

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

Môn thi: TOÁN

Ngày thi: 28 tháng 9 năm 2022

Thời gian làm bài: 180 phút

**Câu I (4 điểm)**

Cho hàm số  $y = x^3 - 3x + 1$  có đồ thị  $(C)$ .

- Viết phương trình tiếp tuyến của  $(C)$  biết tiếp tuyến đi qua điểm  $M(2;3)$ .
- Tim tất cả giá trị của  $a$  để qua điểm  $A(a;-1)$  kẻ được ba tiếp tuyến đến đồ thị  $(C)$  trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau.

**Câu II (5 điểm)**

1) Giải phương trình  $x + 1 + 2\sqrt{x+2} = x^2 + 2\sqrt{x^2+1}$ .

2) Giải hệ phương trình 
$$\begin{cases} x^3 + 3x^2 + 4x + 2 = y\sqrt{y-1} \\ y^2 - 2x - 3y - \sqrt{9-y} = 6 \end{cases}$$

**Câu III (2 điểm)**

Gọi  $A$  là tập hợp các số tự nhiên có 8 chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 sao cho các chữ số 1 và 2 xuất hiện hai lần, các chữ số còn lại xuất hiện một lần. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc  $A$ . Tính xác suất để số được chọn có các chữ số giống nhau không đứng cạnh nhau.

**Câu IV (3 điểm)**

Cho dãy số  $(u_n)$  xác định bởi  $u_1 = 2; u_{n+1} = u_n^3 - 2u_n^2 + 2u_n; n = 1, 2, 3, \dots$

1) Chứng minh dãy số  $(u_n)$  là dãy số tăng.

2) Chứng minh 
$$\frac{u_1}{u_1^2 - u_1 + 1} + \frac{u_2}{u_2^2 - u_2 + 1} + \dots + \frac{u_{2022}}{u_{2022}^2 - u_{2022} + 1} < 1.$$

**Câu V (4 điểm)**

Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  và cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng  $60^\circ$ .

1) Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $BD$ .

2) Gọi  $M$  và  $N$  là hai điểm lần lượt nằm trên hai đoạn thẳng  $SD$  và  $BC$  thỏa mãn

$$\frac{MS}{MD} = \frac{NC}{NB}. \text{ Tìm giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng } MN.$$

**Câu VI (2 điểm)**

Với  $a, b, c$  là các số thực dương, tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = \frac{16}{a+b+c+1} - \frac{9}{(a+b)\sqrt{(a+2c)(b+2c)}}.$$

Hết