SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO VĨNH PHÚC
TRƯỜNG THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC
(Đề thi có 06 trang)

ĐỀ KSCL CÁC MÔN THI THPT QUỐC GIA - LẦN 3
NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút;
(Không kể thời gian giao đề)

Mã đề thi 301

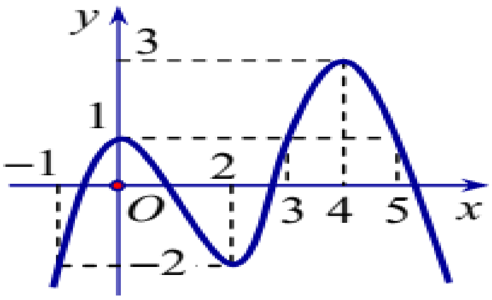
Câu 1: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

A. $d = 4$. **B.** $d = -2$. **C.** $d = -3$. **D.** $d = 3$.

Câu 2: Số cách chọn đồng thời ra 3 người từ một nhóm có 12 người là

A. A_{12}^3. **B.** C_{12}^3. **C.** 4. **D.** P_3.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1;5]$. Giá trị của $M+m$ bằng



A. 6. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 4: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(BDD'B')$.

A. $30°$ **B.** $90°$ **C.** $45°$ **D.** $60°$

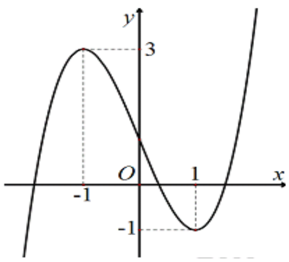
Câu 5: Thể tích của khối hộp chữ nhật có các kích thước 3; 4; 5 là

A. 30. **B.** 60. **C.** 10. **D.** 20.

Câu 6: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x^2 - 2x$.

A. $S = \frac{1}{3}$. **B.** $S = \frac{4}{3}$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = 4$.

Câu 7: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào trong các điểm sau đây ?

A. $E(1;1;2)$. **B.** $F(0;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $K(1;-1;1)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đường thẳng $y=-2020$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-2x+z+3=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;0;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;0;3)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(2;0;1)$ **B.** $(2;-2;0)$ **C.** $(0;-2;1)$ **D.** $(0;0;1)$

Câu 12: Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3x+1}$ trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $F(x)=\ln(-3x-1)+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{3}\ln(3x+1)+C$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{3}\ln(-3x-1)+C$. **D.** $F(x)=\ln|3x+1|+C$.

Câu 13: Tập xác định của hàm số $f(x)=\left(9x^2-25\right)^{-2}+\log_2(2x+1)$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{5}{3}\right\}$. **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{5}{3}\right\}$.

Câu 14: Cho số phức $z=3+2i$. Tìm số phức $w=iz-\bar{z}$.

A. $w=5-5i$. **B.** $w=-5-5i$. **C.** $w=-5+5i$. **D.** $w=5+5i$.

Câu 15: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-6z+34=0$; Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. 10. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 4.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=5$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Câu 17: Phần ảo của số phức liên hợp của số phức $z=4i-7$ là

A. 4. **B.** -7. **C.** 7. **D.** -4.

Câu 18: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích của khối nón đã cho.

A. $V=\dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$.

C. $V=3\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 20: Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-4}=\frac{z-2}{2}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+2}{1}$.

Câu 22: Cho hình nón có đường sinh $l=5$, bán kính đáy $r=3$. Diện tích toàn phần của hình nón đó là

A. $S_{tp}=15\pi$. **B.** $S_{tp}=24\pi$.

C. $S_{tp}=20\pi$. **D.** $S_{tp}=22\pi$.

Câu 23: Phương trình $5^{x+2}-1=0$ có tập nghiệm là

A. $S=\{-2\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{2\}$. **D.** $S=\{0\}$.

Câu 24: Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Câu 25: Hàm số $y=x^4+2x^2-1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 26: Gọi tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}\left[\log_2(x-1)\right]>0$ là $(a;b)$. Tính $a+b$.

A. $a+b=4$. **B.** $a+b=6$. **C.** $a+b=5$. **D.** $a+b=3$.

Câu 27: Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng

A. $8\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $16\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 28: Cho a,b là các số thực dương và $a>1$, $a\neq b$ thỏa mãn $\log_a b=2$. Khi đó $\log_{\frac{a}{b}}\sqrt{ab}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** -6. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 0.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)=m$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ || 1	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(1;3)$. **B.** $m\in(1;3]$. **C.** $m\in[1;3]$. **D.** $m\in[1;3)$.

Câu 30: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3-2x}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** y = 3. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Câu 31: Cho $\int_{-1}^{1} f(x)dx=-2;\int_{1}^{3} f(x)dx=5$. Tính $\int_{-1}^{3} 2f(x)dx$.

A. 12. **B.** -14. **C.** 14. **D.** 6.

Câu 32: Biết $\int_{-1}^{11} f(x)dx = 18$. Tính $I = \int_{0}^{2} x\left[2 + f\left(3x^2 - 1\right)\right]dx$.

A. $I = 10$. **B.** $I = 5$. **C.** $I = 7$. **D.** $I = 8$.

Câu 33: Cho số phức $z = -2 + 3i$. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm M biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm sau

A. $M(-2;3)$. **B.** $M(2;3)$. **C.** $M(3;-2)$. **D.** $M(2;-3)$.

Câu 34: Tập nghiệm S của bất phương trình $4^{x+\frac{1}{2}} - 5.2^x + 2 \le 0$.

A. $S = \{-1;1\}$. **B.** $S = (-1;1)$.

C. $S = [-1;1]$ **D.** $S = (-\infty;-1] \cup [1;+\infty)$.

Câu 35: Xét số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z + 7 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 10 = 0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π. Hỏi (Q) đi qua điểm nào trong số các điểm sau?

A. $(-2;-1;5)$. **B.** $(4;-1;-2)$. **C.** $(6;0;1)$. **D.** $(-3;1;4)$.

Câu 37: Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là

A. $\frac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{3}$.

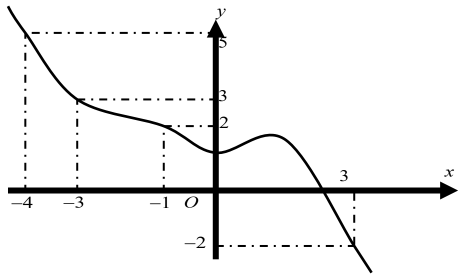
Câu 38: Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^2} a^3$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 6. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 5.

Câu 39: Số lượng của loại vi khuẩn X trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0).3^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn X có sau t phút. Biết rằng sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn X là 20 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn X là 540 nghìn con ?

A. 12 phút. **B.** 6 phút. **C.** 81 phút. **D.** 9 phút.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình dưới đây. Trên $[-4;3]$ hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào trong các điểm sau đây?



A. $x_0 = -4$. **B.** $x_0 = -1$. **C.** $x_0 = 3$. **D.** $x_0 = -3$.

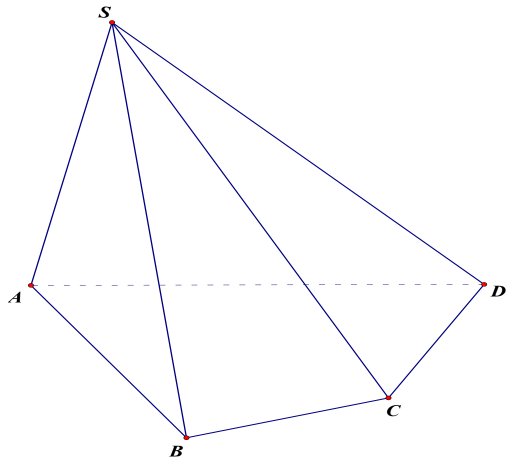
Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60^0. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a.

A. $\frac{a\sqrt{42}}{8}$. **B.** $\frac{a\sqrt{42}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\frac{a\sqrt{6}}{7}$.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H nằm trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB}=150^0;\widehat{BHC}=120^0;\widehat{CHA}=90^0$. Biết tổng diện tích mặt cầu ngoại tiếp các hình chóp $S.HAB;S.HBC;S.HCA$ là $\frac{124}{3}\pi$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC}=\frac{9}{2}$. **B.** $V_{S.ABC}=\frac{4}{3}$. **C.** $V_{S.ABC}=4$. **D.** $V_{S.ABC}=4$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt phẳng (SAB), (SBC), (SCD), (SDA) với mặt đáy lần lượt là 90^0, 60^0, 60^0, 60^0. Biết rằng tam giác SAB vuông cân tại S, $AB=a$ và chu vi tứ giác $ABCD$ là $9a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 44: Cho hàm số f(x) liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\Pi}{4}} \tan x.f\left(\cos^2 x\right)dx=2$ và $\int_e^{e^2}\frac{f\left(\ln^2 x\right)}{x\ln x}dx=2$.

Tính $\int_{\frac{1}{4}}^{2}\frac{f(2x)}{x}dx.$

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 8.

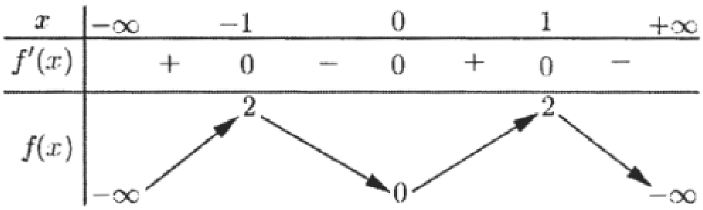
Câu 45: Cho các số thực a,b,c không âm thỏa mãn $2^a+4^b+8^c=4$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=a+2b+3c$. Giá trị của biểu thức $2^M+\log_4 m$ bằng

A. $\frac{11}{6}$. **B.** $\frac{91}{27}$. **C.** $\frac{64}{27}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 46: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3$ với m là tham số. Gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực tiểu của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Tìm hệ số góc k của đường thẳng d.

A. $k=-\frac{1}{3}$. **B.** $k=3$. **C.** $k=\frac{1}{3}$. **D.** $k=-3$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\frac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f\left(f\left(\cos x\right)\right)=2$ là

A. 10. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 48: Cho các số thực a, b thỏa mãn $\log_2\left(2020-2b^2\right)-2b^2=\log_2\left(a^2+b^2+1009\right)+a^2$

Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a^3+a^2b+2ab^2+2b^3+1$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

Câu 49: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1).x^2+m.(m+2).x+7$ đồng biến khoảng $(4;9)$?

A. 15. **B.** 13. **C.** 14. **D.** 12.

Câu 50: Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm. Biết rằng mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 điểm trở lên.

A. $\frac{436}{4^{10}}$. **B.** $\frac{463}{4^{10}}$. **C.** $\frac{436}{10^4}$. **D.** $\frac{463}{10^4}$.

----------- HẾT ----------

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:... Số báo danh: ....

ĐỀ KSCL CÁC MÔN THI THPT QUỐC GIA - LẦN 3
NĂM HỌC 2019 - 2020
MÔN: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
D	B	C	A	B	B	C	B	B	C	C	C	D	C	A	D	D	C	D	A	B	B	A	B	D
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	D	A	A	A	D	C	A	C	B	A	B	A	B	B	A	B	D	D	C	D	D	C	A	A

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12$ và $u_{14} = 18$. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho.

A. $d = 4$. **B.** $d = -2$. **C.** $d = -3$. **D.** $d = 3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} u_4 = u_1 + 3d = -12 \\ u_{14} = u_1 + 13d = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = -21 \\ d = 3 \end{cases}$. Chọn D.

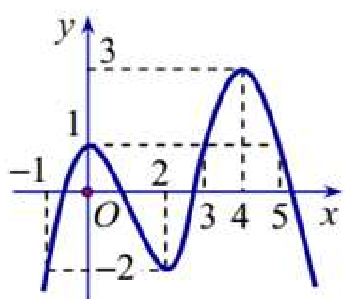
Câu 2. Số cách chọn đồng thời ra 3 người từ một nhóm có 12 người là

A. A_{12}^3. **B.** C_{12}^3. **C.** 4. **D.** P_3.

Lời giải

Chọn B

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên $[1;5]$. Giá trị của $M + m$ bằng



A. 6. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

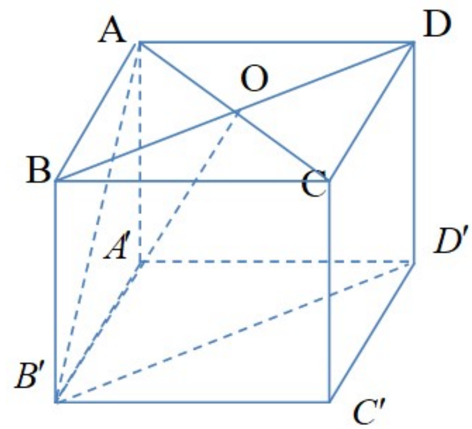
Từ đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ ta có: $M = 3; m = -2 \Rightarrow M + m = 1$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ tính góc giữa AB' và mặt phẳng $(BDD'B')$

A. 30^0 **B.** 90^0 **C.** 45^0 **D.** 60^0

Lời giải

Chọn A



Do : $\begin{cases} AC \perp BD \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BDD'B')$ nên AB' có hình chiếu lên mặt phẳng $(BDD'B')$ là OB' do đó góc giữa AB' và mặt phẳng $(BDD'B')$ chính là góc giữa AB' và OB' là góc $AB'O$

Ta có $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB'$ do đó góc $AB'O$ bằng 30^0.

Câu 5. Thể tích khối hộp chữ nhật có các kích thước 3;4;5 là

A. 30 **B.** 60 **C.** 10 **D.** 20

Lời giải

Chọn B

$V = 3.4.5 = 60$.

Câu 6. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x^2 - 2x$

A. $S = \frac{1}{3}$ **B.** $S = \frac{4}{3}$ **C.** $S = 3$ **D.** $S = 4$

Lời giải

Chọn B

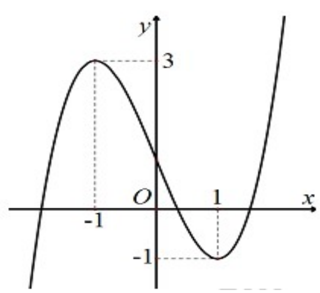
Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$x^2 = 2x^2 - 2x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Diện tích :

$S = \int_0^2 \left|(x^2 - (2x^2 - 2x))\right| dx = \frac{4}{3}$.

Câu 7. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây ?



A. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị đã cho, ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ suy ra loại **A, D**

Đồ thị cắt trục tung Oy tại điểm có tung độ dương, suy ra loại **B**

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào trong các điểm sau đây ?

A. $E(1;1;2)$. **B.** $F(0;1;2)$. **C.** $H(1;2;0)$. **D.** $K(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm E,F,H,K vào phương trình đường thẳng d ta thấy điểm $F(0;1;2)$ có tọa độ thỏa mãn vì $\begin{cases}t=0\\1-t=1\\2+t=2\end{cases}\Leftrightarrow t=0$ là nghiệm duy nhất.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên. Đường thẳng $y=-2020$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt tại bao nhiêu điểm?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Từ BBT của đồ thị hàm số ta thấy đường thẳng $y=-2020<-1$ nên cắt đồ thị của hàm số $y=f(x)$ tại hai điểm phân biệt.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):-2x+z+3=0$. Một véc-tơ pháp tuyến của (P) là

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;1;-2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;3)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;0;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;0;3)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt phẳng (P) có dạng $(P): ax+by+cz+d=0$

Từ đây ta suy ra $\overrightarrow{n_{(P)}}=(-2;0;1)=(2;0;-1)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(2;-2;0)$. **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oyz) là điểm $N(0;-2;1)$.

Câu 12. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3x+1}$ trên khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $F(x)=\ln(-3x-1)+C$.

B. $F(x)=\dfrac{1}{3}\ln(3x+1)+C$.

C. $F(x)=\dfrac{1}{3}\ln(-3x-1)+C$.

D. $F(x)=\ln|3x+1|+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\dfrac{1}{3x+1}dx=\dfrac{1}{3}\int\dfrac{1}{3x+1}d(3x+1)=\dfrac{1}{3}\ln|3x+1|$

Mà $x\in\left(-\infty;-\dfrac{1}{3}\right)\Rightarrow 3x+1<0\Rightarrow|3x+1|=-(3x+1)$

$\Rightarrow F(x)=\dfrac{1}{3}\ln(-3x-1)$.

Câu 13. Tập xác định của hàm số $f(x)=(9x^2-25)^{-2}+\log_2(2x+1)$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{5}{3}\right\}$.

B. $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. $\left(\dfrac{5}{3};+\infty\right)$.

D. $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{5}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi và chỉ khi: $\begin{cases}9x^2-25\neq 0\\2x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\pm\dfrac{5}{3}\\x>-\dfrac{1}{2}\end{cases}$

Vậy tập xác định là $D=\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\left\{\dfrac{5}{3}\right\}$.

Câu 14. Cho số phức $z=3+2i$. Tìm số phức $w=iz-\overline{z}$.

A. $w=5-5i$.

B. $w=-5-5i$.

C. $w=-5+5i$.

D. $w=5+5i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $w=iz-\overline{z}=i(3+2i)-(3-2i)=-5+5i$.

Câu 15. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2-6z+34=0$. Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 trên mặt phẳng phức. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. 10.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{5}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

$$z^2-6z+34=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z=3+5i \Rightarrow M(3;5) \\ z=3-5i \Rightarrow N(3;-5) \end{array}\right. \Rightarrow \overrightarrow{MN}=(0;-10) \Rightarrow MN=10$$

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=5$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;-2;-3)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=5$ có tâm là $I(1;2;-3)$.

Câu 17. Phần ảo của số phức liên hợp của số phức $z=4i-7$ là

A. 4. **B.** -7. **C.** 7. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

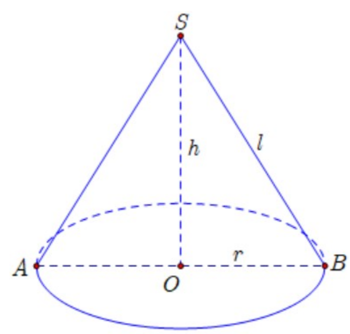
Ta có $z=4i-7 \Rightarrow \overline{z}=-7-4i$ nên phần ảo bằng -4.

Câu 18. Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$, diện tích xung quanh bằng $6\pi a^2$. Tính thể tích của khối nón đã cho.

A. $V=\dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V=3\pi a^3$. **D.** $V=\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C



Hình nón có góc ở đỉnh bằng $60°$ nên thiết diện qua trục SAB là tam giác đều, do đó $l=SB=2OB=2r$.

Mà $S_{xq}=\pi rl=\pi 2r^2=6\pi a^2 \Rightarrow r=a\sqrt{3}$. Đường cao $h=SO=\dfrac{(2r)\sqrt{3}}{2}=r\sqrt{3}=3a$

Vậy thể tích khối nón $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h=\dfrac{1}{3}\pi.\left(a\sqrt{3}\right)^2.3a=3a^3\pi$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

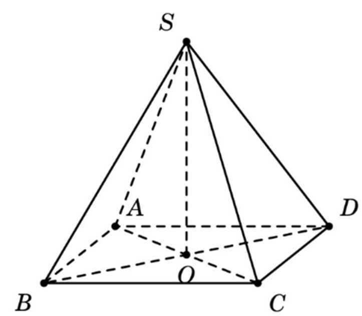
Hàm số đạt cực trị tại bốn điểm $x=-1, x=0, x=2, x=4$

Câu 20. Thể tích của khối chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Giả sử hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a.

Ta có $AO=\dfrac{1}{2}AC=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\dfrac{1}{3}a^2.\dfrac{a\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;1)$.

Phương trình $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Xét đáp án B, ta có đường thẳng $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$ đi qua điểm $B(2;0;2)$ và có một véc-tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;-2;1)$. Ta nhận thấy $B\in d$ nên B là đáp án đúng.

Câu 22. Cho hình nón có đường sinh $l=5$, bán kính đáy $r=3$.

A. $S_{tp}=15\pi$. **B.** $S_{tp}=24\pi$. **C.** $S_{tp}=20\pi$. **D.** $S_{tp}=22\pi$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{tp}=\pi rl+\pi r^2=15\pi+9\pi=24\pi$.

Câu 23. Phương trình $5^{x+2}-1=0$ có tập nghiệm là

A. $S=\{-2\}$. **B.** $S=\{3\}$. **C.** $S=\{2\}$. **D.** $S=\{0\}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $5^{x+2}-1=0 \Leftrightarrow 5^{x+2}=1 \Leftrightarrow x+2=0 \Leftrightarrow x=-2$.

Câu 24. Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có : $y'=x^2+2x-3; y'=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Mà $y''=2x+2$. Thay $x=1$ vào $y'' \Rightarrow y''=4>0$. Nên $x=1$ là cực tiểu.

Câu 25. Hàm số $y=x^4+2x^2-1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y=x^4+2x^2-1 \Rightarrow y'=4x^3+4x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow 4x^3+4x=0 \Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Câu 26. Gọi tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,2}\left[\log_2(x-1)\right]>0$ là $(a;b)$. Tính $a+b$.

A. $a+b=4$. **B.** $a+b=6$. **C.** $a+b=5$. **D.** $a+b=3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_{0,2}\left[\log_2(x-1)\right]>0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ \log_2(x-1)>0 \\ \log_2(x-1)<(0,2)^0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x-1>1 \\ \log_2(x-1)<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x-1<2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x>2 \\ x<3 \end{cases} \Leftrightarrow 2<x<3$.

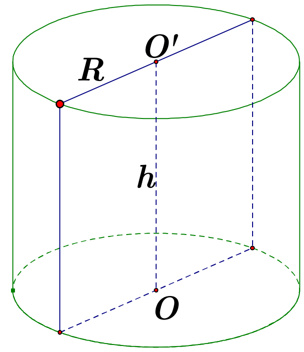
Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(2;3) \Rightarrow a=2;b=3$ nên $a+b=5$.

Câu 27. Cắt một hình trụ bằng một mặt phẳng qua trục của nó, ta được thiết diện là một hình vuông cạnh $2a$. Diện tích xung quanh của hình trụ bằng:

A. $8\pi a^2$. **B.** $2\pi a^2$. **C.** $16\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Vì thiết diện qua trục là hình vuông cạnh $2a$ nên $h = 2R = 2a \Rightarrow R = a$.
Vậy diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi.a.2a = 4\pi a^2$.

Câu 28. Cho a,b là các số thực dương và $a>1$, $a \neq b$ thỏa mãn $\log_a b = 2$. Khi đó $\log_{\frac{a}{b}} \sqrt{ab}$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** -6. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{\frac{a}{b}} \sqrt{ab} = \dfrac{\log_a\left(\sqrt{ab}\right)}{\log_a\left(\dfrac{a}{b}\right)} = \dfrac{\frac{1}{2}\left(1+\log_a b\right)}{1-\log_a b} = \dfrac{\frac{1}{2}\left(1+2\right)}{1-2} = -\dfrac{3}{2}$.

Câu 29. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến như sau :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ 1	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm thực phân biệt .

A. $m \in (1;3)$. **B.** $m \in (1;3]$. **C.** $m \in [1;3]$. **D.** $m \in [1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có

Phương trình $f(x) = m$ luôn có một nghiệm trên đoạn $(-\infty;0)$.

Yêu cầu bài toán tương đương với phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm trên đoạn $(0;+\infty)$.

$\Rightarrow m \in (1;3)$.

Câu 30. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3-2x}{x+1}$ là :

A. $y=-2$. **B.** $y=3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Chọn A

$$\lim_{x\to\pm\infty}\frac{3-2x}{x+1}=\lim_{x\to\pm\infty}\frac{\frac{3}{x}-2}{1+\frac{1}{x}}=-2.$$

Do đó phương trình đường tiệm cận ngang cần tìm là $y=-2$.

Câu 31. Cho $\int_{-1}^{1}f(x)dx=-2;\int_{1}^{3}f(x)dx=5$. Tính $\int_{-1}^{3}2f(x)dx.$

A. 12. **B.** -14. **C.** 14. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_{-1}^{3}2f(x)dx=2\left(\int_{-1}^{1}f(x)dx+\int_{1}^{3}f(x)dx\right)=2(-2+5)=6$.

Câu 32. Biết $\int_{-1}^{11}f(x)dx=18$. Tính $I=\int_{0}^{2}x\left[2+f\left(3x^2-1\right)\right]dx$.

A. $I=10$. **B.** $I=5$. **C.** $I=7$. **D.** $I=8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$$I=\int_{0}^{2}x\left[2+f\left(3x^2-1\right)\right]dx=I=2\int_{0}^{2}xdx+\int_{0}^{2}x.f\left(3x^2-1\right)dx$$

$$=4+\int_{-1}^{11}f(t)\frac{dt}{6}=4+\frac{1}{6}\int_{-1}^{11}f(x)dx=4+\frac{1}{6}.18=7$$

(với $t=3x^2-1$)

Câu 33. Cho số phức $z=-2+3i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm M biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $M(-2;3)$. **B.** $M(2;3)$. **C.** $M(3;-2)$. **D.** $M(2;-3)$.

Lời giải

Chọn A

Điểm biểu diễn số phức $z=-2+3i$ là điểm $M(-2;3)$.

Câu 34. Tập nghiệm S của bất phương trình $4^{x+\frac{1}{2}}-5.2^x+2\le 0$ là

A. $S=\{-1;1\}$. **B.** $S=(-1;1)$.

C. $S=[-1;1]$. **D.** $S=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$$4^{x+\frac{1}{2}}-5.2^x+2\le 0\Leftrightarrow 2.2^{2x}-5.2^x+2\le 0\Leftrightarrow \frac{1}{2}\le 2^x\le 2\Leftrightarrow -1\le x\le 1.$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là: $S=[-1;1]$.

Câu 35. Xét số phức z thỏa mãn $|z-2-4i|=|z-2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

A. 4. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=a+bi,\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z-2-4i|=|z-2i|$

$\Leftrightarrow |(a-2)+(b-4)i|=|a+(b-2)i|$

$\Leftrightarrow (a-2)^2+(b-4)^2=a^2+(b-2)^2$

$\Leftrightarrow a+b-4=0$

$\Leftrightarrow b=4-a$

Lại có $|z|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+(4-a)^2}=\sqrt{2a^2-8a+16}=\sqrt{2(a-2)^2+8}\geq 2\sqrt{2}$

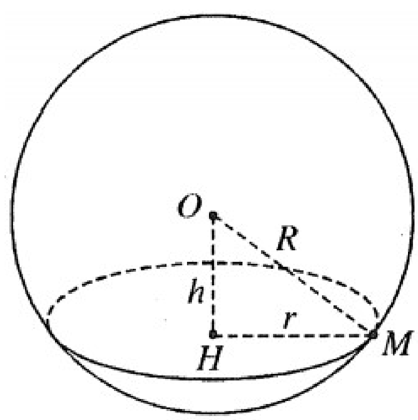
Vậy $|z|_{\min}=2\sqrt{2}$ *khi* $a=2$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+z+7=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4z-10=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt mặt cầu (S) theo một giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 6π. Hỏi (Q) đi qua điểm nào trong số các điểm sau?

A. $(-2;-1;5)$. **B.** $(4;-1;-2)$. **C.** $(6;0;1)$. **D.** $(-3;1;4)$.

Lời giải

Chọn A



Vì (Q) là mặt phẳng song song với mặt phẳng (P) nên phương trình mặt phẳng (Q) có dạng

$$x-2y+z+D=0\ (D\neq 7).$$

Ta có chu vi đường tròn giao tuyến là $2\pi r=6\pi\Rightarrow r=3$.

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$ và bán kính $R=\sqrt{15}$.

Suy ra $d(I,(Q))=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{15-9}=\sqrt{6}$.

Do đó $\dfrac{\left|1-2.0+(-2)+D\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+1^2}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow\left|D-1\right|=6\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}D=\ \ 7\,(ktm)\\D=-5(tm)\end{array}\right.$.

Suy ra phương trình mặt phẳng (Q) là $x-2y+z-5=0$.

Xét điểm $A(-2;-1;5)$.

Ta có $-2-2.(-1)+5-5=0$ (đúng).

Vậy (Q) đi qua điểm $A(-2;-1;5)$.

Câu 37. Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là

A. $\dfrac{\pi a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Bán kính mặt cầu nội tiếp hình lập phương có có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là $R=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

Thể tích của khối cầu là $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{8}=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{3}$

Câu 38. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^2}a^3$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 6. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

$\log_{a^2}a^3=\dfrac{3}{2}$

Câu 39. Số lượng của loại vi khuẩn X trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t)=s(0).3^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn X có sau t phút. Biết rằng sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn X là 20 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn X là 540 nghìn con?

A. 12 phút. **B.** 6 phút. **C.** 81 phút. **D.** 9 phút.

Lời giải

Chọn B

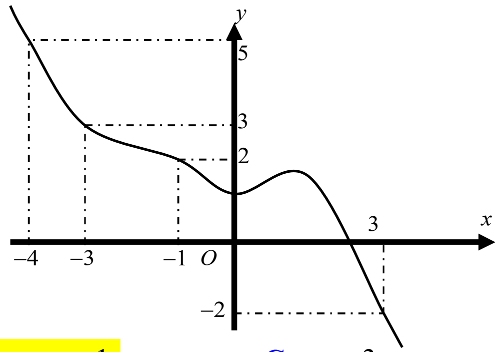
Ta có số lượng vi khuẩn lúc ban đầu $s(0)=\dfrac{s(t)}{3^t}=\dfrac{20}{3^3}=\dfrac{20}{27}$ nghìn con.

Gọi $s(t)$ là số lượng vi khuẩn X là 540 nghìn con.

Ta có $3^t=\dfrac{s(t)}{s(0)}=\dfrac{540}{\frac{20}{27}}=729\Rightarrow t=\log_3 729=6$.

Vậy sau 6 phút số lượng vi khuẩn X là 540 nghìn con.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình dưới đây. Trên $[-4;3]$ hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm nào trong các điểm sau đây?



A. $x_0 = -4$. **B.** $x_0 = -1$. **C.** $x_0 = 3$. **D.** $x_0 = -3$.

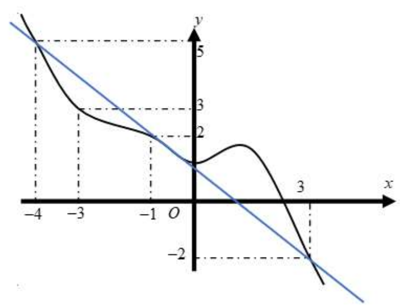
Lời giải

Chọn B

Ta có $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ suy ra $g'(x) = 2f'(x) - 2(1-x) = 2\left[f'(x) - (1-x)\right]$.

Xét $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ, $y = 1-x$ là đường thẳng đi qua các điểm $(3;-2)$, $(-1;2)$; $(-4;5)$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đường thẳng $y = 1-x$ tại các điểm $x = -4$, $x = -1$, $x = 3$.



Lập bảng biến thiên của $g'(x) = f'(x) - (1-x)$ trong đoạn $[-4;3]$ ta có

x	-4	-3		-1		3
$g'(x)$	0		−	0	+	0
$g(x)$		↘			↗	

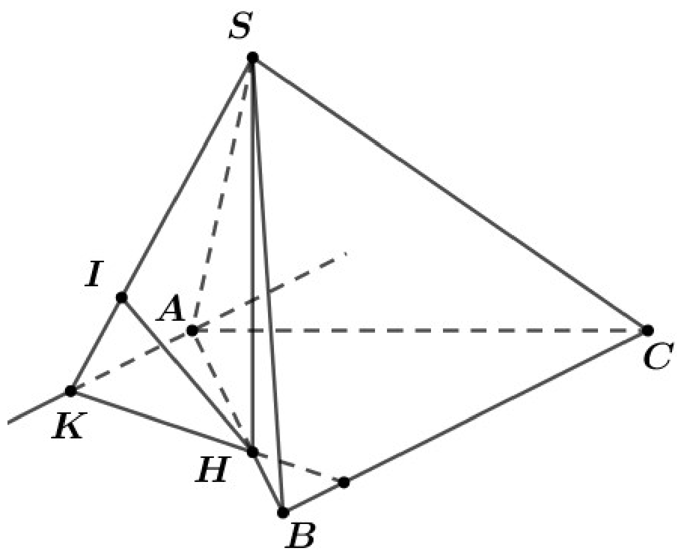
Từ bảng biến thiên, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0 = -1$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a. Hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA = 2HB$. Góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC theo a.

A. $\dfrac{a\sqrt{42}}{8}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{42}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{8}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{7}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $SH \perp (ABC)$ nên góc giữa SC và (ABC) là $\widehat{SCH} = 60°$.

Từ A kẻ đường thẳng Ax song song với BC. Từ H kẻ $HK \perp Ax$ tại K, kẻ $HI \perp SK$ tại I.

Khi đó $BC // (SAx)$ nên $d(BC, SA) = d(BC, (SAx)) = d(B, (SAx)) = \frac{3}{2}d(H, (SAx)) = \frac{3}{2}HI$.

Xét tam giác SHK vuông tại H có

$SH = HC \cdot \tan 60° = \sqrt{BC^2 + BH^2 - 2BC \cdot BH \cdot \cos 60°} \cdot \tan 60° = \frac{\sqrt{7}}{3} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{21}}{3}$.

$HK = \frac{2}{3}d(A, BC) = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Do đó $HI = \frac{SH \cdot HK}{\sqrt{SH^2 + HK^2}} = \frac{\sqrt{42}a}{12}$.

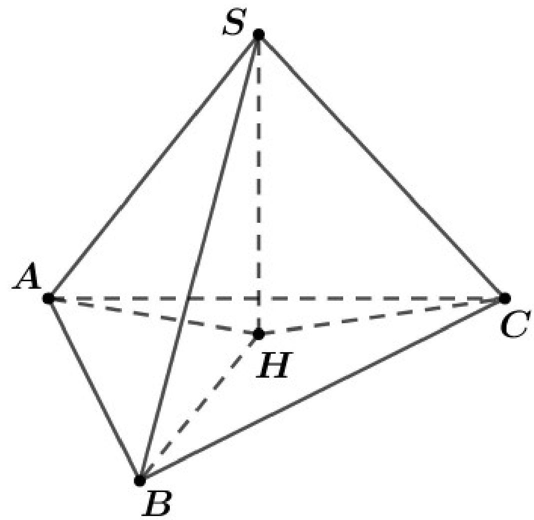
Vậy $d(BC, SA) = \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{42}a}{12} = \frac{a\sqrt{42}}{8}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt đáy là tam giác đều cạnh bằng 2 và hình chiếu của S lên mặt phẳng (ABC) là điểm H nằm trong tam giác ABC sao cho $\widehat{AHB} = 150^0; \widehat{BHC} = 120^0; \widehat{CHA} = 90^0$. Biết tổng diện tích mặt cầu ngoại tiếp các hình chóp $S.HAB; S.HBC; S.HCA$ là $\frac{124}{3}\pi$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

A. $V_{S.ABC} = \frac{9}{2}$. **B.** $V_{S.ABC} = \frac{4}{3}$. **C.** $V_{S.ABC} = 4$. **D.** $V_{S.ABC} = 4$.

Lời giải

Chọn B



Gọi R_1, R_2, R_3 là bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.HAB, S.HBC, S.HCA$.

Gọi r_1, r_2, r_3 là bán kính đường tròn ngoại tiếp HAB, HBC, HCA.

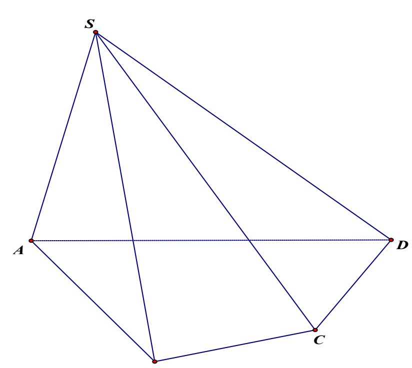
Tổng diện tích mặt cầu ngoại tiếp $4\pi\left(R_1^2 + R_2^2 + R_3^2\right) = \dfrac{124}{3}\pi$

$$\Leftrightarrow \left(r_1^2 + \frac{h^2}{4}\right) + \left(r_2^2 + \frac{h^2}{4}\right) + \left(r_3^2 + \frac{h^2}{4}\right) = \frac{31}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}h^2 + \left(\frac{2}{2\sin 90°}\right)^2 + \left(\frac{2}{2\sin 120°}\right)^2 + \left(\frac{2}{2\sin 150°}\right)^2 = \frac{31}{3} \Leftrightarrow h = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

Do đó thể tích khối chóp $V = \dfrac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{4\sqrt{3}}{4} \cdot \dfrac{4}{\sqrt{3}} = \dfrac{4}{3}$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là tứ giác lồi và góc tạo bởi các mặt phẳng (SAB), $(SBC), (SCD), (SDA)$ với mặt đáy lần lượt là $90^0, 60^0, 60^0, 60^0$. Biết rằng tam giác SAB vuông cân tại S, $AB = a$ và chu vi tứ giác $ABCD$ là $9a$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.



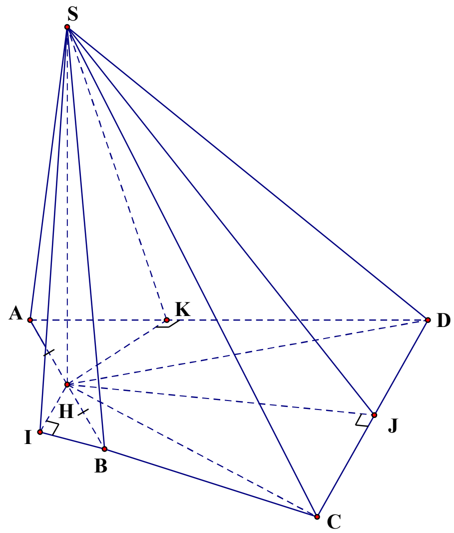
A. $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V = a^3\sqrt{3}$. **C.** $V = \dfrac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$..

Lời giải

Chọn D

Gọi H là trung điểm đoạn thẳng AB, khi đó $SH \perp (ABCD)$.

Lần lượt vẽ HI, HJ, HK vuông góc với BC, CD, DA tại I, J, K.



Khi đó $\left[\widehat{(SBC);(ABCD)}\right] = \left(\widehat{SI;IH}\right) = \widehat{SIH}$, $\left[\widehat{(SCD),(ABCD)}\right] = \left(\widehat{SJ,JH}\right) = \widehat{SJH}$ và

$\left[\widehat{(SDA),(ABCD)}\right] = \left(\widehat{SK,KH}\right) = \widehat{SKH} \Rightarrow \widehat{SIH} = \widehat{SJH} = \widehat{SKH} = 60^{\circ}$.

Ta có $AB + BC + CD + DA = 9a \Rightarrow BC + CD + DA = 9a - AB = 8a$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABCD}$.

Lại có $S_{ABCD} = S_{HBC} + S_{HCD} + S_{HAD} = \frac{1}{2}HI.BC + \frac{1}{2}HJ.CD + \frac{1}{2}HK.DA$.

Mặt khác $HI = HJ = HK = \frac{SH}{\tan 60^{\circ}} = \frac{AB}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}} = \frac{a}{2\sqrt{3}}$.

Do đó $S_{ABCD} = \frac{1}{2}.\frac{a}{2\sqrt{3}}.(BC + CD + DA) = \frac{1}{2}.\frac{a}{2\sqrt{3}}.8a = $.

Vậy $V_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{2a^2\sqrt{3}}{3} = \frac{a^2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 44. Cho hàm số f(x) liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x.f\left(\cos^2 x\right)dx = 2$ và $\int_e^{e^2} \frac{f\left(\ln^2 x\right)}{x\ln x}dx = 2$.

Tính $\int_{\frac{1}{4}}^{2} \frac{f(2x)}{x}dx$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

Xét $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x.f\left(\cos^2 x\right)dx = 2$.

Đặt $t = \cos^2 x \Rightarrow \begin{cases} dt = -2\sin x\cos xdx = -2\tan x.\cos^2 xdx \Rightarrow -\frac{dt}{2t} = \tan xdx \\ x = 0 \Rightarrow t = 1;\ x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{2} \end{cases}$.

Suy ra $I_1 = -\int_1^{\frac{1}{2}} \frac{f(t)}{2t}dt = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(t)}{2t}dt = 2 \Rightarrow \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(t)}{t}dt = 4$.

Xét $I_2 = \int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x\ln x}dx = 2$.

Đặt $t = \ln^2 x \Rightarrow \begin{cases} dt = \frac{2\ln x}{x}dx = \frac{1}{x\ln x}2\ln^2 xdx \Rightarrow \frac{dt}{2t} = \frac{1}{x\ln x}dx \\ x = e \Rightarrow t = 1;\ x = e^2 \Rightarrow t = 4 \end{cases}$.

Suy ra $I_2 = \int_1^4 \frac{f(t)}{2t}dt = 2 \Rightarrow \int_1^4 \frac{f(t)}{t}dt = 4$.

Xét $I = \int_{\frac{1}{4}}^2 \frac{f(2x)}{x}dx$. Đặt $t = 2x \Rightarrow \begin{cases} dt = 2dx = \frac{2x}{x}dx \Rightarrow \frac{1}{x}dx = \frac{dt}{t} \\ x = \frac{1}{4} \Rightarrow t = \frac{1}{2};\ x = 2 \Rightarrow t = 4 \end{cases}$.

Suy ra $I = \int_{\frac{1}{2}}^4 \frac{f(t)}{t}dt = \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{f(t)}{t}dt + \int_1^4 \frac{f(t)}{t}dt = 4 + 4 = 8$.

Câu 45. Cho các số thực a,b,c không âm thỏa mãn $2^a + 4^b + 8^c = 4$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = a + 2b + 3c$. Giá trị của biểu thức $2^M + \log_4 m$ bằng

A. $\frac{11}{6}$. **B.** $\frac{91}{27}$. **C.** $\frac{64}{27}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

$h(x$

Lời giải

Chọn C

+ Đặt: $x = 2^a, y = 4^b, z = 8^c$. Khi đó $x,y,z \ge 1;\ x + y + z = 4$ và ta có:

$S = a + 2b + 3c = \log_2 x + 2\log_4 y + 3\log_8 z = \log_2 x + \log_2 y + \log_2 z = \log_2(xyz)$.

+ Ta có: $xyz \le \left(\frac{x+y+z}{3}\right)^3 = \frac{64}{27}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x + y + z = \frac{4}{3}$.

Suy ra $\log_2(xyz) \le \log_2\frac{64}{27} \Rightarrow M = \log_2\frac{64}{27}$.

+ Không mất tính tổng quát ta giả sử: $x \ge y \ge z \ge 1 \Rightarrow 1 \le z \le \frac{4}{3}$. Khi đó:

$(x-1)(y-1) \ge 0 \Rightarrow xy - x - y + 1 \ge 0 \Rightarrow xy \ge x + y - 1 = 3 - z \Rightarrow xyz \ge -z^2 + 3z$

Xét $f(z) = -z^2 + 3z$ với $z \in \left[1;\frac{4}{3}\right]$.

Ta có: $f'(z) = -2z + 3 > 0, \forall z \in \left[1;\frac{4}{3}\right]$ suy $f(z) \ge f(1) = 2 \Rightarrow xyz \ge 2$

Suy ra $\log_2(xyz) \ge \log_2 2 = 1 \Rightarrow m = 1$

+ Từ đó: $2^M + \log_4 m = \frac{64}{27}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3$ với m là tham số. Gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực tiểu của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Tìm hệ số góc k của đường thẳng d.

A. $k=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $k=3$. **C.** $k=\dfrac{1}{3}$. **D.** $k=-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2-6mx+3m^2-3=0 \Leftrightarrow x^2-2mx+m^2=1 \Leftrightarrow (x-m)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m-1 \\ x=m+1 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		$m-1$		$m+1$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Suy ra điểm cực tiểu của hàm số: $x_{CT}=m+1$.

Ta có:

$y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3=(x-m)^3-3x \Rightarrow y(m+1)=1-3(m+1) \Rightarrow y_{CT}=-3x_{CT}+1$

$\Rightarrow$ điểm cực tiểu của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d: $y=-3x+1$ suy ra $k=-3$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{9\pi}{2}\right]$ của phương trình $f\left(f(\cos x)\right)=2$ là

A. 10. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$f\left(f(\cos x)\right)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(\cos x)=1 \\ f(\cos x)=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \cos x=a<-1 \ \text{(L)} \\ \cos x=b\in(-1;0) \ \text{(TM)} \\ \cos x=c\in(0;1) \ \text{(TM)} \\ \cos x=d>1 \ \text{(L)} \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} \cos x=m<-1 \ \text{(L)} \\ \cos x=n>1 \ \text{(L)} \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x=b\in(-1;0) \\ \cos x=c\in(0;1) \end{array}\right. \quad (1)$$

Ta có bảng xét số nghiệm của (1) trên $\left[0;\dfrac{9\pi}{2}\right]$ như sau:

Phương trình \ Đoạn xét	$[0;2\pi]$	$[2\pi;4\pi]$	$\left[4\pi;\dfrac{9\pi}{2}\right]$
$\cos x=b\in(-1;0)$	2 nghiệm	2 nghiệm	0 nghiệm
$\cos x=c\in(0;1)$	2 nghiệm	2 nghiệm	1 nghiệm

Từ bảng suy ra, số nghiệm của phương trình cho là 9 nghiệm.

Câu 48. Cho các số thực a, b thỏa mãn $\log_2\left(2020-2b^2\right)-2b^2=\log_2\left(a^2+b^2+1009\right)+a^2$

Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=a^3+a^2b+2ab^2+2b^3+1$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn A

ĐKXĐ: $2020-2b^2>0\Leftrightarrow b^2<1010\Leftrightarrow -\sqrt{1010}<b<\sqrt{1010}$

+ Theo đề bài ra, ta có:

$\log_2\left(2020-2b^2\right)-2b^2=\log_2\left(a^2+b^2+1009\right)+a^2$

$\Leftrightarrow 1+\log_2\left(1010-b^2\right)-2b^2=\log_2\left(a^2+b^2+1009\right)+a^2$

$\Leftrightarrow \log_2\left(1010-b^2\right)+1010-b^2=\log_2\left(a^2+b^2+1009\right)+a^2+b^2+1009$ (1)

Xét hàm số sau: $f(t)=\log_2 t+t$ $(t>0)$

Ta thấy: $f'(t)=\dfrac{1}{t.\ln 2}+1>0$, suy ra hàm số $f(t)=\log_2 t+t$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Do đó:

(1) $\Leftrightarrow 1010-b^2=a^2+b^2+1009$

$\Leftrightarrow a^2+2b^2=1$

+ Khi đó: $P=a^3+a^2b+2ab^2+2b^3+1=(a+b)\left(a^2+2b^2\right)+1=a+b+1$

Áp dụng định lí Bunhiacopski cho bộ hai số $\left\{a;\sqrt{2}b\right\}$ và $\left\{1;\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right\}$, ta có:

$(a+b)^2\le\left(a^2+2b^2\right)\left(1+\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$ (Dấu "=" xảy ra khi $a=2b$)

$\Rightarrow -\sqrt{\dfrac{3}{2}}\le a+b\le\sqrt{\dfrac{3}{2}}$

Do đó: $P=a+b+1\le\sqrt{\dfrac{3}{2}}+1\in(2;3)$

Suy ra: Min $P=\sqrt{\dfrac{3}{2}}+1\in(2;3)$ khi $a=\dfrac{\sqrt{6}}{3}, b=\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 49. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-(m+1).x^2+m.(m+2).x+7$ đồng biến khoảng $(4;9)$?

A. 15. **B.** 13. **C.** 14. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=x^2-2(m+1).x+m(m+2); y'=0\Leftrightarrow x^2-2(m+1).x+m(m+2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=m\\x=m+2\end{array}\right.$

$\Rightarrow y'>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;m)\cup(m+2;+\infty)$

Hàm số đã cho đồng biến khoảng $(4;9)$ khi $(4;9)\subset(-\infty;m)$ hoặc $(4;9)\subset(m+2;+\infty)$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} m \ge 9 \\ m+2 \le 4 \end{array} \right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m \le 2 \\ m \ge 9 \end{array} \right. \Rightarrow m \in [-10;2] \cup [9;10]$

Vì m nguyên suy ra có 15 giá trị.

Câu 50. Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm. Biết rằng mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 1,0 điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 điểm trở lên.

A. $\dfrac{436}{4^{10}}$. **B.** $\dfrac{463}{4^{10}}$. **C.** $\dfrac{436}{10^4}$. **D.** $\dfrac{463}{10^4}$.

Lời giải

Chọn A

Xác suất để học sinh đó làm đúng mỗi câu là $\dfrac{1}{4}$

+) Xác suất để học sinh đó làm được 8 điểm là : $C_{10}^{8}\left(\dfrac{1}{4}\right)^8.\left(\dfrac{3}{4}\right)^2$

+) Xác suất để học sinh đó làm được 9 điểm là : $C_{10}^{9}\left(\dfrac{1}{4}\right)^9.\dfrac{3}{4}$

+) Xác suất để học sinh đó làm được 10 điểm là : $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{10}$

Vậy xác suất để thí sinh đó đạt từ 8,0 điểm trở lên bằng

$C_{10}^{8}\left(\dfrac{1}{4}\right)^8.\left(\dfrac{3}{4}\right)^2 + C_{10}^{9}\left(\dfrac{1}{4}\right)^9.\dfrac{3}{4} + \left(\dfrac{1}{4}\right)^{10} = \dfrac{436}{4^{10}}$.

-------------------- **HẾT** --------------------