SỞ GD-ĐT BẮC GIANG **TRƯỜNG THPT YÊN THẾ** **Mã đề thi: 821**	**ĐỀ THI RÈN KỸ NĂNG LÀM BÀI LẦN 1** **NĂM HỌC 2022 - 2023** **Môn: TOÁN 12** *Thời gian làm bài 90 phút (50 câu trắc nghiệm)*

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 12. **B.** -12. **C.** 5. **D.** $\frac{1}{5}$.

Câu 2: Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$.

A. $x_B + y_B = -2$. **B.** $x_B + y_B = 4$. **C.** $x_B + y_B = 7$. **D.** $x_B + y_B = -5$.

Câu 3: Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn nữ lớp 12A và 1 bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

A. 1220. **B.** 36. **C.** 630. **D.** 320.

Câu 4:

Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	||	$-$	
y	-2 ↘		$-\infty$ || $+\infty$		↘ -2

A. $y = \frac{2-x}{x+1}$. **B.** $y = \frac{-2x-4}{x+1}$.

C. $y = \frac{x-4}{2x+2}$. **D.** $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

Câu 5: Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a.

A. $\frac{a^3}{3}$. **B.** a^3. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 6: Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \left(3x^2 - 1\right)^{\frac{1}{3}}$.

A. $\mathscr{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$. **B.** $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

C. $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$. **D.** $\mathscr{D} = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Câu 7: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. **B.** $P = x^{\frac{5}{8}}$. **C.** $P = x^{\frac{7}{24}}$. **D.** $P = x^{\frac{7}{12}}$.

Câu 8: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

A. $y_{\text{CT}} = -1$. **B.** $y_{\text{CT}} = 1$. **C.** $y_{\text{CT}} = -6$. **D.** $y_{\text{CT}} = -2$.

Câu 9: Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $\mathrm{A}_n^2 = \frac{(n-2)!}{n!}$. **B.** $\mathrm{A}_n^2 = \frac{n!}{2!(n-2)!}$. **C.** $\mathrm{A}_n^2 = \frac{n!}{(n-2)!}$. **D.** $\mathrm{A}_n^2 = \frac{2!}{(n-2)!}$.

Câu 10: Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 11: Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. -1. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 12: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình.

A. $y = 0$. **B.** $x = 0$. **C.** $y = 5$. **D.** $x = 1$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗	3	↘		↗	$+\infty$
			1				1		

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 14: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = 3a, SA \perp (ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $3a^3$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Câu 15: Hàm số $y = x^2 - 4x + 4$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

A. $(2; +\infty)$. **B.** $(-2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $-\infty; +\infty)$.

Câu 16: Cho số thực $a > 1$ và các số thực α, β. Kết luận nào sau đây đúng?

A. $a^\alpha > 1, \alpha \in \mathbb{R}$. **B.** $\dfrac{1}{a^\alpha} < 0, \alpha \in \mathbb{R}$. **C.** $a^\alpha < 1, \alpha \in \mathbb{R}$. **D.** $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2\sin x + 3}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \dfrac{\pi}{2}\right]$ là

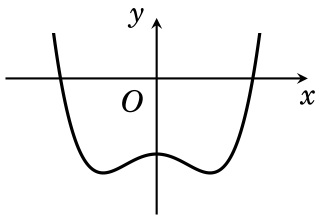
A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 18:

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^4 - x^2 - 1$. **B.** $y = -x^3 + x^2 - 1$.

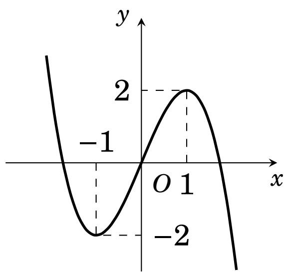
C. $y = x^3 - x^2 - 1$. **D.** $y = -x^4 + x^2 - 1$.



Câu 19:

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số

A. $y = x^2 - 2x$. **B.** $y = x^3 - 3x$. **C.** $y = -x^3 + 3x$. **D.** $y = -x^2 + 2x$.



Câu 20: Đường thẳng $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây?

A. $y = \dfrac{3x - 4}{x - 2}$. **B.** $y = \dfrac{2x + 1}{x - 1}$. **C.** $y = \dfrac{x + 1}{x - 2}$. **D.** $y = \dfrac{-x + 1}{-2x + 1}$.

Câu 21: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

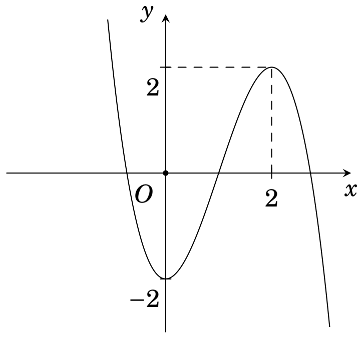
A. $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$. **B.** $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$. **D.** $(-\infty; -1)$ và $(0; +\infty)$.

Câu 22:

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

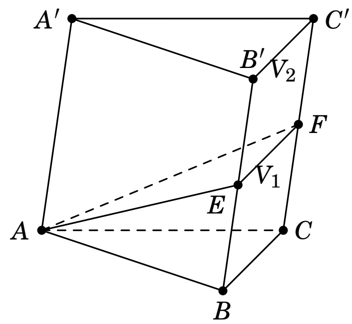
A. $(0;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-2;2)$.



Câu 23:

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng AEF chia khối lăng trụ thành hai phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.



Câu 24: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không có nghĩa?

A. $(-3)^{\frac{2}{3}}$. **B.** $(-2)^{-3}$. **C.** $1{,}3^{-\frac{3}{4}}$. **D.** $\left(\sqrt{2}\right)^{\frac{2}{3}}$.

Câu 25: Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3=12; u_7=192$. Tìm u_{10}.

A. $u_{10}=3072$. **B.** $u_{10}=1536$. **C.** $u_{10}=-3072$. **D.** $u_{10}=-1536$.

Câu 26: Gọi A, B lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x+m^2+m}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A+B=\dfrac{13}{2}$.

A. $m=\pm 2$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-1; m=2$. **D.** $m=1; m=-2$.

Câu 27: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ và đồ thị hàm số $y=3x^2+3x$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc 60°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 29: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-6}>\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-5}$. **B.** $\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-7}>\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-6}$. **C.** $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{5}<\left(\dfrac{3}{4}\right)^{6}$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{6}>\left(\dfrac{3}{2}\right)^{7}$.

Câu 30: Lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt?

A. 9. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 31: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau?

A. 2016. **B.** 256. **C.** 2240. **D.** 2520.

Câu 32: Hàm số $y=-x^3+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 33: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x+3-\dfrac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[-4;-2)$.

A. $\min\limits_{[-4;2)} y=4$. **B.** $\min\limits_{[-4;2)} y=5$. **C.** $\min\limits_{[-4;2)} y=\dfrac{15}{2}$. **D.** $\min\limits_{[-4;2)} y=7$.

Câu 34: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

A. $m=5$. **B.** $m=10$. **C.** $m=\frac{17}{4}$. **D.** $m=3$.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{1}{2}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **D.** a.

Câu 36: Trên đồ thị (C): $y=\frac{x-1}{x-2}$ có bao nhiêu điểm M mà tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d: x-y=1$?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 37: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a;b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a;b]$.

B. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a;b)$.

C. Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a;b]$.

D. Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a;b]$.

Câu 39: Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3 cm, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ cm tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$. Khi đó thể tích V của khối lăng trụ là

A. $V=\frac{9}{4}$ cm^3. **B.** $V=\frac{27\sqrt{3}}{4}$ cm^3. **C.** $V=\frac{9\sqrt{3}}{4}$ cm^3. **D.** $V=\frac{27}{4}$ cm^3.

Câu 40: Biết đường thẳng $y=x+m$ (m là tham số thực) luôn cắt đồ thị của hàm số $y=\frac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn AB ngắn nhất là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+\sqrt{12}x-\frac{1}{4}(3m+n-24)$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số không có điểm cực trị nào và m, n là hai số thực không âm thỏa mãn $3n-m\le 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2m+n$.

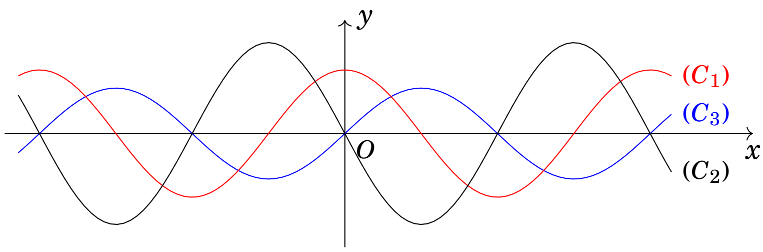
A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=2a$, $SC=4a$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

A. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 43: Cho các hàm số $f(x), f'(x), f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $(C_1),(C_2),(C_3)$ thứ tự là đồ thị của các hàm số

A. $f(x), f'(x), f''(x)$. **B.** $f'(x), f''(x), f(x)$. **C.** $f'(x), f(x), f''(x)$. **D.** $f''(x), f(x), f'(x)$.



Câu 44: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2(x-5)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(5;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(5;+\infty)$.

Câu 45: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.

A. a. **B**. $\frac{3a}{2}$. **C**. $3a$. **D**. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2 - 2x + m^2 - 5m + 6$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;5)$.

A. $m \in [2;3]$. **B**. $m \in (-\infty;2] \cup [3;+\infty)$.

C. Với mọi $m \in \mathbb{R}$. **D**. $m \in (-\infty;2) \cup (3;+\infty)$.

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m-3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9;-5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

A. $m = 2$. **B**. $m = -5$. **C**. $m = -1$. **D**. $m = 3$.

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy góc $60°$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D, N là trung điểm của SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2 trong đó V_1 là phần thể tích chứa đỉnh A. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.

A. $\frac{12}{5}$. **B**. $\frac{5}{12}$. **C**. $\frac{7}{5}$. **D**. $\frac{5}{7}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0 \in K$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Nếu $f''(x_0) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

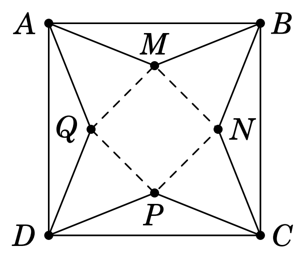
B. Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) \neq 0$.

C. Nếu x_0 là điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) < 0$.

D. Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f'(x_0) = 0$.

Câu 50:

Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 5 dm, người ta cắt bỏ bốn tam giác bằng nhau AMB, BNC, CPD, DQA. Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất?



A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. **B**. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **C**. $2\sqrt{2}$. **D**. $\frac{5}{2}$.

——— HẾT ———

SỞ GD-ĐT BẮC GIANG
TRƯỜNG THPT YÊN THẾ

Mã đề thi: 821

ĐỀ THI RÈN KỸ NĂNG LÀM BÀI LẦN 1
NĂM HỌC 2022 - 2023
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài 90 phút (50 câu trắc nghiệm)

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n), với $u_1 = 3$ và $u_2 = 15$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

Ⓐ 12. Ⓑ -12. Ⓒ 5. Ⓓ $\frac{1}{5}$.

Lời giải.

Từ công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$, ta có $u_2 = u_1 \cdot q$. Suy ra $q = \frac{u_2}{u_1} = 5$.

Chọn đáp án Ⓒ ☐

Câu 2: Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$.

Ⓐ $x_B + y_B = -2$. Ⓑ $x_B + y_B = 4$. Ⓒ $x_B + y_B = 7$. Ⓓ $x_B + y_B = -5$.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và $y = x^3 - x + 3$ là

$$x^3 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \Rightarrow y = -3 \\ x = 1 \Rightarrow y = 3. \end{array}\right.$$

Do $x_B < x_A$ nên $A(1;3)$ và $B(-2;-3)$. Do đó ta có $x_B + y_B = -5$.

Chọn đáp án Ⓓ ☐

Câu 3: Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn 1 bạn nữ lớp 12A và 1 bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

Ⓐ 1220. Ⓑ 36. Ⓒ 630. Ⓓ 320.

Lời giải.

Để chọn 1 bạn nữ của lớp 12A ta có 20 cách.
Để chọn 1 bạn nam của lớp 12B ta có 16 cách.
Vậy theo quy tắc nhân ta có $20 \times 16 = 320$.

Chọn đáp án Ⓓ ☐

Câu 4:
Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	$-2 \searrow$	$-\infty$	‖	$+\infty \searrow$	-2

Ⓐ $y = \frac{2-x}{x+1}$. Ⓑ $y = \frac{-2x-4}{x+1}$.

Ⓒ $y = \frac{x-4}{2x+2}$. Ⓓ $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

Lời giải.

Dựa vào BBT ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = -2$ và $y' < 0, \forall x \neq -1$. Vậy hàm số đó là $y = \frac{-2x+3}{x+1}$.

Chọn đáp án Ⓓ ☐

Câu 5: Tính thể tích khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ biết tất cả các cạnh của lăng trụ đều bằng a.

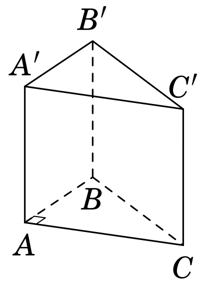
Ⓐ $\frac{a^3}{3}$. Ⓑ a^3. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. Ⓓ $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải.

Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA'$.

Mà $S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, và $AA' = a$.

Nên $V_{ABC.A'B'C'} = S_{ABC} \cdot AA' = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.



Chọn đáp án (D) .... □

Câu 6: Tìm tập xác định $\mathscr{D}$ của hàm số $y = \left(3x^2 - 1\right)^{\frac{1}{3}}$.

A $\mathscr{D} = \left(-\infty; -\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

B $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

C $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right\}$.

D $\mathscr{D} = \left(-\infty; -\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\dfrac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Hàm số xác định khi $3x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -\dfrac{1}{\sqrt{3}} \\ x > \dfrac{1}{\sqrt{3}} \end{array}\right.$. Vậy $\mathscr{D} = \left(-\infty; -\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Chọn đáp án (A) .... □

Câu 7: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A $P = x^{\frac{1}{2}}$.

B $P = x^{\frac{5}{8}}$.

C $P = x^{\frac{7}{24}}$.

D $P = x^{\frac{7}{12}}$.

Lời giải.

Ta có : $P = \sqrt[3]{x\sqrt[4]{x^3\sqrt{x}}} = [x(x^3x^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}}]^{\frac{1}{3}} = [x(x^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{4}}]^{\frac{1}{3}} = x^{\frac{1}{3}}x^{\frac{7}{24}} = x^{\frac{5}{8}}$.

Chọn đáp án (B) .... □

Câu 8: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

A $y_{\text{CT}} = -1$.

B $y_{\text{CT}} = 1$.

C $y_{\text{CT}} = -6$.

D $y_{\text{CT}} = -2$.

Lời giải.

Tập xác định: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-6	↗	-2	↘	$-\infty$

Vậy $y_{\text{CĐ}} = y(1) = -2$; $y_{\text{CT}} = y(-1) = -6$.

Chọn đáp án (C) .... □

Câu 9: Với n là số nguyên dương bất kì, $n \geq 2$, công thức nào dưới đây đúng?

A $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{(n-2)!}{n!}$.

B $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{2!(n-2)!}$.

C $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{n!}{(n-2)!}$.

D $\mathrm{A}_n^2 = \dfrac{2!}{(n-2)!}$.

Lời giải.

Ta có $\mathrm{A}_n^2 = n \cdot (n-1) = \dfrac{n!}{(n-2)!}$.

Chọn đáp án (C) .... □

Câu 10: Hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. **C** 1. Ⓓ 0.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 + 4x \Rightarrow y' = 4x(x^2+1) \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$. Vậy hàm số có 1 điểm cực trị.
Cách 2: Hàm bậc bốn trùng phương có a, b cùng dấu nên hàm luôn có 1 cực trị.

Chọn đáp án Ⓒ .... □

Câu 11: Đồ thị của hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A -1. Ⓑ 0. Ⓒ 1. Ⓓ 3.

Lời giải.

Với $x = 0 \Rightarrow y = -1$.
Vậy đồ thị hàm số $y = -x^3 + 2x^2 - 1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1.

Chọn đáp án Ⓐ .... □

Câu 12: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình.

A $y = 0$. Ⓑ $x = 0$. Ⓒ $y = 5$. Ⓓ $x = 1$.

Lời giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{3}{x-2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{\frac{3}{x}}{1-\frac{2}{x}} = 0$.

Suy ra đường thẳng $y = 0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Chọn đáp án Ⓐ .... □

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A 3. Ⓑ 2. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

Lời giải.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$, giá trị cực đại bằng 3.

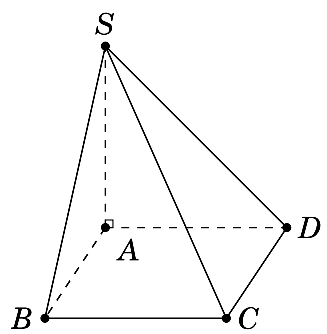
Chọn đáp án Ⓐ .... □

Câu 14: Khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = 3a, SA \perp (ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Ⓐ $3a^3$. Ⓑ $\dfrac{a^3}{3}$. **C** a^3. Ⓓ $6a^3$.

Lời giải.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là
$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot SA = \dfrac{1}{3} \cdot a^2 \cdot 3a = a^3$.



Chọn đáp án Ⓒ .... □

Câu 15: Hàm số $y = x^2 - 4x + 4$ đồng biến trên các khoảng nào sau đây?

A $(2;+\infty)$. **B** $(-2;+\infty)$. **C** $(-\infty;2)$. **D** $-\infty;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 2x - 4 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Chọn đáp án **A** .... □

Câu 16: Cho số thực $a > 1$ và các số thực α, β. Kết luận nào sau đây đúng?

A $a^\alpha > 1, \alpha \in \mathbb{R}$. **B** $\dfrac{1}{a^\alpha} < 0, \alpha \in \mathbb{R}$. **C** $a^\alpha < 1, \alpha \in \mathbb{R}$. **D** $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Lời giải.

Theo tính chất của lũy thừa với cơ số $a > 1$. Khi đó $a^\alpha > a^\beta \Leftrightarrow \alpha > \beta$.

Chọn đáp án **D** .... □

Câu 17: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2\sin x + 3}{\sin x + 1}$ trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là

A $\dfrac{5}{2}$. **B** 5. **C** 3. **D** 2.

Lời giải.

Đặt $t = \sin x$. Vì $x \in \left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ nên $t \in [0;1]$. Do đó yêu cầu bài toán tương đương với tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2t+3}{t+1}$ trên đoạn $[0;1]$.

Ta có $y' = \dfrac{-1}{(t+1)^2} < 0, \forall x \in [0;1]$. Do đó $\min\limits_{[0;1]} y = y(1) = \dfrac{5}{2}$.

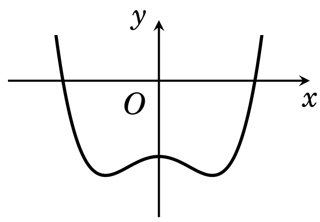
Chọn đáp án **A** .... □

Câu 18:

Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

A $y = x^4 - x^2 - 1$. **B** $y = -x^3 + x^2 - 1$.

C $y = x^3 - x^2 - 1$. **D** $y = -x^4 + x^2 - 1$.



Lời giải.

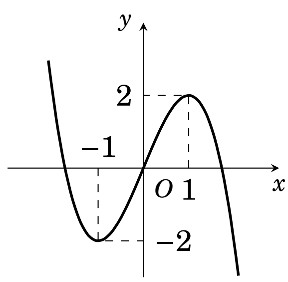
Đường cong có hình dạng là đồ thị hàm số dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$ với hệ số $a > 0$. Suy ra nó là đồ thị là của hàm số $y = x^4 - x^2 - 1$.

Chọn đáp án **A** .... □

Câu 19:

Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số

A $y = x^2 - 2x$. **B** $y = x^3 - 3x$. **C** $y = -x^3 + 3x$. **D** $y = -x^2 + 2x$.



Lời giải.

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm bậc ba.
Đồ thị hàm số có 2 cực trị là $(-1;-2)$ và $(1;2)$ đồng thời nhánh đồ thị bên phải đi xuống nên hệ số $a<0$. Vậy đồ thị trên là của hàm số $y=-x^3+3x$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 20: Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây?

(A) $y=\dfrac{3x-4}{x-2}$. (B) $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. (C) $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. (D) $y=\dfrac{-x+1}{-2x+1}$.

Lời giải.

Hàm phân thức: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(ac\neq 0)$ có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$. Do đó $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

(Hoặc do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$ nên $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.)

Chọn đáp án (B) ☐

Câu 21: Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

(A) $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$. (B) $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
(C) $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$. (D) $(-\infty;-1)$ và $(0;+\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y'=4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=1.\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$-\infty$

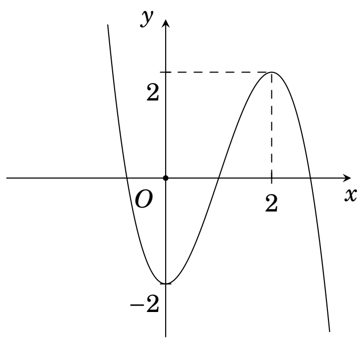
Vậy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1),(0;1)$.

Chọn đáp án (C) ☐

Câu 22:

Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

(A) $(0;2)$. (B) $(2;+\infty)$. (C) $(-\infty;2)$. (D) $(-2;2)$.

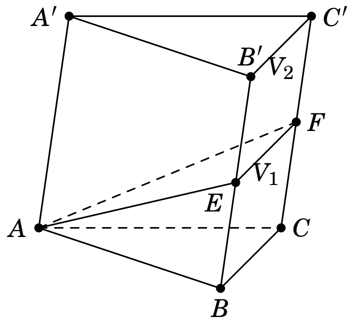


Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;2)$.

Chọn đáp án (A) ☐

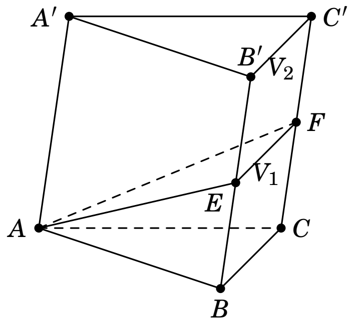
Câu 23:
Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của BB' và CC'. Mặt phẳng AEF chia khối lăng trụ thành hai phần có thể tích V_1 và V_2 như hình vẽ. Tính tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$.



Ⓐ $\frac{1}{4}$. Ⓑ 1. **C** $\frac{1}{2}$. Ⓓ $\frac{1}{3}$.

Lời giải.

Vì $S_{BCFE} = \frac{1}{2} S_{BCC'B'}$ nên
$V_1 = V_{A.BCFE} = \frac{1}{2} V_{A.BCC'B'} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3} V_{ABC.A'B'C'}$.
Suy ra $V_2 = \frac{2}{3} V_{ABC.A'B'C'}$. Và do đó $\frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{2}$.



Chọn đáp án Ⓒ .... □

Câu 24: Trong các biểu thức sau, biểu thức nào không có nghĩa?

A $(-3)^{\frac{2}{3}}$. Ⓑ $(-2)^{-3}$. Ⓒ $1{,}3^{-\frac{3}{4}}$. Ⓓ $\left(\sqrt{2}\right)^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải.

Biểu thức $(-3)^{\frac{2}{3}}$ không có nghĩa vì $-3 < 0$ và $\frac{2}{3}$ không nguyên.

Chọn đáp án Ⓐ .... □

Câu 25: Cấp số nhân (u_n) có công bội âm, biết $u_3 = 12; u_7 = 192$. Tìm u_{10}.

Ⓐ $u_{10} = 3072$. Ⓑ $u_{10} = 1536$. Ⓒ $u_{10} = -3072$. **D** $u_{10} = -1536$.

Lời giải.

Ta có $u_3 = u_1 \cdot q^2 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^2 = 12, u_7 = u_1 \cdot q^6 \Leftrightarrow u_1 \cdot q^6 = 192 \Rightarrow \frac{u_1 \cdot q^6}{u_1 \cdot q^2} = \frac{192}{12}$
$\Rightarrow q^4 = 16 \Rightarrow q = \pm 2$.
Vì công bội âm nên $q = -2 \Rightarrow u_1 = 3 \Rightarrow u_{10} = u_1 \cdot q^9 = -1536$.

Chọn đáp án Ⓓ .... □

Câu 26: Gọi A, B lần lượt là giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x + m^2 + m}{x - 1}$ trên đoạn $[2;3]$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $A + B = \frac{13}{2}$.

Ⓐ $m = \pm 2$. Ⓑ $m = -2$. Ⓒ $m = -1; m = 2$. **D** $m = 1; m = -2$.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{x - 1 - x - m^2 - m}{(x-1)^2} = \frac{-m^2 - m - 1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
Do đó hàm số nghịch biến trên đoạn $[2;3]$.
Từ đó suy ra $A = y(3) = \frac{m^2 + m + 3}{2}$ và $B = y(2) = m^2 + m + 2$.
Vậy $A + B = \frac{13}{2} \Leftrightarrow \frac{m^2 + m + 3}{2} + m^2 + m + 2 = \frac{13}{2} \Leftrightarrow \frac{3}{2} m^2 + \frac{3}{2} m - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -2. \end{array}\right.$

Chọn đáp án Ⓓ .... □

Câu 27: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2$ và đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 3x$ là

(A) 0. (B) 3. (C) 1. (D) 2.

Lời giải.

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số đã cho là

$$x^3+3x^2=3x^2+3x \Leftrightarrow x^3-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\sqrt{3} \\ x=\sqrt{3}. \end{array}\right.$$

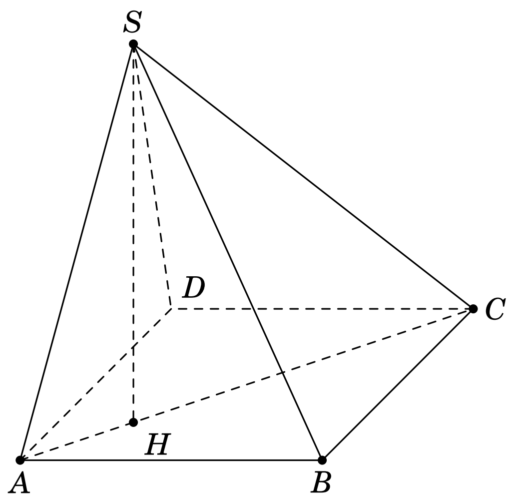
Vậy số giao điểm của hai đồ thị là 3.

Chọn đáp án (B) ....

Câu 28: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, tam giác SAC vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, cạnh bên SA tạo với đáy góc $60°$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

(A) $\dfrac{a^3\sqrt{6}}{12}$. (B) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. (C) $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. (D) $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải.



Kẻ đường cao SH trong tam giác SAC. Vì $(SAC)\perp(ABCD)$, AC là giao tuyến và $AC\perp SH$ nên $SH\perp(ABCD)$.

Vậy góc giữa SA và đáy chính là $\widehat{SAH} \Rightarrow \widehat{SAH}=60°$.

Ta có $\sin\widehat{SAH}=\dfrac{SH}{SA} \Rightarrow SA=\dfrac{2}{\sqrt{3}}SH$.

Có $\widehat{SCA}=90°-\widehat{SAC}=30° \Rightarrow \sin\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC} \Rightarrow AC=2SA$.

Vậy $AC=\dfrac{4}{\sqrt{3}}SH$.

Mặt khác, $AB=a\sqrt{2}$ nên $AC=\sqrt{2}\cdot a\sqrt{2}=2a$.

Do đó $SH=\dfrac{\sqrt{3}}{4}AC=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích mặt đáy là $S_{ABCD}=AB^2=2a^2$. Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V=\frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\cdot 2a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn đáp án (B) ....

Câu 29: Mệnh đề nào dưới đây đúng?

(A) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-6}>\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-5}$. (B) $\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-7}>\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-6}$. (C) $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{5}<\left(\dfrac{3}{4}\right)^{6}$. (D) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^{6}>\left(\dfrac{3}{2}\right)^{7}$.

Lời giải.

- Ta có $\begin{cases} -7<-6 \\ \dfrac{4}{3}>1 \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{4}{3}\right)^{-7}<\left(\dfrac{4}{3}\right)^{-6}$.
- Ta có $\begin{cases} -6<-5 \\ \dfrac{2}{3}<1 \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{2}{3}\right)^{-6}>\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-5}$.
- Ta có $\begin{cases} 5<6 \\ \dfrac{3}{4}<1 \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{3}{4}\right)^{5}>\left(\dfrac{3}{4}\right)^{6}$.

- Ta có $\begin{cases} 6<7 \\ \dfrac{3}{2}>1 \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^6 < \left(\dfrac{3}{2}\right)^7$.

Chọn đáp án (A) .... □

Câu 30: Lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt?

(A) 9. (B) 5. (C) 3. (D) 6.

Lời giải.

Lăng trụ tam giác có 3 mặt bên và 2 đáy.

Chọn đáp án (B) .... □

Câu 31: Có bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau?

(A) 2016. (B) 256. (C) 2240. (D) 2520.

Lời giải.

Gọi số tự nhiên lẻ có 4 chữ số khác nhau là $\overline{abcd}\,(a \neq 0)$

Khi đó $a,b,c,d \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. Và vì $\overline{abcd}$ là số tự nhiên lẻ nên $d \in \{1,3,5,7,9\}$.

Vậy:

d có 5 cách chọn.

a có 8 cách chọn.

b có 8 cách chọn.

c có 7 cách chọn.

Vậy theo quy tắc nhân ta có $5\cdot 8\cdot 8\cdot 7 = 2240$.

Chọn đáp án (C) .... □

Câu 32: Hàm số $y=-x^3+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

(A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 3.

Lời giải.

Có $y' = -3x^2 \le 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ và $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy hàm số không có cực trị.

Chọn đáp án (A) .... □

Câu 33: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x+3-\dfrac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[-4;-2)$.

(A) $\min\limits_{[-4;2)} y = 4$. (B) $\min\limits_{[-4;2)} y = 5$. (C) $\min\limits_{[-4;2)} y = \dfrac{15}{2}$. (D) $\min\limits_{[-4;2)} y = 7$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Ta có $y' = -1+\dfrac{1}{(x+2)^2} = \dfrac{1-(x+2)^2}{(x+2)^2}$, $y'=0 \Leftrightarrow 1-(x+2)^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-3. \end{array}\right.$

Khi đó $y(-4)=\dfrac{15}{2}$; $y(-3)=7$ và $\lim\limits_{x\to -2^-} y = +\infty$. Suy ra $\min\limits_{[-4;2)} y = 7$.

Chọn đáp án (D) .... □

Câu 34: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

(A) $m=5$. (B) $m=10$. (C) $m=\dfrac{17}{4}$. (D) $m=3$.

Lời giải.

Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Ta có $y' = 2x-\dfrac{2}{x^2} = \dfrac{2x^3-2}{x^2}$.

Bảng biến thiên:

x	$\frac{1}{2}$		1		2
y'		$-$	0	$+$	
y	$\frac{17}{4}$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5

Chọn đáp án (D) .... □

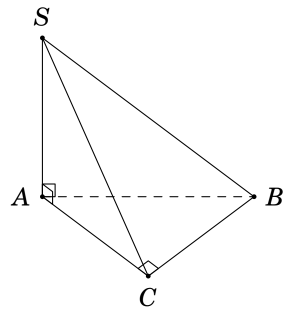
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C, $AC = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

(A) $\frac{1}{2}a$. (B) $\sqrt{2}a$. (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}a$. **(D) a.**

Lời giải.

Tam giác ABC vuông cân tại C, có $AC = a$ nên $BC = a$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AC \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAC)$. Suy ra $\mathrm{d}(B,(SAC)) = BC = a$.



Chọn đáp án (D) .... □

Câu 36: Trên đồ thị (C): $y = \frac{x-1}{x-2}$ có bao nhiêu điểm M mà tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d: x - y = 1$?

(A) 0. (B) 2. (C) 1. (D) 4.

Lời giải.

Gọi $M(x_0; y_0)$. Ta có $y' = \frac{x-2-x+1}{(x-2)^2} = \frac{-1}{(x-2)^2}$.

Phương trình tiếp tuyến với (C) tại M là

$$\begin{aligned} y &= \frac{-1}{(x_0-2)^2}(x - x_0) + y_0 \\ &= \frac{-1}{(x_0-2)^2}x + \frac{x_0}{(x_0-2)^2} + y_0. \end{aligned}$$

Tiếp tuyến với (C) tại M song song với đường thẳng $d: x - y = 1$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} \frac{-1}{(x_0-2)^2} = 1 \\ \frac{x_0}{(x_0-2)^2} + y_0 \neq -1 \end{cases} \text{(hệ vô nghiệm).}$$

Vậy không tồn tại điểm M thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án (A) .... □

Câu 37: Từ một hộp chứa 10 quả bóng gồm 4 quả màu đỏ và 6 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả. Xác suất để lấy được 3 quả màu đỏ bằng

(A) $\frac{1}{5}$. **(B) $\frac{1}{30}$.** (C) $\frac{1}{6}$. (D) $\frac{2}{5}$.

Lời giải.

Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu trong 10 quả cầu có $n(\Omega)=\mathrm{C}_{10}^3=120$ cách.
Gọi A là biến cố lấy được 3 quả màu đỏ, ta có $n(A)=\mathrm{C}_4^3=4$ cách.
Xác suất của biến cố A là $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{120}=\dfrac{1}{30}$.

Chọn đáp án B .... □

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a;b]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a;b]$.
B Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a;b)$.
C Hàm số đã cho có cực trị trên đoạn $[a;b]$.
D Phương trình $f(x)=0$ có nghiệm duy nhất thuộc đoạn $[a;b]$.

Lời giải.

Hàm số $y=f(x)$ liên tục, đồng biến trên đoạn $[a;b]$ thì có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a;b]$.

Chọn đáp án A .... □

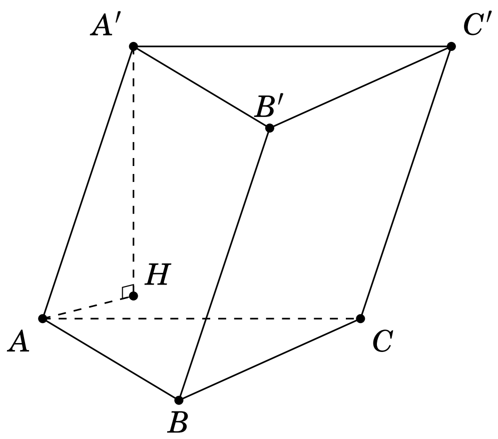
Câu 39: Một khối lăng trụ tam giác có đáy là tam giác đều cạnh 3 cm, cạnh bên bằng $2\sqrt{3}$ cm tạo với mặt phẳng đáy một góc $30°$. Khi đó thể tích V của khối lăng trụ là

A $V=\dfrac{9}{4}$ cm^3. **B** $V=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}$ cm^3. **C** $V=\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ cm^3. **D** $V=\dfrac{27}{4}$ cm^3.

Lời giải.

Gọi $ABC.A'B'C'$ là khối lăng trụ đang xét, H là hình chiếu của A' lên (ABC).
Từ giả thiết ta có $\widehat{A'AH}=30°$.
Ta có $\sin 30°=\dfrac{A'H}{AA'}\Rightarrow A'H=AA'\cdot\sin 30°=\sqrt{3}$ cm.
Thể tích khối lăng trụ là

$$V=AA'\cdot S_{ABC}=\sqrt{3}\cdot\frac{3^2\sqrt{3}}{4}=\frac{27}{4}\text{ cm}^3.$$



Chọn đáp án D .... □

Câu 40: Biết đường thẳng $y=x+m$ (m là tham số thực) luôn cắt đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn AB ngắn nhất là

A $2\sqrt{2}$. **B** $4\sqrt{2}$. **C** $3\sqrt{2}$. **D** $5\sqrt{2}$.

Lời giải.

Xét phương trình $\dfrac{x+3}{x-1}=x+m\Leftrightarrow g(x)=x^2+(m-2)x-m-3=0$, $(x\neq 1)$.

Ta có $\begin{cases}\Delta=(m-2)^2+4(m+3)=m^2+16>0\\ a=1>0\\ g(1)\neq 0\end{cases}$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

Suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ và đường thẳng $y=x+m$ luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt $A(x_1;x_1+m)$ và $B(x_2;x_2+m)$ với $\begin{cases}x_1+x_2=2-m\\ x_1x_2=-m-3.\end{cases}$

Do đó $AB^2=2(x_2-x_1)^2=2(x_1+x_2)^2-8x_1x_2=2(2-m)^2+8(m+3)=2m^2+32\geq 32$, $\forall m$.
Vậy độ dài AB nhỏ nhất bằng $4\sqrt{2}$.

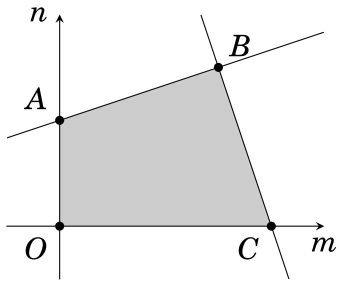
Chọn đáp án B .... □

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2+\sqrt{12}x-\frac{1}{4}(3m+n-24)$ với mọi x thuộc $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số không có điểm cực trị nào và m, n là hai số thực không âm thỏa mãn $3n-m\le 6$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=2m+n$.

Ⓐ 10. **B** 9. Ⓒ 8. Ⓓ 11.

Lời giải.

Hàm số $f(x)$ không có điểm cực trị nào khi và chỉ khi $f'(x)=0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm, điều này tương đương với $\Delta\le 0$, hay $n\le -3m+12$.



Bài toán trở thành: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(m,n)=2m+n$ với m, n là thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} n\le -3m+12 \\ n\le \frac{1}{3}m+2 \\ m\ge 0 \\ n\ge 0. \end{cases}$

Hàm số $g(m,n)=2m+n$ sẽ đạt giá trị lớn nhất trên miền nghiệm của hệ bất phương trình trên (phần tô màu) khi (m,n) là tọa độ của một trong các đỉnh $A(2,0)$, $B(3,3)$, $C(4,0)$, $O(0,0)$.

Vì $g(2,0)=4$, $g(3,3)=9$, $g(4,0)=8$, $g(0,0)=0$ nên giá trị lớn nhất của $g(m,n)$ là 9. Hay giá trị lớn nhất của P là 9, đạt được khi $m=3$ và $n=3$.

Chọn đáp án Ⓑ .... □

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=2a$, $SC=4a$ và $\widehat{ASB}=\widehat{BSC}=\widehat{CSA}=60^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a.

Ⓐ $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. **B** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. Ⓒ $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. Ⓓ $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$.

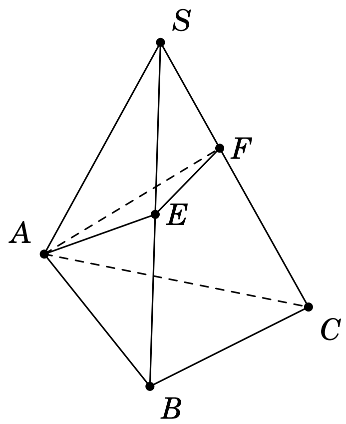
Lời giải.

Lấy E, F trên SB, SC sao cho $SE=SA=a$, $SF=SA=a$.

Hình chóp $S.AEF$ có : $SA=SE=SF=a$ và $\widehat{ASE}=\widehat{FSE}=\widehat{FSA}=60^\circ$. Suy ra $\triangle SAE, \triangle SEF, \triangle SAF$ đều. Do đó $SAEF$ là tứ diện đều cạnh a.

Nên ta có $V_{SAEF}=\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$; $\frac{V_{SAEF}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}\cdot\frac{SE}{SB}\cdot\frac{SF}{SC}=\frac{1}{8}$.

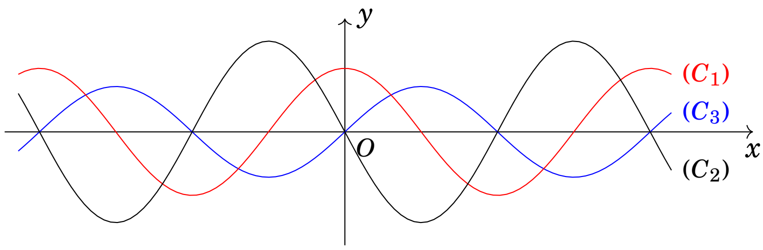
$\Rightarrow V_{S.ABC}=8V_{SAEF}=\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.



Chọn đáp án Ⓑ .... □

Câu 43: Cho các hàm số $f(x), f'(x), f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $(C_1),(C_2),(C_3)$ thứ tự là đồ thị của các hàm số

Ⓐ $f(x), f'(x), f''(x)$. **B** $f'(x), f''(x), f(x)$. Ⓒ $f'(x), f(x), f''(x)$. Ⓓ $f''(x), f(x), f'(x)$.



Lời giải.

Ta nhận thấy tại các vị trí (C_1) cắt trục hoành thì (C_2) và (C_3) đạt cực trị. Tại các khoảng mà đồ thị của (C_1) nằm trên Ox thì (C_3) đồng biến và ngược lại.
Xét đường cong (C_2) ta thấy: tại các vị trí (C_2) cắt Ox thì (C_1) đạt cực trị. Tại các khoảng mà đồ thị của (C_2) nằm trên Ox thì (C_1) đồng biến và ngược lại.

Chọn đáp án (B) .... □

Câu 44: Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2(x-5)$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

(A) Hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.
(B) Hàm số đồng biến trên $(5;+\infty)$.
(C) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
(D) Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(5;+\infty)$.

Lời giải.

Dễ dàng có $y' > 0$ với mọi $x > 5$, do đó hàm số đồng biến trên $(5;+\infty)$.

Chọn đáp án (B) .... □

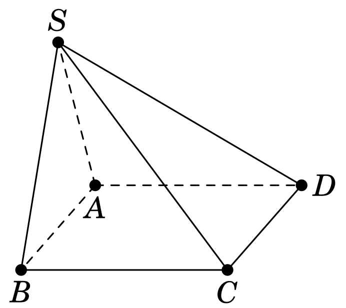
Câu 45: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD.

(A) a. (B) $\dfrac{3a}{2}$. (C) $3a$. (D) $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải.

Vì $CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB)$. Do đó:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}(SB,CD) &= \mathrm{d}(CD,(SAB)) \\ &= \mathrm{d}(C,(SAB)) \\ &= \frac{3V_{C.SAB}}{S_{SAB}} = \frac{3\cdot\frac{1}{2}V_{S.ABCD}}{S_{SAB}} = 3 \end{aligned}$$



Chọn đáp án (C) .... □

Câu 46: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = x^2 - 2x + m^2 - 5m + 6$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;5)$.

(A) $m \in [2;3]$.
(B) $m \in (-\infty;2] \cup [3;+\infty)$.
(C) Với mọi $m \in \mathbb{R}$.
(D) $m \in (-\infty;2) \cup (3;+\infty)$.

Lời giải.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;5)$ khi và chỉ khi
$y' = x^2 - 2x + m^2 - 5m + 6 \geq 0, \forall x \in (2;5) \Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 \geq -x^2 + 2x, \forall x \in (2;5)$. $(*)$
Xét hàm số $g(x) = -x^2 + 2x$ trên khoảng $(2;5)$.
Ta có $g'(x) = -2x + 2 < 0, \forall x \in (2;5)$. Ta có bảng biến thiên

x	2		5
$g'(x)$		$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$	-15

Do đó $(*) \Leftrightarrow m^2 - 5m + 6 \geq 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty;2] \cup [3;+\infty)$.

Chọn đáp án (B) .... □

Câu 47: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + 2x^2 + (m-3)x + m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9;-5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

Ⓐ $m = 2$. Ⓑ $m = -5$. Ⓒ $m = -1$. **D** $m = 3$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 4x + m - 3$, đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi phương trình $3x^2 + 4x + m - 3 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó $\Delta' = 13 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{13}{3}$.

Đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị có phương trình: $y = \dfrac{6m-26}{9}x + \dfrac{7m+6}{9}$.

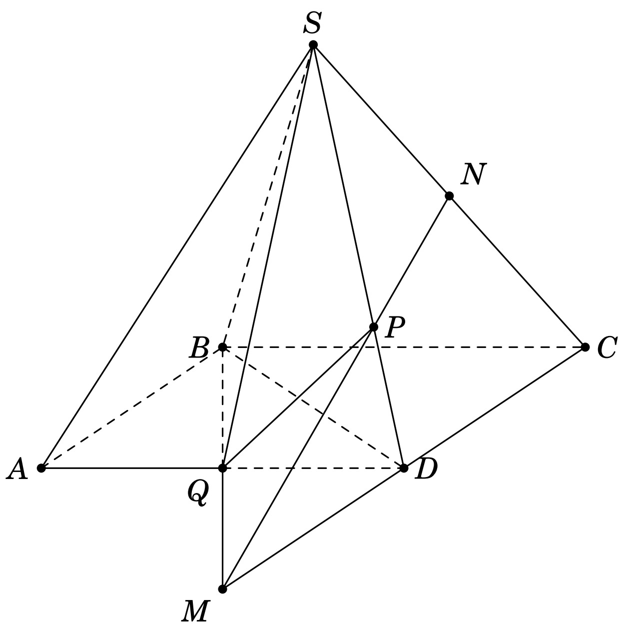
Vì d đi qua $M(9;-5)$ nên ta có $-5 = \dfrac{6m-26}{9} \cdot 9 + \dfrac{7m+6}{9} \Rightarrow m = 3$, (thỏa mãn điều kiện).

Chọn đáp án Ⓓ .... □

Câu 48: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên hợp với đáy góc $60°$. Gọi M là điểm đối xứng của C qua D, N là trung điểm của SC. Mặt phẳng (BMN) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần có thể tích là V_1, V_2 trong đó V_1 là phần thể tích chứa đỉnh A. Tính tỉ số $\dfrac{V_1}{V_2}$.

Ⓐ $\dfrac{12}{5}$. Ⓑ $\dfrac{5}{12}$. **C** $\dfrac{7}{5}$. Ⓓ $\dfrac{5}{7}$.

Lời giải.



Gọi P là giao điểm của MN cắt SD suy ra P là trọng tâm của $\triangle SMC$ nên $SP = \dfrac{2}{3}SD$.

Suy ra $\dfrac{V_{S.BNP}}{V_{S.BCD}} = \dfrac{SN}{SC} \cdot \dfrac{SP}{SD} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{2}{3} = \dfrac{1}{3}$.

Suy ra $V_{S.BNP} = \dfrac{1}{3}V_{S.BCD} = \dfrac{1}{6}V$.

Gọi Q là trung điểm AD suy ra $V_{S.BQD} = \dfrac{1}{4}V$.

Ta có

$$\dfrac{V_{S.BQP}}{V_{S.BQD}} = \dfrac{SP}{SD} = \dfrac{2}{3}$$

$$\Rightarrow V_{S.BQP} = \dfrac{2}{3}V_{S.BQD} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{4}V = \dfrac{1}{6}V.$$

Ta có $V_1 = V_{S.BPN} + V_{S.BQP} + V_{S.ABQ} = \dfrac{1}{6}V + \dfrac{1}{4}V + \dfrac{1}{6}V = \dfrac{7}{12}$, $V_2 = \dfrac{5}{12}$.

Vậy $\dfrac{V_1}{V_2} = \dfrac{7}{5}$.

Chọn đáp án Ⓒ .... □

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0 \in K$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

Ⓐ Nếu $f''(x_0) = 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

Ⓑ Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) \neq 0$.

Ⓒ Nếu x_0 là điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ thì $f''(x_0) < 0$.

D Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f'(x_0) = 0$.

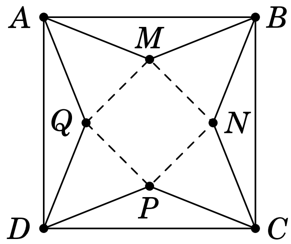
Lời giải.

Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì $f'(x_0) = 0$.

Chọn đáp án Ⓓ .... □

Câu 50:

Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 5 dm, người ta cắt bỏ bốn tam giác bằng nhau AMB, BNC, CPD, DQA. Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất?



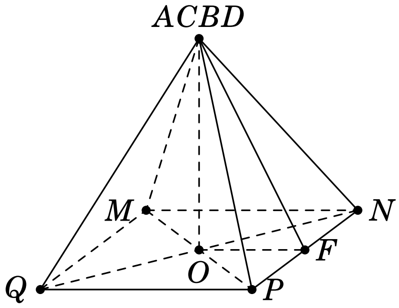
A $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **B** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **C** $2\sqrt{2}$. **D** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải.

Đặt $MN = 2x$. Suy ra $FO = x$, $FC = CO - FO = \dfrac{5\sqrt{2}}{2} - x$.

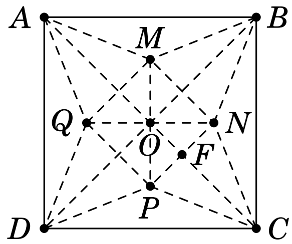
Do đó, đường cao CO của hình chóp $C.MNPQ$ có độ dài là

$$\sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}}{2} - x\right)^2 - x^2} = \sqrt{\frac{25}{2} - 5\sqrt{2}x}.$$



Suy ra thể tích khối chóp là

$$\begin{aligned}
V &= \frac{1}{3}(2x)^2\sqrt{\frac{25}{2} - 5\sqrt{2}x} \\
&= \frac{1}{3}\cdot 4\cdot\left(\sqrt{\frac{4}{5\sqrt{2}}}\right)^4\cdot\sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{4}x}\cdot\sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{4}x}\cdot\sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{4}x}\cdot\sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{4}x}\cdot\sqrt{\frac{25}{2} - 5\sqrt{2}x} \\
&\le \frac{1}{3}\cdot 4\cdot\left(\sqrt{\frac{4}{5\sqrt{2}}}\right)^4\left(\sqrt{\frac{\frac{25}{2}}{5}}\right)^5.
\end{aligned}$$



V lớn nhất khi và chỉ khi $\dfrac{25}{2} - 5\sqrt{2}x = \dfrac{5\sqrt{2}}{4}x \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$.

Chọn đáp án **C** .... □

——— HẾT ———