SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT PHÚ LÂM

ĐỀ MINH HỌA
MÃ ĐỀ: 123

ĐỀ THI TỐT NGHIỆP THPT QG
Năm học: 2022 - 2023
Môn: TOÁN – Khối 12
Thời gian làm bài: 90 phút
Ngày kiểm tra: 31/03/2023

Họ, tên thí sinh:…………………………
Số Báo danh:…………………………….

Câu 1: Cho số phức $z=-1-2\sqrt{6}i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ là?

A. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$. **B.** Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}i$.

C. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$. **D.** Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $-2\sqrt{6}i$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}\left(x^2+x\right)$ là

A. $\dfrac{2x+1}{x^2+x}$. **B.** $\dfrac{2x+1}{\left(x^2+x\right).\ln 2023}$. **C.** $\dfrac{1}{x^2+x}$ **D.** $\dfrac{1}{\left(x^2+x\right).\ln 2023}$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y=8^x$ là

A. $y'=\dfrac{8^x}{\ln 8}$. **B.** $y'=8^x\ln 8$. **C.** $y'=x8^x\ln 8$. **D.** $y'=x8^{x-1}$.

Câu 4: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1}-\dfrac{1}{5}>0$.

A. $S=(-\infty;-2)$. **B.** $S=(1;+\infty)$. **C.** $S=(-1;+\infty)$. **D.** $S=(-2;+\infty)$.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=11$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_5 bằng

A. 2816. **B.** 27. **C.** 15. **D.** -26.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+y-2z+1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_4=(3;-2;1)$. **B.** $\vec{n}_3=(-2;1;3)$. **C.** $\vec{n}_1=(3;1;-2)$. **D.** $\vec{n}_2=(1;-2;1)$

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị $(C):y=x^3-3x^2+2x+1$ và đường thẳng $y=1$ là

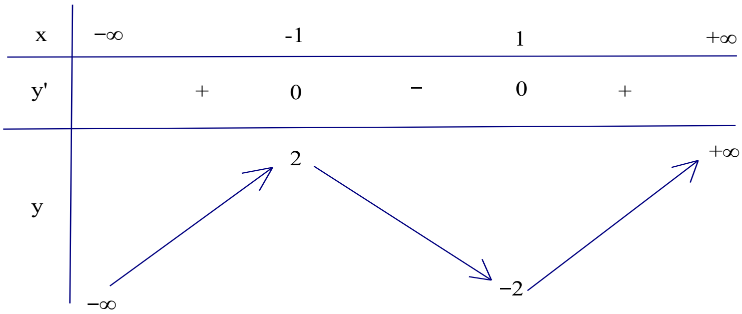
A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1;2]$ và $f(-1)=2023, f(2)=-1$.

Tích phân $\int\limits_{-1}^{2} f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng:

A. 2024. **B.** -2024. **C.** 1. **D.** 2022.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:



A. $y = x^4 - 2x^2.$ **B.** $y = -x^3 + 3x.$ **C.** $y = -x^4 + 2x^2.$ **D.** $y = x^3 - 3x.$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ có tọa độ tâm I và bán kính R là

A. $I(1;2;3), R=5$. **B.** $I(1;-2;3), R=5$. **C.** $I(1;2;-3), R=25$. **D.** $I(1;2;3), R=25$.

Câu 11: Cho điểm $M(1,-4,-2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+5z-14=0$. Tính khoảng cách từ M đến (P).

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** $6\sqrt{3}$ **D.** $3\sqrt{3}$

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 14-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$ bằng

A. 14. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -14.

Câu 13: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 2a^2$, chiều cao $h = 6a$ là:

A. $12a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $36a^3$.

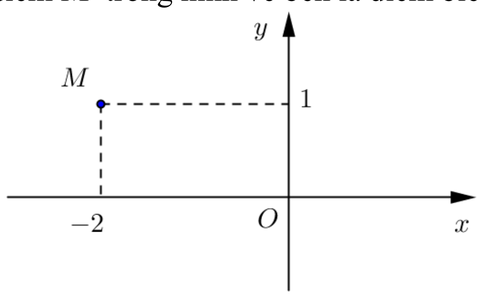
Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 15: Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là

A. $y = 9x + 7$. **B.** $y = -9x - 7$. **C.** $y = -9x + 7$. **D.** $y = 9x - 7$.

Câu 16 : Trong mặt phẳng Oxy, điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z. Số phức $\bar{z}$ là



A. $-2-i$. **B.** $1-2i$. **C.** $-2+i$. **D.** $2+i$.

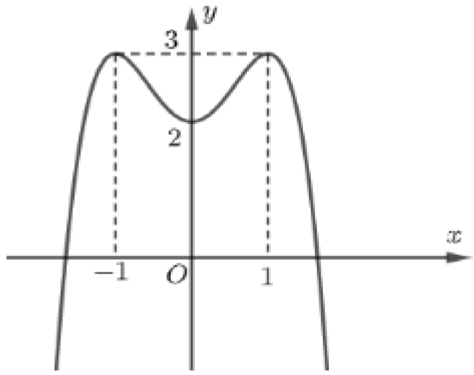
Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq} = 4\pi rl$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C.** $S_{xq} = 3\pi rl$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{3}=\dfrac{z+4}{-2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;3-2)$. **B.** $M(-1;-3;4)$. **C.** $C(1;3;-4)$. **D.** $N(-1;-3;2)$.

Câu 19: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$, $(a,b,c\in R)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13}<27$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-4;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 22: Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5,6?

A. A_6^5 **B.** P_6. **C.** C_6^5. **D.** P_5.

Câu 23: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-2023$ là:

A. $\dfrac{1}{2}x^4-2023x+C$. **B.** $4x^4-2023x+C$. **C.** $\dfrac{1}{4}x^4+C$. **D.** $4x^3-2023x+C$.

Câu 24: Cho hai tích phân $\int_{-2}^{5}f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int_{5}^{-2}g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]\mathrm{d}x$

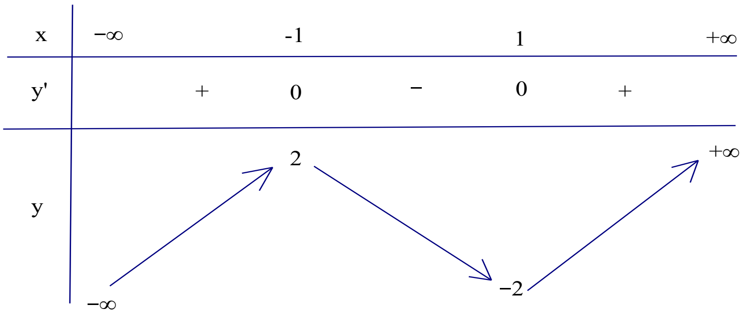
A. 13. **B.** 27. **C.** -11. **D.** 3.

Câu 25: (Khái niệm, tính chất, bảng nguyên hàm cơ bản). Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I=\int[2f(x)+1]\mathrm{d}x$.

A. $I=2xF(x)+x+C$. **B.** $I=2F(x)+x+C$.

C. $I=2F(x)+1+C$. **D.** $I=2xF(x)+1+C$.

Câu 26: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:



A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x+4)^{2023}, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4 . **C.** 2 . **D.** 1 .

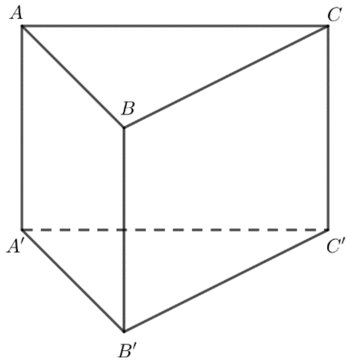
Câu 28: Đặt $a = \log_2 5, b = \log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b .

A. $\log_6 5 = a^2 + b^2$. **B.** $\log_6 5 = a + b$. **C.** $\log_6 5 = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$. **D.** $\log_6 5 = \frac{ab}{a+b}$.

Câu 29: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$, $y = x$. Tính S.

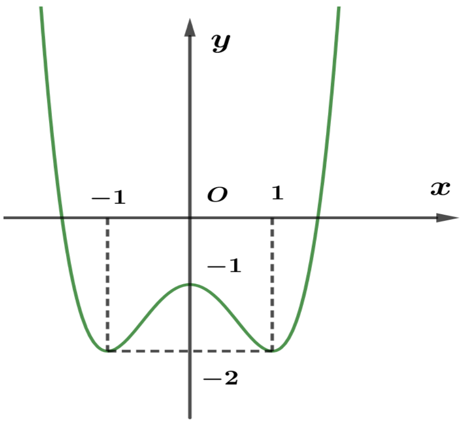
A. $S = 4$. **B.** $S = 8$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 0$.

Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng



A. 30^o . **B.** 90^o . **C.** 60^o . **D.** 45^o .

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt?



A. 1. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 32: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^4 - x^2$. **B.** $y = x^3 - x$. **C.** $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. **D.** $y = x^3 + x$.

Câu 33: Một đội thanh niên tình nguyện của trường gồm có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để cùng các giáo viên tham gia đo thân nhiệt cho học sinh khi đến trường. Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ bằng

A. $\dfrac{5}{66}$. **B.** $\dfrac{5}{11}$. **C.** $\dfrac{6}{11}$. **D.** $\dfrac{2}{33}$.

Câu 34: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 1 + \log_3(x-1)$ là

A. $x = 4$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Câu 35: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức $\dfrac{7-4i}{z_1}$ trên mặt phẳng phức là

A. $P(3;2)$ **B.** $N(1;-2)$ **C.** $Q(3;-2)$ **D.** $M(1;2)$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1: \dfrac{x-2}{-1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z}{1}$ và $d_2: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y-1}{-1} = \dfrac{z-2}{-1}$ là

A. $(P): 2y - 2z + 1 = 0$. **B.** $(P): 2x - 2z + 1 = 0$. **C.** $(P): 2x - 2y + 1 = 0$. **D.** $(P): 2y - 2z - 1 = 0$

Câu 37: Cho hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn $(O;5)$.Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $SA = AB = 8$. Tính khoảng cách từ O đến (SAB).

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{13}}{4}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Biết đáy là tam giác vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a}{3}$

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[0;2023]$ thỏa mãn bất phương trình sau $16^x + 25^x + 36^x \le 20^x + 24^x + 30^x$.

A. 2023. **B.** 3. **C.** 2024. **D.** 1.

Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $(3^{2x} - 9)(3^x - \dfrac{1}{27})\sqrt{3^{x+1} - 1} \le 0$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$, thỏa mãn $f'(x) = \dfrac{2}{x^2 - 1}$; $f(-3) + f(3) = 2\ln 2$ và $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) + f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 0$. Giá trị của biểu thức $P = f(-2) + f(0) + f(4)$ là:

A. $2\ln 2 - \ln 5$ **B.** $6\ln 2 + 2\ln 3 - \ln 5$ **C.** $2\ln 2 + 2\ln 3 - \ln 5$ **D.** $6\ln 2 - 2\ln 5$

Câu 42: Cho $I=\int_1^2 \frac{x^2+(x+\ln x)^2+x}{x^2(x+\ln x)^2}dx=\frac{a}{2}-\frac{1}{b+\ln c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $abc=26$. **B.** $abc=3$. **C.** $abc=11$. **D.** $abc=12$.

Câu 43: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $0\le x\le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) là

A. $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$.

Câu 44: Cho hai số phức $z_1=2+i, z_2=1-2i$. Môđun của số phức $w=\frac{z_1^{2022}}{z_2^{2023}}$ là

A. $|w|=5$. **B.** $|w|=\sqrt{3}$. **C.** $|w|=3$. **D.** $|w|=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Câu 45: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Thiết diện của hình trụ tạo bởi mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng a có diện tích bằng $8a^2\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ là

A. $\frac{16\pi a^3}{3}$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $16\pi a^3$. **D.** $32\pi a^3$.

Câu 46: Trong không gian Oxyz, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I, cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

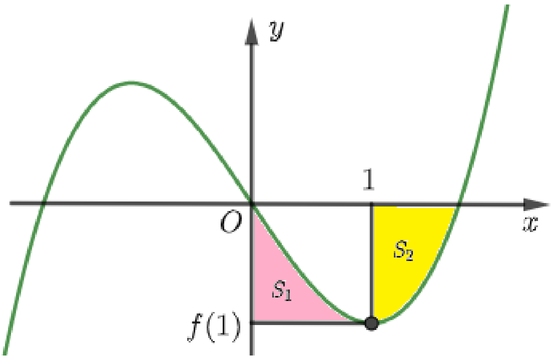
A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=20$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x.f(\cos^2 x)dx=1$, $\int_e^{e^2}\frac{f(\ln^2 x)}{x\ln x}dx=1$. Giá trị của tích phân $I=\int_{\frac{1}{4}}^{2}\frac{f(2x)}{x}dx$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, biết $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và thỏa mãn $[f(x)+1]$ và $[f(x)-1]$ lần lượt chia hết cho $(x-1)^2$ và $(x+1)^2$. Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích như trong hình bên. Tính $2S_2+8S_1$.



A. 9. **B.** 4. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại C và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho $SC=a$, mặt phẳng (SBC) tạo với mặt đáy một góc α. Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất là

A. $\frac{a^3}{16}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Câu 50: Trong không gian *Oxyz,* cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$. **B.** $3x+4y+2=0$.
C. $6x+8y+11=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

………..Hết………

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH **TRƯỜNG THPT PHÚ LÂM** **ĐỀ CHÍNH THỨC**	**HƯỚNG DẪN CHẤM** **Năm học: 2022 - 2023** **Môn: TOÁN – Khối 12** **Thời gian làm bài: 90 phút** **Ngày kiểm tra: 31/03/2023**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	B	B	D	B	C	B	B	D	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
D	A	A	D	D	A	B	C	D	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
B	A	A	A	B	D	A	D	B	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	D	B	A	A	A	B	B	D	B
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	B	D	C	A	D	B	B	A

Câu 1: Cho số phức $z=-1-2\sqrt{6}i$. Phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$ là?

A. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$.
B. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}i$.
C. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$.
D. Phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $-2\sqrt{6}i$.

Lời giải

Chọn A

$z=-1-2\sqrt{6}i \Rightarrow \overline{z}=-1+2\sqrt{6}i$

Vậy $\overline{z}$ có phần thực bằng -1 và phần ảo bằng $2\sqrt{6}$.

Câu 2: Đạo hàm của hàm số $y=\log_{2023}\left(x^2+x\right)$ là

A. $\dfrac{2x+1}{x^2+x}$. **B.** $\dfrac{2x+1}{\left(x^2+x\right).\ln 2023}$. **C.** $\dfrac{1}{x^2+x}$ **D.** $\dfrac{1}{\left(x^2+x\right).\ln 2023}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left[\log_{2023}\left(x^2+x\right)\right]'=\dfrac{\left(x^2+x\right)'}{\left(x^2+x\right).\ln 2023}=\dfrac{2x+1}{\left(x^2+x\right).\ln 2023}$.

Câu 3: Đạo hàm của hàm số $y=8^x$ là

A. $y'=\dfrac{8^x}{\ln 8}$. **B.** $y'=8^x\ln 8$. **C.** $y'=x8^x\ln 8$. **D.** $y'=x8^{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=\left(8^x\right)'=8^x\ln 8$.

Câu 4: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+1}-\dfrac{1}{5}>0$.

A. $S=(-\infty;-2)$. **B.** $S=(1;+\infty)$. **C.** $S=(-1;+\infty)$. **D.** $S=(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Bất phương trình tương đương $5^{x+1}>5^{-1}\Leftrightarrow x+1>-1\Leftrightarrow x>-2.$

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=11$ và công sai $d=4$. Giá trị của u_5 bằng

A. 2816. **B.** 27. **C.** 15. **D.** -26.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $\begin{cases} u_1=11 \\ d=4 \end{cases} \Rightarrow u_5=u_1+4d=27$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x+y-2z+1=0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_4=(3;-2;1)$. **B.** $\vec{n}_3=(-2;1;3)$. **C.** $\vec{n}_1=(3;1;-2)$. **D.** $\vec{n}_2=(1;-2;1)$

.

Lời giải

Chọn C

Từ phương trình mặt phẳng (P) ta có vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_1=(3;1;-2)$.

Câu 7: Số giao điểm của đồ thị $(C): y=x^3-3x^2+2x+1$ và đường thẳng $y=1$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2+2x+1=1\Leftrightarrow x^3-3x^2+2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy có ba giao điểm.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1;2]$ và $f(-1)=2023, f(2)=-1$. Tích phân $\int\limits_{-1}^{2} f'(x)\,\mathrm{d}x$ bằng:

A. 2024. **B.** -2024. **C.** 1. **D.** 2022.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{-1}^{2} f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_{-1}^{2} = f(2) - f(-1) = -1 - 2023 = -2024$.

Câu 9: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2$. **D.** $y = x^3 - 3x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có bảng biến thiên như trên, trong 4 đáp án đã cho phải là hàm bậc ba với $a > 0$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ có tọa độ tâm I và bán kính R là

A. $I(1;2;3), R = 5$. **B.** $I(1;-2;3), R = 5$. **C.** $I(1;2;-3), R = 25$. **D.** $I(1;2;3), R = 25$.

Lời giải

Chọn A

Ta có, tọa độ tâm: $I(1;2;3)$

Bán kính: $R = \sqrt{25} = 5$

Câu 11: Cho điểm $M(1,-4,-2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + 5z - 14 = 0$. Tính khoảng cách từ M đến (P).

A. $2\sqrt{3}$ **B.** $4\sqrt{3}$ **C.** $6\sqrt{3}$ **D.** $3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D

$$d(M,(P)) = \frac{|1 + (-4) + 5.(-2) - 14|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (-2)^2}} = 3\sqrt{3}$$

Câu 12: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 14 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của $\overline{z}$ bằng

A. 14. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -14.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(1+i)z = 14-2i \Leftrightarrow z = \dfrac{14-2i}{1+i} \Leftrightarrow z = 6-8i \Rightarrow \overline{z} = 6+8i.$

Suy ra, $\overline{z}$ có phần thực bằng 6 và phần ảo bằng 8.

Do đó tổng phần thực và phần ảo của $\overline{z}$ bằng 14.

Câu 13: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy $S = 2a^2$, chiều cao $h = 6a$ là:

A. $12a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $36a^3$.

Lời giải

Chọn A

$V = S.h = 12a^3$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA = a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V = \dfrac{1}{3}Bh = \dfrac{1}{3}.a^2.a = \dfrac{a^3}{3}$.

Câu 15: Phương trình tiếp tuyến của đường cong $y = x^3 + 3x^2 - 2$ tại điểm có hoành độ $x_0 = 1$ là

A. $y = 9x + 7$. **B.** $y = -9x - 7$. **C.** $y = -9x + 7$. **D.** $y = 9x - 7$.

Lời giải

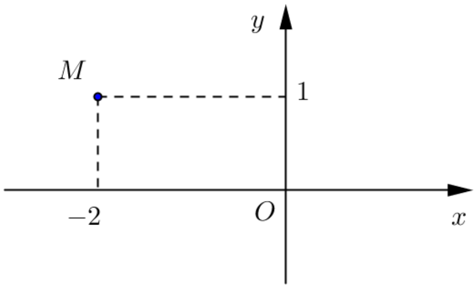
Xét hàm $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow f'(1) = 9.$

Ta có $x_0 = 1 \Rightarrow y_0 = 2 \Rightarrow M_0(1;2)$.

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $M_0(1;2)$ có dạng:

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0) \Leftrightarrow y - 2 = 9(x-1) \Leftrightarrow y = 9x - 7.$$

Câu 16 : Trong mặt phẳng Oxy, điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức z. Số phức $\overline{z}$ là



A. $-2-i$. **B.** $1-2i$. **C.** $-2+i$. **D.** $1+2i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z = -2 + i \Rightarrow \overline{z} = -2 - i$.

Câu 17: Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq} = 4\pi rl$. **B.** $S_{xq} = 2\pi rl$. **C.** $S_{xq} = 3\pi rl$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.

Lời giải

Chọn B

Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là $S_{xq} = 2\pi rl$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z+4}{-2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;3-2)$. **B.** $M(-1;-3;4)$. **C.** $C(1;3;-4)$. **D.** $N(-1;-3;2)$.

Lời giải

Chọn C

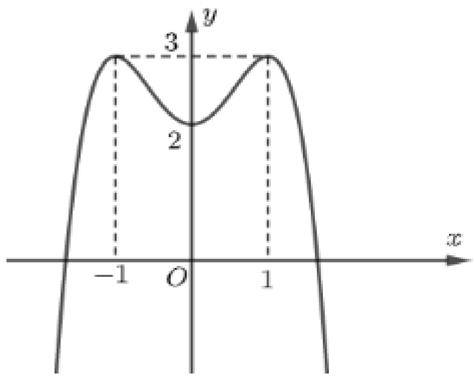
Thay tọa độ điểm Q vào đường thẳng $d: \dfrac{1-1}{1} = \dfrac{3-3}{3} = \dfrac{-2+4}{-2}$ (sai) nên loại

Thay tọa độ điểm M vào đường thẳng $d: \dfrac{-1-1}{1} = \dfrac{-3-3}{3} = \dfrac{4+4}{-2}$ (sai) nên loại

Thay tọa độ điểm C vào đường thẳng $d: \dfrac{1-1}{1} = \dfrac{3-3}{3} = \dfrac{-4+4}{-2}$ (đúng) nên chọn

Thay tọa độ điểm N vào đường thẳng $d: \dfrac{-1-1}{1} = \dfrac{-3-3}{3} = \dfrac{2+4}{-2}$ (sai) nên loại

Câu 19: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, $(a,b,c \in R)$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



A. $x = -1$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 0$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có điểm cực tiểu là $x = 0$.

Câu 20: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{2x+4}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = -2$. **B.** $x = -2$. **C.** $x = 1$. **D.** $y = 1$.

Lời giải

Chọn D

Có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{2x+4}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{2+\frac{4}{x}}=1$

và: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{2x+4}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{2+\frac{4}{x}}=1$

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x+4}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình: $y=1$.

Câu 21: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13}<27$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-4;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$3^{x^2-13}<27 \Leftrightarrow 3^{x^2-13}<3^3 \Leftrightarrow x^2-13<3 \Leftrightarrow x^2<16 \Leftrightarrow |x|<4 \Leftrightarrow -4<x<4$.

Tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-4;4)$.

Kết luận: $S=(-4;4)$.

Câu 22: Có bao nhiêu số có năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5,6?

A. A_6^5 **B.** P_6. **C.** C_6^5 . **D.** P_5 .

Lời giải.

Chọn A

Số tự nhiên gồm năm chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1,2,3,4,5,6 là một chỉnh hợp chập 5 của 6 phần tử. Vậy có A_6^5 số cần tìm.

Câu 23: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-2023$ là:

A. $\frac{1}{2}x^4-2023x+C$. **B.** $4x^4-2023x+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4+C$. **D.** $4x^3-2023x+C$.

Lời giải

Chọn A

$\int(2x^3-2023)\mathrm{d}x=2.\dfrac{x^4}{4}-2023x+C=\dfrac{x^4}{2}-2023x+C$.

Câu 24: Cho hai tích phân $\int\limits_{-2}^{5} f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int\limits_{5}^{-2} g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int\limits_{-2}^{5}[f(x)-4g(x)-1]\mathrm{d}x$

A. 13. **B.** 27. **C.** -11. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

$$I=\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]\mathrm{d}x=\int_{-2}^{5}f(x)\mathrm{d}x-\int_{-2}^{5}4g(x)\mathrm{d}x-\int_{-2}^{5}\mathrm{d}x=\int_{-2}^{5}f(x)\mathrm{d}x-4\int_{-2}^{5}g(x)\mathrm{d}x-\int_{-2}^{5}\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-2}^{5}f(x)\mathrm{d}x+4\int_{5}^{-2}g(x)\mathrm{d}x-\int_{-2}^{5}\mathrm{d}x=8+4.3-x\Big|_{-2}^{5}=8+4.3-7=13.$$

Câu 25: (Khái niệm, tính chất, bảng nguyên hàm cơ bản). Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Tìm $I=\int[2f(x)+1]\mathrm{d}x$.

A. $I=2xF(x)+x+C$.

B. $I=2F(x)+x+C$.

C. $I=2F(x)+1+C$.

D. $I=2xF(x)+1+C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 26: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2$.

B. $y=-x^3+3x$.

C. $y=-x^4+2x^2$.

D. $y=x^3-3x$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số có bảng biến thiên như trên, trong 4 đáp án đã cho phải là hàm bậc ba với $a>0$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+4)^{2023}, \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn A

Câu 28: Đặt $a=\log_2 5, b=\log_3 5$. Hãy biểu diễn $\log_6 5$ theo a và b.

A. $\log_6 5=a^2+b^2$.

B. $\log_6 5=a+b$.

C. $\log_6 5=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

D. $\log_6 5=\frac{ab}{a+b}$.

Lời giải

Chọn D

$$\left.\begin{array}{l} a=\log_2 5\Rightarrow \log_5 2=\frac{1}{a} \\ b=\log_3 5\Rightarrow \log_5 3=\frac{1}{b}\end{array}\right\}\Rightarrow \log_5 6=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{a+b}{ab}\Rightarrow \log_6 5=\frac{ab}{a+b}$$

Câu 29: Gọi *S* là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số: $y = x^3 - 3x$, $y = x$. Tính *S*.

A. $S = 4$. **B.** $S = 8$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = 0$.

Lời giải

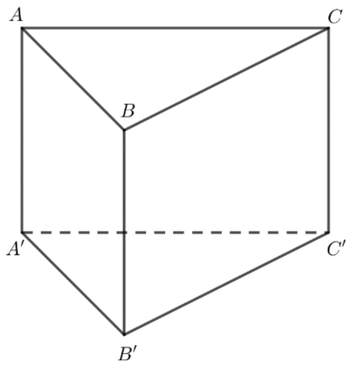
Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3 - 3x = x \Leftrightarrow x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 2 \\ x = 0 \end{array}\right.$$

Vậy $S = \left|\int_{-2}^{0}\left(x^3 - 4x\right)dx\right| + \left|\int_{0}^{2}\left(x^3 - 4x\right)dx\right| = 4 + 4 = 8$.

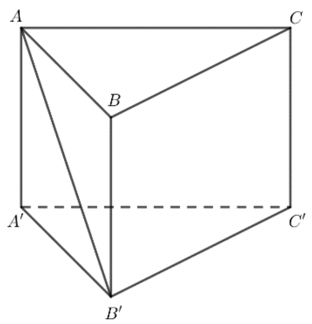
Câu 30: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng



A. 30^o. **B.** 90^o. **C.** 60^o. **D.** 45^o.

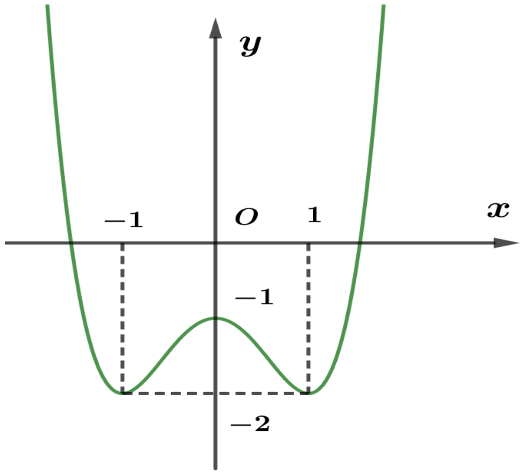
Lời giải

Chọn D



Ta có: $(AB';CC') = (AB';BB') = \widehat{AB'B} = 45^o$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc đoạn $[-2;5]$ của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm phân biệt?



A. 1. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

Số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=m\left(d \overset{//}{\equiv} Ox\right)$

Dựa vào đồ thị ta có phương trình $f(x)=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1. \end{array}\right.$

Mặt khác $m\in[-2;5]\Rightarrow m\in\{-2;0;1;2;3;4;5\}$.

Suy ra có 7 giá trị thỏa mãn yêu cầu.

Câu 32: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-x^2$. **B.** $y=x^3-x$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **D.** $y=x^3+x$.

Lời giải

Chọn D

Xét $y=x^3+x$ có $y'=3x^2+1>0;\forall x\in\mathbb{R}$. Vậy hàm số trên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 33: Một đội thanh niên tình nguyện của trường gồm có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để cùng các giáo viên tham gia đo thân nhiệt cho học sinh khi đến trường. Xác suất để chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ bằng

A. $\dfrac{5}{66}$. **B.** $\dfrac{5}{11}$. **C.** $\dfrac{6}{11}$. **D.** $\dfrac{2}{33}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có không gian mẫu $n(\Omega)=C_{11}^4$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được 4 học sinh trong đó số học sinh nam bằng số học sinh nữ"

$\Rightarrow n(A)=C_5^2.C_6^2$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_5^2.C_6^2}{C_{11}^4}=\dfrac{5}{11}$.

Câu 34: Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$ là

A. $x=4$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}2x+1>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>1$.

Ta có: $\log_3(2x+1)=1+\log_3(x-1)$

$\Leftrightarrow \log_3(2x+1)=\log_3\left[3\cdot(x-1)\right]$

$\Leftrightarrow 2x+1=3x-3$

$\Leftrightarrow x=4$ (nhận).

Câu 35: Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-2z+5=0$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức $\dfrac{7-4i}{z_1}$ trên mặt phẳng phức là

A. $P(3;2)$ **B.** $N(1;-2)$ **C.** $Q(3;-2)$ **D.** $M(1;2)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^2-2z+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=1+2i\\z=1-2i\end{array}\right.$

Theo yêu cầu của bài toán ta chọn $z_1=1-2i$. Khi đó:

$$\frac{7-4i}{z_1}=\frac{7-4i}{1-2i}=\frac{(7-4i)(1+2i)}{1^2+2^2}=3+2i$$

Vậy điểm biểu diễn của số phức là $P(3;2)$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ là

A. $(P):2y-2z+1=0$. **B.** $(P):2x-2z+1=0$. **C.** $(P):2x-2y+1=0$. **D.** $(P):2y-2z-1=0$
.

Lời giải

Chọn A

Ta có $d_1:\begin{cases}\text{qua } A(2;0;0)\\\text{vtcp } \overrightarrow{u_1}=(-1;1;1)\end{cases}$ và $d_2:\begin{cases}\text{qua } B(0;1;2)\\\text{vtcp } \overrightarrow{u_2}=(2;-1;-1)\end{cases}$.

Mặt phẳng (P) song song và cách đều hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z}{1}$ và $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ nên:

(P) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2}\right] = (0;1;-1)$ suy ra $(P): y - z + D = 0$

Và $d\left(A,(P)\right) = d\left(B,(P)\right) \Leftrightarrow |D| = |D-1| \Leftrightarrow D = \dfrac{1}{2}$

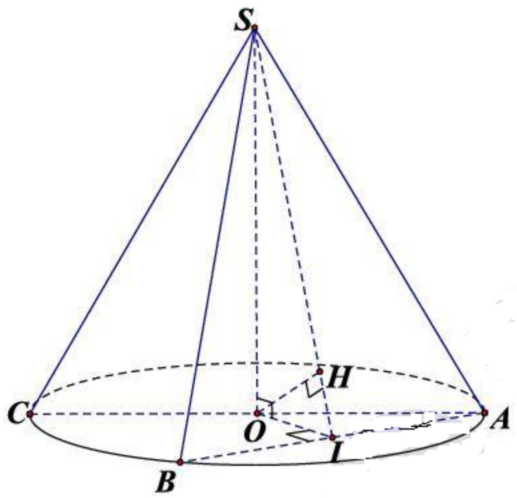
Vậy $(P): 2y - 2z + 1 = 0$.

Câu 37: Cho hình nón đỉnh S, đáy là đường tròn $(O;5)$.Một mặt phẳng đi qua đỉnh của hình nón cắt đường tròn đáy tại hai điểm A và B sao cho $SA = AB = 8$. Tính khoảng cách từ O đến (SAB).

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{13}}{4}$. **C.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{7}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{13}}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I là trung điểm AB.

Ta có $\begin{cases} AB \perp SO \\ AB \perp OI \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SOI) \Rightarrow (SAB) \perp (SOI)$.

Trong (SOI), kẻ $OH \perp SI$ thì $OH \perp (SAB)$.

$\Rightarrow d\left(O;(SAB)\right) = OH$.

Ta có: $SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{\left(\dfrac{8.5}{5}\right)^2 - 5^2} = \sqrt{39}$.

Ta có: $OI = \sqrt{OA^2 - AI^2} = \sqrt{5^2 - \left(\dfrac{4.5}{5}\right)^2} = 3$.

Tam giác vuông SOI có: $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OI^2} + \dfrac{1}{SO^2} \Rightarrow OH = \dfrac{3\sqrt{13}}{4}$.

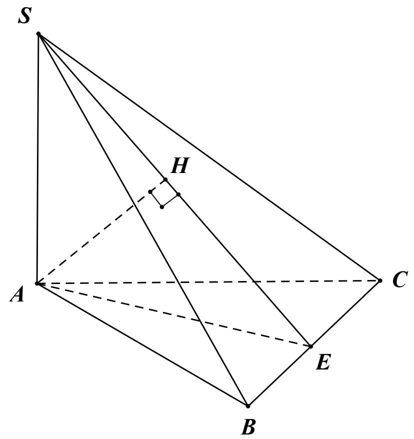
Vậy $d\left(O;(SAB)\right) = OH = \dfrac{3\sqrt{13}}{4}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a$ và SA vuông góc với đáy. Biết đáy là tam giác vuông cân tại A và $BC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.　　**B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$.　　**C.** $a\sqrt{3}$.　　**D.** $\frac{a}{3}$

Lời giải

Chọn B



Gọi E là trung điểm của $BC \Rightarrow AE = \frac{1}{2}BC = \frac{a\sqrt{2}}{2}$

Kẻ $AH \perp SE \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow AH$ là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC).

Có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AE^2} + \frac{1}{SA^2} = \frac{2}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{3}{a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x trong đoạn $[0;2023]$ thỏa mãn bất phương trình sau $16^x + 25^x + 36^x \le 20^x + 24^x + 30^x$.

A. 2023.　　**B.** 3.　　**C.** 2024.　　**D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $16^x + 25^x + 36^x \le 20^x + 24^x + 30^x \Leftrightarrow 4^{2x} + 5^{2x} + 6^{2x} \le 4^x.5^x + 4^x.6^x + 5^x.6^x$

$\Leftrightarrow 2\left[\left(4^x\right)^2 + \left(5^x\right)^2 + \left(6^x\right)^2\right] - \left(2.4^x.5^x + 2.4^x.6^x + 2.5^x.6^x\right) \le 0 \Leftrightarrow \left(4^x - 5^x\right)^2 + \left(4^x - 6^x\right)^2 + \left(5^x - 6^x\right)^2 \le 0$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4^x - 5^x = 0 \\ 4^x - 6^x = 0 \\ 5^x - 6^x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{4}{6}\right)^x = 1 \\ \left(\frac{5}{6}\right)^x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = 0 \in [0;2023]$$

Vậy có 1 giá trị nguyên của x trong đoạn $[0;2023]$ thỏa mãn bất phương trình.

Câu 40: Tập nghiệm của bất phương trình $(3^{2x} - 9)(3^x - \frac{1}{27})\sqrt{3^{x+1} - 1} \le 0$ chứa bao nhiêu số nguyên ?

A. 2.　　**B.** 3.　　**C.** 4.　　**D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $3^{x+1} - 1 \ge 0 \Leftrightarrow 3^{x+1} \ge 1 \Leftrightarrow x \ge -1$.

Ta có $x=-1$ là một nghiệm của bất phương trình.

Với $x>-1$, bất phương trình tương đương với $(3^{2x}-9)(3^x-\frac{1}{27})\le 0$.

Đặt $t=3^x>0$, ta có $(t^2-9)(t-\frac{1}{27})\le 0 \Leftrightarrow (t-3)(t+3)(t-\frac{1}{27})\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t\le -3 \\ \frac{1}{27}\le t\le 3 \end{array}\right.$. Kết hợp điều kiện $t=3^x>0$ ta được nghiệm $\frac{1}{27}\le t\le 3 \Leftrightarrow \frac{1}{27}\le 3^x\le 3 \Leftrightarrow -3\le x\le 1$. Kết hợp điều kiện $x>-1$ ta được $-1<x\le 1$ suy ra trường hợp này bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Vậy bất phương trình đã cho có tất cả 3 nghiệm nguyên.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, thỏa mãn $f'(x)=\frac{2}{x^2-1}$; $f(-3)+f(3)=2\ln 2$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=0$. Giá trị của biểu thức $P=f(-2)+f(0)+f(4)$ là:

A. $2\ln 2-\ln 5$ **B.** $6\ln 2+2\ln 3-\ln 5$ **C.** $2\ln 2+2\ln 3-\ln 5$ **D.** $6\ln 2-2\ln 5$

Lời giải

Chọn C

$$f(x)=\int f'(x)dx=\int\frac{2}{x^2-1}dx=\int\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)dx=\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C$$

Hay $f(x)=\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C=\begin{cases}\ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)+C_1 \ khi\ x>1\\ \ln\frac{1-x}{1+x}+C_2 \ khi\ -1<x<1\\ \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)+C_3 \ khi\ x<-1\end{cases}$

Theo bài ra, ta có: $\begin{cases} f(-3)+f(3)=2\ln 2\\ f\left(-\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1+C_3=2\ln 2\\ C_2=0\end{cases}$

Do đó $f(-2)+f(0)+f(4)=\ln 3+C_3+C_2+\ln\frac{3}{5}+C_1=2\ln 2+2\ln 3-\ln 5$.

Câu 42: Cho $I=\int_1^2\frac{x^2+(x+\ln x)^2+x}{x^2(x+\ln x)^2}dx=\frac{a}{2}-\frac{1}{b+\ln c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $abc=26$. **B.** $abc=3$. **C.** $abc=11$. **D.** $abc=12$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I=\int_1^2 \frac{(x+\ln x)^2+x(x+1)}{x^2(x+\ln x)^2}\mathrm{d}x=\int_1^2 \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x+\int_1^2 \frac{x+1}{x(x+\ln x)^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}+\int_1^2 \frac{x+1}{x(x+\ln x)^2}\mathrm{d}x$.

Đặt $t=x+\ln x \Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{x+1}{x}\mathrm{d}x$. Đổi cận $x=1 \Rightarrow t=1$ và $x=2 \Rightarrow t=2+\ln 2$.

Do đó $I=\frac{1}{2}+\int_1^2 \frac{x+1}{x(x+\ln x)^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}+\int_1^{2+\ln 2} \frac{1}{t^2}\mathrm{d}t==\frac{1}{2}-\frac{1}{t}\Big|_1^{2+\ln 2}=\frac{1}{2}+1-\frac{1}{2+\ln 2}=\frac{3}{2}-\frac{1}{2+\ln 2}$.

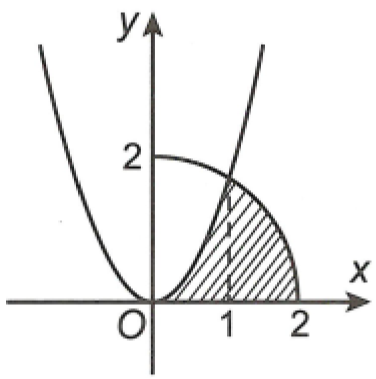
Vậy $abc=3.2.2=12$.

Câu 43: Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=\sqrt{3}x^2$, cung tròn có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $0\le x\le 2$) và trục hoành (phần tô đậm trong hình vẽ). Diện tích của (H) là

A. $\frac{4\pi+\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\frac{4\pi+2\sqrt{3}-3}{6}$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}-2\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Phương trình hoành độ giao điểm của parabol $y=\sqrt{3}x^2$ và cung tròn $y=\sqrt{4-x^2}$ (với $0\le x\le 2$) là $\sqrt{4-x^2}=\sqrt{3}x^2 \Leftrightarrow 4-x^2=3x^4 \Leftrightarrow x=1$.

Diện tích của (H) là

$$S=\int_0^1 \sqrt{3}x^2dx+\int_1^2 \sqrt{4-x^2}dx=\frac{\sqrt{3}}{3}x^3\Big|_0^1+I=\frac{\sqrt{3}}{3}+I \text{ với } I=\int_1^2 \sqrt{4-x^2}dx.$$

Đặt $x=2\sin t$, $t\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx=2\cos t.dt$

Đổi cận $x=1 \Rightarrow t=\frac{\pi}{6}$, $x=2 \Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$.

$$I=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4-4\sin^2 t}.2\cos t.dt=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 4\cos^2 t.dt=\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2(1+\cos 2t).dt=(2x+\sin 2t)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Vậy $S=\frac{\sqrt{3}}{3}+I=\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{2\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{4\pi-\sqrt{3}}{6}$

Câu 44: Cho hai số phức $z_1=2+i, z_2=1-2i$. Môđun của số phức $w=\frac{z_1^{2022}}{z_2^{2023}}$ là

A. $|w|=5$. **B.** $|w|=\sqrt{3}$. **C.** $|w|=3$. **D.** $|w|=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn D

$\frac{z_1}{z_2}=\frac{2+i}{1-2i}=i$

$w=\frac{z_1^{2022}}{z_2^{2023}}=\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{2022}.\frac{1}{z_2}=i^{2022}.\frac{1}{1-2i}=\left(i^2\right)^{1010}.\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i\right)=(-1)^{1010}.\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i\right)=\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$

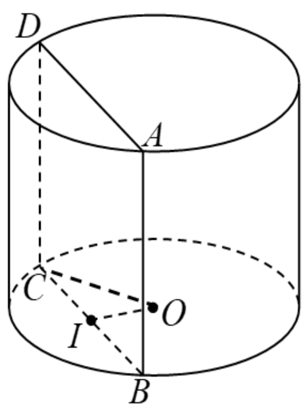
$|w|=\left|\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i\right|=\frac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 45: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông. Thiết diện của hình trụ tạo bởi mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng a có diện tích bằng $8a^2\sqrt{3}$. Thể tích của khối trụ là

A. $\frac{16\pi a^3}{3}$. **B.** $16\pi a^2$. **C.** $16\pi a^3$. **D.** $32\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Gọi R là bán kính đáy hình trụ, do thiết diện qua trục là một hình vuông nên $l=2R$.
Thiết diện của hình trụ tạo bởi mặt phẳng song song và cách trục một khoảng bằng a là hình chữ nhật $ABCD$ khi đó $OI=a$ với I là trung điểm BC ta có $IC=\sqrt{R^2-a^2}\Rightarrow BC=2\sqrt{R^2-a^2}$.

Diện tích hình chữ nhật là $S_{ABCD}=AB.BC=4R\sqrt{R^2-a^2}=8a^2\sqrt{3}$.

$\Leftrightarrow R^4-R^2a^2-12a^2=0 \Leftrightarrow \left(R^2-4a^2\right)\left(R^2+3a^2\right)=0 \Leftrightarrow R=2a$ từ đó $h=l=2R=4a$.

Thể tích khối trụ là $V=\pi R^2h=16\pi a^3$.

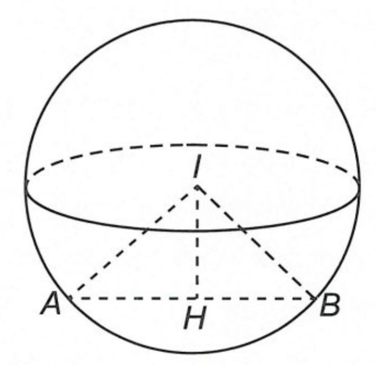
Câu 46: Trong không gian Oxyz, cho điểm $I(1;-2;3)$. Viết phương trình mặt cầu tâm I, cắt trục Ox tại hai điểm A và B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16.$ **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=20.$

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25.$ **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9.$

Lời giải

Chọn A



Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow IH \perp AB$ tại $H \Rightarrow IH = d_{(I;(AB))} = d_{(I;Ox)}$

Lấy $M(2;0;0)\in Ox \Rightarrow IH = d_{(I,Ox)} = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{i}\right]\right|}{\vec{i}} = \sqrt{3}.$

Bán kính mặt cầu cần tìm là $R = IA = \sqrt{IH^2+HA^2} = 4.$

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=16.$

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x.f\left(\cos^2 x\right)dx=1$, $\int\limits_e^{e^2} \dfrac{f\left(\ln^2 x\right)}{x\ln x}dx=1$. Giá trị của tích phân $I=\int\limits_{\frac{1}{4}}^{2}\dfrac{f(2x)}{x}dx$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

• Xét $A=\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x.f\left(\cos^2 x\right)dx=1$. Đặt $t=\cos^2 x$.

Suy ra

$dt=-2\sin x\cos xdx=-2\cos^2 x\tan xdx=-2t.\tan xdx \longrightarrow \tan xdx=-\dfrac{dt}{2t}.$

Đổi cận: $\begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=\dfrac{\pi}{4} \Rightarrow t=\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Khi đó $1 = A = -\dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^{\frac{1}{2}} \dfrac{f(t)}{t}\mathrm{d}t = \dfrac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{1} \dfrac{f(t)}{t}\mathrm{d}t = \dfrac{1}{2}\int_{\frac{1}{2}}^{1} \dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x \Rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^{1} \dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x = 2.$

● Xét $B = \displaystyle\int_e^{e^2} \dfrac{f(\ln^2 x)}{x\ln x}\mathrm{d}x = 1.$ Đặt $u = \ln^2 x.$

Suy ra $\mathrm{d}u = \dfrac{2\ln x}{x}\mathrm{d}x = \dfrac{2\ln^2 x}{x\ln x}\mathrm{d}x = \dfrac{2u}{x\ln x}\mathrm{d}x \Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}x}{x\ln x} = \dfrac{\mathrm{d}u}{2u}.$

Đổi cận: $\begin{cases} x=e \Rightarrow u=1 \\ x=e^2 \Rightarrow u=4 \end{cases}$.

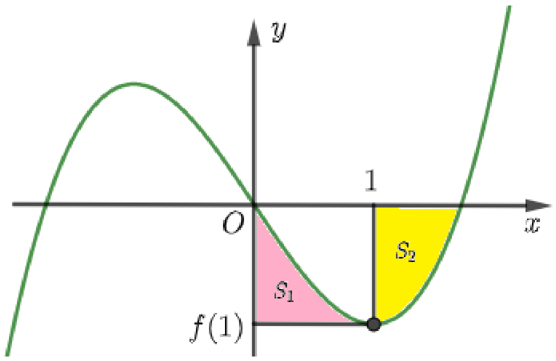
Khi đó $1 = B = \dfrac{1}{2}\displaystyle\int_1^4 \dfrac{f(u)}{u}\mathrm{d}u = \dfrac{1}{2}\int_1^4 \dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x \Rightarrow \int_1^4 \dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x = 2.$

● Xét tích phân cần tính $I = \displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{2} \dfrac{f(2x)}{x}\mathrm{d}x.$

Đặt $v = 2x,$ suy ra $\begin{cases} \mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}v \\ x = \dfrac{v}{2} \end{cases}$. Đổi cận: $\begin{cases} x=\dfrac{1}{4} \Rightarrow v=\dfrac{1}{2} \\ x=2 \Rightarrow v=4 \end{cases}$.

Khi đó $I = \displaystyle\int_{\frac{1}{2}}^{4} \dfrac{f(v)}{v}\mathrm{d}v = \int_{\frac{1}{2}}^{4} \dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x + \int_1^4 \dfrac{f(x)}{x}\mathrm{d}x = 2+2=4.$

Câu 48: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ, biết $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và thỏa mãn $[f(x)+1]$ và $[f(x)-1]$ lần lượt chia hết cho $(x-1)^2$ và $(x+1)^2$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích như trong hình bên. Tính $2S_2 + 8S_1$.



A. 9. **B.** 4. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ theo giả thiết có $\begin{cases} f\left(x\right)+1=a\left(x-1\right)^2\left(x+m\right) \\ f\left(x\right)-1=a\left(x+1\right)^2\left(x+n\right) \end{cases}$

Do đó $\begin{cases} f\left(1\right)+1=0 \\ f\left(-1\right)-1=0 \\ f\left(0\right)=0 \\ f'\left(1\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c+d+1=0 \\ -a+b-c+d-1=0 \\ d=0 \\ 3a+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{2} \\ b=0 \\ c=-\dfrac{3}{2} \\ d=0 \end{cases} \Rightarrow f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{3}{2}x$

Ta có $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{3}{2}x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$

S_1 là diện tích giới hạn bởi đồ thị $y=\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{3}{2}x$, $y=-1$, $x=0, x=1 \Rightarrow S_1=\int\limits_0^1\left|\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{3}{2}x+1\right|=\dfrac{3}{8}$ $\left(1\right)$

S_2 là diện tích giới hạn bởi đồ thị $y=\dfrac{1}{3}x^2-\dfrac{3}{2}x$, $y=0, x=1, x=\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_2=\int\limits_1^{\sqrt{3}}\left|\dfrac{1}{2}x^3-\dfrac{3}{2}x\right|=\dfrac{1}{2}\left(2\right)$

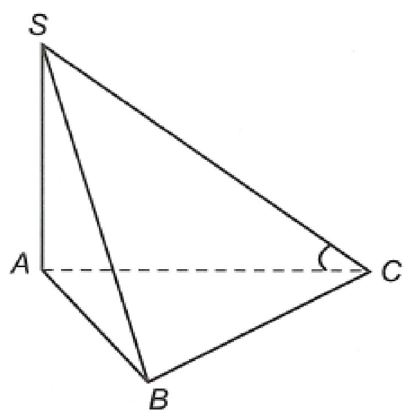
Từ $\left(1\right),\left(2\right)\Rightarrow 2S_2+8S_1=2.\dfrac{1}{2}+8.\dfrac{3}{8}=4$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại C và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Cho $SC=a$, mặt phẳng $\left(SBC\right)$ tạo với mặt đáy một góc α. Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất là

A. $\dfrac{a^3}{16}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{48}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{24}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $\widehat{\left(\left(SBC\right),\left(ABC\right)\right)}=\left(\widehat{SC,AC}\right)=\widehat{SCA}=\alpha$

Xét ΔSAC vuông tại A có

$$\begin{cases} SA = SC.\sin\alpha = a\sin\alpha \\ AC = SC.\cos\alpha = a\cos\alpha \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{\Delta ABC}.SA = \frac{1}{3}.\left(\frac{1}{2}AC^2\right).SA$$

$$= \frac{1}{6}.(a\cos\alpha)^2.a\sin\alpha = \frac{a^3}{6}\cos^2\alpha.\sin\alpha.$$

$V_{S.ABC}$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi biểu thức

$P = \cos^2\alpha.\sin\alpha. = \left(1-\sin^2\alpha\right).\sin\alpha$ đạt giá trị lớn nhất.

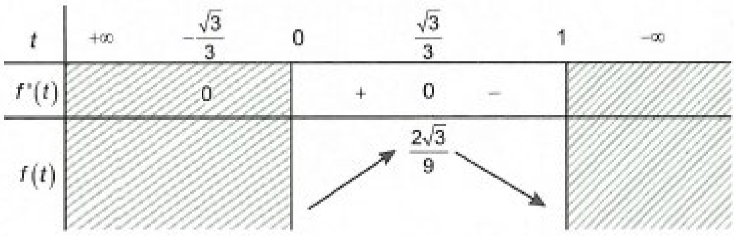
Đặt $t = \sin\alpha$. Vì $0 < \alpha < 90°$ nên $0 < \sin\alpha < 1$

$\Rightarrow 0 < t < 1$

Ta có $P = f(t) = \left(1-t^2\right)t = -t^3 + t$ xác định và liên tục trên $(0;1)$.

$$f'(t) = -3t^2 + 1 \Rightarrow f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} t = \dfrac{\sqrt{3}}{3} & \text{(nhan)} \\ t = -\dfrac{\sqrt{3}}{3} & \text{(loai)} \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{(0;1)} f(t) = \frac{2\sqrt{3}}{9}$ khi $t = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $\max V_{S.ABC} = \frac{a^3}{6}.P_{\max} = \frac{a^3}{6}.\frac{2\sqrt{3}}{9} = \frac{a^3\sqrt{3}}{27}$ khi và chỉ khi $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 50: Trong không gian *Oxyz,* cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=16$ và điểm $A(-1;-1;-1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S). M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $3x+4y-2=0$. **B.** $3x+4y+2=0$.

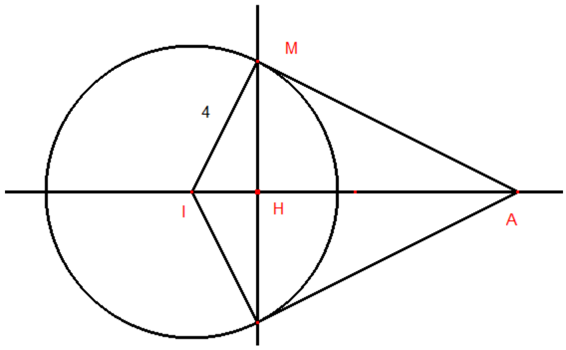
C. $6x+8y+11=0$. **D.** $6x+8y-11=0$.

Lời giải

Chọn A

(S) có tâm $I(2;3;-1)$; bán kính $R=4$

$A(-1;-1;-1) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (-3;-4;0)$, tính được $IA = 5$.



Mặt phẳng cố định đi qua điểm H là hình chiếu của M xuống IA và nhận $\overrightarrow{IA}=(-3;-4;0)$ làm vectơ pháp tuyến.

Do hai tam giác MHI và AMI đồng dạng nên tính được $IM^2=IH.IA \Rightarrow IH=\frac{IM^2}{IA}=\frac{16}{5}$, từ đó tính được $\overrightarrow{IH}=\frac{16}{25}\overrightarrow{IA}$ tìm được $H\left(\frac{2}{25};\frac{11}{25};-1\right)$

Mặt phẳng cần tìm có phương trình là: $-3\left(x-\frac{2}{25}\right)-4\left(y-\frac{11}{25}\right)=0 \Leftrightarrow 3x+4y-2=0.$