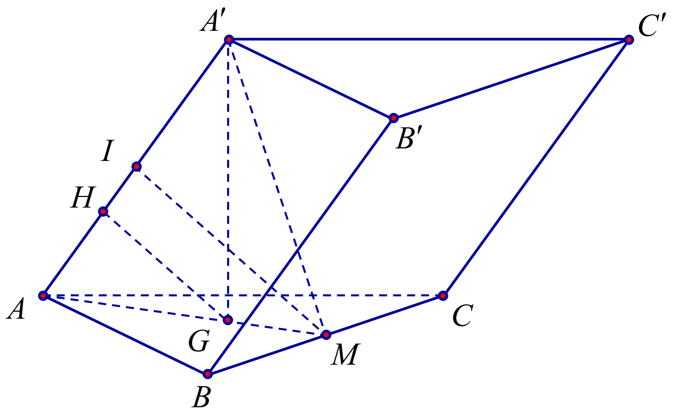
$= \frac{1}{3}.9 + 16 = 19$.

Câu 38. **[4VD]** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $A'G \perp (ABC)$ nên $A'G \perp BC$; $BC \perp AM \Rightarrow BC \perp (MAA')$

Kẻ $MI \perp AA'$; $BC \perp IM$ nên $d(AA'; BC) = IM = \frac{a\sqrt{3}}{4}$

Kẻ $GH \perp AA'$, ta có $\frac{AG}{AM} = \frac{GH}{IM} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow GH = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{4} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$$\frac{1}{HG^2}=\frac{1}{A'G^2}+\frac{1}{AG^2}\Leftrightarrow A'G=\frac{AG.HG}{\sqrt{AG^2-HG^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{3}}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{6}}{\sqrt{\frac{a^2}{3}-\frac{a^2}{12}}}=\frac{a}{3}$$

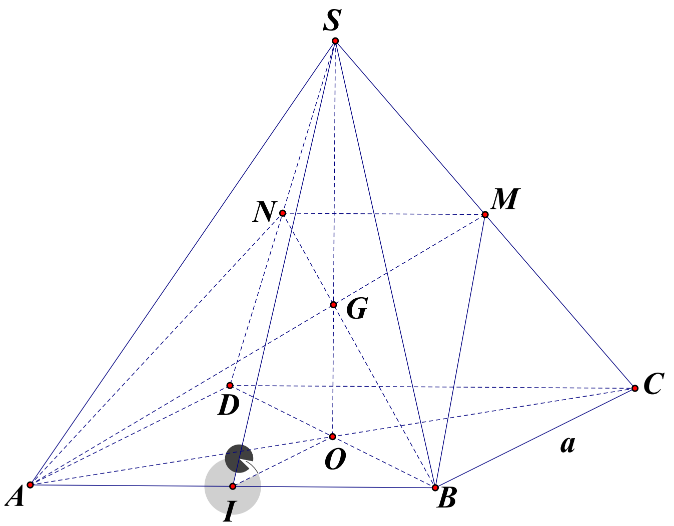
$$V_{ABC.A'B'C'}=A'G.S_{ABC}=\frac{a}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^2\sqrt{3}}{12}.$$

Câu 39. **[4VD]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAC. Mặt phẳng chứa AB và đi qua G cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại M và N. Biết mặt bên của hình chóp tạo với đáy một góc bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABMN$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $3a^3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Vì G là trọng tâm tam giác nên AG cắt SC tại trung điểm M của SC, tương tự BG cắt SD tại trung điểm N của SD.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và I là trung điểm của AB. Suy ra góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SIO}=60°$. Do đó $SO=OI.\tan 60°=a\sqrt{3}$.

Suy ra $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}4a^2\cdot a\sqrt{3}=\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Mặt khác $V_{S.ABCD}=2V_{S.ABC}$, ta lại có $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}\cdot\frac{SB}{SB}\cdot\frac{SM}{SC}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{S.ABM}=\frac{1}{2}.V_{S.ABC}$.

$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}}=\frac{SA}{SA}\cdot\frac{SN}{SD}\cdot\frac{SM}{SC}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}\Rightarrow V_{S.AMN}=\frac{1}{4}.V_{S.ACD}$.

Vậy $V_{S.ABMN}=\frac{3}{8}V_{S.ABCD}=\frac{3}{8}\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 40. [5VD] Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=a\sqrt{2}$. Gọi (T) là hình trụ có hai đáy nằm trên (S) và thiết diện qua trục của (T) có diện tích lớn nhất. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V=\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $V=2\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{9\pi a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi h là chiều cao của khối trụ. Ta có bán kính của khối trụ là: $r=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{h}{2}\right)^2}=\dfrac{1}{2}\sqrt{8a^2-h^2}$.

Diện tích thiết diện $S=h\sqrt{8a^2-h^2}\le\dfrac{h^2+8a^2-h^2}{2}=4a^2$.

Diện tích thiết diện lớn nhất khi $h^2=8a^2-h^2\Rightarrow h=2a\Rightarrow r=a\Rightarrow V=2\pi a^3$.

Câu 41. [6VDT] Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): ax+by+cz-9=0$ (với $a^2+b^2+c^2\neq 0$) đi qua hai điểm $A(3;2;1)$, $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x+y+z+4=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-12$. **B.** $S=5$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-6;3;1)$, $\overrightarrow{n_Q}=(3;1;1)$.

Do mặt phẳng (P) qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên

$\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{n_Q}\right]=(2;9;-15)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): 2x+9y-15z-9=0$.

Vậy $S=a+b+c=2+9-15=-4$.

Câu 42. [1VDC] Cho hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x-2}$ có đồ thị là (C), M là điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB=2\sqrt{5}$. Gọi S là tổng các hoành độ của tất cả các điểm M thỏa mãn bài toán. Tìm giá trị của S.

A. 6. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y'=\dfrac{-2}{(x-2)^2}$. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $x=2$ và $y=2$.

Gọi $M\left(m;\dfrac{2m-2}{m-2}\right)$ thuộc đồ thị hàm số.

Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại M: $y=\dfrac{-2}{(m-2)^2}(x-m)+\dfrac{2m-2}{m-2}$.

Đồ thị hàm số cắt hai đường tiệm cận tại các điểm $A\left(2;\dfrac{2m}{m-2}\right)$ và $B(2m-2;2)$.

$AB=2\sqrt{5}\Leftrightarrow(2m-4)^2+\dfrac{16}{(m-2)^2}=20$

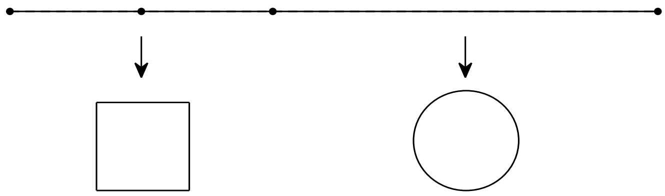
$$\Leftrightarrow (m-2)^4 - 5(m-2)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(m-2)^2 = 1 \\ (m-2)^2 = 4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m = 3 \\ m = 1 \\ m = 4 \\ m = 0\end{array}\right..$$

Vậy $S = 8$.

Câu 43. [1VDC] Một sợi dây kim loại dài a (cm). Người ta cắt sợi dây đó thành hai đoạn, trong đó một đoạn có độ dài x (cm)được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thành hình vuông $(a > x > 0)$. Tìm x để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

A. $x = \dfrac{a}{\pi + 4}(\text{cm})$. **B.** $x = \dfrac{2a}{\pi + 4}(\text{cm})$. **C.** $x = \dfrac{\pi a}{\pi + 4}(\text{cm})$. **D.** $x = \dfrac{4a}{\pi + 4}(\text{cm})$.

Hướng dẫn giải



Chọn C.

Do x là độ dài của đoạn dây cuộn thành hình tròn $(0 < x < a)$.

Suy ra chiều dài đoạn còn lại là $a - x$.

Chu vi đường tròn: $2\pi r = x \Rightarrow r = \dfrac{x}{2\pi}$.

Diện tích hình tròn: $S_1 = \pi . r^2 = \dfrac{x^2}{4\pi}$.

Diện tích hình vuông: $S_2 = \left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2$.

Tổng diện tích hai hình: $S = \dfrac{x^2}{4\pi} + \left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2 = \dfrac{(4+\pi).x^2 - 2a\pi x + \pi a^2}{16\pi}$.

Đạo hàm: $S' = \dfrac{(4+\pi).x - a\pi}{8\pi}$; $S' = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

x	0		$\dfrac{a\pi}{4+\pi}$		a
S'		$-$	0	$+$	
S		$\searrow$	y_{CT}	$\nearrow$	

Suy ra hàm S chỉ có một cực trị và là cực tiểu tại $x = \dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

Do đó S đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

Câu 44. [1VDC] Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ biết $a > 0$, $c > 2017$ và $a + b + c < 2017$. Số điểm cực trị của hàm số $y = |f(x) - 2017|$ là:

A. 1. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ xác định và liên tục trên $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f(0)=c>2017>0$.

$f(-1)=f(1)=a+b+c<2017$

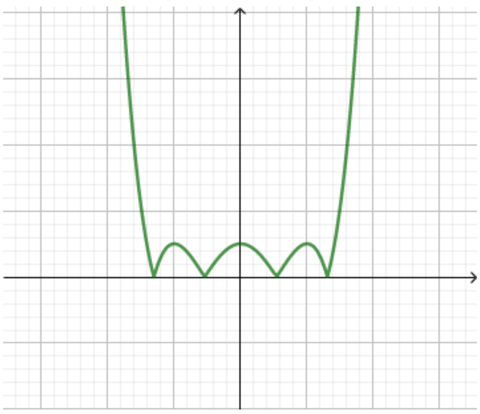
Do đó $[f(-1)-2017].[f(0)-2017]<0$ và $[f(1)-2017].[f(0)-2017]<0$

Mặt khác $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$ nên $\exists\alpha<0$, $\beta>0$ sao cho $f(\alpha)>2017$, $f(\beta)>2017$

$[f(\alpha)-2017].[f(-1)-2017]<0$ và $[f(\beta)-2017].[f(1)-2017]<0$

Suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)-2017$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt

Đồ thị hàm số $y=|f(x)-2017|$ có dạng



Vậy số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x)-2017|$ là 7 .

Câu 45. [2VDC] Cho x,y là các số dương thỏa mãn $\log_2\dfrac{x^2+5y^2}{x^2+10xy+y^2}+1+x^2-10xy+9y^2\le 0$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $P=\dfrac{x^2+xy+9y^2}{xy+y^2}$. Tính $T=10M-m$.

A. $T=60$. **B.** $T=94$. **C.** $T=104$. **D.** $T=50$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\log_2\frac{x^2+5y^2}{x^2+10xy+y^2}+1+x^2-10xy+9y^2\le 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(x^2+5y^2\right)-\log_2\left(x^2+10xy+y^2\right)+\log_2 2+2\left(x^2+5y^2\right)-\left(x^2+10xy+y^2\right)\le 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2\left(2x^2+10y^2\right)+2\left(x^2+5y^2\right)\le \log_2\left(x^2+10xy+y^2\right)+\left(x^2+10xy+y^2\right)$$

$\Leftrightarrow 2x^2+10y^2\le x^2+10xy+y^2$, (xét hàm đặt trưng)

$$\Leftrightarrow x^2-10xy+9y^2\le 0\Leftrightarrow\left(\frac{x}{y}\right)^2-10\left(\frac{x}{y}\right)+9\le 0\Leftrightarrow 1\le\frac{x}{y}\le 9$$

$$P=\frac{x^2+xy+9y^2}{xy+y^2}=\frac{\left(\frac{x}{y}\right)^2+\frac{x}{y}+9}{\frac{x}{y}+1}$$

Đặt $t=\frac{x}{y}$, điều kiện : $1\le t\le 9$

$f(t)=\frac{t^2+t+9}{t+1}$; $f'(t)=\frac{t^2+2t-8}{(t+1)^2}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-4(loai)\\t=2\end{array}\right.$

$f(1)=\frac{11}{2}$; $f(2)=5$; $f(9)=\frac{99}{10}$

Nên $M=\frac{99}{10}$, $m=5$. Vậy $T=10M-m=94$.

Câu 46. **[3VDC]** Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=4$ và $\int_0^1 \frac{x^2 f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=2$. Tính tích phân $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Xét $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=4$.

Đặt $t=\tan x\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{1}{\cos^2 x}\mathrm{d}x\Rightarrow\frac{\mathrm{d}t}{1+t^2}=\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=0$.

$x=\frac{\pi}{4}\Rightarrow t=1$.

$\Rightarrow\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\tan x)\mathrm{d}x=\int_0^1\frac{f(\mathrm{t})}{1+t^2}\mathrm{d}t=4$.

$\Rightarrow\int_0^1\frac{f(x)}{1+x^2}\mathrm{d}x=4$.

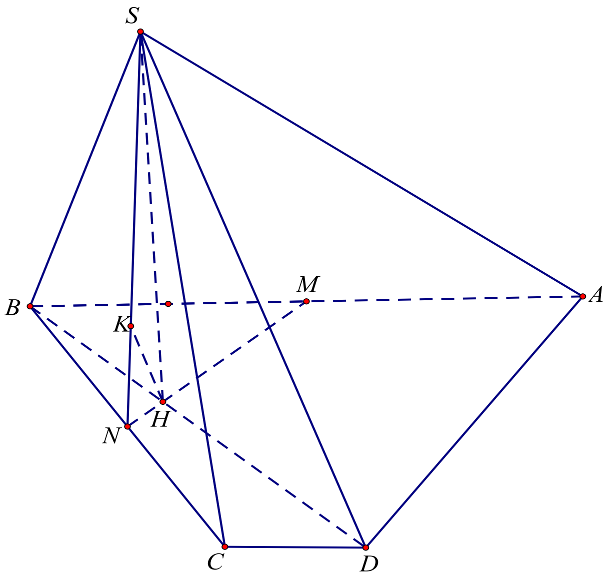
$\Rightarrow\int_0^1\frac{f(x)}{1+x^2}\mathrm{d}x+\int_0^1\frac{x^2f(x)}{x^2+1}\mathrm{d}x=\int_0^1\frac{f(x)}{1+x^2}(1+x^2)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4+2=6$.

Câu 47. **[4VDC]** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại B và C, $AB=2BC=4CD=2a$, giả sử M và N lần lượt là trung điểm của AB và BC. Hai mặt phẳng (SMN) và (SBD) cùng vuông góc với mặt phẳng đáy, và cạnh bên SB hợp với $(ABCD)$ một góc 60^0. Khoảng cách giữa SN và BD là

A. $\frac{\sqrt{45}a}{15}$. **B.** $\frac{\sqrt{195}a}{65}$. **C.** $\frac{\sqrt{165}a}{55}$. **D.** $\frac{\sqrt{105}a}{35}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi H là giao điểm của MN và BD.

Ta có $\begin{cases} SH = (SMN) \cap (SBD) \\ (SMN) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Có BH là hình chiếu của SB lên $(ABCD)$ nên $\angle SBH = 60^0$.

Từ giả thiết có $BC = a, AB = 2a, CD = \dfrac{a}{2}$.

Xét $\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{BD} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD} = \dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}\right).\left(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}\right) = 0$ suy ra $BD \perp MN$.

Có $\begin{cases} BD \perp SH \\ BD \perp MN \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SMN)$.

Mà $BD \cap (SMN) = \{H\}$ nên trong mặt phẳng (SMN) gọi K là hình chiếu của H lên SN, suy ra HK là đoạn vuông góc chung của BD, $SN \Rightarrow d(BD, SN) = HK$.

Trong tam giác vuông BMN có $\dfrac{1}{BH^2} = \dfrac{1}{BM^2} + \dfrac{1}{BN^2} \Rightarrow BH = \dfrac{a}{\sqrt{5}}$.

Trong tam giác vuông HBS có $SH = HB.tan60^0 = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$.

Trong tam giác vuông HBN có $HN = \sqrt{BN^2 - HB^2} = \dfrac{a\sqrt{5}}{10}$.

Trong tam giác vuông HSN có $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{HS^2} + \dfrac{1}{HN^2} \Rightarrow HK = \dfrac{a\sqrt{195}}{65}$.

Vậy $d(BD, SN) = \dfrac{a\sqrt{195}}{65}$.

Câu 48. **[6VDC]** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ thỏa mãn $OA = 2OB$ và thể tích của khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S = 2a + b + 3c$.

A. $\dfrac{81}{16}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{45}{2}$. **D.** $\dfrac{81}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$. Khi đó mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Vì (P) đi qua M nên $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Mặt khác $OA=2OB$ nên $a=2b$ nên $\frac{3}{2b}+\frac{1}{c}=1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V=\frac{1}{3}b^2c$.

Ta có $\frac{3}{2b}+\frac{1}{c}=\frac{3}{4b}+\frac{3}{4b}+\frac{1}{c}\ge 3\sqrt[3]{\frac{9}{16b^2c}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{9}{16b^2c}}\le\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{16b^2c}{9}\ge 27\Rightarrow V=\frac{b^2c}{3}\ge\frac{81}{16}$.

$$MinV=\frac{81}{16} \text{ khi } \begin{cases}\frac{3}{4b}=\frac{1}{c}=\frac{1}{3}\\ a=2b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{9}{2}\\ b=\frac{9}{4}\\ c=3\end{cases}.$$

$\Rightarrow S=2a+b+3c=\frac{81}{4}$

Câu 49. **[7VDC]** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp $12A$, 3 học sinh lớp $12B$ và 5 học sinh lớp $12C$ thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng :

A. $\frac{11}{630}$. **B.** $\frac{1}{126}$. **C.** $\frac{1}{105}$. **D.** $\frac{1}{42}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số cách xếp 10 học sinh vào 10 vị trí: $n(\Omega)=10!$ cách.

Gọi A là biến cố: "Trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau".
Sắp xếp 5 học sinh lớp 12C vào 5 vị trí, có $5!$ cách.
Ứng mỗi cách xếp 5 học sinh lớp 12C sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí ở giữa và hai vị trí hai đầu để xếp các học sinh còn lại.

	C1		C2		C3		C4		C5	

- TH1: Xếp 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa (không xếp vào hai đầu), có A_4^3 cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó, chọn lấy 1 trong 2 học sinh lớp 12A xếp vào vị trí trống thứ 4 (để hai học sinh lớp 12C không được ngồi cạnh nhau), có 2 cách.
Học sinh lớp 12A còn lại có 8 vị trí để xếp, có 8 cách.
Theo quy tắc nhân, ta có $5!.A_4^3.2.8$ cách.

- TH2: Xếp 2 trong 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa và học sinh còn lại xếp vào hai đầu, có $C_3^1.2.A_4^2$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó sẽ còn 2 vị trí trống ở giữa, xếp 2 học sinh lớp 12A vào vị trí đó, có 2 cách.
Theo quy tắc nhân, ta có $5!.C_3^1.2.A_4^2.2$ cách.
Do đó số cách xếp không có học sinh cùng lớp ngồi cạnh nhau là
$n(A)=5!.A_4^3.2.8+5!.C_3^1.2.A_4^2.2=63360$ cách.

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{63360}{10!}=\dfrac{11}{630}$.

Câu 50. **[6VDC]** Cho phương trình:

$\sin x(2-\cos 2x)-2(2\cos^3 x+m+1)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}=3\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có:

$\sin x(2-\cos 2x)-2(2\cos^3 x+m+1)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}=3\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$

$\Leftrightarrow \sin x(1+2\sin^2 x)=2(2\cos^3 x+m+2)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}+\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$

$\Leftrightarrow 2\sin^3 x+\sin x=2\left(\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\right)^3+\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$ (1)

Xét hàm số $f(u)=2u^3+u$; với $u\geq 0$ có $f'(u)=6u^2+1>0, \forall u\geq 0$, nên hàm số $f(u)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Bởi vậy:

$(1)\Leftrightarrow f(\sin x)=f\left(\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\right)\Leftrightarrow \sin x=\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$ (2)

Với $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$ thì

$(2)\Leftrightarrow \sin^2 x=2\cos^3 x+m+2$

$\Leftrightarrow -2\cos^3 x-\cos^2 x-1=m$ (3)

Đặt $t=\cos x$, phương trình (3) trở thành $-2t^3-t^2-1=m$ (4)

Ta thấy, với mỗi $t\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]$ thì phương trình $\cos x=t$ cho ta một nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$. Do đó, để phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$ điều kiện cần và đủ là phương trình (4) có đúng một nghiệm $t\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]$.

Xét hàm số $g(t)=-2t^3-t^2-1$ với $t\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]$.

Ta có $g'(t)=-6t^2-2t$, $g'(t)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

t	$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		0		1
$g'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(t)$	-1	↘	$-\frac{28}{27}$	↗	-1	↘	-4

Từ bảng biến thiên suy ra, phương trình (4) có đúng một nghiệm $t\in\left(-\frac{1}{2};1\right]$ khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l}-4\le m<-\frac{28}{27}\\ m=-1\end{array}\right.$$

Hay, các giá trị nguyên của m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\frac{2\pi}{3}\right)$ là $\{-4;-3;-2;-1\}$. Vậy có 4 giá trị nguyên âm m

SỞ GIÁO DỤC & ĐÀO TẠO CÀ MAU	KÌ THI THỬ THPTQUỐC GIA LẦN 1
THPT CHUYÊN PHAN NGỌC HIỂN	**NĂM HỌC 2019-2020**
(Đề có ... trang)	**MÔN THI: TOÁN**
	Thời gian làm bài: 90 phút,không kể thời gian phát đề.

Họ và tên học sinh:...; Số báo danh: …….. **Mã đề: G2**

Câu 1. **[1NB]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;3\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$.

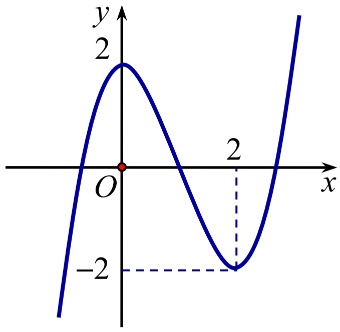
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 2. **[1NB]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

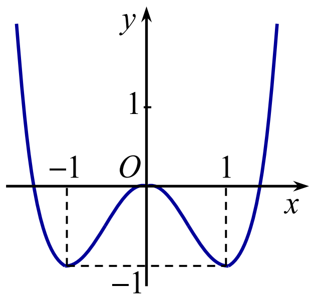
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và cực tiểu tại $x=2$.

D. Hàm số có ba điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 3. **[1NB]** Hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2-3$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=-x^4+2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số trùng phương có hệ số $a>0$ và đi qua gốc tọa độ.

Câu 4. **[2NB]** Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $y=x+\log_2 x$. **B.** $y=x+\log_2\dfrac{1}{x}$. **C.** $y=x^2+\log_2 x$. **D.** $y=-\log_2 x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì $y'(x)=-\dfrac{1}{x\ln 2}<0,\forall x>0$ nên hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 5. **[2NB]** Cho $\log_2 x=\sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_2^2 x+\log_{\frac{1}{2}} x+\log_4 x$.

A. $P=\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $P=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $P=2\sqrt{2}$. **D.** $P=\dfrac{4-\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có $P=\log_2^2 x-\log_2 x+\dfrac{1}{2}\log_2 x$

$P=\left(\sqrt{2}\right)^2-\sqrt{2}+\dfrac{1}{2}\sqrt{2}=2-\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{4-\sqrt{2}}{2}$.

Câu 6. **[3NB]** Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y=\dfrac{1}{(1+x)^2}$.

A. $\displaystyle\int\frac{1}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=\frac{2}{(x+1)^3}+C$. **B.** $\displaystyle\int\frac{1}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=-\frac{1}{x+1}+C$.

C. $\displaystyle\int\frac{1}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{x+1}+C$. **D.** $\displaystyle\int\frac{1}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=\frac{-2}{(x+1)^3}+C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$\displaystyle\int\frac{1}{(x+1)^2}\mathrm{d}x=\int(x+1)^{-2}\mathrm{d}x=-(x+1)^{-1}+C=\frac{-1}{x+1}+C$.

Câu 7. **[3NB]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1;4]$, $f(4)=2020$, $\displaystyle\int_{-1}^{4}f'(x)\mathrm{d}x=2019$. Tính $f(-1)$?

A. $f(-1)=-1$. **B.** $f(-1)=1$. **C.** $f(-1)=3$. **D.** $f(-1)=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có $\displaystyle\int_{-1}^{4}f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_{-1}^{4}=f(4)-f(-1)\Rightarrow f(-1)=f(4)-\int_{-1}^{4}f'(x)\mathrm{d}x=2020-2019=1$.

Câu 8. **[4NB]** Hình tứ diện đều có số cạnh là:

A. 6. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 9. **[5NB]** Cho khối cầu (S) có bán kính $R=2$ (cm). Tính thể tích V của khối cầu.

A. $V=\dfrac{32\pi}{3}$ (cm^3). **B.** $V=32\pi$ (cm^3). **C.** $V=16\pi$ (cm^3). **D.** $V=\dfrac{16\pi}{3}$ (cm^3).

Hướng dẫn giải

Chọn A

$V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{32\pi}{3}$ (cm^3).

Câu 10. **[5NB]** Cho hình trụ có bán kính đáy $r=3$ (cm) và chiều cao $h=4$ (cm). Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ.

A. $S_{xq}=12\pi$ (cm^2). **B.** $S_{xq}=24\pi$ (cm^2). **C.** $S_{xq}=48\pi$ (cm^2). **D.** $S_{xq}=36\pi$ (cm^2).

Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=24\pi$ (cm^2).

Câu 11. **[6NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-1=0$. Khi đó, một véctơ pháp tuyến của (P) là:

A. $\vec{n}_1=(-2;1;-3)$. **B.** $\vec{n}_1=(2;-1;-1)$. **C.** $\vec{n}_1=(-1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_1=(2;-1;-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 12. **Câu 2 [6NB]** Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ của véc tơ $\vec{u}=-8\vec{i}+4\vec{k}+6\vec{j}$.

A. $\vec{u}=(-4;2;3)$. **B.** $\vec{u}=(-4;3;2)$. **C.** $\vec{u}=(-8;4;6)$. **D.** $\vec{u}=(-8;6;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\vec{u}=-8\vec{i}+6\vec{j}+4\vec{k}\Rightarrow \vec{u}=(-8;6;4)$.

Câu 13. **[6NB]** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(2;-3;-2)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-5;1)$. Phương trình của (P) là

A. $2x-5y+z-12=0$. **B.** $2x-5y+z+17=0$.

C. $2x-5y+z-17=0$. **D.** $2x-3y-2z-18=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng là $2(x-2)-5(y+3)+1(z+2)=0 \Leftrightarrow 2x-5y+z-17=0$.

Câu 14. **[7NB]** Một túi chứa 6 bi xanh, 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Tính xác suất để lấy được cả hai bi đều màu đỏ?

A. $\dfrac{4}{15}$. **B.** $\dfrac{2}{15}$. **C.** $\dfrac{8}{15}$. **D.** $\dfrac{7}{45}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xác suất để lấy được cả hai bi đều màu đỏ: $\dfrac{C_4^2}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{15}$.

Câu 15. [8NB] Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-3$, $u_7=33$. Tính công sai d.

A. $d=6$. **B.** $d=5$. **C.** $d=8$. **D.** $d=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $u_7=u_1+6d=33 \Rightarrow d=6$.

Câu 16. [1TH] Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{2-x^2}-x$ bằng

A. $2-\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2+\sqrt{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định $D=\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Ta có $y'=\dfrac{-x}{\sqrt{2-x^2}}-1$. Suy ra $y'=0 \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2}=-x \Leftrightarrow \begin{cases} x<0 \\ x^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow x=-1$.

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Mà $y\left(\sqrt{2}\right)=-\sqrt{2},\ y\left(-\sqrt{2}\right)=\sqrt{2},\ y(-1)=2$.

Do đó $\max y=2$, $\min y=-\sqrt{2}$. Vậy $\max y+\min y=2-\sqrt{2}$.

Câu 17. [1TH] Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=(x-1)\left(x^2-2\right)\left(x^4-4\right)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow (x-1)\left(x^2-2\right)^2\left(x^2+2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↘	y_{CT}	↗		↗	$+\infty$

Vậy hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 18. [1TH] Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{\sqrt{2x^2+1}}$ có số đường tiệm cận là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

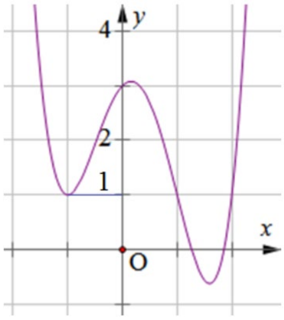
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to (-1)^-}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}=-\infty$ nên hai đường thẳng $x=-1$ và $x=1$ là hai đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}=2$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{\sqrt{x^2-1}}=-2$ nên hai đường thẳng $y=-2$ và $y=2$ là hai đường tiệm cận ngang.

Câu 19. **[1TH]** Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm ?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Số nghiệm phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số 1 và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 20. **[2TH]** Chọn khẳng định đúng khi nói về hàm số $y=\dfrac{\ln x}{x}$.

A. Hàm số có một điểm cực tiểu.
B. Hàm số có một điểm cực đại.
C. Hàm số không có cực trị.
D. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tập xác định $D=(0;+\infty)$; $y'=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x=e$

Hàm y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x=e$ nên $x=e$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 21. **[2TH]** Tính tích các nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-1}=3^{2x+3}$.

A. $-3\log_2 3$. **B.** $-\log_2 54$. **C.** -1. **D.** $1-\log_2 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $2^{x^2-1}=3^{2x+3}$

$\Leftrightarrow x^2-1=\log_2 3^{2x+3}\Leftrightarrow x^2-1=(2x+3)\log_2 3$

$\Leftrightarrow x^2-1=2x\log_2 3+3\log_2 3\Leftrightarrow x^2-2x\log_2 3-1-3\log_2 3=0$ (*)

Phương trình (*) có hệ số $a=1,c=-(1+3\log_2 3)<0\Rightarrow a.c<0$, do đó phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2. Theo vi-et: $x_1.x_2=-1-3\log_2 3=-\log_2 2-\log_2 3^3=-\log_2 54$.

Câu 22. **[2TH]** Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=e^{x+1}-2$ trên đoạn $[0;3]$.

A. e^4-2. **B.** e^2-2. **C.** $e-2$. **D.** e^3-2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=e^{x+1}>0, \forall x\in[0;3]$, do đó hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên đoạn $[0;3]$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đoạn $[0;3]$ bằng $f(3)=e^4-2$.

Câu 23. [3TH] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=8$; $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-4$. Tính $I=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=8$. **B.** $I=12$. **C.** $I=36$. **D.** $I=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$I=\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2+6=8$.

Câu 24. [3TH] Tính tích phân $I=\int\limits_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $I=\frac{2}{9}t^3\Big|_1^2$. **B.** $I=\frac{2}{3}\int\limits_1^2 t\mathrm{d}t$. **C.** $I=\frac{2}{3}\int\limits_1^2 t^2\mathrm{d}t$. **D.** $I=\frac{14}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$I=\int\limits_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x}}{x}\mathrm{d}x$, đặt $t=\sqrt{1+3\ln x}\Rightarrow t^2=1+3\ln x\Rightarrow 2t\mathrm{d}t=\frac{3}{x}\mathrm{d}x\Rightarrow \frac{2t}{3}\mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}x}{x}$.

Đổi cận: $x=1\Rightarrow t=1$; $x=e\Rightarrow t=2$.

$I=\int\limits_1^2 \frac{2t^2}{3}\mathrm{d}t=\frac{2}{9}t^3\Big|_1^2=\frac{14}{9}$.

Câu 25. [4TH] Tính thể tích của một khối lăng trụ biết khối lăng trụ đó có đường cao bằng $3a$, diện tích mặt đáy bằng $4a^2$.

A. $6a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $16a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Áp dụng công thức thể tích khối lăng trụ ta có được: $V=S_d.h=4a^2.3a=12a^3$.

Câu 26. [4TH] Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA=3a$ và SA vuông góc với đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là.

A. a^3. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $6a^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Diện tích đáy $S_{ABCD}=a^2$.

Thể tích khối chóp: $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}3a.a^2=a^3$.

Câu 27. **[5TH]** Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = a, BC = a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay tam giác ABC quanh cạnh AB.

A. $V = \pi a^3$. **B.** $V = \dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V = \dfrac{\pi a^3}{3}$. **D.** $V = \pi a^3\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Khối tròn xoay được tạo thành là khối nón có:

Bán kính đáy: $r = AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = a$.

Đường cao: $h = AB = a$.

Thể tích của khối nón là $V = \dfrac{\pi a^3}{3}$.

Câu 28. **[5TH]** Cho khối nón có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng 15π. Tính thể tích V của khối nón.

A. $V = 20\pi$. **B.** $V = 12\pi$. **C.** $V = 36\pi$. **D.** $V = 60\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} r = 3 \\ S_{xq} = \pi rl = 15\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 3 \\ l = 5 \end{cases} \Rightarrow h = 4 \Rightarrow V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = 12\pi$.

Câu 29. **[6TH]** Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn thẳng AB với $A(4;-3;7)$ và $B(2;1;3)$ là

A. $(\alpha): x + 2y + 2z + 15 = 0$. **B.** $(\alpha): x - 2y + 2z + 15 = 0$.

C. $(\alpha): x + 2y + 2z - 15 = 0$. **D.** $(\alpha): x - 2y + 2z - 15 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi M là trung điểm của AB suy ra $M(3;-1;5)$.

Mặt phẳng trung trực đoạn AB đi qua $M(3;-1;5)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (-2;4;-4)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình (α): $-2(x-3) + 4(y+1) - 4(z-5) = 0 \Leftrightarrow x - 2y + 2z - 15 = 0$.

Câu 30. **[6TH]** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(0;1;2)$. Mặt cầu (S) đường kính AB có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 8$. **B.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 2$.

C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = \sqrt{2}$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tâm mặt cầu chính là trung điểm I của AB, với $I(1;1;1)$.

Bán kính mặt cầu: $R = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{2}$.

Phương trình mặt cầu: $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 2$.

Câu 31. **[7TH]** Hỏi có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau mà các chữ số được chọn từ tập $A = \{3;4;5;6;7\}$ sao cho mỗi số lập được luôn có mặt chữ số 4?

A. 36. **B.** 72. **C.** 32. **D.** 48.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi số tạo thành có dạng $x=\overline{abc}$, với a, b, c đôi một khác nhau và lấy từ A.
Chọn một vị trí a,b hoặc c cho số 4 có 3 cách chọn.

Chọn hai chữ số khác 4 từ A và sắp xếp vào hai vị trí còn lại của x có A_4^2 cách chọn

Theo quy tắc nhân có $3.A_4^2=36$ cách chọn

Mỗi cách sắp xếp như trên cho ta một số thỏa yêu cầu.
Vậy có 36 số cần tìm.

Câu 32. **[1VDT]** Cho $y=(m-3)x^3+2(m^2-m-1)x^2+(m+4)x-1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên âm của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy. Hỏi S có bao nhiêu phần tử ?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $y'=3(m-3)x^2+4(m^2-m-1)x+m+4$

$y'=0\Leftrightarrow 3(m-3)x^2+4(m^2-m-1)x+m+4=0$.

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Suy ra $\begin{cases}3(m-3)\neq 0\\3(m-3).(m+4)<0\end{cases}\Leftrightarrow -4<m<3$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=\{-3;-2;-1;0;1;2\}$. Vậy S có 3 phần tử.

Câu 33. **[1VD]** Cho hàm số $y=x^3+3mx^2+(m+1)x+1$ có đồ thị (C). Biết rằng khi $m=m_0$ thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng $x_0=-1$ đi qua $A(1;3)$. Khẳng định nào sâu đây đúng?

A. $-1<m_0<0$. **B.** $0<m_0<1$. **C.** $1<m_0<2$. **D.** $-2<m_0<-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $y'=3x^2+6mx+m+1$.

Với $x_0=-1$ thì $y_0=2m-1$, gọi $B(-1;2m-1)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-2;2m-4)$.

Tiếp tuyến tại B đi qua A nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k=-m+2$.
Mặt khác: hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(x_0)$.

Do đó ta có: $3(x_0)^2+6m_0x_0+m_0+1=-m_0+2$

$\Leftrightarrow 3-6m_0+m_0+1=-m_0+2\Leftrightarrow -4m_0=-2\Leftrightarrow m_0=\dfrac{1}{2}$.

Câu 34. **[2VD]** Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1+\log_5(x^2+1)\geq\log_5(mx^2+4x+m)$ có nghiệm đúng $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $m\in(2;3]$. **B.** $m\in(-2;3]$. **C.** $m\in[2;3)$. **D.** $m\in[-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Bất phương trình tương đương $5(x^2+1)\geq mx^2+4x+m>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (5-m)x^2-4x+5-m \geq 0 & (2) \\ mx^2+4x+m>0 & (3) \end{cases}$ (*), $\forall x \in \mathbb{R}$.

*TH1: $m=0$ hoặc $m=5$: (*) không thỏa $\forall x \in \mathbb{R}$

*TH2: $m \neq 0$ và $m \neq 5$: (*) $\Leftrightarrow \begin{cases} 5-m>0 \\ \Delta_2' = 4-(5-m)^2 \leq 0 \\ m>0 \\ \Delta_3' = 4-m^2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \quad 2<m \leq 3$.

Câu 35. [2VD] Gọi S là tổng các giá trị nguyên của tham số m, với $m>-8$ để phương trình $4^x+m.2^{x+1}+m^2-1=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1+x_2>3$. Chọn đáp án đúng.

A. $S=-35$. **B.** $S=20$. **C.** $S=25$. **D.** $S=-22$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$4^x+m.2^{x+1}+m^2-1=0 \Leftrightarrow 4^x+2m.2^x+m^2-1=0 \Leftrightarrow (2^x+m)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2^x=-m+1 \\ 2^x=-m-1 \end{array}\right.$

Để pt có 2 nghiệm: $\begin{cases} -m+1>0 \\ -m-1>0 \end{cases} \Leftrightarrow m<-1$ (1). Khi đó giả sử $2^{x_1}=-m+1$ và $2^{x_2}=-m-1$

Có: $x_1+x_2>3 \Leftrightarrow 2^{x_1+x_2}>8 \Leftrightarrow 2^{x_1}.2^{x_2}>8 \Leftrightarrow (-m+1)(-m-1)>8 \Leftrightarrow m^2-1>8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<-3 \end{array}\right.$

Kết hợp đk (1), suy ra $m<-3$.

Vậy $m \in \{-7;-6;-5;-4\}$. Do đó $S=-22$.

Câu 36. [3 VD] Cho $\int\limits_1^{e}(2+x\ln x)\,dx = ae^2+be+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+c=-b$. **B.** $a-c=b$. **C.** $a+c=b$. **D.** $a-c=-b$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int\limits_1^{e}(2+x\ln x)\,dx = \int\limits_1^{e}2.dx+\int\limits_1^{e}x\ln x\,dx = 2e-2+\int\limits_1^{e}x\ln x\,dx$.

Đặt $\begin{cases} u=\ln x \Rightarrow du=\dfrac{1}{x}dx \\ dv=x.dx \Rightarrow v=\dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

Khi đó $\int\limits_1^{e}x\ln x\,dx = \dfrac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^{e} - \dfrac{1}{2}\int\limits_1^{e}x\,dx = \dfrac{e^2}{2}-\dfrac{1}{4}x^2\Big|_1^{e} = \dfrac{e^2}{2}-\dfrac{e^2}{4}+\dfrac{1}{4} = \dfrac{e^2}{4}+\dfrac{1}{4}$.

Suy ra $\int\limits_1^{e}(1+x\ln x)\,dx = 2e-2+\dfrac{e^2}{4}+\dfrac{1}{4} = \dfrac{e^2}{4}+2e-\dfrac{7}{4}$ nên $a=\dfrac{1}{4}$, $b=2$, $c=-\dfrac{7}{4}$.

Vậy $a-b=c$.

Câu 37. [3VD] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_{-5}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 9$. Tính tích phân $\int\limits_{0}^{2}\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x$.

A. 27. **<u>B.</u>** 21. **C.** 15. **D.** 75.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Đặt $t = 1-3x \Rightarrow \mathrm{d}t = -3\mathrm{d}x$.

Với $x = 0 \to t = 1$ và $x = 2 \to t = -5$.

Ta có $\int\limits_{0}^{2}\left[f(1-3x)+9\right]\mathrm{d}x = \int\limits_{0}^{2} f(1-3x)\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{2} 9\mathrm{d}x = \int\limits_{1}^{-5}\left[f(t)\right]\frac{\mathrm{d}t}{-3} + 9x\Big|_0^2 = \frac{1}{3}\int\limits_{-5}^{1}\left[f(x)\right]\mathrm{d}x + 18$

$= \frac{1}{3}.9 + 18 = 21$.

Câu 38. [4VD] Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, biết đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{a}{6}$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{8}$. **B.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{28}$. **C.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **<u>D.</u>** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{16}$.

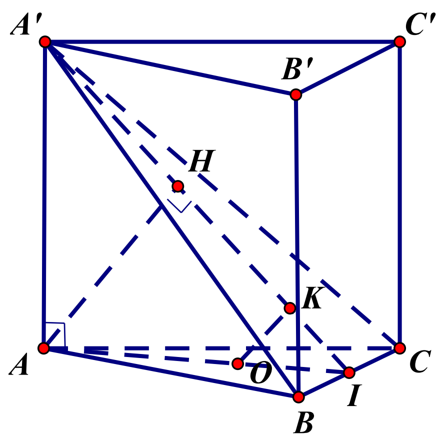
Hướng dẫn giải

Chọn D

Diện tích đáy là $B = S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao là $h = d\left((ABC);(A'B'C')\right) = AA'$.

Do tam giác ABC là tam giác đều nên O là trọng tâm của tam giác ABC. Gọi I là trung điểm của BC, H là hình chiếu vuông góc của A lên $A'I$ ta có $AH \perp (A'BC) \Rightarrow d\left(A;(A'BC)\right) = AH$



$$\frac{d\left(O;(A'BC)\right)}{d\left(A;(A'BC)\right)} = \frac{IO}{IA} = \frac{1}{3} \Rightarrow d\left(O;(A'BC)\right) = \frac{d\left(A;(A'BC)\right)}{3} = \frac{AH}{3} = \frac{a}{6} \Rightarrow AH = \frac{a}{2}$$

Xét tam giác $A'AI$ vuông tại A ta có:

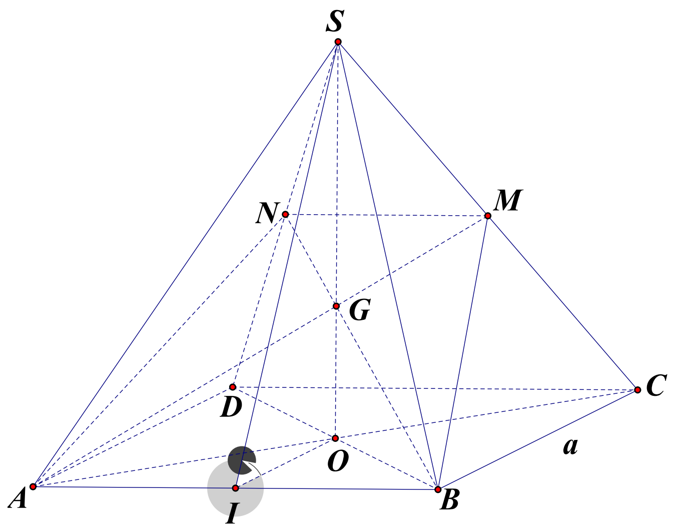
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AI^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AI^2} \Rightarrow AA' = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3a^3\sqrt{2}}{16}.$$

Câu 39. **[4VD]** Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng a. Gọi G là trọng tâm tam giác SAC. Mặt phẳng chứa AB và đi qua G cắt các cạnh SC, SD lần lượt tại M và N. Biết mặt bên của hình chóp tạo với đáy một góc bằng $60°$. Thể tích khối chóp $S.ABMN$ bằng:

A. $a^3\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a^3\dfrac{\sqrt{3}}{8}$. **C.** $a^3\dfrac{\sqrt{3}}{16}$. **D.** $3a^3\dfrac{\sqrt{3}}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Vì G là trọng tâm tam giác SAC nên AG cắt SC tại trung điểm M của SC, tương tự BG cắt SD tại trung điểm N của SD.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ và I là trung điểm của AB. Suy ra góc giữa mặt bên (SAB) và mặt đáy $(ABCD)$ là $\widehat{SIO}=60°$. Do đó $SO=OI.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}a^2\cdot\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

Mặt khác $V_{S.ABCD}=2V_{S.ABC}$, ta lại có $\dfrac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}}=\dfrac{SA}{SA}\cdot\dfrac{SB}{SB}\cdot\dfrac{SM}{SC}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow V_{S.ABM}=\dfrac{1}{2}.V_{S.ABC}$.

$\dfrac{V_{S.AMN}}{V_{S.ACD}}=\dfrac{SA}{SA}\cdot\dfrac{SN}{SD}\cdot\dfrac{SM}{SC}=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow V_{S.AMN}=\dfrac{1}{4}.V_{S.ACD}$.

Vậy $V_{S.ABMN}=\dfrac{3}{8}V_{S.ABCD}=\dfrac{3}{8}\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{16}$.

Câu 40. **[5VD]** Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=a$. Gọi (T) là hình trụ có hai đáy nằm trên (S) và thiết diện qua trục của (T) có diên tích lớn nhất. Tính thể tích V của khối trụ.

A. $V=\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\pi a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=2\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi h là chiều cao của khối trụ. Ta có bán kính của khối trụ là $r=\sqrt{R^2-\left(\frac{h}{2}\right)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{4a^2-h^2}$.

Diện tích thiết diện $S=h\sqrt{4a^2-h^2}\le\frac{h^2+4a^2-h^2}{2}=2a^2$.

Diện tích thiết diện lớn nhất khi $h^2=4a^2-h^2\Rightarrow h=a\sqrt{2}\Rightarrow r=\frac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow V=\frac{\pi a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 41. **[6VDT]** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Q): $ax+by+cz-11=0$ (với $a^2+b^2+c^2\neq 0$) đi qua hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-3y+2z-5=0$. Tính tổng $S=a+b+c$.

A. $S=-12$. **B.** $S=5$. **C.** $S=-4$. **D.** $S=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-3;-3;2)$.

Véc tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}=(1;-3;2)$.

Do mặt phẳng (Q) đi qua AB và vuông góc với (P) nên (Q) nhận véc tơ $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=(0;8;12)$ làm một véc tơ pháp tuyến nên phương trình của (Q) sẽ là $2(y-4)+3(z-1)=0\Leftrightarrow 2y+3z-11=0$.

Suy ra $a=0$, $b=2$, $c=3\Rightarrow S=a+b+c=5$.

Câu 42. **[1VDC]** Cho hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$, gọi d là tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ bằng $m-2$. Biết đường thẳng d cắt tiệm cận đứng của đồ thị hàm số tại điểm $A(x_1;y_1)$ và cắt tiệm cận ngang của đồ thị hàm số tại điểm $B(x_2;y_2)$. Gọi S là tập hợp các số m sao cho $x_2+y_1=-5$. Tính tổng bình phương các phần tử của S.

A. 0. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$y=1-\frac{3}{x+2}\Rightarrow y'=\frac{3}{(x+2)^2}$

Ta có $x=m-2\Rightarrow y=1-\frac{3}{m}$ $(m\neq 0)$

Phương trình tiếp tuyến d: $y=\frac{3}{m^2}(x-m+2)+1-\frac{3}{m}$

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=1$ và tiệm cận đứng $x=-2$.

Tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}y=\frac{3}{m^2}(x-m+2)+1-\frac{3}{m}\\x=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1-\frac{6}{m}\\x=-2\end{cases}\text{ nên } y_1=1-\frac{6}{m}$$

Tọa độ điểm B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases}y=\frac{3}{m^2}(x-m+2)+1-\frac{3}{m}\\y=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=1\\x=2m-2\end{cases}\text{ nên } x_2=2m-2$$

Suy ra $x_2 + y_1 = 2m - \dfrac{6}{m} - 1 = -5 \Leftrightarrow 2m^2 + 4m - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -3 \end{array}\right.$

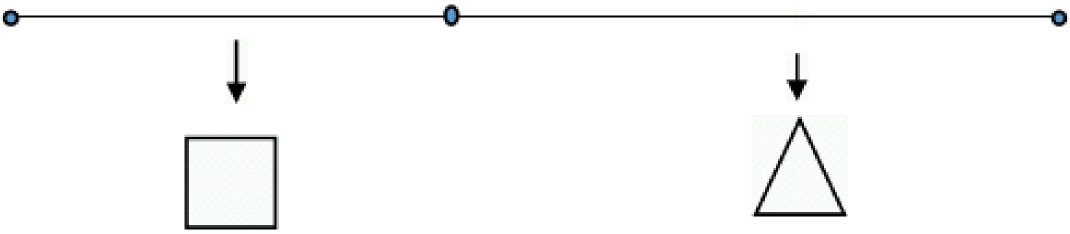
Vậy tổng bình phương các phần tử của S là $1^2 + (-3)^2 = 10$.

Câu 43. **[1VDC]** Bạn A có một sợi dây mềm và dẻo không đàn hồi dài $20\ m$, bạn chia sợi dây thành hai đoạn, trong đó đoạn đầu có độ dài $x(m)$ được gấp thành một tam giác đều, đoạn còn lại gấp thành một hình vuông. Hỏi độ dài đoạn đầu bằng bao nhiêu (m) để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất ?

A. $\dfrac{120}{9+4\sqrt{3}}\ m$. **B.** $\dfrac{40}{9+4\sqrt{3}}\ m$. **C.** $\dfrac{180}{9+4\sqrt{3}}\ m$. **D.** $\dfrac{60}{9+4\sqrt{3}}\ m$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Gọi $x\ (m)$ là cạnh của tam giác đều, $\left(0 < x < \dfrac{20}{3}\right)$.

Suy ra cạnh hình vuông là $\dfrac{20-3x}{4}\ (m)$.

Gọi S là tổng diện tích của hai hình.

$S(x) = x^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4} + \left(\dfrac{20-3x}{4}\right)^2$.

Ta có : $S'(x) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x + 2\dfrac{20-3x}{4}.\left(-\dfrac{3}{4}\right)$.

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2}x + 2\dfrac{20-3x}{4}.\left(-\dfrac{3}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{60}{9+4\sqrt{3}}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{60}{9+4\sqrt{3}}$		$\dfrac{20}{3}$
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$		$\searrow$		$\nearrow$	

Dựa vào bảng biến thiên, S đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \dfrac{60}{9+4\sqrt{3}}\ m$.

Câu 44. **[1VDC]** Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $a > 0$, $d > 2018$, $a + b + c + d - 2018 < 0$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = \left|f(x) - 2018\right|$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

- Xét hàm số $g(x)=f(x)-2018=ax^3+bx^2+cx+d-2018$.

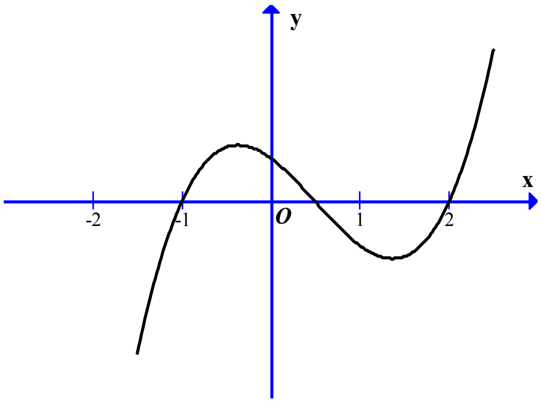
Ta có: $\begin{cases} g(0)=d-2018 \\ g(1)=a+b+c+d-2018 \end{cases}$.

Theo giả thiết, ta được $\begin{cases} g(0)>0 \\ g(1)<0 \end{cases}$.

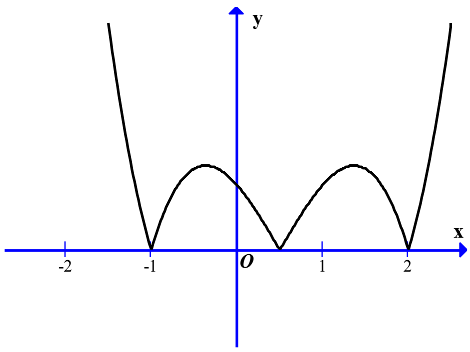
- Lại do: $a>0$ nên $\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-\infty \end{cases}$ $\Rightarrow \exists\beta>1: g(\beta)>0$ và $\Rightarrow \exists\alpha<0: g(\alpha)<0$.

Do đó: $\begin{cases} g(\alpha).g(0)<0 \\ g(0).g(1)<0 \\ g(1).g(\beta)<0 \end{cases}$ $\Rightarrow g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(\alpha;\beta)$.

Hay hàm số $y=g(x)$ có đồ thị dạng (hình minh họa)



Khi đó đồ thị hàm số $y=|g(x)|$ có dạng



Vậy hàm số $y=|f(x)-2018|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 45. [2VDC] Cho $x;y$ là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $5^{x+4y}+\dfrac{3}{3^{xy}}+x+1=\dfrac{5^{xy}}{5}+3^{-x-4y}+y(x-4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+y$.

A. 3. **B.** $5+2\sqrt{5}$. **C.** $3-2\sqrt{5}$. **D.** $1+\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có : $5^{x+4y}+\dfrac{3}{3^{xy}}+x+1=\dfrac{5^{xy}}{5}+3^{-x-4y}+y(x-4)$

$\Leftrightarrow 5^{x+4y}-3^{-x-4y}+x+4y=5^{xy-1}-3^{1-xy}+xy-1(1)$.

Xét hàm số $f(t)=5^t-3^{-t}+t$ trên $\mathbb{R}$.

Vì $f'(t)=5^t.\ln5+3^{-t}.\ln3+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có $x+4y=xy-1(3)$. Dễ thấy $x=4$ không thỏa mãn (3).

Với $x\neq4$, $(3)\Leftrightarrow y=\dfrac{x+1}{x-4}$ kết hợp điều kiện $y>0$ suy ra $x>4$.

Do đó $P=x+y=x+\dfrac{x+1}{x-4}$.

Xét hàm số $g(x)=x+\dfrac{x+1}{x-4}$ trên $(4;+\infty)$.

Ta có $g'(x)=1-\dfrac{5}{(x-4)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4+\sqrt5\\x=4-\sqrt5\end{array}\right.$.

x	4		$4+\sqrt5$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$5+2\sqrt5$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $P_{\min}=\min\limits_{(4;+\infty)}g(x)=5+2\sqrt5$.

Câu 46. [3VDC] Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm lẻ và liên tục trên $[-4;4]$ biết $\int\limits_{-2}^{0}f(-x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_{1}^{2}f(-2x)\mathrm{d}x=4$. Tính $I=\int\limits_{0}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-10$. **B.** $I=-6$. **C.** $I=6$. **D.** $I=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Xét tích phân $\int\limits_{-2}^{0}f(-x)\mathrm{d}x=2$.

Đặt $-x=t\Rightarrow\mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$.

Đổi cận: khi $x=-2$ thì $t=2$; khi $x=0$ thì $t=0$ do đó $\int\limits_{-2}^{0}f(-x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{2}^{0}f(t)\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{2}f(t)\mathrm{d}t\Rightarrow\int\limits_{0}^{2}f(t)\mathrm{d}t=2\Rightarrow\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x=2$.

Do hàm số $y=f(x)$ là hàm số lẻ nên $f(-2x)=-f(2x)$.

Do đó $\int\limits_{1}^{2}f(-2x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{1}^{2}f(2x)\mathrm{d}x\Rightarrow\int\limits_{1}^{2}f(2x)\mathrm{d}x=-4$.

Xét $\int\limits_{1}^{2}f(2x)\mathrm{d}x$.

Đặt $2x=t\Rightarrow\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$.

Đổi cận: khi $x=1$ thì $t=2$; khi $x=2$ thì $t=4$ do đó $\int\limits_1^2 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_2^4 f(t)\mathrm{d}t=-4$

$\Rightarrow \int\limits_2^4 f(t)\mathrm{d}t=-8 \Rightarrow \int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x=-8$.

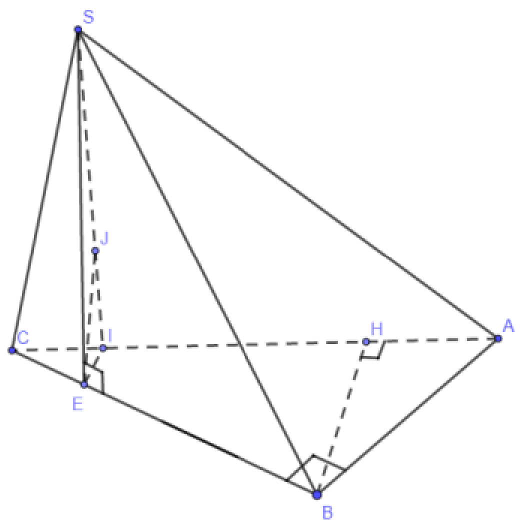
Do $I=\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x=2-8=-6$.

Câu 47. [4VDC] Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BA=3a, BC=4a$, mặt phẳng (SBC) vuông góc với (ABC). Biết $SB=2a\sqrt{3}$ và góc $\widehat{SBC}=30^0$. Khoảng cách từ B đến (SAC) theo a bằng

A. $\frac{6a\sqrt{7}}{7}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{7}}{14}$. **C.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{42}$

Hướng dẫn giải

Chọn A



Goi E là hình chiếu của S lên BC, $BE=SB\cos 30^0=3a \Rightarrow EC=a$.

Do đó: $d(B;(SAC))=4.d(E;(SAC))$.

Từ E kẻ $EI\perp AC$ và $EJ\perp SI$ suy ra $EJ=d(E;((SAC))$.

$SE=SB\sin 30^0=a\sqrt{3}$,$\sin\widehat{ACB}=\frac{3}{5}=\frac{EI}{EC}\Rightarrow EI=\frac{3a}{5}$.

$$EJ=\frac{ES.IE}{\sqrt{ES^2+EI^2}}=\frac{a\sqrt{3}.\frac{3a}{5}}{\sqrt{3a^2+\frac{9a^2}{25}}}=\frac{3a\sqrt{7}}{14}\Rightarrow d(B;(SAC))=4.\frac{3a\sqrt{7}}{14}=\frac{6a\sqrt{7}}{7}.$$

Vậy: $d(B;(SAC))=\frac{6a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 48. [6VDC] Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;1)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ thỏa mãn $OA=2OB$ và thể tích của khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=a+4b+3c$.

A. $\frac{81}{16}$. **B.** 3. **C.** $\frac{45}{2}$. **D.** $\frac{81}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$. Khi đó mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$. Vì (P) đi qua M nên $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.

Mặt khác $OA=2OB$ nên $a=2b$ nên $\frac{3}{2b}+\frac{1}{c}=1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V=\frac{b^2c}{3}$.

Ta có $\frac{3}{2b}+\frac{1}{c}=\frac{3}{4b}+\frac{3}{4b}+\frac{1}{c}\geq 3\sqrt[3]{\frac{9}{16b^2c}} \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{9}{16b^2c}}\leq\frac{1}{3}\Rightarrow\frac{16b^2c}{9}\geq 27\Rightarrow V=\frac{b^2c}{3}\geq\frac{81}{16}$.

$$MinV=\frac{81}{16} \text{ khi } \begin{cases}\frac{3}{4b}=\frac{1}{c}=\frac{1}{3}\\ a=2b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{9}{2}\\ b=\frac{9}{4}\\ c=3\end{cases}.$$

$\Rightarrow S=a+4b+3c=\frac{45}{2}$

Câu 49. **[7VDC]** Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp $12A$, 3 học sinh lớp $12B$ và 5 học sinh lớp $12C$ thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{105}$. **B.** $\frac{1}{126}$. **C.** $\frac{11}{630}$. **D.** $\frac{1}{42}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số cách xếp 10 học sinh vào 10 vị trí: $n(\Omega)=10!$ cách.

Gọi A là biến cố: "Trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau".

Sắp xếp 5 học sinh lớp 12C vào 5 vị trí, có $5!$ cách.

Ứng mỗi cách xếp 5 học sinh lớp 12C sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí ở giữa và hai vị trí hai đầu để xếp các học sinh còn lại.

	C1		C2		C3		C4		C5	

- TH1: Xếp 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa (không xếp vào hai đầu), có A_4^3 cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó, chọn lấy 1 trong 2 học sinh lớp 12A xếp vào vị trí trống thứ 4 (để hai học sinh lớp 12C không được ngồi cạnh nhau), có 2 cách.

Học sinh lớp 12A còn lại có 8 vị trí để xếp, có 8 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5!.A_4^3.2.8$ cách.

- TH2: Xếp 2 trong 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa và học sinh còn lại xếp vào hai đầu, có $C_3^1.2.A_4^2$ cách.

Ứng với mỗi cách xếp đó sẽ còn 2 vị trí trống ở giữa, xếp 2 học sinh lớp 12A vào vị trí đó, có 2 cách.

Theo quy tắc nhân, ta có $5!.C_3^1.2.A_4^2.2$ cách.

Do đó số cách xếp không có học sinh cùng lớp ngồi cạnh nhau là

$$n(A)=5!.A_4^3.2.8+5!.C_3^1.2.A_4^2.2=63360 \text{ cách.}$$

Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{63360}{10!}=\dfrac{11}{630}$.

Câu 50. [6VDC] Cho phương trình: $\sin x(2-\cos 2x)-2(2\cos^3 x+m+1)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}=3\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có:

$\sin x(2-\cos 2x)-2(2\cos^3 x+m+1)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}=3\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$

$\Leftrightarrow \sin x(1+2\sin^2 x)=2(2\cos^3 x+m+2)\sqrt{2\cos^3 x+m+2}+\sqrt{2\cos^3 x+m+2}$

$\Leftrightarrow 2\sin^3 x+\sin x=2\left(\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\right)^3+\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\quad (1)$

Xét hàm số $f(u)=2u^3+u;$ với $u\ge 0$ có $f'(u)=6u^2+1>0,\forall u\ge 0$, nên hàm số $f(u)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

Bởi vậy:

$(1)\Leftrightarrow f(\sin x)=f\left(\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\right)\Leftrightarrow \sin x=\sqrt{2\cos^3 x+m+2}\qquad (2)$

Với $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$ thì

$(2)\Leftrightarrow \sin^2 x=2\cos^3 x+m+2$

$\Leftrightarrow -2\cos^3 x-\cos^2 x-1=m\qquad (3)$

Đặt $t=\cos x$, phương trình (3) trở thành $-2t^3-t^2-1=m\qquad (4)$

Ta thấy, với mỗi $t\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]$ thì phương trình $\cos x=t$ cho ta một nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$. Do đó, để phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm $x\in\left[0;\dfrac{2\pi}{3}\right)$ điều kiện cần và đủ là phương trình (4) có đúng một nghiệm $t\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]$.

Xét hàm số $g(t)=-2t^3-t^2-1$ với $t\in\left(-\dfrac{1}{2};1\right]$.

Ta có $g'(t)=-6t^2-2t$, $g'(t)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=-\dfrac{1}{3} \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

t	$-\frac{1}{2}$		$-\frac{1}{3}$		0		1
$g'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(t)$	-1	$\searrow$	$-\frac{28}{27}$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	-4

Từ bảng biến thiên suy ra, phương trình (4) có đúng một nghiệm $t \in \left(-\frac{1}{2};1\right]$ khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l} -4 \leq m < -\frac{28}{27} \\ m = -1 \end{array}\right.$$

Hay, các giá trị nguyên của m để phương trình trên có đúng 1 nghiệm $x \in \left[0;\frac{2\pi}{3}\right)$ là $\{-4;-3;-2;-1\}$. Vậy không có giá trị nguyên dương m