SỞ GD&ĐT THANH HÓA
TRƯỜNG THPT YÊN ĐỊNH 2

ĐỀ THI KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG
CÁC MÔN THI TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC 2020 - 2021
Môn: TOÁN
Ngày thi 28/3/2021
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 05 trang)

Mã đề thi 127

Họ và tên thí sinh:.. SBD:.....................

Câu 1. Cho mặt cầu có diện tích bằng $\dfrac{8\pi a^2}{3}$. Bán kính mặt cầu bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 2. Tính tích phân $I=\int\limits_0^1 \dfrac{\mathrm{d}x}{3-2x}$

A. $-\dfrac{1}{2}\ln 3$. **B.** $-\ln 3$. **C.** $\dfrac{1}{2}\ln 3$. **D.** $\dfrac{1}{2}\log 3$.

Câu 3. Giả sử $\int\limits_0^9 f(x)\mathrm{d}x=37$ và $\int\limits_9^0 g(x)\mathrm{d}x=16$. Khi đó, $I=\int\limits_0^9 \left[2f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=122$. **B.** $I=26$. **C.** $I=58$. **D.** $I=143$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=t\\y=-1-4t\\z=6+6t\end{cases}$ và đường thẳng $d_2:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{-5}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(1;-1;2)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$. **B.** $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{7}=\dfrac{z-2}{-7}$. **C.** $\dfrac{x+1}{14}=\dfrac{y-1}{17}=\dfrac{z+2}{9}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{3}$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+\sin x$ là

A. $x^2-\cos x+C$. **B.** $x^2+\dfrac{1}{2}\cos x+C$. **C.** $x^2-2\cos x+C$. **D.** $x^2+\cos x+C$.

Câu 6. Cho hình trụ có chiều cao bằng $2a$, bán kính đáy bằng a. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $4\pi a^2$. **B.** $2a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** πa^2.

Câu 7. Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$ là

A. $-1+2i$. **B.** $1+2i$. **C.** $-1-2i$. **D.** $2-i$.

Câu 8. Tìm nghiệm của phương trình $\log_2(x-5)=4$.

A. $x=11$. **B.** $x=3$. **C.** $x=13$. **D.** $x=21$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x-y+3z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_1=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_1=(2;-1;-1)$. **C.** $\vec{n}_1=(-1;3;-1)$. **D.** $\vec{n}_1=(2;-1;-3)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là

A. $y=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=5$. **D.** $y=0$.

Câu 11. Thể tích của khối nón có chiều cao bằng 4 và đường sinh bằng 5 bằng

A. 48π. **B.** 12π. **C.** 36π. **D.** 16π.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w=(1-i)\bar{z}+2i$ là một đường tròn. Tìm bán kính của đường tròn đó

A. 8. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 4.

Câu 13. Cho số thực a dương, khác 1. Tìm giá trị của $P=a^{\log_{a\sqrt{a}}8}$

A. $\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 14. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=1$ và $y=2$. **B.** $x=1$ và $y=-3$. **C.** $x=-1$ và $y=2$. **D.** $x=2$ và $y=1$.

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

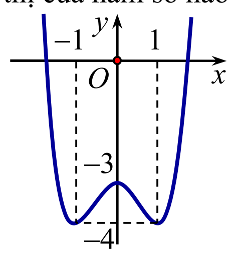
Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng

A. $2\log_3 a$. **B.** $9+\log_3 a$. **C.** $2+\log_3 a$. **D.** $2-\log_3 a$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M. Tọa độ của điểm M là

A. $M(1;0;3)$. **B.** $M(1;-2;0)$. **C.** $M(0;-2;3)$. **D.** $M(1;0;0)$.

Câu 18. Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4-2x^2-3$. **B.** $y=x^4+2x^2-3$. **C.** $y=-x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 19. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-x$ và đồ thị hàm số $y=2x^2+x$.

A. 13. **B.** $\dfrac{37}{12}$. **C.** $\dfrac{81}{12}$. **D.** $\dfrac{77}{25}$.

Câu 20. Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{\sqrt{2}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$. **B.** $(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1]\cup[2;+\infty)$.

Câu 21. Đường thẳng $y=4x-1$ và đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 22. Một người gửi tiết kiệm 50 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu và lãi suất không đổi trong các năm gửi. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi gần với số nào nhất?

A. $70,128$ triệu. **B.** $53,5$ triệu. **C.** $20,128$ triệu. **D.** $50,7$ triệu.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0$ có bán kính bằng

A. $R=\sqrt{3}$. **B.** $R=3\sqrt{3}$. **C.** $R=9$. **D.** $R=3$.

Câu 24. Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng

A. 81. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 64.

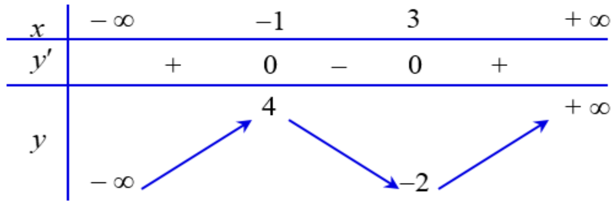
Câu 25. Cho hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương đó bằng

A. $V=\dfrac{64\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{32\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{8\pi a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{16\pi a^3}{3}$.

Câu 26. Một hình chóp có đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và có chiều cao bằng 4. Tính thể tích khối chóp đó.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Câu 27. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bản biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=0$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 28. Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Tính $z=z_1+z_2$.

A. $z=2-2i$. **B.** $z=-2-2i$. **C.** $z=-2+2i$. **D.** $z=2+2i$.

Câu 29. Xét hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ trên $\left[0;1\right]$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\max\limits_{[0;1]} y=0$. **B.** $\min\limits_{[0;1]} y=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\min\limits_{[0;1]} y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[0;1]} y=1$.

Câu 30. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A\left(1;-2;3\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(2;-1;-2\right)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{-2}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{-2}$. **C.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm là $f'\left(x\right)=x\left(x+1\right)^2\left(x-1\right)$. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

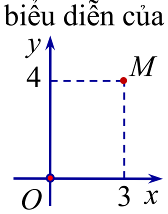
Câu 32. Cắt khối trụ bởi một mặt phẳng qua trục ta được thiết diện là hình chữ nhật $ABCD$, có AB và CD thuộc hai đáy của hình trụ, $AB=4a$, $AC=5a$. Tính thể tích khối trụ.

A. $V=12\pi a^3$. **B.** $V=4\pi a^3$. **C.** $V=8\pi a^3$. **D.** $V=16\pi a^3$.

Câu 33. Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(2x-3\right)<\log_{\frac{1}{2}}\left(5-2x\right)$ có tập nghiệm là $\left(a;b\right)$. Tính giá trị của $S=a+b$.

A. $S=\dfrac{7}{2}$. **B.** $S=\dfrac{9}{2}$. **C.** $S=\dfrac{11}{2}$. **D.** $S=\dfrac{13}{2}$.

Câu 34. Điểm M trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức z.



Tìm phần thực và phần ảo của số phức z.

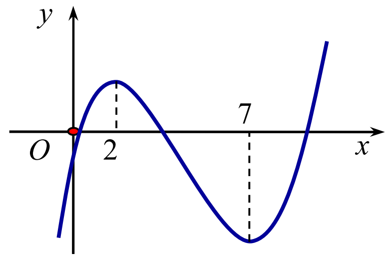
A. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng $4i$. **B.** Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng 3.

C. Phần thực bằng 4 và phần ảo bằng $3i$. **D.** Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.

Câu 35. Khối lập phương có cạnh bằng 2 có thể tích là

A. 4. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 36. Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;3)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$.

Câu 37. Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x}=1$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 38. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng tổng quát là $u_n=3n-2$. Tìm công sai d của cấp số cộng.

A. $d=-3$. **B.** $d=2$. **C.** $d=-2$. **D.** $d=3$.

Câu 39. Cho số phức z thỏa mãn: $z(1-2i)+\overline{z}.i=15+i$. Tìm modun của số phức z?

A. $|z|=2\sqrt{3}$. **B.** $|z|=4$. **C.** $|z|=2\sqrt{5}$. **D.** $|z|=5$.

Câu 40. Cho hai số thực dương $x,\ y$ thỏa mãn $2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)}.5^{\ln(x+y)}=2^{\ln 5}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=(x+1)\ln x+(y+1)\ln y$.

A. $P_{\max}=\ln 2$ **B.** $P_{\max}=10$. **C.** $P_{\max}=0$. **D.** $P_{\max}=1$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B và có $AB=BC=a$, $AD=2a$, có SA vuông góc với đáy và $SA=a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và CD. Tính cosin của góc giữa MN và (SAC).

A. $\dfrac{\sqrt{55}}{10}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **D.** $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 42. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2020;2021)$ sao cho hàm số $y=\dfrac{3x+18}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$?

A. 2024. **B.** 2023. **C.** 2025. **D.** 2026.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f^3(x)+f(x)=x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tính $I=\int_0^2 f(x)dx$.

A. $I=\dfrac{14}{5}$. **B.** $I=-\dfrac{5}{4}$. **C.** $I=\dfrac{5}{4}$. **D.** $I=-\dfrac{14}{5}$.

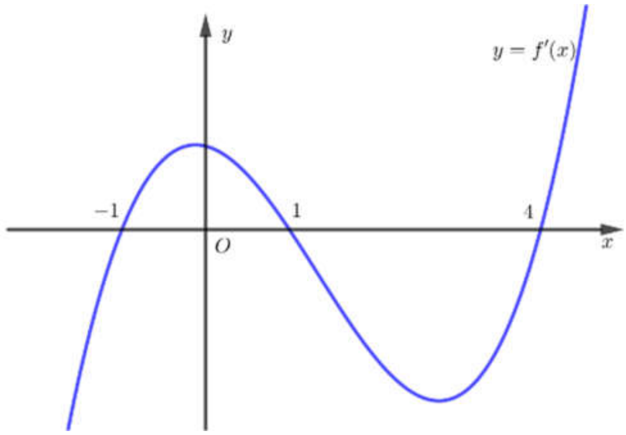
Câu 44. Các mặt của một con súc sắc được đánh số từ 1 đến 6. Người ta gieo con súc sắc 3 lần liên tiếp và nhân các con số nhận được trong mỗi lần gieo với nhau. Tính xác suất để tích thu được là một số chia hết cho 6.

A. $\dfrac{133}{216}$. **B.** $\dfrac{11}{18}$. **C.** $\dfrac{137}{216}$. **D.** $\dfrac{67}{108}$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có mặt đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của AB. Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng $60°$. Tính theo a khoảng cách h từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$.

A. $h=\dfrac{\sqrt{51}.a}{17}$. **B.** $h=\dfrac{2\sqrt{51}.a}{17}$. **C.** $h=\dfrac{\sqrt{39}.a}{13}$. **D.** $h=\dfrac{2\sqrt{15}.a}{5}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ bên.



Bất phương trình $\log_5\left[f(x)+m+2\right]+f(x)>4-m$ đúng với mọi $x\in(-1;4)$ khi và chỉ khi

A. $m\ge 3-f(4)$. **B.** $m\ge 3-f(1)$. **C.** $m<4-f(-1)$. **D.** $m\ge 4-f(-1)$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(2-x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $h(x)=f(x^2-2)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương và có đạo hàm cấp một không âm trên $(0;+\infty)$ đồng thời thỏa mãn: $\dfrac{3}{x^2}f(x)f'(x)\left[xf(x)\right]'+\dfrac{1}{x^3}\ln\left(1+\dfrac{xf'(x)}{f(x)}\right)+\left[f'(x)\right]^3=0$, $\forall x>0$. Giá trị của $P=2019+2020.f'(2021)$ là

A. $P=2020$. **B.** $P=2019$. **C.** $P=2021$. **D.** $P=0$.

Câu 49. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng 30. Gọi O là tâm của hình bình hành $ABB'A'$ và G là trọng tâm tam giác $A'B'C'$. Thể tích tứ diện $COGB'$ bằng

A. $\dfrac{7}{3}$. **B.** $\dfrac{15}{14}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1 ↘	$-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	-1

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a<0,b<0,c>0$. **C.** $a<0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b>0,c>0$.

------------- HẾT -------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1-B	**2-C**	**3-B**	**4-A**	**5-A**	**6-A**	**7-B**	**8-D**	**9-A**	**10-C**
11-B	**12-C**	**13-B**	**14-A**	**15-C**	**16-C**	**17-C**	**18-D**	**19-B**	**20-B**
21-D	**22-C**	**23-D**	**24-C**	**25-B**	**26-D**	**27-B**	**28-B**	**29-A**	**30-B**
31-C	**32-A**	**33-B**	**34-D**	**35-D**	**36-D**	**37-C**	**38-D**	**39-D**	**40-C**
41-A	**42-A**	**43-C**	**44-A**	**45-D**	**46-A**	**47-A**	**48-B**	**49-D**	**50-A**

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Ta có $S=4\pi R^2 \Rightarrow R=\sqrt{\dfrac{S}{4\pi}}=\sqrt{\dfrac{8\pi a^2}{3.4\pi}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Chọn B.

Câu 2:

$$I=\int_0^1 \frac{dx}{3-2x}=-\frac{1}{2}\ln|3-2x|\Big|_0^1=-\frac{1}{2}\ln 1+\frac{1}{2}\ln 3=\frac{1}{2}\ln 3$$

Chọn C.

Câu 3:

Ta có $\int_9^0 g(x)dx=16 \Rightarrow -\int_0^9 g(x)dx=16 \Rightarrow \int_0^9 g(x)dx=-16$.

$$I=2\int_0^9 f(x)dx+3\int_0^9 g(x)dx=2.37+3.(-16)=26.$$

Chọn B.

Câu 4:

Vectơ chỉ phương của d_1 và d_2 lần lượt là $\overrightarrow{u_1}=(1;-4;6),\overrightarrow{u_2}=(2;1;-5)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng cần tìm là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(14;17;9)$

Phương trình đường thẳng cần tìm là $\dfrac{x-1}{14}=\dfrac{y+1}{17}=\dfrac{z-2}{9}$.

Chọn A.

Câu 5:

$\int(2x+\sin x)\,dx = x^2 - \cos x + C.$

Chọn A.

Câu 6:

Ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2.$

Chọn A.

Câu 7:

Số phức liên hợp của số phức $z = 1-2i$ là $\overline{z} = 1+2i.$

Chọn B.

Câu 8:

Ta có $\log_2(x-5) = 4 \Leftrightarrow x-5 = 2^4 \Leftrightarrow x = 21.$

Chọn D.

Câu 9:

Mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1} = (2;-1;3).$

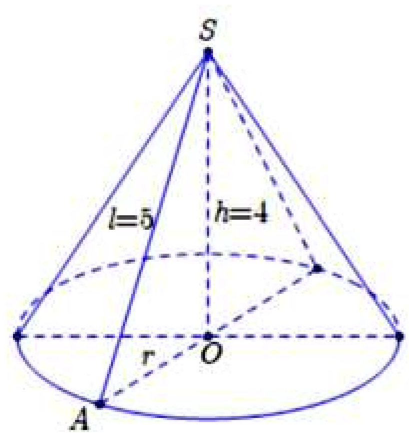
Chọn A.

Câu 10:

Dựa vào bảng biến thiên, nhận thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và giá trị cực đại là $y = 5.$

Chọn C.

Câu 11:



Ta có $r^2 = l^2 - h^2 = 5^2 - 4^2 = 9.$ Do đó thể tích khối nón:

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.9.4 = 12\pi.$

Chọn B.

Câu 12:

Gọi $w = x + yi; x, y \in \mathbb{R}$. Theo đề, ta có $w = (1-i)\bar{z} + 2i \Leftrightarrow \bar{z} = \frac{w-2i}{1-i} = \frac{z+(y-2)i}{1-i}$.

Lấy môđun hai vế, ta được $|\bar{z}| = \left|\frac{x+(y-2)i}{1-i}\right| = \frac{|x+(y-2)i|}{|1-i|} = \frac{\sqrt{x^2+(y-2)^2}}{\sqrt{2}}$.

Lại có $|z| = |\bar{z}|$ suy ra $\frac{\sqrt{x^2+(y-2)^2}}{\sqrt{2}} = 2 \Leftrightarrow x^2 + (y-2)^2 = 8$.

Vậy, tập hợp các điểm biểu diễn số phức cần tìm là đường tròn có bán kính bằng $2\sqrt{2}$.

Chọn C.

Câu 13:

Ta có $P = a^{\log_{a\sqrt{a}} 8} = a^{\log_{a^{\frac{3}{2}}} 2^3} = a^{2\log_a 2} = \left(a^{\log_a 2}\right)^2 = 2^2 = 4$.

Chọn B.

Câu 14:

+ Điều kiện xác định của hàm số $x \neq 1$.

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2x-3}{x-1} = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{2-\frac{3}{x}}{1-\frac{1}{x}} = 2 \Rightarrow y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+ $\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 1$ và $y = 2$.

Chọn A.

Câu 15:

Áp dụng công thức mặt phẳng đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng (MNP) là $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{2} = 1$.

Chọn C.

Câu 16:

Ta có $\log_3(9a) = \log_3 9 + \log_3 a = \log_3 3^2 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$.

Chọn C.

Câu 17:

Mặt phẳng (Oyz) có phương trình $x = 0$.

Đường thẳng d qua điểm $A(1;-2;3)$ và vuông góc với (Oyz) có phương trình $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3 \end{cases}$

Giả sử điểm H là hình chiếu của điểm A lên (Oyz). Ta có $H=d\cap(Oyz)=(0;-2;3)$.

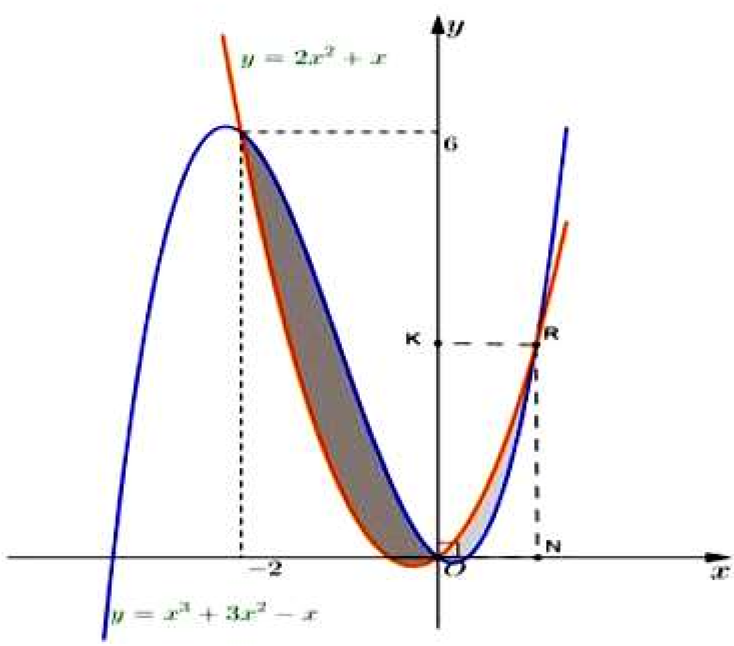
Chọn C.

Câu 18:

Từ đồ thị suy ra hàm số có dạng $y=ax^4+bx^2+c\,(a>0)$ suy ra loại đáp án A, C. Do hàm số có 3 điểm cực trị suy ra $a.b<0$ loại đáp án B.

Chọn D.

Câu 19:



Hoành độ giao điểm của hai đường là nghiệm của phương trình

$$x^3+3x^2-x=2x^2+x \Leftrightarrow x^3+x^2-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng cần tính là $S=\int\limits_{-2}^{0}\left(x^3+x^2-2x\right)dx-\int\limits_{0}^{1}\left(x^3+x^2-2x\right)dx=\dfrac{37}{12}$.

Chọn B.

Câu 20:

Hàm số xác định khi $x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Chọn B.

Câu 21:

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có

$$x^3-3x^2-1=4x-1 \Leftrightarrow x^3-3x^2-4x=0 \Leftrightarrow x\left(x^2-3x-4\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=4 \end{array}\right..$$

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đường thẳng $y=4x-1$ và đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$. Do đó có 3 điểm chung.

Chọn D.

Câu 22:

Theo đề bài ta thấy người đó đã gửi ngân hàng theo thể thức lãi kép. Do đó theo công thức lãi kép, ta có số tiền cả gốc lẫn lãi sau 5 năm của người đó là: $50.\left(1+7\%\right)^5 \approx 70,128$ (triệu).

Số tiền lãi của người đó sau 5 năm là: $70,128-50=20,128$ (triệu).

Chọn C.

Câu 23:

Mặt cầu $\left(S\right): x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-3=0$ có tâm $I\left(-1;2;1\right)$ và bán kính

$$R=\sqrt{\left(-1\right)^2+2^2+1^2-\left(-3\right)}=\sqrt{9}=3.$$

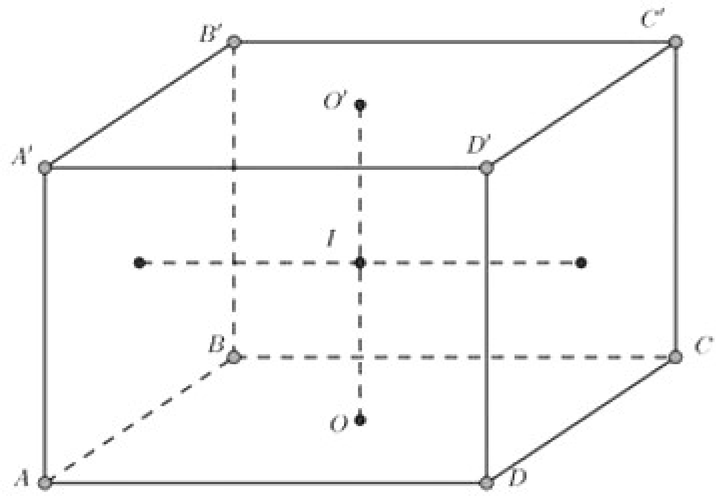
Chọn D.

Câu 24:

Số cách lấy hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh từ một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh là $C_3^1.C_4^1=12$ (cách).

Chọn C.

Câu 25:



Hình lập phương có thể tích bằng $64a^3$ khi đó cạnh của hình lập phương là $4a$.

Mặt cầu nội tiếp hình lập phương có tâm I, bán kính $r = IO = 2a$.

Thể tích khối cầu nội tiếp hình lập phương là:

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi.(2a)^3 = \frac{32\pi a^3}{3}.$

Chọn B.

Câu 26:

Thể tích của khối chóp: $V = \frac{1}{3}.S_d.h = \frac{1}{3}.\frac{2^2\sqrt{3}}{4}.4 = \frac{4\sqrt{3}}{3}.$

Chọn D.

Câu 27:

Dựa vào bảng biến thiên phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm.

Chọn B.

Câu 28:

Ta có: $z = z_1 + z_2 = (2+3i) + (-4-5i) = -2-2i.$

Chọn B.

Câu 29:

Hàm số $y = \frac{x-1}{2x+1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\}.$

Ta có $y' = \frac{3}{(2x+1)^2} > 0, \forall x \neq -\frac{1}{2}.$

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Khi đó xét trên đoạn $[0;1]$ thì $\max\limits_{[0;1]} y = y_{(1)} = 0$ và $\min\limits_{[0;1]} y = y_{(0)} = -1$.

Chọn A.

Câu 30:

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;-2)$ là $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+2}{-1} = \dfrac{z-3}{-2}$.

Chọn B.

Câu 31:

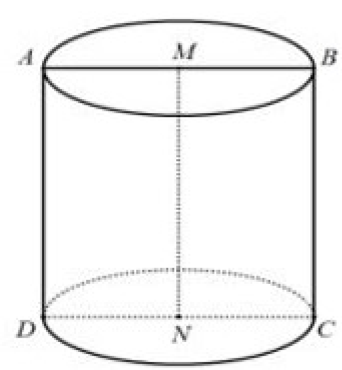
Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)$.

Số điểm cực trị của hàm số là số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ và $f'(x)$ đổi dấu khi qua các nghiệm đó.

Mà $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x+1)^2(x-1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$ và $f'(x)$ đổi dấu khi qua các nghiệm $x = 0$ và $x = 1$. Vậy hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 1$.

Chọn C.

Câu 32:



The bài ta có bán kính đáy của hình trụ là $r = \dfrac{1}{2}AB = 2a$.

Và chiều cao là $h = BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{25a^2 - 16a^2} = 3a$.

Thể tích khối trụ là: $V = \pi r^2 h = \pi.(2a)^2.3a = 12\pi a^3$ (đvtt).

Chọn A.

Câu 33:

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-3>0 \\ 5-2x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{2}<x<\frac{5}{2}$

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}\left(2x-3\right)<\log_{\frac{1}{2}}\left(5-2x\right) \Leftrightarrow 2x-3>5-2x \Leftrightarrow 4x>8 \Leftrightarrow x>2.$

So sánh với điều kiện ta có $2<x<\frac{5}{2} \Rightarrow$ tập nghiệm của bất phương trình là $\left(2;\frac{5}{2}\right)$

Vậy $\begin{cases} a=2 \\ b=\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow S=a+b=\frac{9}{2}.$

Chọn B.

Câu 34:

Điểm M trong hình vẽ biểu diễn số phức $z=3+4i$ nên số phức z có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.

Chọn D.

Câu 35:

Thể tích khối lập phương là $V=2^3=8.$

Chọn D.

Câu 36:

Chọn D.

Câu 37:

Ta có $2^{x^2-x}=1 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Vậy số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x}=1$ là 2.

Chọn C.

Câu 38:

Ta có $u_n=3n-2 \Rightarrow u_1=1, u_2=4 \Rightarrow d=u_2-u_1=3.$

Vậy công sai của cấp số cộng là $d=3.$

Chọn D.

Câu 39:

Đặt $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$

Ta có

$z(1-2a)+\overline{z}i=15+i$

$\Leftrightarrow (a+bi)(1-2i)+(a-bi)i=15+i$

$\Leftrightarrow a+3b+(b-a)i=15+i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+3b=15 \\ b-a=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=4 \end{cases} \Rightarrow |z|=5$

Chọn D.

Câu 40:

Ta có

$2^{\ln\left(\frac{x+y}{2}\right)}.5^{\ln(x+y)}=2^{\ln 5}$

$\Leftrightarrow (x+y)^{\ln 2}.(x+y)^{\ln 5}=2^{\ln 2}.2^{\ln 5}$

$\Leftrightarrow (x+y)^{\ln 2+\ln 5}=2^{\ln 2+\ln 5}$

$\Leftrightarrow x+y=2$

$\Leftrightarrow y=2-x \Rightarrow 0<x<2$

Khi đó $P=(x+1)\ln x+(y+1)\ln y=(x+1)\ln x+(3-x)\ln(2-x), 0<x<2$

* $P'=\ln x+(x+1)\dfrac{1}{x}-\ln(2-x)-\dfrac{x-3}{x-2}=\ln x-\ln(2-x)+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x-2}$

* $P''=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2-x}-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{(2-x)^2}=\dfrac{-4(x-1)^2}{x^2(2-x)^2}\le 0, \forall x\in(0;2)$

Suy ra phương trình $P'=0$ có nhiều nhất 1 nghiệm mà $P(1)=0 \Leftrightarrow x=1$.

BBT

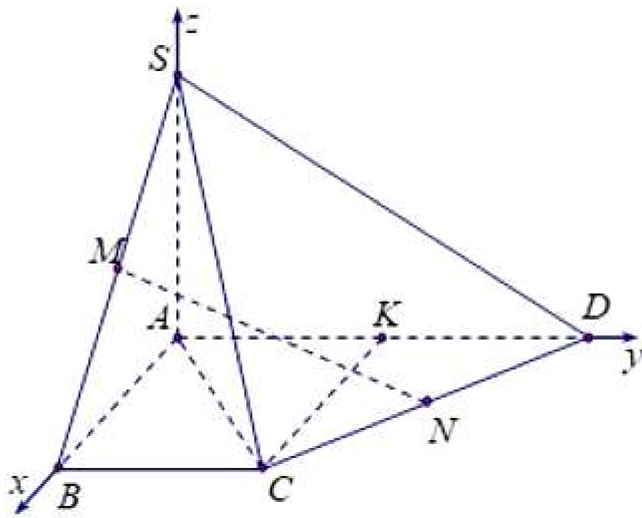
x	0		1		2
P'		$+$	0	$-$	
P	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Dựa theo BBT thì $P_{max}=0$.

Chọn C.

Câu 41:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Khi đó $A(0;0;0), B(a;0;0), C(a;a;0), D(0;2a;0), S(0;0;a)$.

Do M, N lần lượt là trung điểm của SB, CD nên M, N có tọa độ lần lượt là:

$$M\left(\frac{a}{2};0;\frac{a}{2}\right), N\left(\frac{a}{2};\frac{3a}{2};0\right) \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \left(0;\frac{3a}{2};\frac{-a}{2}\right)$$

$\Rightarrow \overrightarrow{u_1} = (0;3;-1)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng MN.

Gọi K là trung điểm của $AD \Rightarrow ABCK$ là hình bình hành.

Suy ra: $CK = AB = a = \frac{1}{2}CD \Rightarrow$ Tam giác ACD vuông tại C.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AC \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC)$

Mà: $\overrightarrow{CD} = (-a;a;0) \Rightarrow \overrightarrow{n_1} = (-1;1;0)$ là vectơ pháp tuyến của $mp(SAC)$.

Gọi α là góc giữa MN và $mp(SAC)$.

Ta có: $\sin\alpha = \frac{\left|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{n_1}\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|.\left|\overrightarrow{n_1}\right|} = \frac{3\sqrt{5}}{10} \Rightarrow \cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = \frac{\sqrt{55}}{10}$.

Chọn A.

Câu 42:

ĐKXĐ: $x \neq m$

Ta có $y' = \frac{-3m-18}{(x-m)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ khi

$$y'<0\ \forall x\in(-\infty;-3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-3m-18}{(x-m)^2}<0\ \forall x\in(-\infty;-3)\Leftrightarrow \begin{cases}-3m-18<0\\ m\notin(-\infty-3)\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m>-6\\ m\geq -3\end{cases}\Leftrightarrow m\geq -3.$$

Lại có: $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in(-2020;2021)\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;...;2020\}$.

Vậy có 2024 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn A.

Câu 43:

+) Đặt $t=f(x)\Rightarrow t^3+t=x\Rightarrow dx=(3t^2+1)dt$

+) $x=0\Rightarrow t^3+t=0\Rightarrow t=0$

$x=2\Rightarrow t^3+t=2\Rightarrow t=1$

Do đó $I=\int\limits_0^2 f(x)dx=\int\limits_0^1 t(3t^2+1)dt=\int\limits_0^1(3t^3+t)dt=\left(\frac{3}{4}t^4+\frac{1}{2}t^2\right)\Big|_0^1=\frac{5}{4}$

Chọn C.

Câu 44:

+) Số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=6^3=216$.

+) Gọi A là biến cố "Ba số thu được trên ba con súc sắc có tích chia hết cho 6"

$\overline{A}$ là biến cố "Ba số thu được trên ba con súc sắc có tích không chia hết cho 6"

TH1: Ba số đó không có số nào chia hết cho 3 có 4^3 khả năng.

TH2: Ba số đó không có số nào chia hết cho 2 có 3^3 khả năng

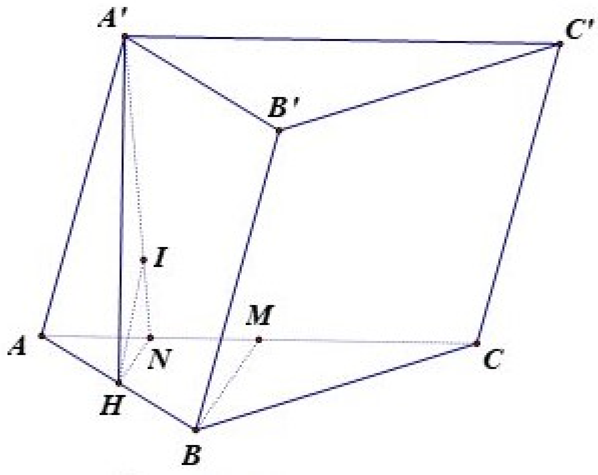
TH3: Ba số đó không có số nào chia hết cho 2 và 3 có 2^3 khả năng.

$$P(\overline{A})=\frac{4^3+3^3-2^3}{6^3}=\frac{83}{216}.$$

Vậy $P(A)=1-\frac{83}{216}=\frac{133}{216}$.

Chọn A.

Câu 45:



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AC, AM

Vì ABC là tam giác đều nên $BM \perp AC$

Mà HN song song với BM nên $HN \perp AC$

Ta có $\begin{cases} A'H \perp AC \\ HN \perp AC \end{cases} \Rightarrow AC \perp (A'HN) \Rightarrow (ACC'A') \perp (A'HN)$ theo giao tuyến $A'N$

Hạ $HI \perp A'N \Rightarrow HI \perp (ACC'A')$ do đó $d\left(H;(ACC'A')\right) = HI$

Có $d\left(B;(ACC'A')\right) = 2.d\left(H(ACC'A')\right) = 2HI$

Ta có $BM = a\sqrt{3}; HN = \dfrac{1}{2}BM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Vì $A'H \perp (ABC)$ nên hình chiếu của AA' trên mặt phẳng đáy (ABC) là AH do đó góc giữa cạnh bên AA' và mặt đáy là $\widehat{A'AH} = 60^0$

$A'H = AH.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$

$\dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{HN^2} + \dfrac{1}{A'H^2} \Rightarrow HI = \dfrac{a\sqrt{15}}{5}$. Vậy $h = \dfrac{2a\sqrt{15}}{5}$.

Chọn D.

Câu 46:

Điều kiện $f(x) + m + 2 > 0$

Đặt $t = \log_6\left[f(x) + m + 2\right] \Rightarrow f(x) + m + 2 = 5^t$

Bất phương trình đã cho trở thành $t + 5^t > 6$

Xét hàm $g(t) = t + 5^t$

$g'(t) = 1 + 5^t.\ln 5 > 0, \forall t$ do đó $g(t)$ là hàm đồng biến

Mà $g(1)=6$ nên $t+5^t>6 \Leftrightarrow t>1$

Bất phương trình $\log_5\left[f(x)+m+2\right]+f(x)>4-m$ đúng với mọi $x\in(-1;4)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} f(x)+m+2>0 \\ \log_5\left[f(x)+m+2\right]>1 \end{cases}, \forall x\in(-1;4) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)>-m-2 \\ f(x)>-m+3 \end{cases}, \forall x\in(-1;4)$

$\Leftrightarrow f(x)>-m+3,, \forall x\in(-1;4)$

Xét hàm $f(x)$ trên $(-1;4)$

x	-1		1		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Quan sát đồ thị của hàm số $f'(x)$ ta có

$$\int_{-1}^{1} f'(x)dx < -\int_{1}^{4} f'(x)dx \Leftrightarrow f(1)-f(-1)<f(1)-f(4) \Leftrightarrow f(-1)>f(4).$$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm $f(x)$ trên $[-1;4]$ và dựa vào nhận xét $f(-1)>f(4)$ ta có $f(x)>-m+3, \forall x\in(-1;4)$ khi $f(4)\geq -m+3 \Leftrightarrow m\geq 3-f(4)$.

Chọn A.

Câu 47:

Xét hàm số $y=f(2-x)\Rightarrow y'=-f'(2-x)$.

Mà $f'(2-x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2-x=-3 \\ 2-x=-1 \\ 2-x=1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=3 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Nên ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=3 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Xét hàm số $h(x)=f(x^2-2)\Rightarrow h'=2x.f'(x^2-2)$.

Vậy $h'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=0\\ f'\left(x^2-2\right)=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2-2=1\\ x^2-2=3\\ x^2-2=5\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm 1\\ x=\pm\sqrt{3}\\ x=\pm\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Chọn A.

Câu 48:

$$\frac{3}{x^2}f(x)f'(x)\left[xf(x)\right]'+\frac{1}{x^3}\ln\left(1+\frac{xf'(x)}{f(x)}\right)+\left[f'(x)\right]^3=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{x^2}f(x)f'(x)\left[f(x)+xf'(x)\right]+\frac{1}{x^3}\ln\left(1+\frac{xf'(x)}{f(x)}\right)+\left[f'(x)\right]^3=0$$

Do:

$f(x)>0, f'(x)\ge 0 \forall x>0$

+) $f(x)+xf'(x)\ge f(x) \Rightarrow f(x)+x.f'(x)>0$

Nên ta có: $\frac{3}{x^2}.f(x)f'(x)\left[f(x)+xf'(x)\right]\ge 0$

+) $\ln\left(1+\frac{xf'(x)}{f(x)}\right)\ge \ln 1 \Rightarrow \ln\left(1+\frac{xf'(x)}{f(x)}\right)\ge 0$

+) $\left[f'(x)\right]^3\ge 0$

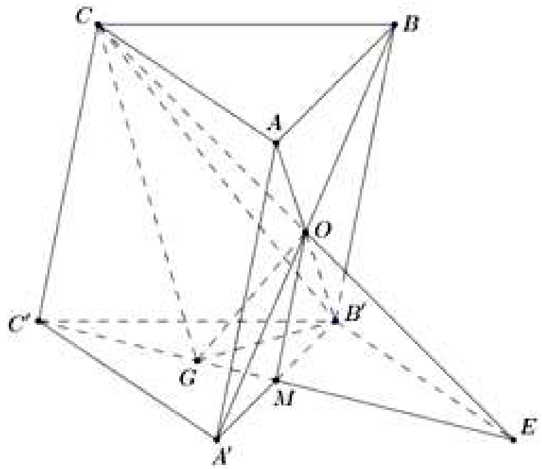
Suy ra: $\frac{3}{x^2}f(x)f'(x)\left[f(x)+xf'(x)\right]+\frac{1}{x^3}\ln\left(1+\frac{xf'(x)}{f(x)}\right)+\left[f'(x)\right]^3\ge 0 \forall x>0$

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow f'(x)=0 \forall x>0 \Rightarrow f'(2021)=0$

Do đó: $P=2019+2020f'(2021)=2019$

Chọn B.

Câu 49:



Gọi S,h lần lượt là diện tích đáy và chiều cao của lăng trụ $\Rightarrow S.h=30$.

Gọi M là trung điểm của $A'B'$ và $CO\cap C'M=E$

Trong tam giác $CC'E$, ta có $\dfrac{EM}{EC'}=\dfrac{EO}{EC}=\dfrac{OM}{CC'}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow M$ là trung điểm của $C'E$ và O là trung điểm của CE.

$\Rightarrow GE=2GC'\Rightarrow S_{B'GE}=2S_{B'GC'}$ mà $S_{B'GC'}=\dfrac{1}{3}.S_{A'B'C'}$

$\Rightarrow S_{GB'E}=\dfrac{2}{3}S_{A'B'C'}=\dfrac{2}{3}S,$ mặt phẳng $d\left(C,\left(GB'E\right)\right)=h\Rightarrow V_{C.GB'E}=\dfrac{1}{3}S_{GB'E}.d\left(C,\left(GB'E\right)\right)$

$\Rightarrow V_{C.GB'E}=\dfrac{2}{9}Sh=\dfrac{20}{3}.$

Lại có $\dfrac{V_{C.GOB'}}{V_{C.GB'E}}=\dfrac{CO}{CE}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow V_{C.GOB'}=\dfrac{1}{2}V_{C.GB'E}=\dfrac{10}{3}.$

Vậy $V_{COGB'}=\dfrac{10}{3}.$

Chọn D.

Câu 50:

+) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x=-c\Rightarrow -c=1\Rightarrow c=-1<0.$

+) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang: $y=a\Rightarrow a=-1<0.$

+) Ta có $y=\dfrac{-x+b}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{1-b}{\left(x-1\right)^2}<0\Rightarrow 1-b<0\Rightarrow b>1.$

Vậy $a<0,b>0,c<0.$

Chọn A.