SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC NINH
Trường THPT Tiên Du số 1
****

Đề gồm 06 trang

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG LỚP 12 LẦN 2
NĂM HỌC 2019 – 2020
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút *(50 câu trắc nghiệm)*

Mã đề 201

Họ tên thí sinh: ……………………………………………………………….…………….. SBD: ….………………..

Câu 1: Cho a là số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^3 = a^{\frac{9}{2}}$ **B.** $a^{\frac{3}{2}}.a^{\frac{1}{2}} = a^2$ **C.** $a^{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{a^2}$ **D.** $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}}{a} = \sqrt{a}$

Câu 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh $3a$, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho

A. $V = \dfrac{9a^3\sqrt{6}}{2}$ **B.** $V = 9a^3\sqrt{3}$ **C.** $V = 9a^3\sqrt{6}$ **D.** $V = \dfrac{9a^3\sqrt{3}}{2}$

Câu 3: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$

A. $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{4}$.

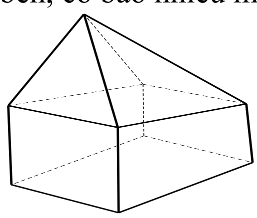
Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4 || $+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai** ?

A. $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$ **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 2$ **C.** $\lim\limits_{x\to-1} y = -4$ **D.** $\lim\limits_{x\to2} y = -2$

Câu 5: Cho hình đa diện cho bởi như hình vẽ bên, có bao nhiêu mặt



A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 16.

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB = 3$, $AC = 4$. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi tam giác ABC quay quanh cạnh AC.

A. $V = 12\pi$. **B.** $V = 16\pi$. **C.** $V = 36\pi$. **D.** $V = 15\pi$.

Câu 7: Gọi M, N là giao điểm của đồ thị các hàm số $y = \dfrac{2x+2}{x-1}$ và $y = x+1$. Trung điểm I của đoạn MN có hoành độ là

A. -1 **B.** $1,5$ **C.** 2 **D.** 1

Câu 8: Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 7, lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 2?

A. 12 số **B.** 20 số **C.** 60 số **D.** 25 số

Câu 9: Đồ thị hàm số nào sau đây có hai nhánh phân biệt nằm về hai phía của đường thẳng $x = 1$?

A. $y = \dfrac{x+1}{2x-2}$ **B.** $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ **C.** $y = \dfrac{2x-2}{x+1}$ **D.** $y = \dfrac{x-1}{2x+2}$

Câu 10: Hàm số $f(x)$ liên tục trên R và có đạo hàm $f'(x)=x^2+4$ với mọi $x\in R$. Khẳng định nào sau đây là đúng về sự biến thiên của hàm số $f(x)$?

A. $f(x)$ đồng biến trên R. **B.** $f(x)$ chỉ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$ trong tập R.

C. $f(x)$ nghịch biến trên R. **D.** $f(x)$ chỉ nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$ trong tập R.

Câu 11: Phương trình $\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\pm\frac{\pi}{6}+k2\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\pm\frac{\pi}{6}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 12: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y=3$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 13: Số nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-10;10]$ của bất phương trình $\log_{0,2}(x+5)<0$ là :

A. 9 **B.** 15 **C.** 14 **D.** 8

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ nghịch biến trên R. Hàm số nào sau đây có thể không nghịch biến trên R?

A. $f(x)+2020$ **B.** $f(x)-2019$ **C.** $f(x)-x^2$ **D.** $f(x)-x$

Câu 15: Phương trình $\log_2(x+1)=3$ có nghiệm là :

A. $x=8$ **B.** $x=7$ **C.** $x=5$ **D.** $x=2$

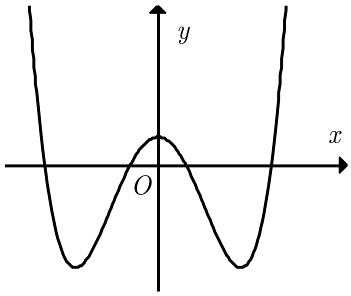
Câu 16: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)=x^6+6x$ trên nửa khoảng $(-2;1]$. Kết quả đúng là

A. M không tồn tại **B.** $M=52$ **C.** $M=7$ **D.** $M=-5$

Câu 17: Tìm tất các giá trị của tham số m để phương trình $6^x=2020-m$ có nghiệm ?

A. $m\in(-\infty;2020)$ **B.** $m\in(-\infty;+\infty)$ **C.** $m\in(2020;+\infty)$ **D.** $m\in(-\infty;2020]$

Câu 18: Cho a,b,c,d là các hệ số thực và $a\neq 0$. Hàm số nào sau đây có thể có đồ thị như hình vẽ?



A. $y=ax^2+bx+c$ **B.** $y=ax+b$

C. $y=ax^4+bx^2+c$ **D.** $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

Câu 19: Với m là một tham số thực thì đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Câu 20: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I=\log_{\sqrt{a}}a^3$

A. $I=6$ **B.** $I=\frac{2}{3}$ **C.** $I=\frac{3}{2}$ **D.** $I=\frac{1}{6}$

Câu 21: Cho các số thực dương $a,\ b$ thỏa mãn $3\log a+2\log b=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. $a^3+b^2=1$. **B.** $a^3+b^2=10$. **C.** $3a+2b=10$. **D.** $a^3b^2=10$.

Câu 22: Trong các khẳng định sau khẳng định nào sai?

A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Câu 23: Hàm số $y=3^{x^2-x+1}$ có đạo hàm là :

A. $y'=(2x-1).3^{x^2-x}$ **B.** $y'=\left(x^2-x+1\right).3^{x^2-x}$

C. $y'=(2x-1).3^{x^2-x+1}.\ln 3$ **D.** $y'=3^{x^2-x+1}.\ln 3$

Câu 24: Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 8. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

A. 16. **B.** 24. **C.** 36. **D.** 27.

Câu 25: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Gọi S là tập hợp **giá trị cực đại** của hàm số. Kết quả nào sau đây là đúng?

A. $S=\{2;3;5\}$ **B.** $S=\{5\}$ **C.** $S=\{-1;1;3;5\}$ **D.** $S=\{3;5\}$

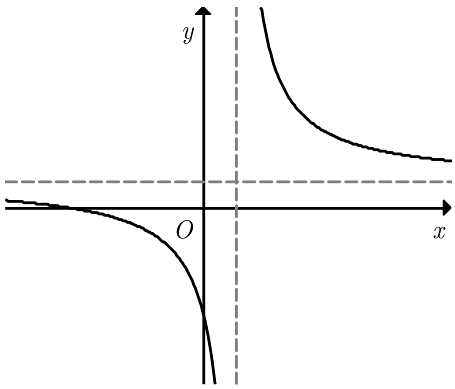
Câu 26: Hàm số $y=\dfrac{x+a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a>0,b>0,c>0$

B. $a>0,b>0,c<0$

C. $a>0,b<0,c<0$

D. $a<0,b>0,c<0$



Câu 27: Hàm số nào sau đây xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. $y=(x+1)^{\pi}$ **B.** $y=(1-x)^{\frac{1}{3}}$ **C.** $y=(x+5)^3$ **D.** $y=(x+1)^{-2}$

Câu 28: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;r)$ và $(O';r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và có đáy là hình tròn $(O;r)$. Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình trụ và S_2 là diện tích xung quanh của hình nón. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 29: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng :

A. 3 **B.** $\dfrac{1}{2}$ **C.** 2 **D.** 9

Câu 30: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $12a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $4\pi a^3$. **B.** $V=6\pi a^3$. **C.** $V=5\pi a^3$. **D.** πa^3.

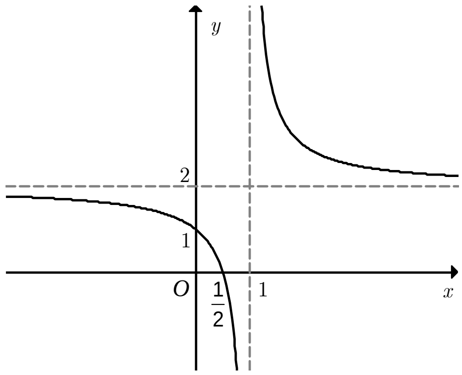
Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|f(x)-2\right|$ là

A. 5 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 2

Câu 32: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Đồ thị hàm số đó cùng với đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận ngang $y=2$ như hình vẽ



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(|x|)=m$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 sao cho $|x_1.x_2|<1$.

A. $m\geq 1$ **B.** $m<1$ **C.** $m\neq 2$ **D.** $m>2$

Câu 33: Gọi n là số nguyên dương sao cho đẳng thức $\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_{2^2} x}+\frac{1}{\log_{2^3} x}+...+\frac{1}{\log_{2^n} x}=\frac{276}{\log_2 x}$ đúng với mọi $0<x\neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P=3n+2$?

A. $P=68$. **B.** $P=71$. **C.** $P=74$. **D.** $P=77$.

Câu 34: Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4{,}2\ m$. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng $40\,cm$, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng $26cm$.

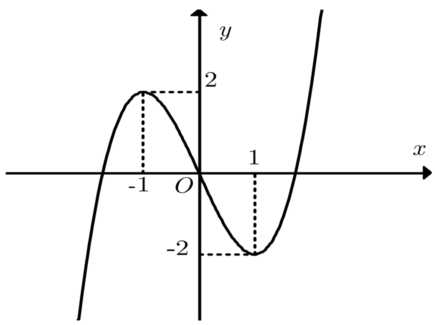
Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là $380.000đ/m^2$ (kể cả phần thi công) thì số tiền ít nhất người chủ phải chi để sơn 10 cây cột nhà đó gần nhất với giá trị nào?

A. 14.647.000 (đ). **B.** 7.922.000 (đ). **C.** 16.459.000 (đ). **D.** 15.844.000 (đ).

Câu 35: Cho hàm số $f(x)=\log_{0,9}\left(x^2+4x-5\right)$. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của x thuộc đoạn $[-15;15]$ thỏa mãn bất phương trình $f'(x)>0$. Tính S ?

A. $S=-117$ **B.** $S=120$ **C.** $S=119$ **D.** $S=-105$

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ



Hàm số $g(x)=f\left(x^2-1\right)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[-1;\sqrt{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?

A. $x=\pm 1$ **B.** $x=0$ **C.** $x=\sqrt{2}$ **D.** $x=-1$

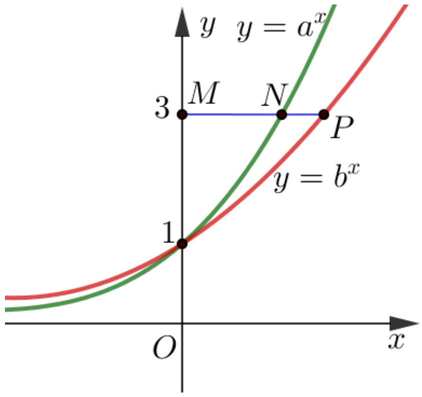
Câu 37: Cho hình chóp S.ABC có SA, SB, SC đôi một vuông góc và $SB+SC=SA=3a$. Gọi $S_c(I;R)$ là mặt cầu tâm I, bán kính R tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp S.ABC và nằm ngoài hình chóp S.ABC đồng thời I và S nằm về 2 phía đối với mặt phẳng (ABC) (*nói cách khác* $S_c(I;R)$ *là mặt cầu bàng tiếp mặt đáy (ABC) của hình chóp* S.ABC). Tính bán kính R theo a.

A. $\frac{5a}{4}$. **B.** a. **C.** $\frac{3a}{4}$. **D.** $\frac{3a}{2}$.

Câu 38: Biết rằng phương trình $\log_3^3 x-(m+5)\log_3^2 x+(6m+5)\log_3 x-9m+3=0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1.x_2.x_3=729$. Khi đó tổng $x_1+x_2+x_3$ bằng :

A. 1. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 39.

Câu 39: Cho hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y=3$ cắt trục tung, đồ thị hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ lần lượt tại M, N, P. Biết rằng : MN = 2NP. Mệnh đề nào sau đây đúng ?



A. $a^3=b^2$ **B.** $a^2=b^3$ **C.** $2a=3b$ **D.** $3a=2b$

Câu 40: Khai triển $P(x)=(x+2)^{2022}$ theo công thức nhị thức Niu tơn rồi lấy ngẫu nhiên hai số hạng trong các số hạng khai triển được. Gọi P là xác suất để lấy được hai số đều không chứa x^k khi k là số tự nhiên lẻ. Làm tròn P theo qui tắc làm tròn số để được một số thập phân có dạng $a,bcde$. Tính $T=a+b+c+d+e$?

A. $T=24$ **B.** $T=11$ **C.** $T=21$ **D.** $T=8$

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên trong đoạn $[-2;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=(x-1).\left[x^2-(m+2)x+2m\right]$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt cùng nằm ở phía bên phải trục tung?

A. 2021 **B.** 2018 **C.** 2019 **D.** 2017

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B; Biết $AB=BC=1$, $AD=2$. Các mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60^0. Tính bán kính mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 43: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(1;20)$ để mọi $x\in\left(\frac{1}{3};1\right)$ đều là nghiệm của bất phương trình $\log_m x>\log_x m$?

A. 17. **B.** 0. **C.** 18. **D.** 16.

Câu 44: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABCD). Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD. Tính côsin của góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và (ABCD).

A. $\frac{2\sqrt{39}}{39}$ **B.** $\frac{\sqrt{13}}{13}$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$

Câu 45: Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính $R=6$ là

A. 72π. **B.** 288π. **C.** $96\sqrt{2}\pi$. **D.** $\frac{256}{3}\pi$.

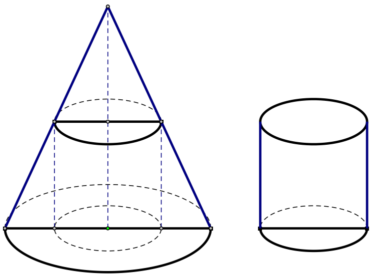
Câu 46: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$.Gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP=\frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N. Tính thể tích khối đa diện AMNPBCD.

A. $2a^3$ **B.** $3a^3$ **C.** $\frac{9a^3}{4}$ **D.** $\frac{11a^3}{3}$

Câu 47: Một người vay ngân hàng 90.000.000 đồng theo hình thức trả góp trong 3 năm, mỗi tháng người đó phải trả số tiền gốc là như nhau và tiền lãi. Giả sử lãi suất không thay đổi trong toàn bộ quá trình trả nợ là 0.8% trên tháng. Tổng số tiền mà người đó phải trả cho ngân hàng trong toàn bộ quá trình trả nợ là

A. 103.220.000 đồng. **B.** 103.320.000 đồng. **C.** 103.120.000 đồng. **D.** 103.420.000 đồng.

Câu 48: Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy bằng $r=2m$, chiều cao $h=6m$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ.



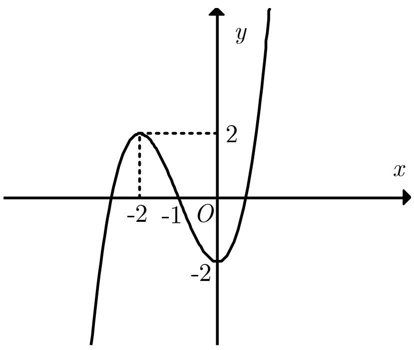
Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V.

A. $V=\frac{32\pi}{9}\left(m^3\right)$. **B.** $V=\frac{32\pi}{3}\left(m^3\right)$. **C.** $V=\frac{32\pi}{27}\left(m^3\right)$. **D.** $V=\frac{32\pi}{5}\left(m^3\right)$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-25;25]$ của tham số m để phương trình $e^{3x}-2.e^{2x+\ln 3}+e^{x+\ln 9}+m=0$ có nghiệm duy nhất ?

A. 41. **B.** 22. **C.** 21. **D.** 25.

Câu 50: Cho hàm số $y=f\left(x\right)+m$ (m là tham số thực) liên tục trên R, có đạo hàm là hàm số $y=f'\left(x\right)$ với mọi $x\in R$. Hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ và $f'\left(-3\right)<0$, $f'\left(1\right)>0$. Khi hàm số $\left|f\left(x\right)+m\right|$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $f\left(x^3-3x\right)+m=0$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm $x\in\left(-2;2\right)$?



A. 3 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 12

----------- HẾT -----------

ĐÁP ÁN

Câu	Mã đề 201	Câu	Mã đề 201
1	C	26	B
2	C	27	C
3	C	28	C
4	C	29	C
5	B	30	A
6	A	31	A
7	D	32	B
8	A	33	B
9	A	34	D
10	A	35	D
11	C	36	B
12	A	37	D
13	C	38	D
14	C	39	B
15	B	40	D
16	A	41	D
17	A	42	D
18	C	43	A
19	B	44	D
20	A	45	D
21	D	46	B
22	A	47	B
23	C	48	A
24	B	49	B
25	D	50	A

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	C	C	C	B	A	D	A	A	A	C	A	C	C	B	A	A	C	B	A	D	A	C	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	C	C	C	A	A	B	B	D	D	B	D	D	B	D	D	D	A	D	D	B	B	A	B	B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho a là số thực dương tùy ý. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $\left(a^{\frac{3}{2}}\right)^3 = a^{\frac{9}{2}}$. **B.** $a^{\frac{3}{2}}.a^{\frac{1}{2}} = a^2$. **C.** $a^{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{a^2}$. **D.** $\dfrac{a^{\frac{3}{2}}}{a} = \sqrt{a}$.

Lời giải

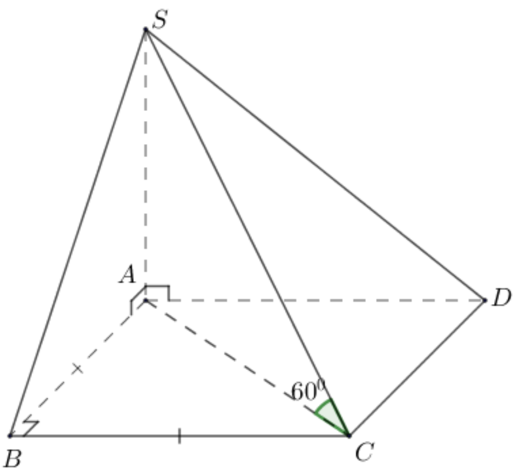
Chọn C

Theo tính chất của lũy thừa thì $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ nên $a^{\frac{3}{2}} = \sqrt[3]{a^2}$ sai.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$, $SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = \dfrac{9a^3\sqrt{6}}{2}$. **B.** $V = 9a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = 9a^3\sqrt{6}$. **D.** $V = \dfrac{9a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Chọn C

Do $ABCD$ là hình vuông cạnh $3a$ nên: $S_{ABCD} = 9a^2$, $AC = 3a\sqrt{2}$

Xét tam giác SAC vuông tại A có $SA = AC.\tan 60° = 3a\sqrt{6}$

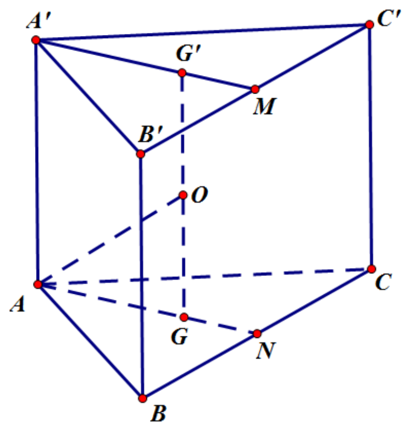
Suy ra $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}.9a^2.3a\sqrt{6} = 9a^3\sqrt{6}$.

Câu 3: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng $2a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\dfrac{a\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{4}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{7}}{4}$.

Lời giải

Chọn C



Tâm mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là trung điểm O của đoạn GG' nối hai trọng tâm hai đáy của hình lăng trụ.

Ta có $AG = \dfrac{2}{3}AN = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$, $GO = \dfrac{1}{2}AA' = a$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ là

$$AO = \sqrt{AG^2 + GO^2} = \sqrt{AG^2 + GO^2} = a\frac{\sqrt{21}}{3}.$$

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		-	||	-	0	+	
y	2	↘	-4 || $+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$

Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?

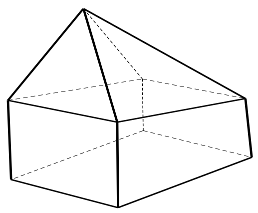
A. $\lim\limits_{x\to+\infty} y = +\infty$. **B.** $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 2$. **C.** $\lim\limits_{x\to-1} y = -4$. **D.** $\lim\limits_{x\to 2} y = -2$.

Lời giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = -4$, $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y = +\infty$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to-1} y$.

Câu 5: Hình đa diện cho bởi như hình vẽ bên, có bao nhiêu mặt?



A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 16.

Lời giải

Chọn B

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A, có $AB=3$, $AC=4$. Tính thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi tam giác ABC quay quanh cạnh AC.

A. 12π. **B.** 16π. **C.** 36π. **D.** 15π.

Lời giải

Chọn A

Ta có $h=AC=4$, $r=AB=3$.

Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi tam giác ABC quay quanh cạnh AC là

$V=\frac{1}{3}\pi r^2.h=\frac{1}{3}\pi.3^2.4=12\pi$ (đvtt).

Câu 7: Gọi M, N là giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+2}{x-1}$ và $y=x+1$. Trung điểm I của đoạn MN có hoành độ là

A. -1. **B.** $1,5$. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm M, N của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+2}{x-1}$ và $y=x+1$ là nghiệm của phương trình: $\frac{2x+2}{x-1}=x+1 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Trung điểm I của đoạn MN có hoành độ là $x_I=\frac{x_M+x_N}{1}=\frac{-1+3}{2}=1$. $\Rightarrow$ Chọn **D.**

Câu 8: Từ các chữ số 1, 2, 3, 5, 7 lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số khác nhau và chia hết cho 2?

A. 12 số. **B.** 20 số. **C.** 60 số. **D.** 25 số.

Lời giải

Chọn A

Gọi số tự nhiên có ba chữ số có dạng: $\overline{abc}$ với $a,b,c\in\{1;2;3;5;7\}$.

Vì $\overline{abc}$ chia hết cho 2 nên có một cách chọn $c=2$.

Vì $a\neq b\neq c$ nên số cách chọn a và b là: A_4^2.

Mỗi cách chọn được bộ ba số a, b, c thỏa mãn điều kiện trên cho ta một số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy có $1.A_4^2=12$ (số).

Câu 9: Đồ thị hàm số nào sau đây có hai nhánh phân biệt nằm về 2 phía của đường thẳng $x=1$?

A. $y=\frac{x+1}{2x-2}$. **B.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **C.** $y=\frac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x-1}{2x+2}$.

Lời giải

Chọn A

Để đồ thị hàm số có hai nhánh phân biệt nằm về 2 phía của đường thẳng $x=1$ thì đồ thị có tiệm cận đứng là đường $x=1$ nên hàm số có đồ thị thỏa mãn là $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$.

Câu 10: Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2+4$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng về sự biến thiên của hàm số $f(x)$?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $f(x)$ chỉ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$ trong tập $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $f(x)$ chỉ nghịch trên khoảng $(-2;2)$ trong tập $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^2+4>0$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 11: Phương trình $\cos x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là

A. $\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\left\{\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\left\{\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $\left\{\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow \cos x=\cos\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{-\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right. \quad (k\in\mathbb{Z}).$$

Câu 12: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y=3$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+1}{x-3}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3+\frac{1}{x}}{1-\frac{3}{x}}=3$ $\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$. Nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y=3$ không cắt nhau, do đó số giao điểm là 0.

Cách 2: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y=3$ bằng số nghiệm của phương trình $\dfrac{3x+1}{x-3}=3\ (x\neq 3) \Rightarrow 3x+1=3(x-3) \Rightarrow 1=-9$ vô nghiệm. Suy ra số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-3}$ và đường thẳng $y=3$ là 0.

Câu 13: Số nghiệm nguyên thuộc $[-10;10]$ của bất phương trình $\log_{0,2}(x+5)<0$ là:

A. 9. **B.** 15. **C.** 14. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Bất phương trình tương đương với $x+5>1 \Leftrightarrow x>-4$.

Vì x nguyên thuộc $[-10;10]$ nên $x\in\{-3,-2,-1,....,9,10\}$ suy ra có 14 giá trị x.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Hàm số nào sau đây có thể không nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=f(x)+2020$. **B.** $y=f(x)-2019$. **C.** $y=f(x)-x^2$. **D.** $y=f(x)-x$.

Lời giải

Chọn C

Vì hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ nên $f'(x)\leq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Loại **A.** **B.**

$\Rightarrow f'(x)-1<0$ với $\forall x\in R$. Loại **D.**

Câu 15: Phương trình $\log_2(x+1)=3$ có nghiệm là:

A. $x=8$. **B.** $x=7$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2(x+1)=3 \Leftrightarrow x+1=2^3 \Leftrightarrow x=7$.

Câu 16: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $f(x)=x^6+6x$ trên nửa khoảng $(-2;1]$. Kết quả đúng là:

A. M không tồn tại. **B.** $M=52$. **C.** $M=7$. **D.** $M=-5$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=x^6+6x \Rightarrow f'(x)=6x^5+6 \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1$.

Bảng biến thiên.

x	-2		-1		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	52	↘	-5	↗	7

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất trên nửa khoảng $(-2;1]$.

Câu 17: Tìm tất các giá trị của tham số m để phương trình $6^x = 2020 - m$ có nghiệm?

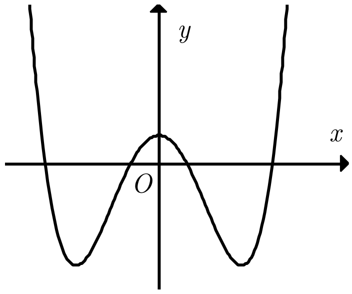
A. $m \in (-\infty; 2020)$. **B.** $m \in (-\infty; +\infty)$. **C.** $m \in (2020; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; 2020]$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình $6^x = 2020 - m$ có nghiệm khi và chỉ khi $2020 - m > 0 \Leftrightarrow m < 2020$

Câu 18: Cho a, b, c, d là các hệ số thực và $a \neq 0$. Hàm số nào sau đây có thể có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = ax^2 + bx + c$. **B.** $y = ax + b$.

C. $y = ax^4 + bx^2 + c$. **D.** $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn dạng đồ thị, nhận thấy đây là một dạng của đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, $a \neq 0$

Câu 19: Với m là một tham số thực thì đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = m$ có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

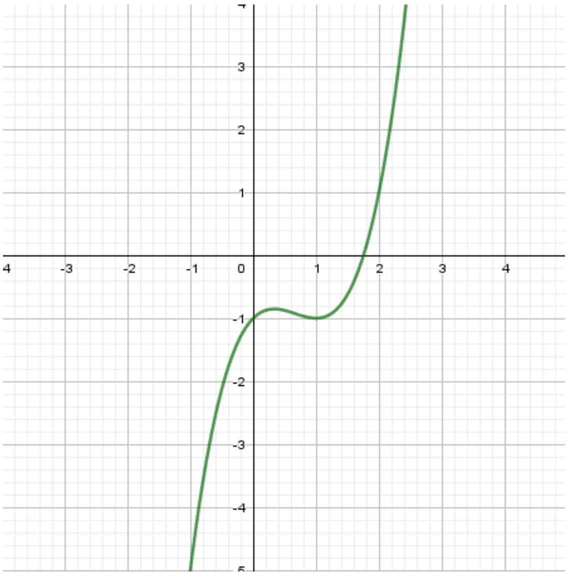
Lời giải

Chọn B

$y' = 3x^2 - 4x + 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = \dfrac{1}{3} \end{array}\right.$$

Đồ thị hàm số:



Vậy đồ thị hàm số và đường thẳng $y=m$ có nhiều nhất 3 giao điểm.

Câu 20: Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I=\log_{\sqrt{a}}a^3$

A. $I=6$.   **B.** $I=\dfrac{2}{3}$.   **C.** $I=\dfrac{3}{2}$.   **D.** $I=\dfrac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I=\log_{\sqrt{a}}a^3=\log_{a^{\frac{1}{2}}}a^3=6\log_a a=6$.

Câu 21: Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $3\log a+2\log b=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^3+b^2=1$.   **B.** $a^3+b^2=10$.   **C.** $3a+2b=10$.   **D.** $a^3b^2=10$.

Lời giải

Chọn D

+ Ta có: $3\log a+2\log b=1 \Leftrightarrow \log a^3+\log b^2=1 \Leftrightarrow \log\left(a^3b^2\right)=1 \Leftrightarrow a^3b^2=10$.

Câu 22: Trong các khẳng định sau khẳng định nào **sai**?

A. Nếu một đường thẳng song song với một trong hai mặt phẳng song song thì nó song song với mặt phẳng còn lại.

B. Nếu một đường thẳng cắt một trong hai mặt phẳng song song thì nó cắt mặt phẳng còn lại.

C. Nếu hai đường thẳng song song thì chúng cùng nằm trên một mặt phẳng.

D. Nếu hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với một mặt phẳng thì chúng song song với nhau.

Lời giải

Chọn A

+ Đường thẳng đó có thể nằm trong mặt phẳng còn lại.

Câu 23: Hàm số $y=3^{x^2-x+1}$ có đạo hàm là:

A. $y'=(2x-1).3^{x^2-x}$.   **B.** $y'=\left(x^2-x+1\right).3^{x^2-x}$.

C. $y'=(2x-1).3^{x^2-x+1}.\ln 3$.   **D.** $y'=3^{x^2-x+1}.\ln 3$.

Lời giải

Chọn C

+ Theo công thức tính đạo hàm ta có:

$$y' = \left(3^{x^2-x+1}\right)' = 3^{x^2-x+1}.\ln 3.\left(x^2-x+1\right)' = 3^{x^2-x+1}.\ln 3.\left(2x-1\right).$$

Câu 24: Biết rằng thể tích của một khối lập phương bằng 8. Tính tổng diện tích các mặt của hình lập phương đó.

A. 16. **B.** 24. **C.** 36. **D.** 27.

Lời giải

Chọn B

+ Gọi cạnh của khối lập phương là a. Khi đó, thể tích khối lập phương là: $a^3 = 8 \Leftrightarrow a = 2$.

+ Tổng diện tích các mặt (6 mặt) của hình lập phương là: $6.a^2 = 24$.

Câu 25: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	2	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Gọi S là tập hợp **giá trị cực đại** của hàm số. Kết quả nào sau đây là đúng?

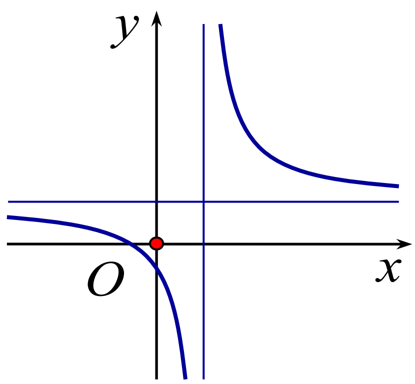
A. $S = \{2;3;5\}$. **B.** $S = \{5\}$. **C.** $S = \{-1;1;3;5\}$. **D.** $S = \{3;5\}$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có thể thấy ngay tập hợp các giá trị cực đại của hàm số là $S = \{3;5\}$

Câu 26: Hàm số $y = \dfrac{x+a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a > 0, b > 0, c > 0$. **B.** $a > 0, b > 0, c < 0$.

C. $a > 0, b < 0, c < 0$. **D.** $a < 0, b > 0, c < 0$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy:

Đồ thị hàm số cắt trục Ox tại điểm có hoành độ âm nên: $a > 0$.

Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y=\frac{1}{b}>0\Rightarrow b>0$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x=\frac{-c}{b}>0\Rightarrow c<0$.

Câu 27: Hàm số nào sau đây xác định với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. $y=(x+1)^{\pi}$. **B.** $y=(1-x)^{\frac{1}{3}}$. **C.** $y=(x+5)^3$. **D.** $y=(x+1)^{-2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét câu A, hàm số xác định $\Leftrightarrow x+1>0\Leftrightarrow x>-1$. Loại A

Xét câu B, hàm số xác định $\Leftrightarrow 1-x>0\Leftrightarrow x<1$. Loại B

Xét câu C, hàm số xác định $\Leftrightarrow x+5\in\mathbb{R}\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$. Chọn C

Xét câu D, hàm số xác định $\Leftrightarrow x+1\neq 0\Leftrightarrow x\neq -1$. Loại D

Câu 28: Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O;r)$ và $(O';r)$. Khoảng cách giữa hai đáy là $OO'=r\sqrt{3}$. Một hình nón có đỉnh là O' và có đáy là hình tròn $(O;r)$. Gọi S_1 là diện tích xung quanh của hình trụ và S_2 là diện tích xung quanh của hình nón. Tính tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Hình trụ có chiều cao $h=OO'=r\sqrt{3}$, bán kính đáy là r

Diện tích xung quanh hình trụ $S_1=2\pi rh=2\pi r.r\sqrt{3}=2\pi\sqrt{3}.r^2$.

Hình nón có chiều cao $h=OO'=r\sqrt{3}$, bán kính đáy là r

Suy ra đường sinh $l=\sqrt{h^2+r^2}=\sqrt{\left(r\sqrt{3}\right)^2+r^2}=\sqrt{4r^2}=2r$.

Diện tích xung quanh hình nón $S_2=\pi rl=\pi r.2r=2\pi r^2$.

Khi đó $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2\pi\sqrt{3}.r^2}{2\pi r^2}=\sqrt{3}$.

Câu 29: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C

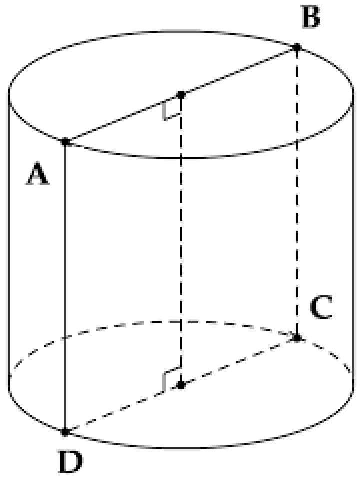
Gọi q là công bội của cấp số nhân đã cho ta có $q=\frac{u_2}{u_1}=2$

Câu 30: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $12a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $4\pi a^3$. **B.** $6\pi a^3$. **C.** $5\pi a^3$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn A



Gọi thiết diện qua trục là hình chữ nhật $ABCD$. Theo bài ra ta có bán kính đáy hình trụ là $R = a$ suy ra $AB = 2R = 2a$. Mặt khác chu vi của hình chữ nhật $ABCD$ bằng $12a$ nên ta có $2(AB + BC) = 12a$ từ đó tìm được $BC = 4a$ hay chiều cao của khối trụ $h = 4a$.

Vậy thể tích của khối trụ đã cho $V = \pi R^2 h = 4\pi a^3$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = |f(x) - 2|$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = f(x)$ xuống dưới 2 đơn vị ta được bảng biến thiên của hàm số $y = f(x) - 2$ như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x) - 2$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu nằm về 2 phía của trục hoành và $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$.

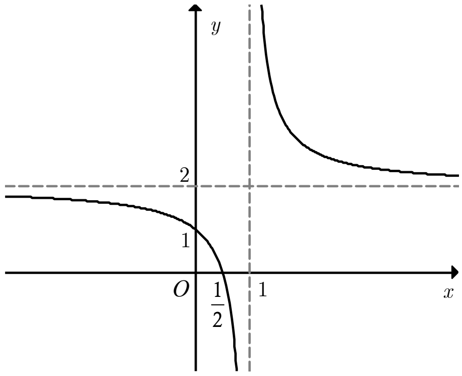
Mặt khác cách vẽ đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2|$ như sau:

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x) - 2$ ở bên trên trục hoành.

- Lấy đối xứng phần đồ thị của hàm số $y = f(x) - 2$ phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Từ đó đồ thị hàm số $y = |f(x) - 2|$ có 5 điểm cực trị.

Câu 32: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$. Đồ thị hàm số đó cùng với đường tiệm cận đứng $x = 1$ và đường tiệm cận ngang $y = 2$ như hình vẽ



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(|x|) = m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1.x_2| < 1$

A. $m \geq 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m \neq 2$. **D.** $m > 2$.

Lời giải

Chọn B

TH1: $m > 2$ ta có $f(|x|) = m \Leftrightarrow |x| = a > 1$ nên phương trình $f(|x|) = m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $|x_1.x_1| > 1$, suy ra $m > 2$ không thỏa mãn.

TH2: $m = 2$ thì phương trình $f(|x|) = m$ vô nghiệm, suy ra $m = 2$ không thỏa mãn.

TH3: $1 < m < 2$ ta có $f(|x|) = m \Leftrightarrow |x| = a < 0$ nên phương trình vô nghiệm, suy ra $1 < m < 2$ không thỏa mãn.

TH4: $m = 1$ ta có $f(|x|) = m \Leftrightarrow |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ nên phương trình chỉ có nghiệm duy nhất $x = 0$, suy ra $m = 1$ không thỏa mãn.

TH5: $m < 1$ ta có $f(|x|) = m \Leftrightarrow |x| = b \in (0;1)$ nên phương trình $f(|x|) = m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1.x_2| < 1$ suy ra $m < 1$ thỏa mãn.

Vậy $m < 1$ là các giá trị cần tìm.

Câu 33: Gọi n là số nguyên dương sao cho đẳng thức $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_{2^2} x} + \frac{1}{\log_{2^3} x} + ... + \frac{1}{\log_{2^n} x} = \frac{276}{\log_2 x}$ đúng với mọi $0 < x \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $P = 3n + 2$?

A. $P = 68$. **B.** $P = 71$. **C.** $P = 74$. **D.** $P = 77$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có: $\dfrac{1}{\log_2 x}+\dfrac{1}{\log_{2^2} x}+\dfrac{1}{\log_{2^3} x}+...+\dfrac{1}{\log_{2^n} x}=\dfrac{276}{\log_2 x}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_2 x}(1+2+3+...+n)=\dfrac{276}{\log_2 x}\Leftrightarrow \dfrac{n(n+1)}{2}=276\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=23(n) \\ n=-24(l) \end{array}\right.$

Vậy $P=3n+2=71$.

Câu 34: Một ngôi biệt thự có 10 cây cột nhà hình trụ tròn, tất cả đều có chiều cao bằng $4,2\,\text{m}$. Trong đó, 4 cây cột trước đại sảnh có đường kính bằng $40\,\text{cm}$, 6 cây cột còn lại bên thân nhà có đường kính bằng $26\,\text{cm}$. Chủ nhà dùng loại sơn giả đá để sơn 10 cây cột đó. Nếu giá của một loại sơn giả đá là 380.000 đ/m^2 (kể cả phần thi công) thì số tiền ít nhất người chủ phải chi để sơn 10 cây cột nhà đó gần nhất với giá trị nào?

A. $14.647.000$ (đ). **B.** $7.922.000$ (đ). **C.** $16.459.000$ (đ). **D.** $15.844.000$ (đ).

Lời giải

Chọn D.

Bán kính 4 cây cột trước đại sảnh: $0,2$ m; bán kính 6 cây cột bên thân nhà: $0,13$ cm.

Diện tích cần sơn: $4.(2\pi.0,2.4,2)+6.(2\pi.0,13.4,2)=13,272\pi$.

Số tiền cần chi: $13,272\pi.380000\approx 15844000$ (đ).

Câu 35: Cho hàm số $f(x)=\log_{0,9}(x^2+4x-5)$.Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của x thuộc đoạn $[-15;15]$ thỏa mãn bất phương trình $f'(x)>0$.Tính S?

A. $S=-117$. **B.** $S=120$. **C.** $S=119$. **D.** $S=-105$.

Lời giải

Chọn D

$f(x)=\log_{0,9}(x^2+4x-5)$ có Tập xác định là $x<-5;x>1$

Ta có $f'(x)=\dfrac{2x+4}{(x^2+4x-5)\ln 0,9}$ nên $f'(x)>0$

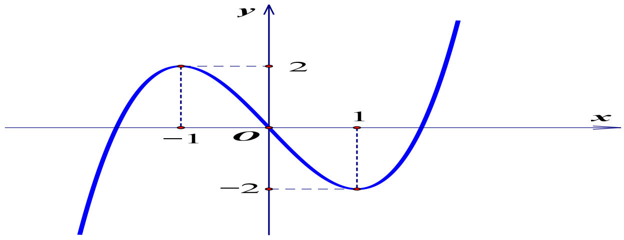
$\Leftrightarrow \dfrac{2x+4}{(x^2+4x-5)\ln 0,9}>0\Leftrightarrow x<-5;-2<x<1$.

Mà $x\in[-15;15],x\in\mathbb{Z}$,và kết hợp điều kiện nên

$x\in\{-15;-14;-13;-12;-11;-10;-9;-8;-7;-6\}$.

Do đó $S=-105$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $g(x)=f(x^2-1)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $\left[-1;\sqrt{2}\right]$ tại điểm nào sau đây?

A. $x=\pm 1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\sqrt{2}$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $g'(x)=2x.f'(x^2-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2-1=-1 \\ x^2-1=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$

Ta có bảng xét dấu và biến thiên của $g(x)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		-1		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
x		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$f'(x^2-1)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	

Từ bảng ta có giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(x^2-1)$ trên đoạn $\left[-1;\sqrt{2}\right]$ tại điểm $x=0$.

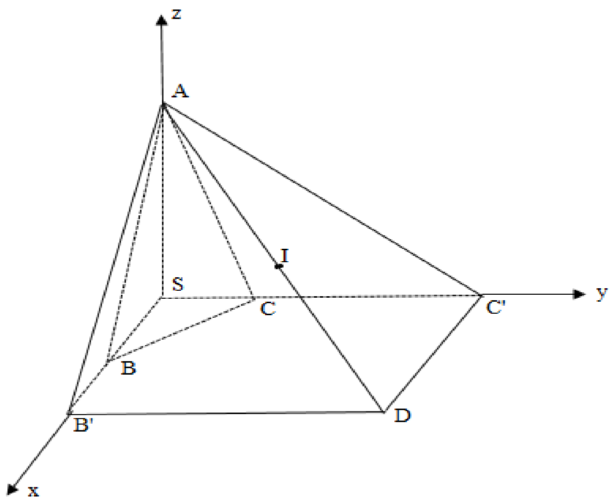
Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SB+SC=SA=3a$. Gọi $S_c(I,R)$ là mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với tất cả các mặt của hình chóp $S.ABC$ và nằm ngoài hình chóp $S.ABC$ đồng thời I và S nằm về hai phía đối với mặt phẳng (ABC) (nói cách khác $S_c(I,R)$ là mặt cầu bàng tiếp mặt đáy (ABC) của hình chóp $S.ABC$). Tính bán kính R theo a.

A. $\dfrac{5a}{4}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{3a}{4}$. **D.** $\dfrac{3a}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ. Khi đó hình chóp $S.AB'C'D$ có $S(0;0;0)$, $A(0;0;3a)$, $B(b;0;0)$, $C(0;c;0)$, $D(3a;3a;0)$, $B'(0;0;3a)$;$C'(0;3a;0)$ với $b+c=3a$.



Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn $(ABC): \frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{3a} = 1 \Leftrightarrow 3acx + 3aby + bcz - 3abc = 0$

.

Ta có

$$d(D,(ABC)) = \frac{|9a^2c + 9a^2b - 3abc|}{\sqrt{9a^2c^2 + 9a^2b^2 + b^2c^2}} = \frac{|9a^2(c+b) - 3abc|}{\sqrt{9a^2(c^2+b^2) + b^2c^2}}$$

$$= \frac{|27a^3 - 3abc|}{\sqrt{9a^2\left[(c+b)^2 - 2bc\right] + b^2c^2}} = \frac{3a|9a^2 - bc|}{\sqrt{9a^2\left[9a^2 - 2bc\right] + b^2c^2}}$$

$$= \frac{3a|9a^2 - bc|}{\sqrt{(9a^2)^2 - 2.9a^2.bc + b^2c^2}} = \frac{3a|9a^2 - bc|}{\sqrt{(9a^2 - bc)^2}} = \frac{3a|9a^2 - bc|}{|9a^2 - bc|} = 3a.$$

Gọi I là trung điểm SD ,vì $d(D,(ABC)) = 3a$ không đổi, D cố định nên I cách đều các mặt phẳng $(SAB),(SAC),(SBC),(ABC)$. Như vậy mặt cầu $S_c(I,R)$ có tâm I là trung điểm SD và bán kính $R = \frac{3a}{2}$.

Câu 38: Biết rằng phương trình $\log_3^3 x - (m+5)\log_3^2 x + (6m+5)\log_3 x - 9m + 3 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1x_2x_3 = 729$. Khi đó $x_1 + x_2 + x_3$ bằng

A. 1. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 39.

Lời giải

Chọn D

$\log_3^3 x - (m+5)\log_3^2 x + (6m+5)\log_3 x - 9m + 3 = 0$ (1); Điều kiện $x > 0$.

Đặt $t = \log_3 x$. Suy ra $x = 3^t$

Thế $t = \log_3 x$ vào phương trình (1) ta được phương trình sau:

$t^3 - (m+5)t^2 + (6m+5)t - 9m + 3 = 0$ (2).

Do phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3 nên phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt t_1, t_2, t_3 tương ứng.

Ta có $x_1x_2x_3 = 729 \Rightarrow \log_3 x_1x_2x_3 = \log_3 729 \Leftrightarrow \log_3 x_1 + \log_3 x_2 + \log_3 x_3 = 6 \Leftrightarrow t_1 + t_2 + t_3 = 6$.

Áp dụng định lí Vi-ét cho phương trình bậc 2, bậc 3 cho phương trình (2) ta có

$t_1 + t_2 + t_3 = \dfrac{-b}{a} = m + 5 = 6 \Rightarrow m = 1$.

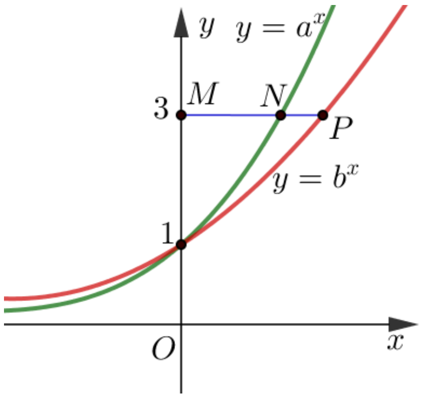
Thế $m = 1$ vào phương trình (2). Ta được:

$$t^3 - (1+5)t^2 + (6.1+5)t - 9.1 + 3 = 0 \Leftrightarrow t^3 - 6t^2 + 11t - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 2 \\ t = 3 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow t_1 = 1, t_2 = 2, t_3 = 3$

Vậy $x_1 + x_2 + x_3 = 3^{t_1} + 3^{t_2} + 3^{t_3} = 3^1 + 3^2 + 3^3 = 39$.

Câu 39: Cho hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y = 3$ cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại M, N, P. Biết rằng $MN = 2NP$. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a^3 = b^2$. **B.** $a^2 = b^3$. **C.** $2a = 3b$. **D.** $3a = 2b$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị, ta được: $M(0;3)$, $N(x_1;3)$, $P(x_2;3)$; $(x_2 > x_1 > 0)$ $\Rightarrow MN = x_1$, $NP = x_2 - x_1$.

$+$ $MN = 2NP \Leftrightarrow 3x_1 = 2x_2$.

$+$ $y_N = y_P \Leftrightarrow a^{x_1} = b^{x_2} \Leftrightarrow a^{3x_1} = b^{3x_2} \Rightarrow a^{2x_2} = b^{3x_2} \Leftrightarrow a^2 = b^3$.

Câu 40: Khai triển $P(x) = (x+2)^{2022}$ theo công thức nhị thức Niu tơn rồi lấy ngẫu nhiên hai số hạng trong các số hạng khai triển được. Gọi P là xác suất để lấy được hai số đều không chứa x^k khi k là số tự nhiên lẻ. Làm tròn P theo qui tắc làm tròn số để được một số thập phân có dạng $a,bcde$. Tính $T = a + b + c + d + e$?

A. $T = 24$. **B.** $T = 11$. **C.** $T = 21$. **D.** $T = 8$.

Lời giải

Chọn D

Khai triển $P(x)=(x+2)^{2022}$ có 2023 số hạng, trong đó có 1011 số hạng chứa x^k mà k là số tự nhiên lẻ và 1012 số hạng chứa x^k mà k là số tự nhiên chẵn.

Lấy ngẫu nhiên hai số hạng trong các số hạng khai triển được thì số phần tử không gian mẫu là:

$$n(\Omega)=C_{2023}^2.$$

Gọi biến cố A: "lấy được hai số đều không chứa x^k khi k là số tự nhiên lẻ", khi đó

$$n(A)=C_{1012}^2.$$

Xác suất để lấy được hai số đều không chứa x^k khi k là số tự nhiên lẻ là:

$$P=\frac{C_{1012}^2}{C_{2023}^2}=\frac{506}{2023}\approx 0,2501.$$

Vậy $a=0$; $b=2$; $c=5$; $d=0$; $e=1$ nên $T=8$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị nguyên trong đoạn $[-2;2019]$ của tham số m để đồ thị hàm số $y=(x-1)\left[x^2-(m+2)x+2m\right]$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt cùng nằm ở phía bên phải trục tung?

A. 2021. **B.** 2018. **C.** 2019. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=(x-1)\left[x^2-(m+2)x+2m\right]$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt cùng nằm ở phía bên phải trục tung khi phương trình $(x-1)\left[x^2-(m+2)x+2m\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt dương

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-(m+2)x+2m=0$ có hai nghiệm phân biệt dương khác 1.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=(m+2)^2-4.2m>0\\ S=m+2>0\\ P=2m>0\\ 1^2-(m+2).1+2m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 2\\ m>-2\\ m>0\\ m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow m>0, m\neq 2, m\neq 1.$$

Suy ra, trên đoạn $[-2;2019]$ có 2017 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Cách 2:

$(x-1)\left[x^2-(m+2)x+2m\right]=0\Leftrightarrow (x-1)[(x^2-mx)-2(x-m)]=0\Leftrightarrow (x-1)(x-m)(x-2)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2\\ x=m\end{array}\right.$$

Phương trình $(x-1)\left[x^2-(m+2)x+2m\right]=0$ có ba nghiệm phân biệt dương

$\Leftrightarrow m>0; m\ne 2; m\ne 1$

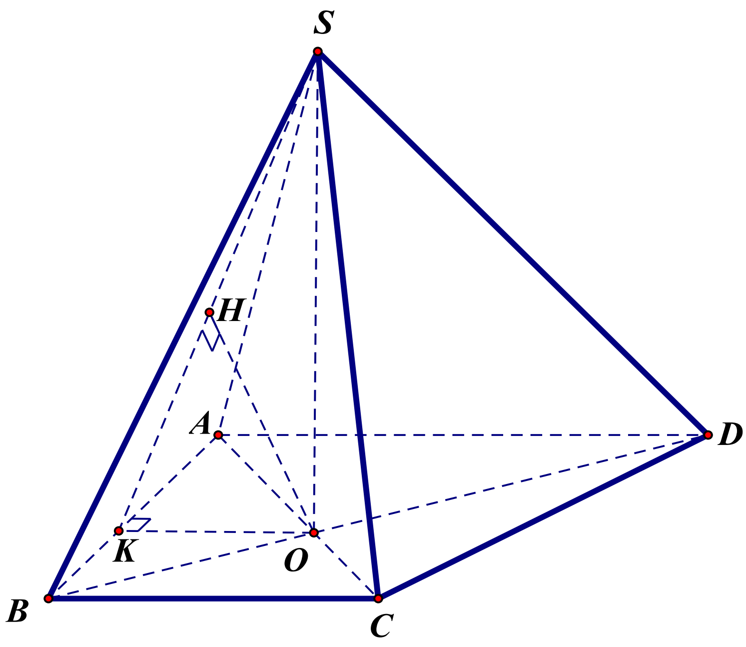
Suy ra, trên đoạn $\left[-2;2019\right]$ có 2017 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B. Biết $AB=BC=1$, $AD=2$. Các mặt chéo (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và $(ABCD)$ bằng 60^0. Tính bán kính mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (SAB).

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi $O=AC\cap BD$.

Ta có: $\begin{cases}(SAC)\perp(ABCD)\\(SBD)\perp(ABCD)\\(SAC)\cap(SBD)=SO\end{cases}\Rightarrow SO\perp(ABCD)$.

Dựng $OK\perp AB$. Ta có:

$$\begin{cases}(SAB)\cap(ABCD)=AB\\OK\perp AB\\SK\perp AB\end{cases}\Rightarrow \left(\widehat{(SAB),(ABCD)}\right)=\left(\widehat{OK,SK}\right)=\widehat{SKO}=60^0.$$

Ta có: $\Delta AKO\sim\Delta ABC\Rightarrow \frac{OK}{BC}=\frac{AO}{AC}=\frac{2}{3}\Rightarrow OK=\frac{2}{3}BC=\frac{2}{3}$.

Xét ΔSKO ta có: $SO=OK\cdot\tan\widehat{SKO}=\frac{2}{3}\cdot\tan 60^0=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Dựng $OH \perp SK\ (*)$.

Ta có: $\begin{cases} AB \perp SO \\ AB \perp OK \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOK) \Rightarrow AB \perp OH\ (**)$

Từ $(*)$ và $(**)$ $\Rightarrow OH \perp (SAB) \Rightarrow d(O,(SAB)) = OH = \dfrac{SO \cdot OK}{\sqrt{SO^2 + OK^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $\dfrac{d(D,(SAB))}{d(O,(SAB))} = \dfrac{DB}{OB} = 3$.

Vậy bán kính mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (SAB):

$R = d(D,(SAB)) = 3d(O,(SAB)) = \sqrt{3}$.

Câu 43: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(1;\ 20)$ để mọi $x \in \left(\dfrac{1}{3}\ ;1\right)$ đều là nghiệm của bất phương trình $\log_m x > \log_x m$?

A. 17. **B.** 0. **C.** 18. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Với $m \in (1;20)$ và $x \in \left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

Ta có: $\log_m x > \log_x m \Leftrightarrow \dfrac{1}{\log_x m} > \log_x m \Leftrightarrow \log_x^2 m > 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_x m > 1 \\ \log_x m < -1 \end{array}\right.$.

TH1: $\log_x m > 1 \Rightarrow m < x$ loại vì $m \in (1;20)$ và $x \in \left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

TH2: $\log_x m < -1 \Rightarrow m > \dfrac{1}{x} \Rightarrow m \ge \underset{\left(\frac{1}{3};1\right)}{Max}\dfrac{1}{x} \Rightarrow m \ge 3$.

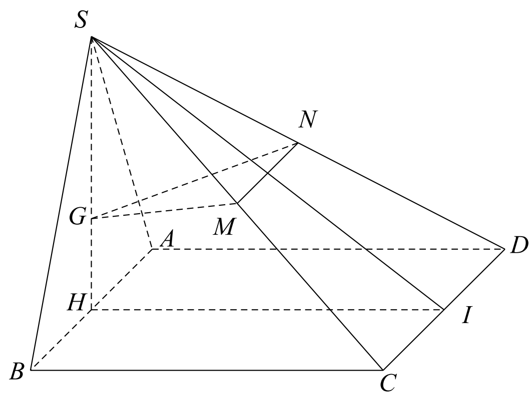
Mà $m \in (1;20) \Rightarrow m \in \{3;4;5;6;7;...;18;19\}$ nên có 17 giá trị m thỏa mãn.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi G là trọng tâm tam giác SAB và M, N lần lượt là trung điểm của SC, SD. Tính côsin góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$.

A. $\dfrac{2\sqrt{39}}{39}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{39}}{13}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H, I lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Ta có $SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $GH = \dfrac{1}{3}SH = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Chọn Hệ trục tọa độ $Hxyz$ với H là gốc tọa độ, trục Hx trùng với HB, trục Hy trùng với HI và trục Hz trùng với HS.

Chuẩn hóa $a = 1$, khi đó: $H(0;0;0)$, $S\left(0;0;\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $A\left(-\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $B\left(\dfrac{1}{2};0;0\right)$, $C\left(\dfrac{1}{2};1;0\right)$, $D\left(-\dfrac{1}{2};1;0\right)$, $G\left(0;0;\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right)$.

M là trung điểm SC suy ra $M\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$, N là trung điểm SD suy ra $N\left(-\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{4}\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{GM} = \left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{12}\right)$, $\overrightarrow{GN} = \left(-\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2};\dfrac{\sqrt{3}}{12}\right)$.

$(ABCD)$ là mặt phẳng có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_1} = (0;0;1)$.

(GMN) là mặt phẳng có véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{GM},\overrightarrow{GN}\right] = \left(0;-\dfrac{\sqrt{3}}{24};\dfrac{1}{4}\right)$

Gọi góc giữa hai mặt phẳng (GMN) và $(ABCD)$ là φ.

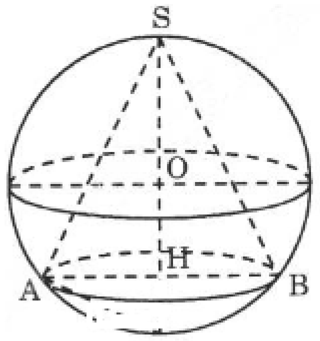
Suy ra: $\cos\varphi = \dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_2}\right|} = \dfrac{\dfrac{1}{4}}{\sqrt{\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{24}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{4}\right)^2}} = \dfrac{6\sqrt{39}}{39} = \dfrac{2\sqrt{39}}{13}$.

Câu 45: Giá trị lớn nhất của thể tích khối nón nội tiếp trong khối cầu có bán kính $R = 6$ là

A. 72π. **B.** 288π. **C.** $96\sqrt{2}\pi$. **D.** $\dfrac{256}{3}\pi$.

Lời giải

Chọn D.



Do khối nón có thể tích lớn nhất nên tâm O của mặt cầu phải nằm trong hình nón

Đặt $OH = x \Rightarrow SH = x + 6 = h$

Ta có $r = AH = \sqrt{36 - x^2}$ suy ra thể tích khối nón là

$$V = \frac{1}{3}\pi h r^2 = \frac{1}{3}\pi(x+6)(36 - x^2) = \frac{1}{3}\pi(x+6)(6+x)(6-x) = \frac{1}{6}\pi(x+6)(6+x)(12-2x) \le \frac{256\pi}{3}$$

Vậy $MaxV = \frac{256\pi}{3} \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 46: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Gọi M là trung điểm của BB' và P thuộc cạnh DD' sao cho $DP = \frac{1}{4}DD'$. Mặt phẳng (AMP) cắt CC' tại N. Tính thể tích khối đa diện $AMNPBCD$.

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** $\frac{9a^3}{4}$. **D.** $\frac{11a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} (ABB'A') // (CDD'C') \\ (ABB'A') \cap (AMP) = AM \\ (CDD'C') \cap (AMP) = PN \end{cases}$ với $N \in CC'$; $PN // AM \Rightarrow C'N = \frac{1}{4}CC'$.

Gọi E,G,F lần lượt là các điểm thuộc các cạnh BB',AA',DD' sao cho $\frac{B'E}{B'B}=\frac{1}{4};\frac{A'G}{A'A}=\frac{1}{4};\frac{D'F}{D'D}=\frac{1}{4}$.

Gọi h,S,V lần lượt là chiều cao, diện tích mặt đáy và thể tích của hình lập phương đã cho.

Khi đó, diện tích tứ giác $AMEG$ là $S-\frac{S}{4}-\frac{S}{4}=\frac{S}{2}$.

Suy ra thể tích của khối chóp $N.AMEG$ là $V_{N.AMEG}=\frac{1}{3}h.\frac{S}{2}=\frac{V}{6}$

Diện tích tứ giác $APFG$ là $S-\frac{S}{4}-\frac{S}{8}=\frac{5S}{8}$.

Suy ra thể tích của khối chóp $N.APFG$ là $V_{N.APFG}=\frac{1}{3}h.\frac{5S}{8}=\frac{5V}{24}$.

Thể tích của khối hộp $\mathrm{ABCD.GENF}$ là $V_{\mathrm{ABCD}.GENF}=\frac{3V}{4}$.

Thể tích khối đa diện $AMNPBCD$ là

$$V_{AMNPBCD}=V_{ABCD.GENF}-V_{N.AMNE}-V_{N.APFG}=\frac{3V}{4}-\frac{V}{6}-\frac{5V}{24}=\frac{9V}{24}=\frac{9.8a^3}{24}=3a^3.$$

Câu 47: Một người vay ngân hàng $90.000.000$ đồng theo hình thức trả góp trong 3 năm, mỗi tháng người đó phải trả số tiền gốc là như nhau và tiền lãi. Giả sử lãi suất không thay đổi trong quá trình trả nợ $0,8\%$ trên tháng. Tổng số tiền mà người đó phải trả cho ngân hàng trong toàn bộ quá trình trả nợ là

A. $103.220.000$ đồng. **B.** $103.320.000$ đồng. **C.** $103.120.000$ đồng. **D.** $103.420.000$ đồng.

Lời giải

Chọn B

Đặt $A=90.000.000$ đồng, $r=0,8\%$

Gọi số tiền gốc người đó trả mỗi tháng là m (đồng), $m>0$.

Đầu tháng 1 người đó nợ số tiền là A (đồng).

Cuối tháng 1 người đó nợ số tiền $A(1+r)$ (đồng).

Số tiền người đó trả cho ngân hàng vào cuối tháng 1 là $m+Ar$ (đồng).

Số tiền người đó còn nợ vào cuối tháng 1 là $A(1+r)-(m+Ar)=A-m$.

Đầu tháng 2 người đó nợ số tiền là $A-m$ (đồng)

…

Tương tự, ta xây dựng bảng sau:

Tháng	Đầu tháng	Cuối tháng	Số tiền trả	Còn nợ
1	A	$A(1+r)$	$m+Ar$	$A-m$
2	$A-m$	$(A-m)(1+r)$	$m+(A-m)r$	$A-2m$
3	$A-2m$	$(A-2m)(1+r)$	$m+(A-2m)r$	$A-3m$

…	…	…	…	…
36	$A-35m$	$(A-35m)(1+r)$	$m+(A-35m)r$	$A-36m$

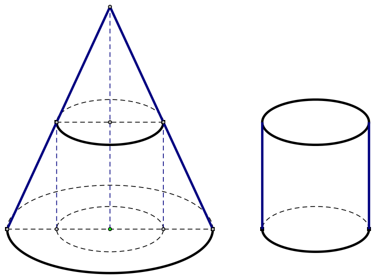
Do người đó hết nợ sau 3 năm nên $A-36m=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{A}{36}=2.500.000$ (đồng)

Tổng số tiền người đó phải trả là

$T=m+Ar+m+(A-m)r+\cdots+m+(A-35m)r=36m+36Ar-mr(1+2+\cdots+35)$

Thay $m=2.500.000$, $A=90.000.000$, $r=0,8\%$ vào ta được $T=103.320.000$ (đồng).

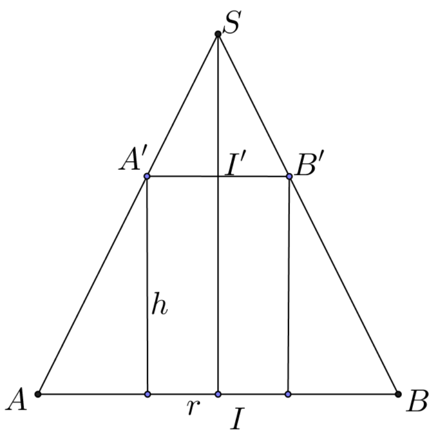
Câu 48: Một khúc gỗ có dạng hình khối nón có bán kính đáy $r=2m$, chiều cao $h=6m$. Bác thợ mộc chế tác từ khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng hình khối trụ như hình vẽ. Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ hình trụ sau khi chế tác. Tính V.



A. $V=\dfrac{32\pi}{9}(m^3)$. **B.** $V=\dfrac{32\pi}{3}(m^3)$. **C.** $V=\dfrac{32\pi}{27}(m^3)$. **D.** $V=\dfrac{32\pi}{5}(m^3)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có mặt cắt qua trục hình nón như hình vẽ.

Đặt R là bán kính đáy hình trụ, h là chiều cao của hình trụ.

Ta có hai tam giác SAI và $SA'I'$ đồng dạng.

$\Rightarrow \dfrac{SI}{SI'}=\dfrac{AI}{A'I'} \Leftrightarrow \dfrac{6}{6-h}=\dfrac{2}{R} \Rightarrow h=6-3R$.

Khi đó $V=\pi.R^2.h=\pi.R^2.(6-3R)=\pi(-3R^3+6R^2)$.

• Khảo sát hàm số V, biến số R $(0<R<2)$.

$V' = \pi\left(-9R^2 + 12R\right)$.

$V' = 0 \Leftrightarrow \pi\left(-9R^2 + 12R\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} R = 0\ (l) \\ R = \frac{4}{3}\ (n) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

R	0		$\frac{4}{3}$		2
V'	0	$+$	0	$-$	
V	0	$\nearrow$	$\frac{32\pi}{9}$	$\searrow$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $V_{\max} = \frac{32\pi}{9}\left(m^3\right)$ khi $R = \frac{4}{3}$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-25;25]$ của tham số m để phương trình $e^{3x} - 2.e^{2x+\ln 3} + e^{x+\ln 9} + m = 0$ có nghiệm duy nhất.

A. 41. **B.** 22. **C.** 21. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $e^{3x} - 2.e^{2x+\ln 3} + e^{x+\ln 9} + m = 0$

$\Leftrightarrow m = -e^{3x} + 2.e^{2x+\ln 3} - e^{x+\ln 9}$

$\Leftrightarrow m = -e^{3x} + 6.e^{2x} - 9.e^{x}$

đặt $t = e^x$ (ĐK $t > 0$)

$pt \Leftrightarrow m = -t^3 + 6t^2 - 9t \quad (t > 0)$

Xét hàm số $f(t) = -t^3 + 6t^2 - 9t$

$f'(t) = -3t^2 + 12t - 9$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 3 \end{array}\right.$

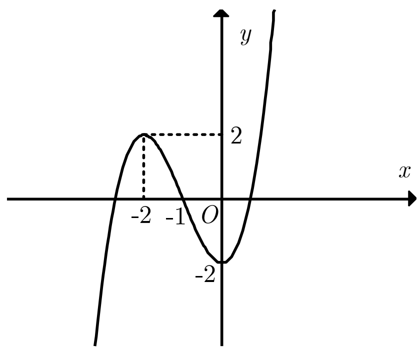
Bảng biến thiên

t	0		1		3		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(t)$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m<-4 \end{array}\right.$

Do m là số nguyên thuộc đoạn $[-25;25]$ nên m có 22 giá trị

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)+m$ (m là tham số thực) liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm là hàm số $y=f'(x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ và $f'(-3)<0$, $f'(1)>0$. Khi hàm số $|f(x)+m|$ có 7 điểm cực trị thì phương trình $f(x^3-3x)+m=0$ có ít nhất bao nhiêu nghiệm $x\in(-2;2)$?

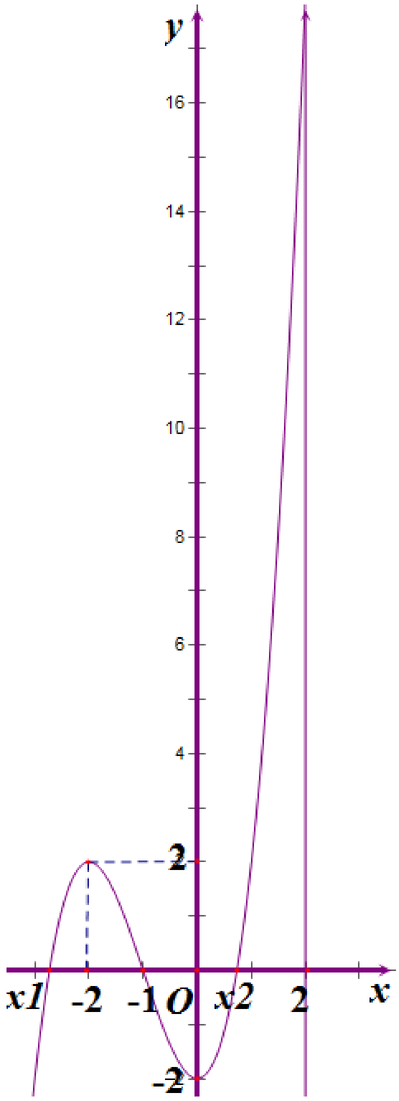


A. 3. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

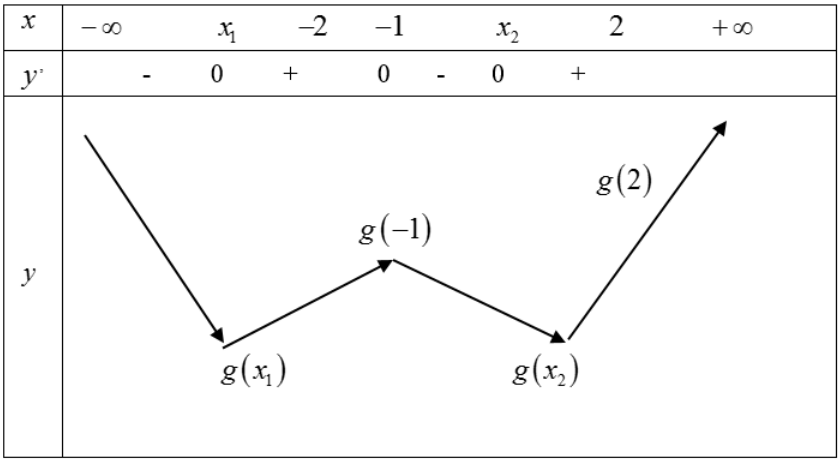


Đặt: $g(x)=f(x)+m$ thì $g'(x)=f'(x)$. Từ giả thiết suy ra phương trình $g(x)=0$ có các nghiệm $x_1\in(-3;-2),-1,x_2\in(0;1)$.

Từ đồ thị $g'(x)$ ta thấy diện tích hình giới hạn bởi $\begin{cases} y=g'(x) \\ y=0 \\ x=-1 \\ x=x_2 \end{cases}$ nhỏ hơn diện tích hình giới hạn bởi $\begin{cases} y=g'(x) \\ y=0 \\ x=x_2 \\ x=2 \end{cases}$ suy ra: $\int_{-1}^{x_1}(-g'(x))dx<\int_{x_1}^{2}g'(x)dx\Rightarrow g(-1)<g(2)$.

Ta có $-2<x<2\Rightarrow -2\le x^3-3x\le 2$. Với mỗi $t\in(-2;2)$ phương trình $x^3-3x=t$ có ba nghiệm phân biệt $x\in(-2;2)$, mỗi phương trình $x^3-3x=-2;x^3-3x=2$ có một nghiệm $x\in(-2;2)$.

Ta có bảng biến thiên hàm số $y = g(x)$



Vì hàm số $y = |g(x)|$ có 7 điểm cực trị nên đồ thị $y = g(x)$ cắt trục hoành tại bốn điểm: $t_1 < x_1 < t_2 < -1 < t_3 < x_2 < t_4 < 2$.

Suy ra phương trình $f(x^3 - 3x) + m = 0 \Leftrightarrow g(x^3 - 3x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 - 3x = t_1 \\ x^3 - 3x = t_2 \\ x^3 - 3x = t_3 \\ x^3 - 3x = t_4 \end{array}\right.$

Vì $-2 < t_3 < t_4 < 2$ nên mỗi phương trình $x^3 - 3x = t_3; x^3 - 3x = t_4$ có ba nghiệm phân biệt $x \in (-2;2)$.

Vậy phương trình $f(x^3 - 3x) + m = 0$ có ít nhất 6 nghiệm $x \in (-2;2)$.

Cách 2:

Ta có hàm số $f(x) = \dfrac{(x+1)^4}{4} - \dfrac{3(x+1)^2}{2}$ là một trong các hàm số có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn bài toán.

Khi đó đồ thị hàm số $y = f(x) + m = \dfrac{(x+1)^4}{4} - \dfrac{3(x+1)^2}{2} + m$ với $0 < m < \dfrac{9}{4}$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt nên hàm số $y = f(x) + m = \dfrac{(x+1)^4}{4} - \dfrac{3(x+1)^2}{2} + m$ có bảy điểm cực trị.

Nếu $\dfrac{5}{4} < m < \dfrac{9}{4}$ thì phương trình : $f(x^3 - 3x) + m = 0$ có đúng 6 nghiệm phân biệt $x \in (-2;2)$

Nếu $m = \dfrac{5}{4}$ thì phương trình : $f(x^3 - 3x) + m = 0$ có đúng 7 nghiệm phân biệt $x \in (-2;2)$

Nếu $0 < m < \dfrac{5}{4}$ thì phương trình : $f(x^3 - 3x) + m = 0$ có đúng 9 nghiệm phân biệt $x \in (-2;2)$.

------------- HẾT -------------