SỞ GD & ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC

ĐỀ KSCL CÁC MÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 – LẦN 1
MÔN TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút;(Không kể thời gian giao đề)

Mã đề thi 570

Họ, tên thí sinh:..
Số báo danh:...

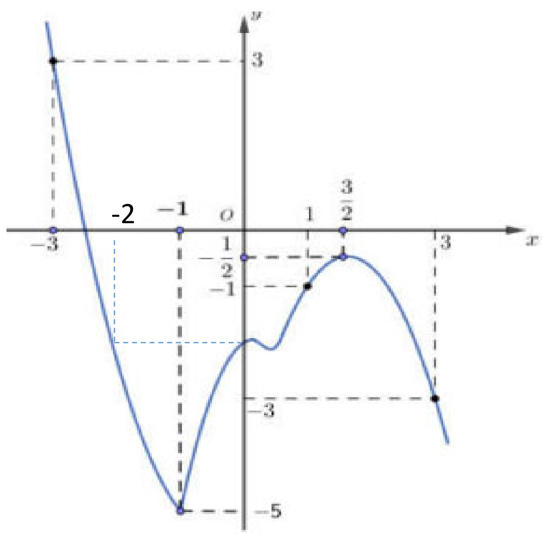
Câu 1: Gọi z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z-1-i|=\frac{2\sqrt{5}}{5}$; $|z-2-mi|=|z+m|$ với m là số thực tùy ý. Gọi A,B lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2. Gọi S là tập các giá trị của m để diện tích tam giác ABI là lớn nhất với $I(1;1)$. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

A. $\frac{17}{4}$. **B.** 65. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 80 .

Câu 2: Cho $4^x+4^{-x}=7$. Khi đó biểu thức $P=\frac{5-2^x-2^{-x}}{3+2^{x+1}+2^{1-x}}=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a\in\mathbb{Z},b\in\mathbb{Z}^+$. Tính tổng $a+b$ có giá trị bằng

A. 8. **B.** 11. **C.** 17. **D.** 4.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;3]$

A. $M=0$. **B.** $M=-3$. **C.** $M=3$. **D.** $M=\frac{-1}{2}$.

Câu 4: Cho 2 số thực dương a, b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

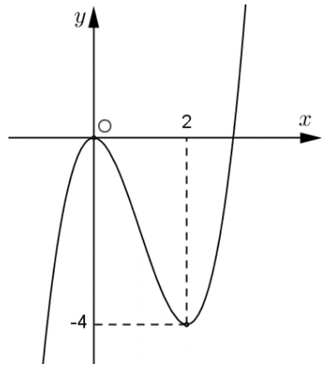
A. $\log_a\sqrt[3]{ba^5}=\frac{5\log_a b+1}{3}$. **B.** $\log_a\sqrt[3]{ba^5}=\frac{\log_a b+5}{3}$.

C. $\log_a\sqrt[3]{ba^5}=\frac{5}{3}\log_a b$. **D.** $\log_a\sqrt[3]{ba^5}=\frac{1}{5}\log_a b$.

Câu 5: Phương trình $2\log_3(\tan x)=\log_2(\sin x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2021\pi)$?

A. 1011 nghiệm. **B.** 1010 nghiệm. **C.** 2021 nghiệm. **D.** 2022 nghiệm.

Câu 6: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = \left|f(x^2) - x^2\right|$ là



A. 6 . **B.** 7 . **C.** 5 . **D.** 4 .

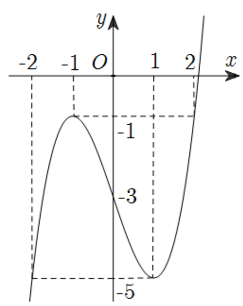
Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{2}$. Đường thẳng d có một vec tơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2} = (2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_3} = (2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1} = (-1;2;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = (-1;2;0)$.

Câu 8: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0$.

A. $\left(4;\frac{13}{2}\right)$. **B.** $\left[4;\frac{13}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{13}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{13}{2};+\infty\right)$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên R có đồ thị như hình vẽ dưới. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $M = 0$. **B.** $M = -1$. **C.** $M = 1$. **D.** $M = 2$.

Câu 10: Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-5}{x-1}$.

A. $y = 5$. **B.** $y = 1$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 5$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$. Gọi Δ là một đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên Δ. Biết rằng khi $AH = BK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 5 + 2t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 12: Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 5i$ là

A. $\overline{z} = 3 - 5i$ **B.** $\overline{z} = -3 + 5i$ **C.** $\overline{z} = 3 + 5i$ **D.** $\overline{z} = -3 - 5i$

Câu 13: Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng $120°$. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo một thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 4. Tính thể tích khối nón (N)

A. $V = 8\pi$. **B.** $V = 4\sqrt{3}\pi$. **C.** $V = 3\pi$. **D.** $V = 6\pi$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(3;2;1)$ là trung điểm MN. Tính độ dài đoạn MN.

A. $MN = 4\sqrt{6}$. **B.** $MN = 2\sqrt{6}$. **C.** $MN = 6\sqrt{2}$. **D.** $MN = 2\sqrt{14}$.

Câu 15: Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x - \dfrac{1}{x}$ là

A. $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \dfrac{1}{x^2} + C$. **B.** $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

C. $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$. **D.** $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

Câu 16: Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ bằng

A. $\dfrac{68}{75}$. **B.** $\dfrac{65}{71}$. **C.** $\dfrac{443}{506}$. **D.** $\dfrac{69}{77}$.

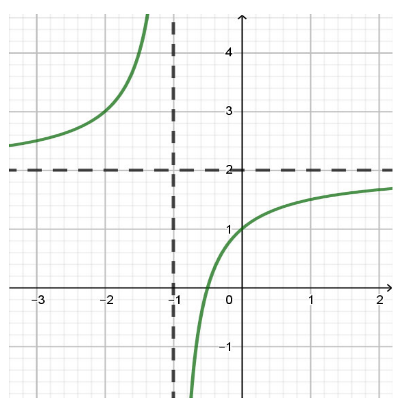
Câu 17: Cho $I = \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $J = \int_{-1}^{2} \left[3f(x) - 4\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 2. **B.** -1. **C.** 5. **D.** -3.

Câu 18: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = 3a^3$.

Câu 19: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng



A. $a < b$. **B.** $ab < 0$. **C.** $ab > 0$. **D.** $b < a < 0$.

Câu 20: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x + \cos 2x$ là

A. $\dfrac{4^x}{\ln 4} - \dfrac{\sin 2x}{2} + C$. **B.** $4^x \ln x + \dfrac{\sin 2x}{2} + C$.

C. $4^x \ln x - \dfrac{\sin 2x}{2} + C$. **D.** $\dfrac{4^x}{\ln 4} + \dfrac{\sin 2x}{2} + C$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_{3}^{7} f(x)\mathrm{d}x = 10$. Tính $I = \int_{0}^{2} xf\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x$.

A. $I=20$. **B.** $I=\dfrac{5}{2}$. **C.** $I=10$. **D.** $I=5$.

Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;2)$. Phương trình mặt cầu tâm I, tiếp xúc với trục Oz là:

A. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16$. **B.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4$.

C. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=25$.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là một tam giác vuông tại A, $AC=a\sqrt{3}$, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Gọi M là trung điểm BC. Biết $SA=SB=SM=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính khoảng cách d từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC).

A. $d=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d=a$. **C.** $d=2a$. **D.** $d=a\sqrt{3}$.

Câu 25: **Tìm số thực dương** m thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m}{mx+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng $\dfrac{-1}{3}$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=3$.

Câu 26: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2+6z+5=0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức z_1+3z_2?

A. $Q(6;1)$. **B.** $M(-6;1)$. **C.** $N(-1;-6)$. **D.** $P(-6;-1)$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (P) đi qua C,M và song song với AB cắt SB tại N. Biết khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V. Tính thể tích khối chóp $S.MNC$ theo V.

A. $V_{S.MNC}=2V$. **B.** $V_{S.MNC}=4V$. **C.** $V_{S.MNC}=\dfrac{1}{4}V$. **D.** $V_{S.MNC}=\dfrac{1}{2}V$

Câu 28: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Tính tan của góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

A. $\dfrac{1}{2\sqrt{3}}$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-6y+2m=0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=4+2t\\ y=3+t\\ z=3+2t\end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=8$. Giá trị của m là

A. $m=6$. **B.** $m=12$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=-6$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}(5;7;2)$, $\vec{b}(3;0;1)$, $\vec{c}(-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}$.

A. $\vec{m}(3;-22;3)$. **B.** $\vec{m}(3;22;-3)$. **C.** $\vec{m}(-3;22;-3)$. **D.** $\vec{m}(3;22;3)$.

Câu 31: Cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $(z-1)|z| = 2i(z+1)$. Tính xy.

A. $\frac{-12}{5}$. B. $\frac{-12}{25}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $\frac{12}{25}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu.

A. $I(2;4;-6)$ B. $I(-2;-4;6)$. C. $I(-1;-2;3)$. D. $I(1;2;-3)$.

Câu 33: Tìm công bội q của cấp số nhân (u_n), $n \in \mathbb{N}^*$ có $u_1 = 1; u_3 = 4$.

A. $q = 1$. B. $q = 2$. C. $q = 6$. D. $q = 3$.

Câu 34: Giá trị của $\log_a \frac{1}{\sqrt{a^3}}$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ bằng:

A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn: $z.\overline{z} + 2(z - \overline{z}) = 2022 - 2021i$. Tính môđun của số phức z

A. $|z| = 2022$. B. $|z| = \sqrt{2022}$. C. $|z| = \sqrt{2021}$. D. $|z| = 2021$.

Câu 36: Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\overline{z}$ trên mặt phẳng toạ độ?

A. $P(-3;3)$ B. $Q(3;2)$. C. $N(2;3)$. D. $M(3;3)$.

Câu 37: Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm phức của phương trình $z^3 - 5z^2 + 17z - 13 = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2, z_3. Tính diện tích tam giác ABC

A. $S_{\Delta ABC} = 3$. B. $S_{\Delta ABC} = \frac{5}{2}$. C. $S_{\Delta ABC} = 4$. D. $S_{\Delta ABC} = 6$.

Câu 38: Cho mặt cầu có diện tích bằng $72\pi\ (\text{cm}^2)$. Bán kính R của khối cầu bằng:

A. $R = 3\sqrt{2}\ (\text{cm})$. B. $R = \sqrt{6}\ (\text{cm})$. C. $R = 3\ (\text{cm})$. D. $R = 6\ (\text{cm})$.

Câu 39: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên R.

A. $\log_2 x$. B. $y = x^3 - 1$. C. $y = \tan x$. D. $y = x^2 + 1$.

Câu 40: Tìm số nguyên dương m sao cho tập nghiệm của bất phương trình $x.2^x - m.2^x - 4x + 4m < 0$ chứa đúng 5 số nguyên dương

A. $m = 6$. B. $m = 9$. C. $m = 7$. D. $m = 8$.

Câu 41: Biết $\int_1^2 f(x)dx = 3$ và $\int_2^5 f(x)dx = 21$. Tính $\int_1^5 f(x)dx$ bằng?

A. 3. B. 24. C. 18. D. -18.

Câu 42: Cho số phức $z = 1 - 3i$. Tìm phần ảo của số phức $\overline{z}$

A. 3. B. -3. C. -1. D. 1.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SB = a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. C. $V = \frac{3a^3}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$ và $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

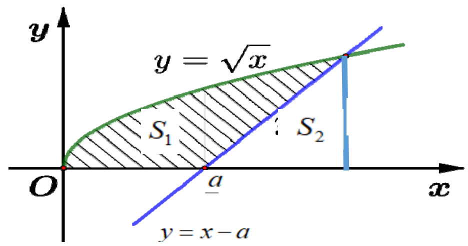
Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)\mathrm{d}x = 7$ và $\int_2^{10} f(x)\mathrm{d}x = 3$. Tính $P = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P = 4$. **B.** $P = 10$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = -4$.

Câu 46: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 3 cm, độ dài đường cao bằng 4 cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này?

A. $24\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $22\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $20\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $26\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 47: Cho đường thẳng $y = x - a$ (a là tham số thực dương) và đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = \frac{5}{3}S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{5}{2};\frac{8}{3}\right)$ **B.** $\left(\frac{3}{2};\frac{9}{5}\right)$ **C.** $\left(\frac{9}{5};\frac{5}{2}\right)$ **D.** $\left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $f(1) = 1$, $\int_0^1 x.f'(x)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}$. Tính tích phân $\int_0^1 xf\left(x^2\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\frac{-1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 49: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^3\left(x^2 - 2x\right)^4\left(1 - x^2\right)^{2021}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

----------- HẾT ----------

SỞ GD & ĐT VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC

ĐỀ KSCL CÁC MÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2022 – LẦN 1
MÔN TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút;(Không kể thời gian giao đề)

Mã đề thi 570

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
C	B	D	B	A	B	A	A	B	C	C	A	A	B	C	D	D	B	C	D	D	A	D	B	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	C	D	D	B	C	B	A	B	D	A	A	B	D	B	A	D	C	A	A	C	C	D	A

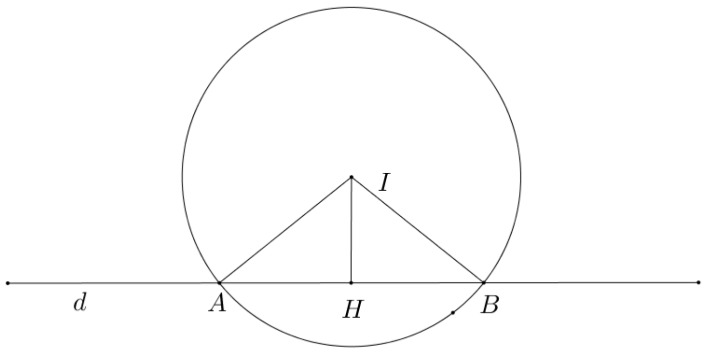
LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thoả mãn đồng thời hai điều kiện $|z-1-i|=\frac{2\sqrt{5}}{5}; |z-2-mi|=|z+m|$ với m là số thực tuỳ ý. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2. Gọi S là tập các giá trị của m để diện tích tam giác ABI lớn nhất với $I(1;1)$. Tổng bình phương các phần tử của S bằng

A. $\frac{17}{4}$. **B.** 65. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 80.

Lời giải

Chọn C



Đặt $z = x + yi$, $(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó

$|z-1-i|=\frac{2\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow (x-1)^2+(y-1)^2=\frac{4}{5}$;

$|z-2-mi|=|z+m| \Leftrightarrow 2(m+2)x+2my-4=0$.

Do đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là giao điểm của đường tròn

$(C):(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{4}{5}$ có tâm $I(1;1)$, bán kính $R=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ và đường thẳng

$d:(m+2)x+my-2=0$

Gọi A, B là hai điểm biểu diễn z_1 và z_2. Suy ra $(C)\cap d=\{A,B\}$.

Gọi H là trung điểm của AB.

Khi đó: $S_{IAB} = \frac{1}{2} IA.IB.\sin\widehat{AIB} \le \frac{1}{2} IA.IB \le \frac{2}{5}$.

Vậy diện tích tam giác ABI lớn nhất bằng $\frac{2}{5}$ khi $IA \perp IB \Rightarrow AB = \frac{2\sqrt{10}}{5} \Rightarrow IH = \frac{\sqrt{10}}{5}$

Ta có $\frac{\sqrt{10}}{5} = IH = d\left(I;d\right) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{\left|2m\right|}{\sqrt{\left(m+2\right)^2 + m^2}} \Leftrightarrow 8m^2 - 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$

Vậy $S = \left\{\frac{-1}{2};1\right\}$.

Câu 2. Cho $4^x + 4^{-x} = 7$. Khi đó biểu thức $P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{3 + 2^{x+1} + 2^{1-x}} = \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^+$. Tính tổng $a + b$ có giá trị bằng

A. 8. **B.** 11. **C.** 17. **D.** 4

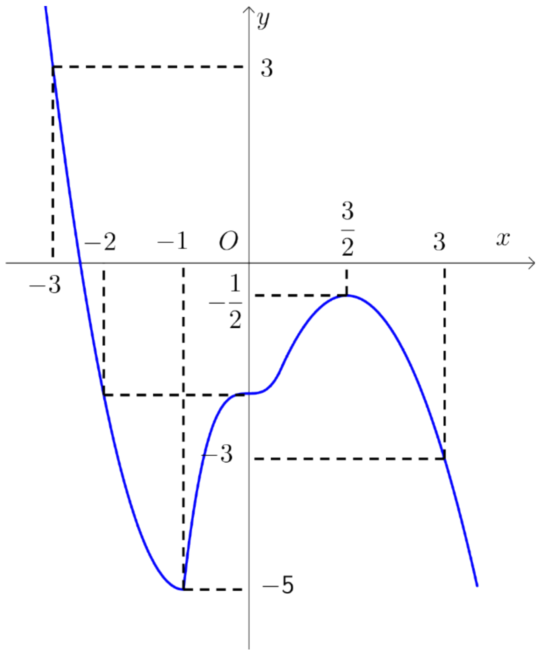
Lời giải

Chọn B

Ta có $4^x + 4^{-x} = 7 \Leftrightarrow \left(2^x + 2^{-x}\right) = 9 \Leftrightarrow 2^x + 2^{-x} = 3$

$$P = \frac{5 - 2^x - 2^{-x}}{3 + 2^{x+1} + 2^{1-x}} = \frac{5 - \left(2^x + 2^{-x}\right)}{3 + 2\left(2^x + 2^{-x}\right)} = \frac{2}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 9 \end{cases} \Rightarrow a + b = 11.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-2;3\right]$

A. $M = 0$. **B.** $M = -3$. **C.** $M = 3$. **D.** $M = -\frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn D

Câu 4. Cho hai số thực dương a, b với $a \ne 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\log_a \sqrt[3]{ba^5} = \frac{5\log_a b + 1}{3}$. **B.** $\log_a \sqrt[3]{ba^5} = \frac{\log_a b + 5}{3}$.

C. $\log_a \sqrt[3]{ba^5} = \frac{5}{3}\log_a b$.　　　　**D.** $\log_a \sqrt[3]{ba^5} = \frac{1}{5}\log_a b$

Lời giải

Chọn B

$\log_a \sqrt[3]{ba^5} = \frac{1}{3}\log_a\left(ba^5\right) = \frac{1}{3}\left(\log_a b + \log_a a^5\right) = \frac{1}{3}\left(\log_a b + 5\right) = \frac{\log_a b + 5}{3}$

Câu 5. Cho Phương trình $2\log_3\left(\tan x\right) = \log_2\left(\sin x\right)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $\left(0;2021\pi\right)$?

A. 1011 nghiệm.　　**B.** 1010 nghiệm.　　**C.** 2021 nghiệm.　　**D.** 2022 nghiệm.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases} \tan x > 0 \\ \sin x > 0 \\ x \ne \frac{\pi}{2} + k\pi\left(k \in \mathbb{Z}\right) \end{cases}$

Xét phương trình trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\left(k \in \mathbb{Z}\right)$

Đặt $f\left(x\right) = 2\log_3\left(\tan x\right) - \log_2\left(\sin x\right)$

$f'\left(x\right) = \frac{2}{\cos^2 x.\tan x.\ln 3} - \frac{\cos x}{\sin x.\ln 2} = \frac{1}{\sin x}\left(\frac{2}{\cos x.\ln 3} - \frac{\cos x}{\ln 2}\right)$

$= \frac{2\ln 2 - \cos^2 x.\ln 3}{\ln 2.\ln 3.\sin x.\cos x} > 0$

$\Rightarrow f\left(x\right)$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

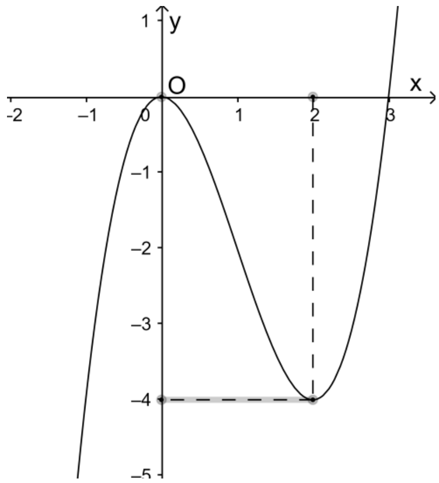
* $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$

Vậy phương trình có duy nhất nghiệm $x = \frac{\pi}{6}$ trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$

Hay phương trình có duy nhất nghiệm trên $\left(0;2\pi\right)$

Vậy phương trình đã cho có: 1011 nghiệm.

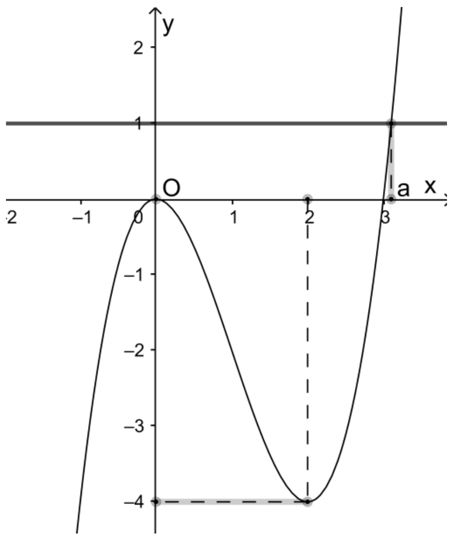
Câu 6. Cho hàm số bậc bốn $y = f\left(x\right)$. Hàm số $y = f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = \left|f\left(x^2\right) - x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?



A. 6 . **B.** 7 . **C.** 5 . **D.** 4 .

Lời giải

Chọn B



Đặt: $g\left(x\right)=f\left(x^2\right)-x^2$

$\Rightarrow g'\left(x\right)=2x.f'\left(x^2\right)-2x$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2\right)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=a\left(a>3\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-\sqrt{a}\\ x=\sqrt{a}\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\sqrt{a}$		0		$\sqrt{a}$		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$+\infty$	↘	f(a)-a	↗	f(0)	↘	f(a)-a	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm $\left|g\left(x\right)\right|$ có được từ đồ thị hàm $g\left(x\right)$ bằng cách: giữ nguyên phần đồ thì hàm $g\left(x\right)$ nằm phía trên trục hoành; lấy đối xứng phần đồ thị $g\left(x\right)$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành và xóa bỏ phần dưới.

Vậy $\left|g\left(x\right)\right|$ có thể có tối đa 7 điểm cực trị.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$,cho đường thẳng $(d):\frac{x-2}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{2}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là:

A. $\overrightarrow{u_2}(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}(-1;2;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4)+1>0$.

A. $\left(4;\frac{13}{2}\right)$. **B.** $\left[4;\frac{13}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{13}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{13}{2};+\infty\right)$.

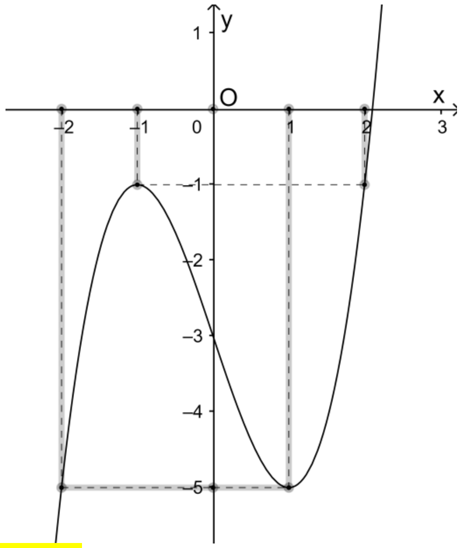
Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\frac{2}{5}}(x-4)+1>0.\Leftrightarrow \log_{\frac{2}{5}}(x-4)>-1\Leftrightarrow 0<x-4<\frac{5}{2}\Leftrightarrow 4<x<\frac{13}{2}$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $\left(4;\frac{13}{2}\right)$

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số trên đoạn $[-2;2]$?



A. $M=0$. **B.** $M=-1$. **C.** $M=1$. **D.** $M=2$.

Lời giải

Chọn B

Câu 10. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-5}{x-1}$.

A. $y=5$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=5$.

Lời giải

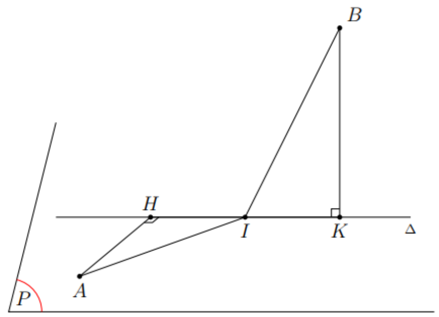
Chọn C

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-14=0$. Gọi Δ là một đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P). Gọi H,K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B trên Δ. Biết rằng khi $AH=BK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 5 + 2t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C



Có $\Delta BKI = \Delta AHI\,(c - g - c) \Rightarrow IA = IB \Rightarrow I$ luôn nằm trong mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn AB. Do đó $I \in d = (P) \cap (Q)$

(Q) đi qua trung điểm AB, nhận $\overrightarrow{AB} = (2;2;2)$ làm véc-tơ pháp tuyến $(Q): x + y + z - 9 = 0$.

Giao tuyến $d: \begin{cases} (Q): x + y + z - 9 = 0 \\ (P): x + 2y + 3z - 14 = 0. \end{cases}$

Lấy $(P) - (Q): y + 2z - 5 = 0$ chọn $z = 0 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow M(4;5;0) \in d$.

$(Q): x + y + z - 9 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q} = (1;1;1)$.

$(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P} = (1;2;3)$.

Đường thẳng d đi qua $M(4;5;0)$, nhận $\overrightarrow{u_d} = \left[\overrightarrow{n_Q}, \overrightarrow{n_P}\right] = (1;-2;1)$ có phương trình tham số là:

$d: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = t. \end{cases}$

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 5i$ là

A. $\overline{z} = 3 - 5i$. **B.** $\overline{z} = -3 + 5i$. **C.** $\overline{z} = 3 + 5i$. **D.** $\overline{z} = -3 - 5i$.

Lời giải

Chọn A

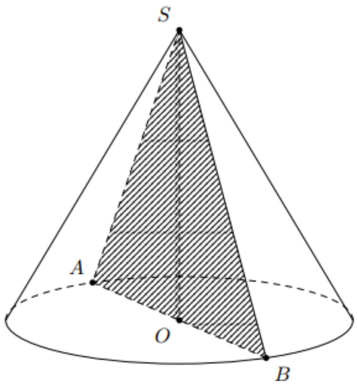
Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 5i$ là $\overline{z} = 3 - 5i$.

Câu 13. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 120°. Mặt phẳng qua trục của (N) cắt (N) theo một thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 4. Tính thể tích khối nón (N)

A. 8π. **B.** $4\sqrt{3}\pi$. **C.** 3π. **D.** 6π.

Lời giải

Chọn A



Gọi R bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác; r bán kính đường tròn đáy của (N).

Có $\dfrac{2r}{\sin 120°} = 2R \Leftrightarrow 2r = 2.4.\sin 120° \Leftrightarrow r = 2\sqrt{3}$.

Chiều cao nón $h = \dfrac{r}{\tan 60°} = \dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 2$.

Thể tích nón $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi\left(2\sqrt{3}\right)^2.2 = 8\pi$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(3;2;1)$ là trung điểm MN. Tính độ dài đoạn MN.

A. $MN = 4\sqrt{6}.$ **B.** $MN = 2\sqrt{6}.$ **C.** $MN = 6\sqrt{2}.$ **D.** $MN = 2\sqrt{14}.$

Lời giải

Chọn B

Phương trình tham số đường thẳng d là: $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - t \end{cases}$, t là tham số.

Vì $N \in d$ nên tọa độ điểm $N(-2 + 2t; 1 + t; 1 - t)$

Do A là trung điểm của MN nên ta có: $\begin{cases} x_M = 2x_A - x_N \\ y_M = 2y_A - y_N \\ z_M = 2z_A - z_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 8 - 2t \\ y_M = 3 - t \\ z_M = 1 + t \end{cases} \Leftrightarrow M(8 - 2t; 3 - t; 1 + t)$

Mà $M \in (P)$ nên ta có: $2(8 - 2t) - (3 - t) + (1 + t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

$\Rightarrow N(2;3;-1), M(4;1;3)$

Khi đó: $MN = \sqrt{(4-2)^2 + (1-3)^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{6}.$

Vậy độ dài đoạn $MN = 2\sqrt{6}$.

Câu 15. Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x - \dfrac{1}{x}$ là

A. $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \dfrac{1}{x^2} + C.$ **B.** $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

C. $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$.　　**D.** $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}+\ln x+C$.

Lời giải

Chọn C

Họ nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x-\frac{1}{x}$ là $\frac{x^3}{3}-\frac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$.

Câu 16. Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ bằng

A. $\frac{68}{75}$.　　**B.** $\frac{65}{71}$.　　**C.** $\frac{443}{506}$.　　**D.** $\frac{69}{77}$.

Lời giải

Chọn D

Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập$\Rightarrow n(\Omega)=C_{35}^4$.

Gọi biến cố A: "4 học sinh được gọi có cả nam và nữ".

Trường hợp 1: Có 1 nam, 3 nữ $\Rightarrow$ Số cách chọn là: $C_{18}^1.C_{17}^3$.

Trường hợp 2: Có 2 nam, 2 nữ $\Rightarrow$ Số cách chọn là: $C_{18}^2.C_{17}^2$.

Trường hợp 3: Có 3 nam, 1 nữ $\Rightarrow$ Số cách chọn là: $C_{18}^3.C_{17}^1$.

$\Rightarrow n(A)=C_{18}^1.C_{17}^3+C_{18}^2.C_{17}^2+C_{18}^3.C_{17}^1=46920$.

$\Rightarrow P(A)=\frac{46920}{C_{35}^4}=\frac{69}{77}$.

Vậy xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là $P(A)=\frac{69}{77}$.

Câu 17. Cho $I=\int_{-1}^{2}f(x)dx=3$. Khi đó $J=\int_{-1}^{2}\left[3f(x)-4\right]dx$ bằng

A. 2.　　**B.** -1.　　**C.** 5.　　**D.** -3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $J=\int_{-1}^{2}\left[3f(x)-4\right]dx=3\int_{-1}^{2}f(x)dx-\int_{-1}^{2}4dx=3.3-(4x)\Big|_{-1}^{2}=9-8-4=-3$

Câu 18. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V=a^3$.　　**B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.　　**C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.　　**D.** $V=3a^3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $V=B.h=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$

Câu 19. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng

A. $a < b$. **B.** $ab < 0$. **C.** $ab > 0$. **D.** $b < a < 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax+b}{x+1} = a = 2$

Ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1) \Rightarrow 1 = \dfrac{2.0+b}{0+1} \Rightarrow b = 1$

$ab > 0$

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x + cos2x$ là

A. $\dfrac{4^x}{\ln 4} - \dfrac{\sin 2x}{2} + C$.

B. $4^x \ln x + \dfrac{\sin 2x}{2} + C$.

C. $4^x \ln x - \dfrac{\sin 2x}{2} + C$.

D. $\dfrac{4^x}{\ln 4} + \dfrac{\sin 2x}{2} + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $F(x) = \int\left(4^x + cos2x\right)dx = \dfrac{4^x}{\ln 4} + \dfrac{\sin 2x}{2} + C$

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int\limits_3^7 f(x)\mathrm{d}x = 10$. Tính $I = \int\limits_0^2 xf\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x$.

A. $I = 20$. **B.** $I = \dfrac{5}{2}$. **C.** $I = 10$. **D.** $I = 5$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = x^2 + 3 \Rightarrow \mathrm{d}t = 2x\mathrm{d}x \Leftrightarrow x\mathrm{d}x = \dfrac{1}{2}\mathrm{d}t$, khi đó:

$$I = \int\limits_0^2 xf\left(x^2+3\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int\limits_3^7 f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int\limits_3^7 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}.10 = 5.$$

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

$$y' = \frac{m^2 - 4}{(x+m)^2}$$

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow m^2 - 4 < 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m là $\{-1;0;1\}$ để hàm số $y = \dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;2)$. Phương trình mặt cầu tâm I, tiếp xúc với Oz là

A. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 16$.

B. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 4$.

C. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$.

D. $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$.

Lời giải

Chọn D

Tiếp điểm A của mặt cầu với trục Oz là hình chiếu vuông góc của I lên trục Oz.

Ta có $A(0;0;2)$.

Bán kính mặt cầu là $R = \left|\overrightarrow{IA}\right| = 5$.

Vậy, phương trình mặt cầu tâm I, tiếp xúc với Oz là $(x-3)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AC = a\sqrt{3}, \widehat{ABC} = 60^\circ$. Gọi M là trung điểm của BC. Biết $SA = SB = SM = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính khoảng cách từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC).

A. $d = \dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

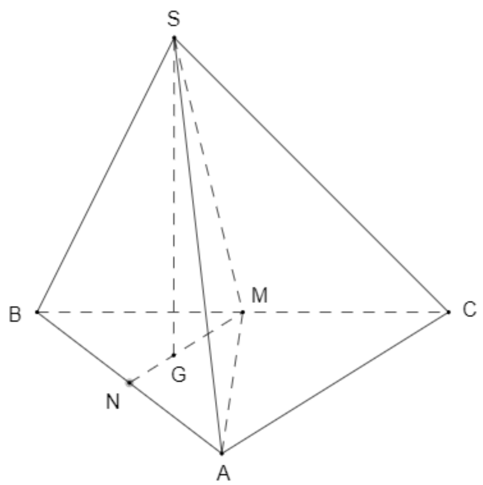
B. $d = a$.

C. $d = 2a$.

D. $d = a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Xét ΔABC là tam giác vuông tại A có AM là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên $AM = \frac{1}{2}BC = BM$.

Suy ra ΔABM cân tại M, lại có $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên ΔABM là tam giác đều. Suy ra hình chóp $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều.

Gọi N là trung điểm của AB, G là trọng tâm của ΔABM. Ta có: $MN = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}.\frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow GM = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy, xét ΔSGM vuông tại G ta được $d = SG = \sqrt{SM^2 - GM^2} = \sqrt{\left(\frac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = a.$

Câu 25. Tìm số thực dương m thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-m}{mx+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng $\frac{-1}{3}$.

A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số liên tục và xác định trên đoạn $[1;2]$

Ta có: $y = \frac{x-m}{mx+1} \Rightarrow y' = \frac{1+m^2}{(mx+1)^2} > 0, \forall x \in D$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $[1;2]$ suy ra:

$$\min_{[1;2]} y = f(1) = \frac{1-m}{1+m} = -\frac{1}{3} \Leftrightarrow 3 - 3m = -1 - m \Leftrightarrow 2m = 4 \Leftrightarrow m = 2.$$

Câu 26. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $z_1 + 3z_2$?

A. $Q(6;1)$. **B.** $M(-6;1)$. **C.** $N(-1;-6)$. **D.** $P(-6;-1)$.

Lời giải

Chọn D

$$2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i \\ z_2 = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i \end{array}\right.$$

Suy ra $z_1 + 3z_2 = z_1 = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i + 3.\left(-\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i\right) = -6 - i$.

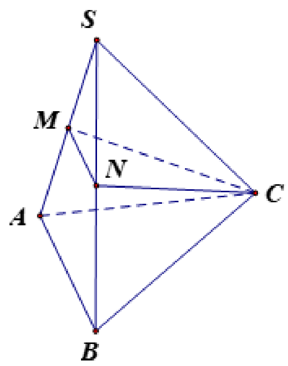
Vậy điểm biểu diễn số phức $z_1 + 3z_2$ là $P(-6;-1)$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (P) đi qua C, M và song song với AB cắt SB tại N. Biết khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V. Tính thể tích khối chóp $S.MNC$ theo V.

A. $V_{S.MNC} = 2V$. **B.** $V_{S.MNC} = 4V$. **C.** $V_{S.MNC} = \frac{1}{4}V$. **D.** $V_{S.MNC} = \frac{1}{2}V$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $MN//AB$, M là trung điểm $SA \Rightarrow N$ là trung điểm SB.

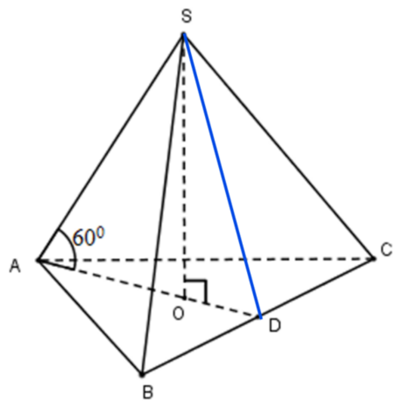
$\frac{V_{S.MNC}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.MNC} = \frac{V}{4}$.

Câu 28. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Tính tan của góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

A. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi O là trọng tâm tam giác đều ABC

Vì chóp $S.ABC$ đều nên $SO \perp (ABC)$

$\Rightarrow OA$ là hình chiếu vuông góc của SA lên (ABC) $\Rightarrow (\widehat{SA;(ABC)}) = (\widehat{SA;OA}) = \widehat{SAO} = 60^\circ$

$SO \perp (ABC) \Rightarrow SO \perp OA \Rightarrow \Delta SAO$ vuông tại O

Gọi D là trung điểm của BC có: $AD = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AO = \frac{2}{3}AD = \frac{2}{3}\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow SO = AO \cdot \tan 60 = \dfrac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \sqrt{3} = a$

Ta có : $\widehat{\left(\left(SBC\right);\left(ABCD\right)\right)} = \widehat{SDO}$.

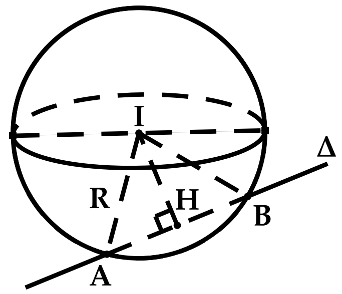
Xét ΔSDO có : $\tan \widehat{SDO} = \dfrac{SO}{DO} = \dfrac{a}{\dfrac{a\sqrt{3}}{6}} = 2\sqrt{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2m = 0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu $\left(S\right)$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 8$. Giá trị của m là

A. $m = 6$. **B.** $m = 12$. **C.** $m = -12$. **D.** $m = -6$.

Lời giải

Chọn D



$\left(S\right): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2m = 0 \Leftrightarrow \left(x+2\right)^2 + \left(y-3\right)^2 + z^2 = 13 - 2m$.

Để $\left(S\right)$ là mặt cầu thì $13 - 2m > 0 \Leftrightarrow m < \dfrac{13}{2}$.

Khi đó mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(-2;3;0\right)$, bán kính $R = \sqrt{13-2m}$.

Gọi H là hình chiếu của I trên $\Delta \Rightarrow H\left(4+2t;3+t;3+2t\right) \Rightarrow \overrightarrow{IH} = \left(2t+6;t;2t+3\right)$.

Ta có $\overrightarrow{IH}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow 2\left(2t+6\right) + t + 2\left(2t+3\right) = 0 \Leftrightarrow t = -2$.

Suy ra $\overrightarrow{IH} = \left(2;-2;-1\right) \Rightarrow IH = 3$.

Xét ΔIHB vuông tại H có $IH^2 + HB^2 = IB^2 \Leftrightarrow 9 + 16 = 13 - 2m \Leftrightarrow m = -6$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}\left(5;7;2\right), \vec{b}\left(3;0;1\right), \vec{c}\left(-6;1;-1\right)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

A. $\vec{m}\left(3;-22;3\right)$. **B.** $\vec{m}\left(3;22;-3\right)$. **C.** $\vec{m}\left(-3;22;-3\right)$. **D.** $\vec{m}\left(3;22;3\right)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c} = \left(3;22;3\right)$.

Câu 31. Cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $\left(z-1\right)\left|z\right| = 2i\left(z+1\right)$. Tính xy.

A. $\frac{-12}{5}$. **B.** $\frac{-12}{25}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $\frac{12}{25}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(z-1)|z|=2i(z+1)\Leftrightarrow(x-1+yi)\sqrt{x^2+y^2}=2i(x+1+yi)$

$\Leftrightarrow(x-1)\sqrt{x^2+y^2}+y\sqrt{x^2+y^2}i=-2y+2(x+1)i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(x-1)\sqrt{x^2+y^2}=-2y & (1)\\ y\sqrt{x^2+y^2}=2(x+1) & (2)\end{cases}$

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{x-1}{y}=\frac{-y}{x+1}\Leftrightarrow x^2-1=-y^2\Leftrightarrow x^2+y^2=1$ (*).

Thay vào (2) ta có $y=2x+2$

Suy ra $(*)\Leftrightarrow x^2+(2x+2)^2=1\Leftrightarrow 5x^2+8x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\Rightarrow y=0\Rightarrow xy=0\\ x=-\frac{3}{5}\Rightarrow y=\frac{4}{5}\Rightarrow xy=-\frac{12}{25}\end{array}\right.$.

Cách 2: (PB bổ sung)

$+(z-1)|z|=2i(z+1)\Leftrightarrow z(|z|-2i)=|z|+2i$ (1)

+ Modun 2 vế ta được: $|z|.||z|-2i|=||z|+2i|\Leftrightarrow|z|.\sqrt{|z|^2+4}=\sqrt{|z|^2+4}\Leftrightarrow|z|=1$

+Thay vào (1) ta có $z(1-2i)=1+2i\Leftrightarrow z=\frac{1+2i}{1-2i}=\frac{-3}{5}+\frac{4}{5}i\Rightarrow xy=-\frac{12}{25}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+4y-6z+9=0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu.

A. $I(2;4;-6)$. **B.** $I(-2;-4;6)$. **C.** $I(-1;-2;3)$. **D.** $I(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $x^2+y^2+z^2+2x+4y-6z+9=0\Leftrightarrow(x+1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=5$

Suy ra tọa độ tâm I của mặt cầu là $I(-1;-2;3)$.

Câu 33. Tìm công bội q của cấp số nhân $(u_n), n\in\mathbb{N}^*$ có $u_1=1;\ u_3=4$.

A. $q=1$. **B.** $q=2$. **C.** $q=6$. **D.** $q=3$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_3=u_1q^2\Leftrightarrow q^2=4\Leftrightarrow q=\pm 2$.

Câu 34. Giá trị của $\log_a\frac{1}{\sqrt{a^3}}$ với $a>0$ và $a\neq1$ bằng:

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_a \dfrac{1}{\sqrt{a^3}} = \log_a a^{-\frac{3}{2}} = -\dfrac{3}{2}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z.\overline{z} + 2\left(z - \overline{z}\right) = 2022 - 2021i$. Tính môđun của số phức z.

A. $|z| = 2022$. **B.** $|z| = \sqrt{2022}$. **C.** $|z| = \sqrt{2021}$. **D.** $|z| = 2021$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Ta có $z.\overline{z} + 2\left(z - \overline{z}\right) = 2022 - 2021i \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 4bi = 2022 - 2021i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 2022 \\ 4b = -2021 \end{cases}$.

Vậy $|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{2022}$.

Câu 36. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\overline{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?

A. $P(-3;3)$. **B.** $Q(3;2)$. **C.** $N(2;3)$. **D.** $M(3;3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $w = 1 + 2i + i(1 - 2i) = 3 + 3i$.

Vậy điểm biểu diễn của số phức w trên mặt phẳng tọa độ là $M(3;3)$.

Câu 37. Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm phức của phương trình $z^3 - 5z^2 + 17z - 13 = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2, z_3. Tính diện tích tam giác ABC

A. $S_{\Delta ABC} = 3$. **B.** $S_{\Delta ABC} = \dfrac{5}{2}$. **C.** $S_{\Delta ABC} = 4$. **D.** $S_{\Delta ABC} = 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có z_1, z_2, z_3 là các nghiệm phức của phương trình $z^3 - 5z^2 + 17z - 13 = 0$

Phương trình tương đương:

$\Leftrightarrow (z-1)\left(z^2 - 4z + 13\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z - 1 = 0 \\ z^2 - 4z + 13 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 1 \\ (z-2)^2 - (3i)^2 = 0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 1 \\ (z - 2 - 3i)(z - 2 + 3i) = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 1 \\ z = 2 + 3i \\ z = 2 - 3i \end{array}\right.$. Suy ra các điểm A, B, C biểu diễn hình học của z_1, z_2, z_3 lần lượt có tọa độ là $A(1;0), B(2;3), C(2;-3) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (1;3) \\ \overrightarrow{AC} = (1;-3) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right] = -6$.

Vậy diện tích tam giác ABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}\right]\right| = 3$.

Câu 38. Cho mặt cầu có diện tích bằng $72\pi\left(cm^2\right)$. Bán kính R của khối cầu bằng

A. $R = 3\sqrt{2}(cm)$. **B.** $R = \sqrt{6}(cm)$. **C.** $R = 3(cm)$. **D.** $R = 6(cm)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $S=4\pi R^2=72\pi \Rightarrow R=\sqrt{\dfrac{72\pi}{4\pi}}=3\sqrt{2}\left(cm\right)$.

Câu 39. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=\log_2 x$. **B.** $y=x^3-1$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=x^2+1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có hàm số $y=x^3-1$ có tập xác định trên $\mathbb{R}$ và $y'=3x^2>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên suy ra hàm số này liên tục và đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 40. Tìm số nguyên dương m sao cho tập nghiệm của bất phương trình $x.2^x-m.2^x-4x+4m<0$ chứa đúng 5 số nguyên dương?

A. $m=6$. **B.** $m=9$. **C.** $m=7$. **D.** $m=8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có bất phương trình tương đương với: $\left(x-m.\right)2^x-4\left(x-m\right)<0\Leftrightarrow\left(x-m\right)\left(2^x-4\right)<0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-m>0\\2^x-4<0\end{cases}\\\begin{cases}x-m<0\\2^x-4>0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>m\\x<2\end{cases}\\\begin{cases}x<m\\x>2\end{cases}\end{array}\right.$ (*). Dễ dàng thấy cụm điều kiện $\begin{cases}x>m\\x<2\end{cases}$ không tồn tại giá trị nguyên dương nào với mọi m nguyên dương nên (*) $\Leftrightarrow\begin{cases}x<m\\x>2\end{cases}$

Để chứa đúng 5 số nguyên dương tức tập giá trị từ bất phương trình trên nhận từ 3 đến 7. Như vậy với $m=8$ thì thỏa điều kiện đề bài

Câu 41. Biết $\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx=3$ và $\int\limits_2^5 f\left(x\right)dx=21$. Tính $\int\limits_1^5 f\left(x\right)dx$ bằng?

A. 3. **B.** 24. **C.** 18. **D.** -18.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\limits_1^5 f\left(x\right)dx=\int\limits_1^2 f\left(x\right)dx+\int\limits_2^5 f\left(x\right)dx=3+21=24$.

Câu 42. Cho số phức $z=1-3i$. Tìm phần ảo của số phức $\overline{z}$

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\overline{z}=1+3i$

Vậy phần ảo của số phức $\overline{z}$ là 3.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$, $SB=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SB.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0),N(0;1;0)$ và $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=0$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=-1$. **C.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}-\dfrac{z}{2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{-1}+\dfrac{z}{2}=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (MNP) là $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}-\dfrac{z}{2}=1$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;10]$ và $\int\limits_0^{10}f(x)\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_2^{10}f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $P=\int\limits_0^{2}f(x)\mathrm{d}x$

A. $P=4$. **B.** $P=10$. **C.** $P=7$. **D.** $P=-4$

Lời giải

Chọn A

Ta có $P=\int\limits_0^{2}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{10}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_2^{10}f(x)\mathrm{d}x=7-3=4$.

Câu 46. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3cm$, độ dài đường cao bằng $4cm$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này

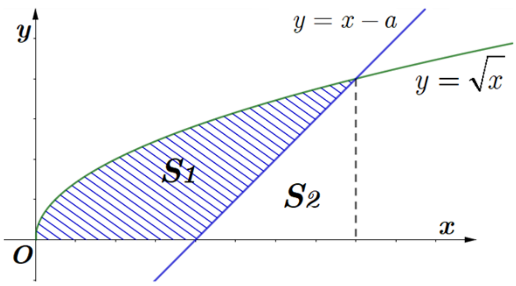
A. $24\pi\left(cm^2\right)$. **B.** $22\pi\left(cm^2\right)$. **C.** $20\pi\left(cm^2\right)$. **D.** $26\pi\left(cm^2\right)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $S_{xq}=2\pi rh=24\pi\left(cm^2\right)$.

Câu 47. Cho đường thẳng $y=x-a$ (a là tham số thực dương) và đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=\dfrac{5}{3}S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\dfrac{5}{2};\dfrac{8}{3}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{9}{5}\right)$. **C.** $\left(\dfrac{9}{5};\dfrac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{3}{2}\right)$

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\sqrt{x} = x - a \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - (2a+1)x + a^2 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$.

Từ hình vẽ ta thấy được phương trình có nghiệm duy nhất, đặt nghiệm duy nhất là b, khi đó:

$S_1 + S_2 = \int_0^b \sqrt{x}\mathrm{d}x = \frac{2}{3}b\sqrt{b}$ mà $S_1 = \frac{5}{3}S_2 \Rightarrow S_2 = \frac{1}{4}b\sqrt{b} = \frac{1}{2}\sqrt{b}(b-a) \Leftrightarrow b = 2a$

Thay vào phương trình ta có được $a^2 - 2a = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} a = 0 & (l) \\ a = 2 & (n) \end{array}\right.$.

Vậy $a = 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $f(1) = 1$, $\int_0^1 x.f'(x)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}$. Tính tích phân $\int_0^1 xf(x^2)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $\begin{cases} u = x \\ \mathrm{d}v = f'(x)\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases}$

$\frac{2}{3} = \int_0^1 x.f'(x)\mathrm{d}x = x f(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = f(1) - \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}$.

Ta có: $\int_0^1 xf(x^2)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^1 f(x^2)\mathrm{d}(x^2) = \frac{1}{2}\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = \frac{1}{6}$.

Câu 49. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là $(1;+\infty)$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^3(x^2-2x)^4(1-x^2)^{2021}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$f'(x)=0 \Leftrightarrow (x+1)^3(x^2-2x)^4(1-x)^{2021}(1+x)^{2021}=0$

$\Leftrightarrow x^4.(x-2)^4(1-x)^{2021}(1+x)^{2024}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Vì $x=-1, x=0, x=2$ là các nghiệm bội chẵn của phương trình $f'(x)=0$ nên $f'(x)$ có bảng xét dấu của như sau:

x	$-\infty$		-1		1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$-$	

Do đó hàm số $y=f(x)$ chỉ có một điểm cực đại duy nhất.

-----------------------HẾT-----------------------