SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH**
THỪA THIÊN HUẾ	**LỚP 12 NĂM HỌC 2021-2022**
	Môn : TOÁN CHUYÊN
ĐỀ THI CHÍNH THỨC	***Thời gian làm bài: 180 phút (không kể thời gian giao đề)***

Câu 1: ***(4,0 điểm)*** Cho dãy số (x_n) xác định bởi

$$\begin{cases} x_0 = 0 \\ x_{n+1} = \sqrt[3]{x_n^2 - 8},\ \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}.$$

a) Chứng minh rằng (x_n) là một dãy số bị chặn.

b) Đặt $y_n = \sum_{i=0}^{n} |x_{i+1} - x_i|$. Chứng minh rằng dãy số (y_n) có giới hạn hữu hạn.

Câu 2: ***(3,0 điểm)*** Cho số nguyên dương n. Xét đa thức $P_n(x) = (x-1)^2(x-2)^2 \ldots (x-n)^2 + 1$. Tồn tại hay không hai đa thức với hệ số nguyên $Q_n(x)$, $R_n(x)$ khác đa thức hằng sao cho

$$P_n(x) = Q_n(x) R_n(x),\ \forall x \in \mathbb{R}?$$

Câu 3: ***(4,0 điểm)*** Với p là số nguyên dương, đặt $S(p) = \sum_{i=1}^{p} i^{2022} = 1^{2022} + 2^{2022} + \ldots + p^{2022}$.

a) Chứng minh $S(7)$ không chia hết cho 7.

b) Tìm tất cả các số nguyên tố p $(p < 2022)$ sao cho $S(p)$ không chia hết cho p.

Câu 4: ***(5,0 điểm)*** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và ngoại tiếp đường tròn (I). Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CA, AB. Gọi D, E, F lần lượt là các tiếp điểm của đường tròn (I) với các cạnh BC, CA, AB. Các điểm X, Y lần lượt là giao điểm của đường thẳng EF với các đường thẳng MN, CI. Gọi L là điểm chính giữa của cung $\overset{\frown}{BC}$ chứa điểm A của đường tròn (O).

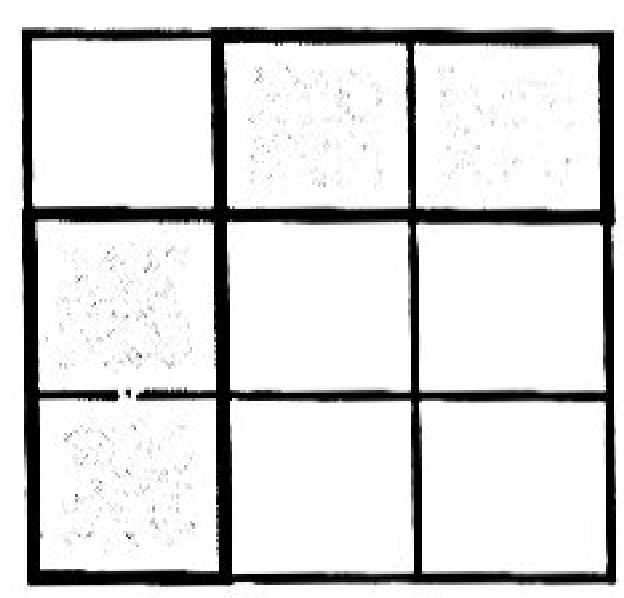
a) Chứng minh các đường thẳng AD, BE, CF đồng quy.

b) Chứng minh $BY \perp CY$ và Y nằm trên đường thẳng MP.

c) Chứng minh đường thẳng LI đi qua trung điểm của đoạn XY.

Câu 5: ***(4,0 điểm)*** Một hình chữ nhật gồm hai ô vuông đơn vị kích thước 2×1 hoặc 1×2 được gọi là một domino. Một mô hình là một cách đặt các domino lên một bảng vuông $n \times n$ (n nguyên dương) ô vuông đơn vị sao cho mỗi domino phủ đúng 2 ô của bảng và không có một ô nào được phủ bởi 2 domino khác nhau (tức là các domino không xếp chồng lên nhau). Ta gọi một domino là "liên quan" đến một hàng (hoặc một cột) nếu nó phủ ít nhất một ô của hàng (hoặc cột) đó.

Gọi trị số của một hàng (hoặc một cột) là số các domino "liên quan" đến hàng (hoặc cột) đó. Một mô hình được gọi là cân bằng nếu tồn tại số nguyên dương k sao cho mỗi hàng và mỗi cột của nó đều có trị số là k. Chẳng hạn tồn tại mô hình cân bằng cho bảng 3×3 với $k = 1$ (xem mô hình như hình bên).



a) Chứng minh rằng tồn tại các mô hình cân bằng với $n \in \{4; 5\}$.

b) Tồn tại mô hình cân bằng với $n = 2021$ hay không? Nếu có, hãy tìm số domino ít nhất cần thiết để có thể thiết lập được mô hình cân bằng cho bảng đó.

------- **Hết** -------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: .... Số báo danh: ....

Chữ ký của giám thị 1: .... Chữ ký của giám thị 2: ....