Sở GD & ĐT TP. HCM
TRƯỜNG TH –THCS – THPT LÊ THÁNH TÔNG
TRƯỜNG THCS – THPT NGUYỄN KHUYẾN.

ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KỲ MÔN: TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút.
Ngày 19/03/2023.

Họ và tên thí sinh :………………………………………………………………………… **SBD**………………………………

(Đề gồm 6 trang)

Mã Đề 142

Câu 1. Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $f(x)=x^2+3$. **B.** $f(x)=x^4+x^2$. **C.** $f(x)=\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^x$. **D.** $f(x)=(\log 5)^x$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $x=2$. **B.** $y=2$.
C. $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Câu 3. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x-5\le 0$ là

A. $S=(-\infty;\log_2 5]$. **B.** $S=(0;\log_2 5]$. **C.** $S=[0;\log_2 5]$. **D.** $S=(0;\log_5 2]$.

Câu 4. Một hình nón có chiều cao là h và bán kính của đường tròn đáy bằng R. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $2\pi Rh$. **B.** πRh. **C.** $2\pi R\sqrt{h^2+R^2}$. **D.** $\pi R\sqrt{h^2+R^2}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, một véctơ pháp tuyến mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(0;1;1)$. **B.** $(1;0;1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

Câu 6. Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y=f(x)$, biết $f'(x)=(x-3)(x+2)(x+5)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $(-\infty;-5)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-5;-2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. 3. **B.** 5.
C. 0. **D.** 4.

Câu 8. Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=x^{-2}$. **B.** $y=\sqrt[5]{x^3}$. **C.** $y=x^{2\pi}$. **D.** $y=x^{\frac{1}{3}}$.

Câu 9. Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=20\,\text{cm}^2$ và chiều cao $h=3\,\text{cm}$ là

A. $V=23\,\text{cm}^3$. **B.** $V=20\,\text{cm}^3$. **C.** $V=60\,\text{cm}^3$. **D.** $V=45\,\text{cm}^3$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là

A. $M(2;0;3)$. **B.** $N(0;-1;0)$. **C.** $P(2;0;-1)$. **D.** $Q(0;3;0)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 12. Các số $5,\ a,\ 9,\ b$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khi đó:

A. $ab = 60$. **B.** $ab = 96$. **C.** $ab = 72$. **D.** $ab = 77$.

Câu 13. Tiệm cận ngang của đồ thị của hàm số $y = 5^x$ có phương trình:

A. $x = 0$. **B.** $y = 5$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = 5$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = x^2 - \dfrac{4}{x}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{7}{3} - \ln 2$.

Câu 15. Đồ thị của hàm số $y = (x^2 - 4)(x+2)^2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

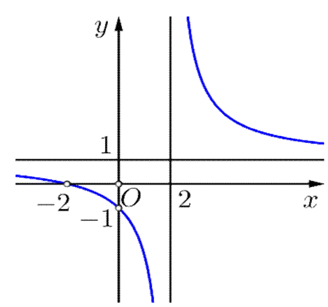
Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 3 = 0$ có diện tích bằng

A. 120π. **B.** 40π. **C.** 32π. **D.** 64π.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;-4)$ có phương trình là

A. $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} - \dfrac{z}{4} = 0$. **B.** $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{4} = 1$. **C.** $\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} - \dfrac{z}{4} = 1$. **D.** $-\dfrac{x}{1} + \dfrac{y}{2} + \dfrac{z}{4} = 1$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ ở bên?



A. $y = \dfrac{x+2}{x}$. **B.** $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$.

C. $y = \dfrac{x+2}{x-2}$. **D.** $y = \dfrac{2x+4}{2x-2}$.

Câu 19. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int \cos x\mathrm{d}x = -\sin x + C$. **B.** $\int x^5\mathrm{d}x = \dfrac{1}{5}x^6 + C$.

C. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x = \dfrac{\mathrm{e}^{x+1}}{x+1} + C\ ,\forall x \neq -1$. **D.** $\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|2023x| + C$.

Câu 20. Số nghiệm thực của phương trình: $1 + \ln(x+3) - \ln(x-1)^2 = 0$ là

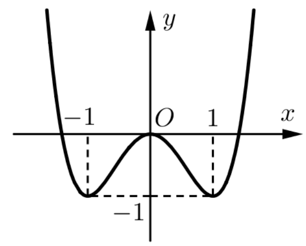
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 21. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0$; $x=1$; $x=5$; $y=\mathrm{e}^x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là:

A. $V=\pi\int_1^5 \mathrm{e}^{x+1}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_1^5 \mathrm{e}^{x^2}\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_1^5 \mathrm{e}^{2x}\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi^2\int_1^5 \mathrm{e}^{x}\mathrm{d}x$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.

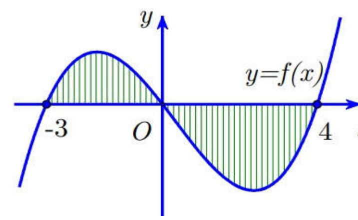
Số nghiệm thực của phương trình $\dfrac{3-f(x)}{1+f(x)}=5$ là



A. 3. **B.** 5.

C. 2. **D.** 4.

Câu 23. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích S của phần hình phẳng gạch chéo trong hình được tính theo công thức nào?



A. $S=\int_0^{-3} f(x)\mathrm{d}x-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_{-3}^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$.

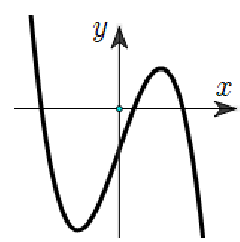
C. $S=\int_{-3}^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\left|\int_{-3}^4 f(x)\mathrm{d}x\right|$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ và $(Q): x+y-1=0$. Giao tuyến của (P) và (Q) có một véctơ chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;0;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{u}=(3;0;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;-3)$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx+c$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)+2023$ là



A. 2. **B.** 3.

C. 7. **D.** 5.

Câu 26. Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x(x^2-2)}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 4x+y-3z+2023=0$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x=1+4t \\ y=-t \\ z=2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+4t \\ y=-1+t \\ z=1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-4t \\ y=t \\ z=-2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-4t \\ y=0 \\ z=-2+3t \end{cases}$.

Câu 28. Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là $8a^3$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC. Thể tích khối đa diện $BCDNM$ bằng

A. $3a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $6a^3$.

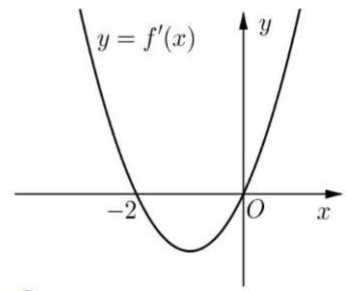
Câu 29. Hàm số $f(x)=mx^4-(m+2)x^2+2023$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $m<-2 \vee m>0$. **B.** $m>-2$. **C.** $m<0$. **D.** $-2<m<0$.

Câu 30. Nếu đặt $t=\log x$ thì bất phương trình $\log^2 x^3-10\log\sqrt{x}+1\geq 0$ trở thành:

A. $3t^2+1\geq 0$. **B.** $3t^2-5t+1\geq 0$. **C.** $9t^2-5t+1\geq 0$. **D.** $9t^2-20t+1\geq 0$.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x+2)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;-4)$. **B.** $(-2;0)$.

C. $(-4;-2)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 32. Đồ thị của hàm số $y=(2023)^{x^2}$ **không** cắt đường thẳng $y=m$ khi và chỉ khi

A. $m\leq 2023$. **B.** $m<2023$. **C.** $m\leq 1$. **D.** $m<1$.

Câu 33. Thực hiện phép biến đổi $t=\sqrt[3]{3x+1}$ thì tích phân $\int_0^{\frac{7}{3}}\frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}.dx=\int_1^2 g(t).dt$. Khi đó:

A. $g(3)=31$. **B.** $g(3)=29$. **C.** $g(3)=33$. **D.** $g(3)=25$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;9;-3)$ tiếp xúc với trục Ox là:

A. $(x-1)^2+(y-9)^2+(z+3)^2=10$. **B.** $(x-1)^2+(y-9)^2+(z+3)^2=45$.

C. $(x-1)^2+(y-9)^2+(z+3)^2=82$. **D.** $(x-1)^2+(y-9)^2+(z+3)^2=90$.

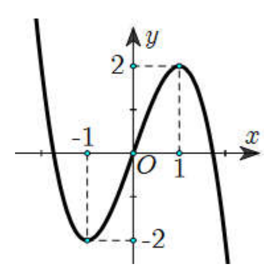
Câu 35. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB đều và $(SAB)\perp(ABCD)$. Đường thẳng SD tạo với mặt $(ABCD)$ một góc là φ thì giá trị $\tan\varphi$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{5}$.

Câu 36. Ông A bị nhiễm một loại virus nên phải nhập viện và được điều trị ngay lập tức. Kể từ ngày bắt đầu nhập viện, sau mỗi ngày điều trị thì số lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì ông A sẽ được xuất viện, biết rằng ông được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể của ông không vượt quá 30%?

A. 11 ngày. **B.** 12 ngày. **C.** 13 ngày. **D.** 14 ngày.

Câu 37. Cho hàm số $y=g(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=g\left(\sqrt{1+8\sin^2 x}-2\right)$. Khi đó:



A. $M-m=2$. **B.** $M-m=1$.

C. $M-m=6$. **D.** $M-m=4$.

Câu 38. Một hình trụ được cắt bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{5}$, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 16. Tính thể tích V của khối trụ đó.

A. $V = 28\pi$. **B.** $V = 32\pi$. **C.** $V = 36\pi$. **D.** $V = 44\pi$.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$. Biết $3x^2$ là một nguyên hàm của $x^2 f'(x)$ trên $(0;+\infty)$ và $f(1) = 2$. Tính giá trị $f(\mathrm{e})$.

A. $f(\mathrm{e}) = 8$. **B.** $f(\mathrm{e}) = 6\mathrm{e} - 2$. **C.** $f(\mathrm{e}) = 4$. **D.** $f(\mathrm{e}) = 3\mathrm{e} + 2$.

Câu 40. Một hộp gồm 23 quả cầu được đánh số từ 1 đến 23. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để lấy được 2 quả cầu và tích hai số ghi trên 2 quả cầu đó là một số chia hết cho 6 bằng

A. $\dfrac{8}{23}$. **B.** $\dfrac{95}{253}$. **C.** $\dfrac{4}{11}$. **D.** $\dfrac{98}{253}$.

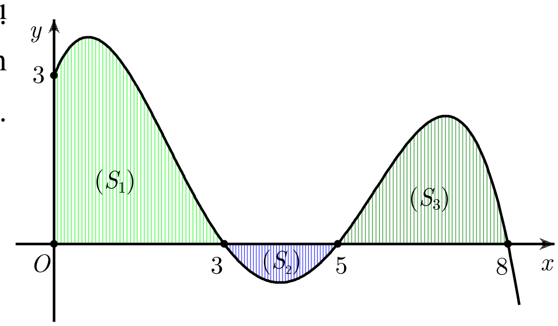
Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, Gọi d' là hình chiếu vuông góc của $d: \begin{cases} x = -1 + 2at \\ y = 3 - 2t \\ z = (a^2 - 2)t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$ lên mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3z - 6 = 0$. Lấy các điểm $M(0;-3;-2)$, $N(3;-1;0)$ thuộc (α). Tính tổng tất cả các giá trị của tham số a để MN vuông góc với d'.

A. -4. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, tam giác SAB đều và tam giác SCD vuông cân tại S. Diện tích mặt cầu có tâm S và tiếp xúc với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\dfrac{3a^2}{4}\pi$. **B.** $\dfrac{4a^2}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{3a^2}{2}\pi$. **D.** $3a^2\pi$.

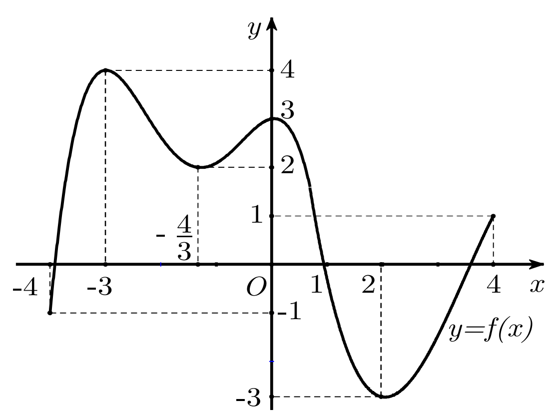
Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0;8]$ và có đồ thị như hình vẽ. Biết $S_1 = 23$, $S_2 = 3$, $S_3 = 15$ lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành. Giá trị của $I = \int_5^6 \left(-2x^3 + 9x^2 - 9x\right) f'\left(x^2 - 3x - 10\right) \mathrm{d}x$ là



A. $I = -15$. **B.** $I = 65$.

C. $I = 5$. **D.** $I = 35$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng tất cả giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(2\log_5 x) + 6 = m$ có đúng 3 nghiệm thực thuộc nửa đoạn $\left(\dfrac{1}{25};25\right]$ bằng



A. 69. **B.** 57.

C. 60. **D.** 66.

Câu 45. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-23;0)$ sao cho hàm số

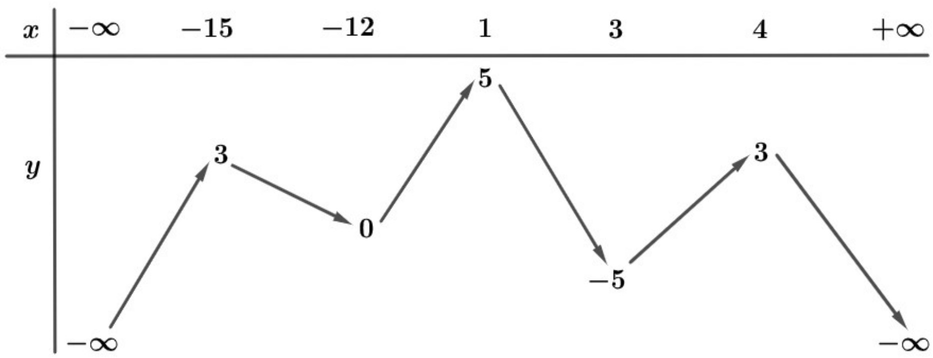
$f(x)=(x^4-8)e^x - mx^2 - (m^2-9m)x + 2023$ luôn đồng biến trên khoảng $(2;5)$?

A. 21. **B.** 19. **C.** 14. **D.** 8.

Câu 46. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng $4a$ và $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA', DC. Khi mặt phẳng $(A'NB)$ tạo với mặt đáy của lăng trụ một góc là 60° thì khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và $A'N$ bằng

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số các điểm cực đại của hàm số $g(x)=\left|f\left(\left|2x^2-6x-8\right|+x^2-13\right)\right|$ là

A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 7.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, Khối đa diện $OAMEN$ có thể tích 296 với các đỉnh $A(0;0;8\sqrt{2})$ $M(5;0;0)$, $N(0;7;0)$, $E(a;b;0)$, trong đó $a.b \neq 0$. Khi a, b thay đổi thì đường thẳng AE luôn tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=c^2$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất bằng

A. $\dfrac{24\sqrt{666}}{333}$. **B.** $\dfrac{81\sqrt{37}}{74}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{222}}{37}$. **D.** $\dfrac{24\sqrt{74}}{\sqrt{461}}$.

Câu 49. Xét các số thực x, y sao cho $27y^2 + \log_{216}\left(a^{18x-\log_6 a^3}\right)^3 \leq 783$ luôn đúng với mọi $a>0$. Có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên dương của $K = x^2+y^2-2x+5y$?

A. 64. **B.** 53. **C.** 58. **D.** 59.

Câu 50. Hàm số $f(x)$ thỏa: $\begin{cases} f(x)>0 \\ e^{1-x^2}\left[6f(x)+f'(x)\right]=(8x^2+12x+4)\sqrt{f(x)} \end{cases}$, $\forall x \geq 0$ và $f(1)=4$.

Hình phẳng được giới hạn bởi $y=\sqrt{f(x)}$, $x=1$, $x=3$ và trục hoành có diện tích bằng $m.e^n+p$, trong đó $m, n, p \in \mathbb{Z}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $2m+n+p=6$. **B.** $5m-n-3p=0$. **C.** $3m+n-p=15$. **D.** $3m+2n-p=19$.

------------------- **HẾT** -------------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	**2.D**	**3.A**	**4.D**	**5.C**	**6.B**	**7.B**	**8.B**	**9.C**	**10.C**
11.A	**12.D**	**13.C**	**14.B**	**15.A**	**16.D**	**17.C**	**18.C**	**19.D**	**20.A**
21.C	**22.D**	**23.C**	**24.B**	**25.B**	**26.A**	**27.B**	**28.D**	**29.A**	**30.C**
31.C	**32.D**	**33.B**	**34.D**	**35.A**	**36.B**	**37.D**	**38.C**	**39.A**	**40.B**
41.B	**42.A**	**43.B**	**44.D**	**45.C**	**46.A**	**47.A**	**48.D**	**49.C**	**50.B**

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Hàm số nào sau đây luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

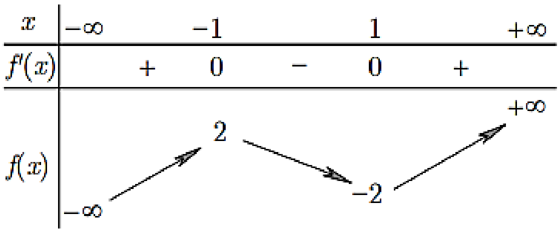
A. $f(x)=x^2+3$. **B.** $f(x)=x^4+x^2$. **C.** $f(x)=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **D.** $f(x)=(\log 5)^x$.

Lời giải

Hàm số $y=a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi có cơ số $a>1$.

Hàm số $f(x)=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có cơ số $a=\frac{\pi}{3}>1$ nên luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau.



Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có $y'=f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x=-1$ nên điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là $x=-1$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x-5\le 0$ là

A. $S=(-\infty;\log_2 5]$. **B.** $S=(0;\log_2 5]$. **C.** $S=[0;\log_2 5]$. **D.** $S=(0;\log_5 2]$.

Lời giải

Ta có $2^x-5\le 0 \Leftrightarrow 2^x\le 5 \Leftrightarrow x\le \log_2 5$.

Tập nghiệm của bất phương trình $2^x-5\le 0$ là $S=(-\infty;\log_2 5]$.

Câu 4: Một hình nón có chiều cao là h và bán kính của đường tròn đáy bằng R. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

A. $2\pi Rh$. **B.** πRh. **C.** $2\pi R\sqrt{h^2+R^2}$. **D.** $\pi R\sqrt{h^2+R^2}$.

Lời giải

Độ dài đường sinh của hình nón là $l=\sqrt{h^2+R^2}$.

Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng $S_{xq}=\pi Rl=\pi R\sqrt{h^2+R^2}$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (Oxz) có tọa độ là

A. $(0;1;1)$. **B.** $(1;0;1)$. **C.** $(0;1;0)$. **D.** $(1;0;0)$.

Lời giải:

Mặt phẳng (Oxz) có phương trình là $y=0$ nên nhận $\vec{j}=(0;1;0)$ làm véctơ pháp tuyến.

Câu 6: Tìm khoảng nghịch biến của hàm số $y=f(x)$, biết $f'(x)=(x-3)(x+2)(x+5)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

A. $(-\infty;-5)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-5;-2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải:

Ta có $f'(x)=(x-3)(x+2)(x+5)^2<0 \Leftrightarrow (x-3)(x+2)<0, (x\neq -5) \Leftrightarrow x^2-x-6<0 \Leftrightarrow -2<x<3$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-2;3)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

A. 3. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải:

Từ bảng biến thiên trên ta có $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=5$.

Câu 8: Hàm số nào sau đây có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. $y=x^{-2}$. **B.** $y=\sqrt[5]{x^3}$. **C.** $y=x^{2\pi}$. **D.** $y=x^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải:

Hàm $y=x^{-2}$ có điều kiện $x\neq 0$

Các hàm $y=x^{2\pi}; y=x^{\frac{1}{3}}$ số mũ không nguyên nên có tập xác định là $(0;+\infty)$

Hàm $y=\sqrt[5]{x^3}$ là hàm căn bậc lẻ nên điều kiện là mọi x, từ đó có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Câu 9: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=20\,cm^2$ và chiều cao $h=3\,cm$ là

A. $V=23\,cm^3$. **B.** $V=20\,cm^3$. **C.** $V=60\,cm^3$. **D.** $V=45\,cm^3$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=20\,cm^3$ và chiều cao $h=3\,cm$ là $V=B.h=20.3=60\,cm^3$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$. Hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là

A. $M(2;0;3)$. **B.** $N(0;-1;0)$. **C.** $P(2;0;-1)$. **D.** $Q(0;3;0)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (2;3;-1) \Rightarrow A(2;3;-1)$

Nên hình chiếu của A lên mặt phẳng (Oxz) là $P(2;0;-1)$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có y' đổi dấu dương sang âm khi qua hai điểm $x = -1; x = 1$

nên hàm số đã cho có hai điểm cực đại.

Câu 12: Các số $5,\ a,\ 9,\ b$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Khi đó:

A. $ab = 60$. **B.** $ab = 96$. **C.** $ab = 72$. **D.** $ab = 77$.

Lời giải

Các số $5,\ a,\ 9,\ b$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng

$$\Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{5+9}{2} \\ 9 = \dfrac{a+b}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ 18 = 7 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ b = 11 \end{cases} \Rightarrow a.b = 77.$$

Câu 13: Tiệm cận ngang của đồ thị của hàm số $y = 5^x$ có phương trình:

A. $x = 0$ **B.** $y = 5$ **C.** $y = 0$ **D.** $x = 5$

Lời giải

Ta có : $\lim\limits_{x\to+\infty} 5^x = +\infty,\ \lim\limits_{x\to-\infty} 5^x = 0$ nên hàm số $y = 5^x$ có 1 tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 0$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = x^2 - \dfrac{4}{x}$. Giá trị của $\int\limits_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3 **B.** 5 **C.** $\dfrac{7}{3}$ **D.** $\dfrac{7}{3} - \ln 2$.

Lời giải

Ta có : $\int\limits_1^2 f'(x)\mathrm{d}x = f(2) - f(1) = 5$.

Câu 15: Đồ thị của hàm số $y = (x^2 - 4)(x+2)^2$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 2 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

Ta có $\left(x^2-4\right)\left(x+2\right)^2=0 \Leftrightarrow \left(x-2\right)\left(x+2\right)^3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $\left(S\right): x^2+y^2+z^2-4x+6y-3=0$ có diện tích bằng:

A. 120π **B.** 40π **C.** 32π **D.** 64π

Lời giải

Ta có : $\left(S\right): x^2+y^2+z^2-4x+6y-3=0.$

$\Leftrightarrow \left(x-2\right)^2+\left(y+3\right)^2+z^2=16$

Bán kính của $\left(S\right)$ là $R=4$. Thể tích là $4\pi R^2=64\pi$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua ba điểm $A\left(1;0;0\right)$, $B\left(0;2;0\right)$, $C\left(0;0;-4\right)$ có phương trình là

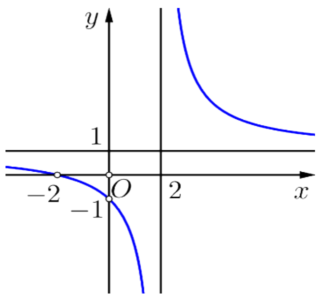
A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}-\frac{z}{4}=0$ **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$ **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}-\frac{z}{4}=1$ **D.** $-\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$

Lời giải

Mặt phẳng đi qua ba điểm $A\left(1;0;0\right)$, $B\left(0;2;0\right)$, $C\left(0;0;-4\right)$ có phương trình là :

$\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\left(\frac{z}{-4}\right)=1 \Leftrightarrow \frac{x}{1}+\frac{y}{2}-\frac{z}{4}=1$.

Câu 18: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ ở bên?



A. $y=\frac{x+2}{x}$. **B.** $y=\frac{2x+1}{x-2}$. **C.** $y=\frac{x+2}{x-2}$. **D.** $y=\frac{2x+4}{2x-2}$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có đường tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận ngang là $y=1$. Nên đáp án là **C.**

Câu 19: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \cos x dx=-\sin x+C$. **B.** $\int x^5 dx=\frac{1}{5}x^6+C$.

C. $\int e^x dx=\frac{e^{x+1}}{x+1}+C, \forall x\neq -1$. **D.** $\int \frac{1}{x}dx=\ln\left|2023x\right|+C$.

Lời giải

Ta có: $\int \frac{1}{x}dx=\int \frac{2023}{2023x}dx=\int \frac{d\left(2023x\right)}{2023x}=\ln\left|2023x\right|+C$.

Câu 20: Số nghiệm thực của phương trình: $1+\ln(x+3)-\ln(x-1)^2=0$ là

A. 2. **B.** 1 **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

ĐK: $\begin{cases} x+3>0 \\ x\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x\neq 1 \end{cases}$

Ta có: $1+\ln(x+3)-\ln(x-1)^2=0 \Leftrightarrow \ln(x-1)^2=\ln(x+3)+1$

$\Leftrightarrow \ln(x-1)^2=\ln e(x+3) \Leftrightarrow (x-1)^2=ex+3e \Leftrightarrow x^2-(2+e)x+1-3e=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{e+2-\sqrt{e^2+16e}}{2}(t/m) \\ x=\dfrac{e+2+\sqrt{e^2+16e}}{2}(t/m) \end{array}\right.$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

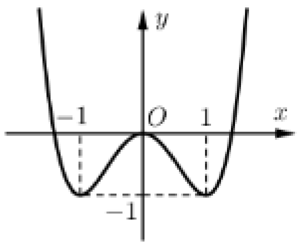
Câu 21: Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0$; $x=1$; $x=5$; $y=e^x$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox là.

A. $V=\pi\int_1^5 e^{x+1}dx$. **B.** $V=\pi\int_1^5 e^{x^2}dx$. **C.** $V=\pi\int_1^5 e^{2x}dx$. **D.** $V=\pi^2\int_1^5 e^{x}dx$.

Lời giải

Chọn C.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Số nghiệm thực của phương trình $\dfrac{3-f(x)}{1+f(x)}=5$



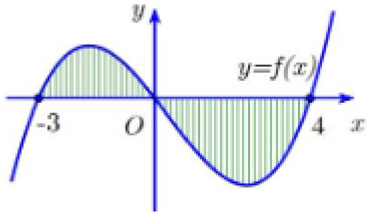
A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với $f(x)=-\dfrac{1}{3}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$. Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 4 điểm phân biệt nên phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 23: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích của hình phẳng gạch chéo trong hình được tính theo công thức nào?



A. $S=\int_{0}^{-3} f(x)dx-\int_{0}^{4} f(x)dx$.

B. $S=\int_{-3}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{4} f(x)dx$.

C. $S=\int_{-3}^{0} f(x)dx-\int_{0}^{4} f(x)dx$.

D. $S=\left|\int_{-3}^{4} f(x)dx\right|$.

Lời giải

$$S=\int_{-3}^{0}\left(f(x)-0\right)dx+\int_{0}^{4}\left(0-f(x)\right)dx=\int_{-3}^{0} f(x)dx-\int_{0}^{4} f(x)dx$$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ và $(Q): x+y-1=0$. Giao tuyến của (P) và (Q) có một vecto chỉ phương là

A. $\vec{u}=(1;0;-1)$. **B.** $\vec{u}=(1;-1;-3)$. **C.** $\vec{u}=(3;0;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;1;-3)$.

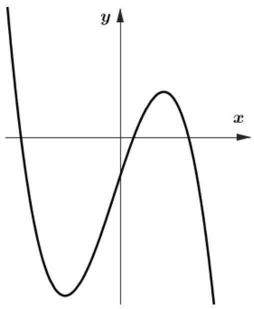
Lời giải

$(P): x-2y+z-3=0$ có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;-2;1)$;

$(Q): x+y-1=0$ có vecto pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;0)$

Khi đó giao tuyến của (P) và (Q) có một vecto chỉ phương là $\vec{u}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-1;1;3)$ mà $-\vec{u}=(1;-1;-3)$ cũng là một vecto chỉ phương của giao tuyến của (P) và (Q) nên chọn **B.**

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx+c$ có đồ thị hàm số như hình vẽ bên

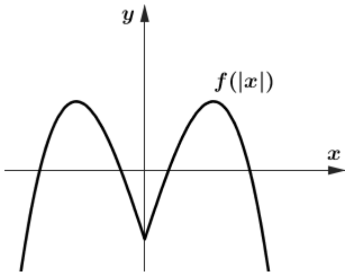


Số điểm cực trị của hàm số $y=f(|x|)+2023$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm $f(|x|)$:



Mà hàm số $y = f(|x|) + 2023$ cũng có hình dạng tương tự. Vậy

$y = f(|x|) + 2023$ có 3 cực trị.

Câu 26: Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x(x^2-2)}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

TXĐ: $D = (0;+\infty) \setminus \{\sqrt{2}\}$

Vì $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{x}}{x(x^2-2)} = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{\sqrt{x}(x^2-2)} = -\infty$ và $\lim\limits_{x\to \sqrt{2}^+} \dfrac{\sqrt{x}}{x(x^2-2)} = \lim\limits_{x\to \sqrt{2}^+} \dfrac{1}{\sqrt{x}(x^2-2)} = +\infty$.

Nên đường thẳng $x = 0$ và $x = \sqrt{2}$ là hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;0;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 4x + y - 3z + 2023 = 0$ có phương trình tham số là:

A. $\begin{cases} x = 1+4t \\ y = -t \\ z = 2-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -3+4t \\ y = -1+t \\ z = 1-3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1-4t \\ y = t \\ z = -2-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1-4t \\ y = 0 \\ z = -2+3t \end{cases}$.

Lời giải

+) Đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(Q): 4x + y - 3z + 2023 = 0$ nên đường thẳng Δ có một vec tơ chỉ phương là $\vec{u}(4;1;-3)$.

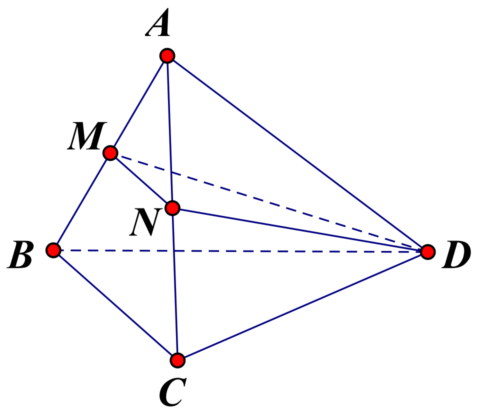
+) Đường thẳng Δ đi qua $M(1;0;-2)$.

Vậy đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\begin{cases} x = 1+4t \\ y = t \\ z = -2-3t \end{cases}$.

Câu 28: Cho tứ diện $ABCD$ có thể tích là $8a^3$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AC. Thể tích khối đa diện $BCDNM$ bằng

A. $3a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $5a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải



+) $\frac{V_{AMND}}{V_{ABCD}} = \frac{AM}{AB} \cdot \frac{AN}{AC} \cdot \frac{AD}{AD} \Rightarrow \frac{V_{AMND}}{8a^3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow V_{AMND} = 2a^3$.

+) $V_{BCDNM} = V_{ABCD} - V_{AMND} = 5a^3 - 2a^3 = 6a^3$.

Câu 29: Hàm số $f(x) = mx^4 - (m+2)x^2 + 2023$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $m < -2 \vee m > 0$. **B.** $m > -2$. **C.** $m < 0$. **D.** $-2 < m < 0$.

Lời giải

$f' = (x) = 4mx^3 - 2(m+2)x = 2x\left[2mx^2 - m - 2\right]$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 - m - 2 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 = m + 2 \end{array}\right.$

Hàm số $f(x)$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi

$\begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{m+2}{2m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{m+2}{2m} > 0 \Leftrightarrow m < -2 \vee m > 0$.

Câu 30: Nếu đặt $t = \log x$ thì bất phương trình $\log^2 x^3 - 10\log\sqrt{x} + 1 \geq 0$ trở thành:

A. $3t^2 + 1 \geq 0$. **B.** $3t^2 - 5t + 1 \geq 0$. **C.** $9t^2 - 5t + 1 \geq 0$. **D.** $9t^2 - 20t + 1 \geq 0$.

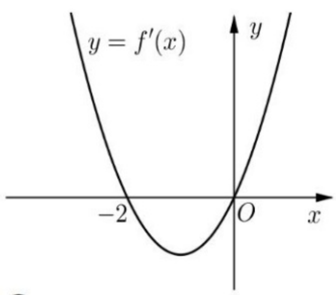
Lời giải

Điều kiện: $x > 0$

$\log^2 x^3 - 10\log\sqrt{x} + 1 \geq 0 \Leftrightarrow 9\log^2 x - 5\log x + 1 \geq 0$

Đặt, $t = \log x$, ta có phương trình: $9t^2 - 5t + 1 \geq 0$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x+2)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;-4)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-4;-2)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có bảng xét dấu $f'(x)>0\ \forall x\in(-\infty;-2)\cup(0;+\infty)$; $f'(x)<0\ \forall x\in(-2;0)$

Ta có: $y=f(x+2)\Rightarrow y'=f'(x+2)$

Hàm số $y=f(x+2)$ nghịch biến $\Leftrightarrow$ $f'(x+2)<0\Leftrightarrow -2<x+2<0\Leftrightarrow -4<x<-2$

Vậy hàm số $y=f(x+2)$ nghịch biến trên khoảng $(-4;-2)$.

Câu 32: Đồ thị của hàm số $y=(2023)^{x^2}$ **không** cắt đường thẳng $y=m$ khi và chỉ khi

A. $m\le 2023$. **B.** $m<2023$. **C.** $m\le 1$. **D.** $m<1$.

Lời giải

$y=(2023)^{x^2}\Rightarrow y'=2x.(2023)^{x^2}.\ln 2023$

$y'=0\Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị của hàm số $y=(2023)^{x^2}$ **không** cắt đường thẳng $y=m$ khi và chỉ khi $m<1$.

Câu 33: Thực hiện phép biến đổi $t=\sqrt[3]{3x+1}$ thì tích phân $\int\limits_0^{\frac{7}{3}}\frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}dx=\int\limits_1^2 g(t).dt$. Khi đó:

A. $g(3)=31$. **B.** $g(3)=29$. **C.** $g(3)=33$. **D.** $g(3)=25$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt[3]{3x+1}\Rightarrow t^3=3x+1\Rightarrow x=\frac{t^3-1}{3}$ và $dx=t^2dt$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=1$; $x=\frac{7}{3}\Rightarrow t=2$.

Khi đó $\int\limits_0^{\frac{7}{3}}\frac{x+1}{\sqrt[3]{3x+1}}dx=\int\limits_1^2\frac{\frac{t^3-1}{3}+1}{t}.t^2dt=\int\limits_1^2\frac{t^3+2}{3t}.t^2dt=\int\limits_1^2\frac{t^4+2t}{3}dt=\int\limits_1^2 g(t).dt$.

Suy ra $g(t)=\frac{t^4+2t}{3}\Rightarrow g(3)=29$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;9;-3)$ tiếp xúc với trục Ox là:

A. $(x-1)^2+(y-9)^2+(z+3)^2=10$. **B.** $(x-1)^2+(y-9)^2+(z+3)^2=45$.

C. $(x-1)^2+(y-9)^2+(z+3)^2=82$. **D.** $(x-1)^2+(y-9)^2+(z+3)^2=90$.

Lời giải

FB tác giả: Anh Tu

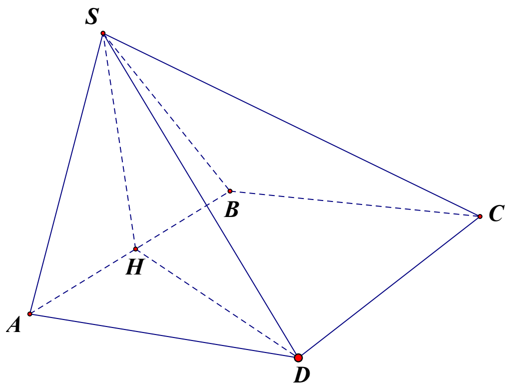
Gọi M là điểm tiếp xúc của mặt cầu (S) với trục Ox. Khi đó M là hình chiếu vuông góc của I lên Ox nên $M(1;0;0)$ và bán kính mặt cầu là $R=IM=\sqrt{90}$.

Suy ra phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y-9)^2+(z+3)^2=90$.

Câu 35: Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tam giác SAB đều và $(SAB)\perp(ABCD)$. Đường thẳng SD tạo với mặt $(ABCD)$ một góc α thì giá trị $\tan\alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ **B.** $\frac{\sqrt{5}}{5}$ **C.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$ **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{5}$

Lời giải



Gọi cạnh hình vuông $ABCD$ là a và H là trung điểm của AB. Vì tam giác SAB đều cạnh a nên $SH=\frac{\sqrt{3}}{2}a$. Và $HD=\sqrt{AH^2+AD^2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+a^2}=\frac{\sqrt{5}a}{2}$. Mặt khác, ta cũng có $SH\perp(ABCD)$ nên góc giữa SD và $(ABCD)$ là $\widehat{SDH}$. Xét tam giác SDH, ta có

$$\tan\alpha=\tan\widehat{SDH}=\frac{SH}{DH}=\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a}{\frac{\sqrt{5}}{2}a}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 36: Ông A bị nhiễm một loại virus nên phải nhập viện và được điều trị ngay lập tức. Kể từ ngày nhập viện, sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu ngày thì ông A sẽ được xuất viện, biết rằng ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện?

A. 11 ngày **B.** 12 ngày **C.** 13 ngày **D.** 14 ngày

Lời giải

Gọi K là lượng virus trong cơ thể ông A khi bắt đầu nhập viện.

Sau mỗi ngày điều trị thì lượng virus trong cơ thể ông A giảm đi 10% so với ngày trước đó, nên lượng virus trong cơ thể ông A ở ngày thứ n là : $T\le K.(1-10\%)^n$

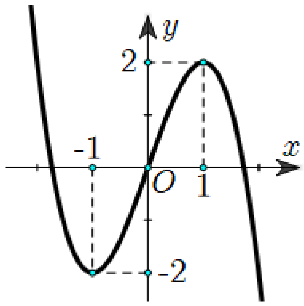
Ông A được xuất viện khi lượng virus trong cơ thể không quá 30% so với ngày nhập viện, nên ta có : $K.(1-10\%)^n\le K.30\%\Leftrightarrow(1-10\%)^n\le 30\%\Leftrightarrow n\le\log_{(1-10\%)}30\%\Leftrightarrow n\ge 11.4$

Vậy, sau ít nhất 12 ngày thì ông A sẽ được xuất viện.

Câu 37: Cho hàm số $y=g(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=g\left(\sqrt{1+8\sin^2 x}-2\right)$. Khi đó:

A. $M-m=2$. **B.** $M-m=1$. **C.** $M-m=6$. **D.** $M-m=4$.

Lời giải



Đặt $t=\sqrt{1+8\sin^2 x}-2$, do $0\le\sin^2 x\le 1\Rightarrow 1\le 1+8\sin^2 x\le 9\Rightarrow 1\le\sqrt{1+8\sin^2 x}\le 3$

Khi đó $t=\sqrt{1+8\sin^2 x}-2\in[-1;1]$

Xét hàm số $y=g(t)$ với $t\in[-1;1]$, từ đồ thị ta suy ra giá trị lớn nhất là $M=2$ khi $t=1$, giá trị nhỏ nhất là $m=-2$ khi $t=-1$

Suy ra: $M-m=4$.

Câu 38: Một hình trụ được cắt bởi một mặt phẳng song song với trục và cách trục một khoảng bằng $\sqrt{5}$, thiết diện thu được là hình vuông có diện tích bằng 16. Tính thể tích V của khối trụ đó.

A. $V=28\pi$. **B.** $V=32\pi$. **C.** $V=36\pi$. **D.** $V=44\pi$.

Lời giải

Gọi a là cạnh của thiết diện hình vuông. Theo giả thiết ta có $a^2=16\Rightarrow a=4$. Khi đó, $h=a=4$.

Do khoảng cách từ trục của hình trụ đến thiết diện bằng $\sqrt{5}$ nên ta có

$$r=\sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{9}=3.$$

Vậy thể tích khối trụ là $V=\pi r^2h=9\pi.4=36\pi$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(0;+\infty)$. Biết $3x^2$ là một nguyên hàm của $x^2f'(x)$ trên $(0;+\infty)$ và $f(1)=2$. Tính giá trị $f(\mathrm{e})$.

A. $f(\mathrm{e})=8$. **B.** $f(\mathrm{e})=6\mathrm{e}-2$. **C.** $f(\mathrm{e})=4$. **D.** $f(\mathrm{e})=3\mathrm{e}+2$.

Lời giải

Theo đề ta có $3x^2$ là một nguyên hàm của $x^2f'(x)$ trên $(0;+\infty)$

Do đó $\forall x\in(0;+\infty)$ thì $\left(3x^2\right)'=\left(\int x^2.f'(x)dx\right)'\Leftrightarrow 6x=x^2.f'(x)\Leftrightarrow\int\frac{6}{x}dx=\int f'(x)dx$

$\Rightarrow 6.\ln x + C = f(x)$ (Vì $x \in (0;+\infty)$ nên $\ln|x| = \ln x$)

Ta lại có: $f(1) = 2 \Leftrightarrow 6.\ln 1 + C = 2 \Leftrightarrow C = 2 \Rightarrow f(x) = 6.\ln x + 2 \Rightarrow f(e) = 6.\ln e + 2 = 8$.

Câu 40: Một hộp gồm 23 quả cầu được đánh số từ 1 đến 23. Lấy ngẫu nhiên 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để lấy được 2 quả cầu và tích hai số ghi trên 2 quả cầu đó là một số chia hết cho 6 bằng

A. $\dfrac{8}{23}$. **B.** $\dfrac{95}{253}$. **C.** $\dfrac{4}{11}$. **D.** $\dfrac{98}{253}$.

Lời giải

Do tích hai số ghi trên 2 quả cầu là một số chia hết cho 6 nên

Đặt: $A = \{6;12;18\}$

$B = \{3;9;15;21\}$ và $C = \{2;4;8;10;14;16;20;22\}$

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{23}^2$

TH1: 2 quả cầu có số thuộc A $\rightarrow$ có $C_3^2 = 3$ cách.

TH2: 1 quả cầu có số thuộc A, 1 quả có số không thuộc A $\rightarrow$ có $C_3^1.C_{20}^1 = 60$ cách.

TH3: 1 quả cầu có số thuộc B, 1 quả cầu có số thuộc C $\rightarrow$ có $C_4^1.C_8^1 = 32$ cách.

Số cách lấy ra hai quả cầu mà tích hai số chia hết cho 6 là: $3 + 60 + 32 = 95$ cách.

Xác suất cần tìm là: $P = \dfrac{95}{C_{23}^2} = \dfrac{95}{253}$. Chọn **B.**

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, gọi d' là hình chiếu vuông góc của $d: \begin{cases} x = -1 + 2at \\ y = 3 - 2t, \quad t \in \mathbb{R} \\ z = (a^2 - 2)t \end{cases}$ lên mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3z - 6 = 0$. Lấy các điểm $M(0;-3;-2), N(3;-1;0)$ thuộc (α). Tính tổng tất cả các giá trị của tham số a để $MN \perp d'$

A. -4. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Theo định lí hình chiếu, ta có: $MN \perp d' \Leftrightarrow MN \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{MN} \perp \vec{u}_d \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{u}_d = 0 \quad (*)$

có: $\overrightarrow{MN} = (3;2;2); \vec{u}_d = (2a;-2;a^2-2)$

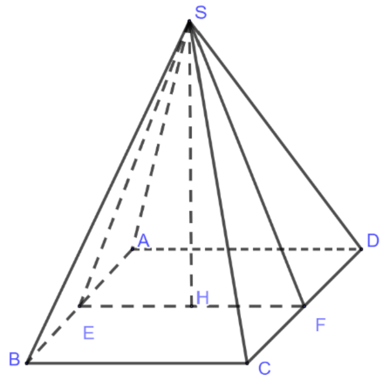
$(*) \Leftrightarrow 6a - 4 + 2(a^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow a^2 + 3a - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 1 \\ a = -4 \end{array}\right.$

Tổng các giá trị của a là: -3.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, tam giác SAB đều và tam giác SCD vuông cân tại S. Diện tích mặt cầu có tâm S và tiếp xúc với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\dfrac{3a^2}{4}\pi$. **B.** $\dfrac{4a^2}{3}\pi$. **C.** $\dfrac{3a^2}{2}\pi$. **D.** $3a^2\pi$.

Lời giải



Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AB,CD

Do ΔSAB đều cạnh a nên $SE\perp AB$ (1) và $SE=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

ΔSCD vuông cân tại S nên $SF\perp CD$ và $SF=\dfrac{1}{2}CD=\dfrac{a}{2}$

Ta có $\begin{cases} AB//\text{CD} \\ CD\perp SF \end{cases} \Rightarrow AB\perp SF$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AB\perp(SEF)\Rightarrow(ABCD)\perp(SEF)$ theo giao tuyến EF

Trong (SEF) kẻ $SH\perp EF$ khi đó $SH\perp(ABCD)$ tại H

$\Rightarrow$ SH là bán kính mặt cầu có tâm S và tiếp xúc với mặt phẳng $(ABCD)$

Ta có $EF=BC=a$

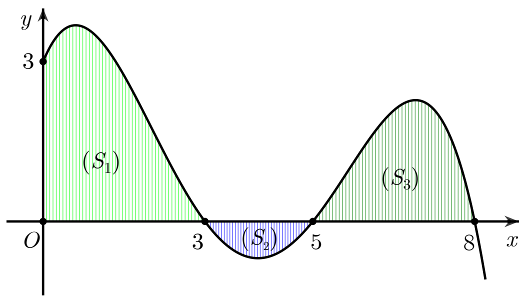
Xét ΔSEF có $SE^2+SF^2=\dfrac{3a^2}{4}+\dfrac{a^2}{4}=a^2=EF^2\Rightarrow\Delta SEF$ vuông tại S

Do đó $\dfrac{1}{SH^2}=\dfrac{1}{SE^2}+\dfrac{1}{SF^2}=\dfrac{4}{3a^2}+\dfrac{4}{a^2}=\dfrac{16}{3a^2}\Rightarrow SH=\dfrac{\sqrt{3}a}{4}$

Vậy diện tích mặt cầu có tâm S và tiếp xúc với mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

$S=4\pi R^2=4\pi\left(\dfrac{\sqrt{3}a}{4}\right)^2=\dfrac{3}{4}\pi a^2$.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;8]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Biết $S_1 = 23,\ S_2 = 3,\ S_3 = 15$ lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f\left(x\right)$ và trục Ox. Giá trị của $I = \int\limits_5^6 \left(-2x^3 + 9x^2 - 9x\right) f'\left(x^2 - 3x - 10\right) \mathrm{d}x$ là

A. $I = -15.$ **B.** $I = 65.$ **C.** $I = 5.$ **D.** $I = 35.$

Lời giải

Ta có $S_1 = \int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 23,\ S_2 = \int\limits_3^5 -f(x)\mathrm{d}x = 3,\ S_3 = \int\limits_5^8 f(x)\mathrm{d}x = 15$.

Vậy $\int\limits_0^8 f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_5^3 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_3^5 f(x)\mathrm{d}x + \int\limits_5^8 f(x)\mathrm{d}x = 23 - 3 + 15 = 35$.

Ta có: $I = \int\limits_5^6 \left(-2x^3 + 9x^2 - 9x\right) f'\left(x^2 - 3x - 10\right)\mathrm{d}x = \int\limits_5^6 -\left(x^2 - 3x\right)(2x-3) f'\left(x^2 - 3x - 10\right)\mathrm{d}x$

Đặt $x^2 - 3x - 10 = t \Rightarrow (2x-3)\mathrm{d}x = \mathrm{d}t$.

Với $x = 5 \Rightarrow t = 0$,

với $x = 6 \Rightarrow t = 8$.

$I = -\int\limits_0^8 \left(t+10\right) f'\left(t\right)\mathrm{d}t = -\int\limits_0^8 (t+10)\mathrm{d}(f(t)) = -\int\limits_0^8 (x+10)\mathrm{d}(f(x))$

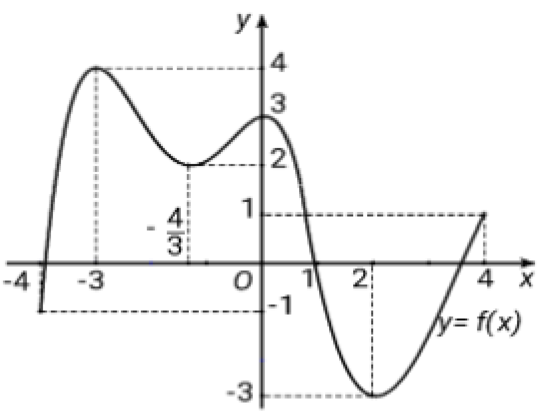
Tính $I = -\int\limits_0^8 (x+10)\mathrm{d}(f(x))$

Đặt $\begin{cases} u = x + 10 \\ \mathrm{d}v = \mathrm{d}(f(x)) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \mathrm{d}x \\ v = f(x) \end{cases} \Rightarrow -\int\limits_0^8 (x+10)\mathrm{d}(f(x)) = -(x+10)f(x)\Big|_0^8 + \int\limits_0^8 f(x)\mathrm{d}x$

$= -18f(8) + 10.f(0) + 35 = -18.0 + 10.3 + 35 = 65.$

Vậy: $I = \int\limits_5^6 \left(-2x^3 + 9x^2 - 9x\right) f'\left(x^2 - 3x - 10\right)\mathrm{d}x = 65.$

Câu 44: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên.



Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(2\log_5 x\right)+6=m$ có đúng 3 nghiệm thực thuộc nửa đoạn $\left(\frac{1}{25};25\right]$ bằng

A. 69. **B.** 57. **C.** 60. **D.** 66.

Lời giải

Đặt $t=2\log_5 x$.

Vì $x\in\left(\frac{1}{25};25\right]$ nên $t\in(-4;4]$ và mỗi giá trị $t\in(-4;4]$ sẽ có một giá trị $x\in\left(\frac{1}{25};25\right]$.

Khi đó bài toán trở thành tìm tổng tất cả các giá tri nguyên của tham số m để phương trình $f(t)=\frac{m-6}{3}$ có đúng 3 nghiệm thực $t\in(-4;4]$.

Phương trình: $f(t)=\frac{m-6}{3}$ có đúng 3 nghiệm thực $t\in(-4;4]\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<\frac{m-6}{3}\le 1\\ \frac{m-6}{3}=2\\ \frac{m-6}{3}=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3<m\le 9\\ m=12\\ m=15\end{array}\right.$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{4;5;6;7;8;9;12;15\}$ nên tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m bằng 66. Chọn **D.**

Câu 45: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-23;0)$ sao cho hàm số $f(x)=\left(x^4-8\right)\mathrm{e}^x-mx^2-\left(m^2-9m\right)x+2023$ luôn đồng biến trên khoảng $(2;5)$?

A. 21. **B.** 19. **C.** 14. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=\left(x^4+4x^3-8\right)e^x-2mx-\left(m^2-9m\right)$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(2;5)\Leftrightarrow f'(x)\ge 0,\forall x\in(2;5)$

$\Leftrightarrow\left(x^4+4x^3-8\right)e^x-2mx-\left(m^2-9m\right)\ge 0,\forall x\in(2;5)$.

Đặt $g(x)=\left(x^4+4x^3-8\right)e^x-2mx-\left(m^2-9m\right)$.

Khi đó $g'(x)=\left(4x^3+12x^2\right)e^x+\left(x^4+4x^3-8\right)e^x-2m=\left(x^4+8x^3+12x^2-8\right)e^x-2m$.

Ta có $x^4+8x^3+12x^2-8=x^4+12x^2+8\left(x^3-1\right)>0,\forall x\in(2;5)$ và $-2m>0,\forall m\in(-23;0)$

Nên $g'(x)=\left(x^4+8x^3+12x^2-8\right)e^x-2m>0,\ \forall x\in(2;5)$

Suy ra hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;5)$, từ đó ta có tập giá trị của hàm số $g(x)$ trên $(2;5)$ là $\left(g(2);g(5)\right)$.

Vậy $g(x)\ge 0,\forall x\in(2;5)\Leftrightarrow g(2)\ge 0$ hay $40e^2-m^2+5m\ge 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{5-\sqrt{25+160e^2}}{2}\le m\le \dfrac{5+\sqrt{25+160e^2}}{2}$

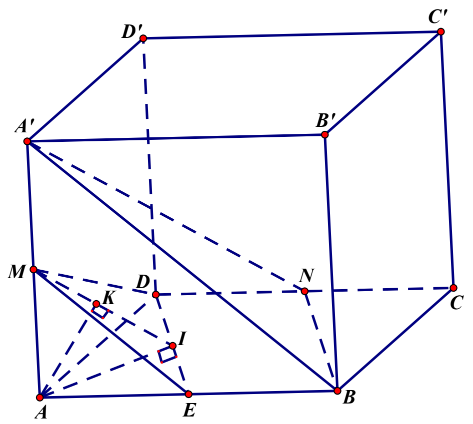
Do $m\in(-23;0)$ nên $m\in\{-14;-15;......;-2;-1\}$

Vậy có tất cả 14 giá trị nguyên của tham số $m\in(-23;0)$ thỏa mãn.

Câu 46: Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có chiều cao bằng $4a$ và $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA', DC. Khi mặt phẳng $(A'NB)$ tạo với mặt đáy của lăng trụ một góc là 60° thì khoảng cách giữa hai đường thẳng DM và $A'N$ bằng

A. a. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

Lời giải



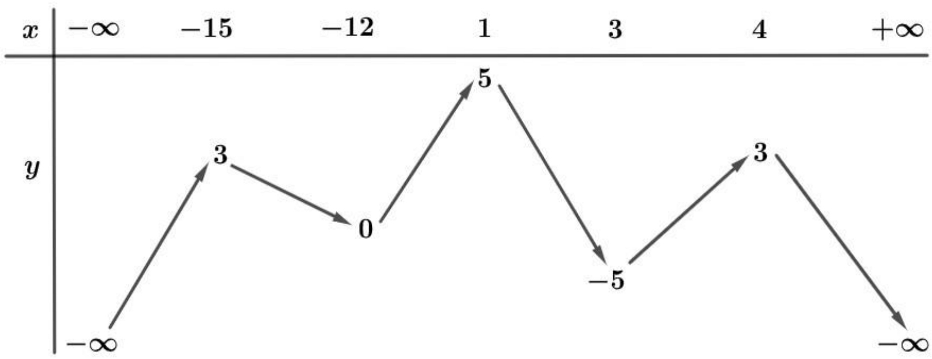
Gọi E là trung điểm cạnh AB. Suy ra $(MDE)\,//\,(A'NB)$

Kẻ $AI\perp DE$ tại I, $AK\perp MI$ tại K.

Ta có $\left((A'NB),(ABCD)\right)=\left((MDE),(ABCD)\right)=\widehat{AIM}=60^o$. Suy ra $AI=\dfrac{AM}{\tan 60^0}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $d(A'N,DM)=d\left(B,(MDE)\right)=d\left(A,(MDE)\right)=AK=AM.\sin\widehat{AMK}=2a.\dfrac{1}{2}=a$

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Số điểm cực đại của hàm số $g(x)=\left|f\left(\left|2x^2-6x-8\right|+x^2-13\right)\right|$ là

A. 8. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 7.

Lời giải

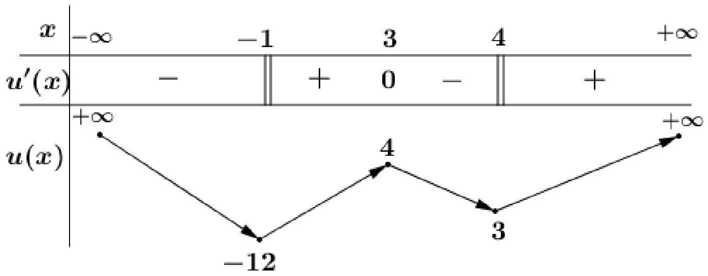
Đặt $u(x)=\left|2x^2-6x-8\right|+x^2-13$, khi đó hàm số $u(x)$ không có đạo hàm tại $x=-1; x=4$

$$u(x)=\begin{cases}3x^2-6x-21 \; khi\, x\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)\\ -x^2+6x-5 \;\; khi\, x\in(-1;4)\end{cases}$$

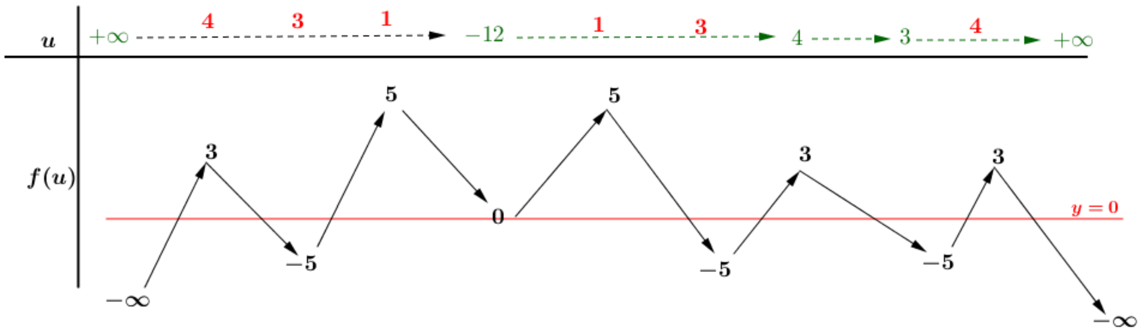
$$u'(x)=\begin{cases}6x-6 \; khi\, x\in(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)\\ -2x+6 \; khi\, x\in(-1;4)\end{cases}$$

Ta có $u'(x)=0 \Leftrightarrow x=3$.

Bảng biến thiên của hàm số $u(x)$:



Ghép trục để có chiều biến thiên của hàm số $f(u)$:

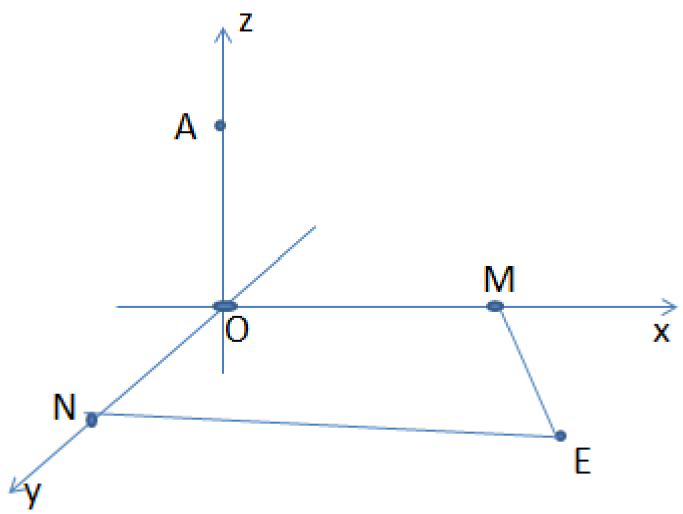


Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $g(x)=\left|f(u)\right|$ có 8 điểm cực đại.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, khối đa diện $OAMEN$ có thể tích 296 với các đỉnh $A\left(0;0;8\sqrt{2}\right)$, $M(5;0;0)$, $N(0;7;0)$, $E(a;b;0)$, trong đó a,b là các số thực dương. Khi a,b thay đổi thì đường thẳng AE tiếp xúc với mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=c^2$. Mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất bằng

A. $\dfrac{24\sqrt{666}}{333}$. **B.** $\dfrac{81\sqrt{37}}{74}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{222}}{37}$. **D.** $\dfrac{24\sqrt{74}}{\sqrt{461}}$.

Lời giải



Ta có bốn điểm O, M, N, E cùng nằm trên mặt phẳng $(\mathrm{O}xy), S_{OMN} = \dfrac{1}{2}OM.ON = \dfrac{35}{2}$.

$V_{OAMNE} = V_{A.OMEN} = \dfrac{1}{3}OA.S_{OMEN} = \dfrac{1}{3}.8\sqrt{2}.S_{OMEN} = 296 \Rightarrow S_{OMEN} = \dfrac{111}{\sqrt{2}} > S_{OMN}$

Do đó E nằm ngoài tam giác OMN

$S_{OMEN} = S_{OEM} + S_{OEN} = \dfrac{1}{2}b.5 + \dfrac{1}{2}a.7 = \dfrac{7\mathrm{a}+5b}{2} = \dfrac{111}{\sqrt{2}} \Rightarrow 7\mathrm{a}+5b = 111\sqrt{2}$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacôpxki ta có:

$\left(111\sqrt{2}\right)^2 = (7\mathrm{a}+5b)^2 \le \left(7^2+5^2\right)\left(a^2+b^2\right) \Leftrightarrow \left(a^2+b^2\right) \ge 333$.

Vì $A\mathrm{E}$ tiếp xúc với mặt cầu tâm $O(0;0;0)$, bán kính $|c|$ nên

$|c| = d(O; A\mathrm{E}) = \sqrt{\dfrac{OA^2.OE^2}{OA^2+OE^2}} = \sqrt{\dfrac{128.\left(a^2+b^2\right)}{a^2+b^2+128}} = \sqrt{128}.\sqrt{\dfrac{a^2+b^2}{a^2+b^2+128}} \ge \sqrt{128}.\sqrt{\dfrac{333}{333+128}} = \dfrac{24\sqrt{74}}{\sqrt{461}}$.

(Do hàm số $f(t) = \dfrac{t}{t+128}, (t \ge 333)$ có $f'(t) = \dfrac{128}{(t+128)^2} > 0, \forall t \ge 333 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $[333;+\infty)$).

Vậy mặt cầu (S) có bán kính nhỏ nhất bằng $\dfrac{24\sqrt{74}}{\sqrt{461}}$.

Câu 49: Xét các số thực x, y sao cho $27y^2 + \log_{216}\left(\mathrm{a}^{18x - \log_6 \mathrm{a}^3}\right)^3 \le 783$ luôn đúng với mọi $a > 0$. Có tối đa bao nhiêu giá trị nguyên dương của $K = x^2 + y^2 - 2x + 5y$?

A. 64. **B.** 53. **C.** 58. **D.** 59.

Lời giải

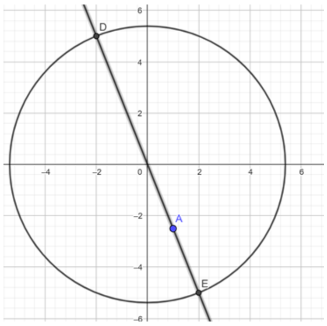
Ta có $27y^2 + \log_{216}(a^{18x - \log_6 a^3})^3 \le 783 \Leftrightarrow 9y^2 + (6x - \log_6 a)(\log_6 a) - 261 \le 0$

$\Leftrightarrow \log_6^2 a - 6x\log_6 a - 9y^2 + 261 \geq 0, \forall a > 0$

$\Leftrightarrow \Delta' = 9x^2 + 9y^2 - 261 \leq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \leq 29$

$K = x^2 + y^2 - 2x + 5y = x^2 - 2x + 1 + y^2 + 5y + \frac{25}{4} - \frac{29}{4} = (x-1)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{29}{4}$.

Gọi $M(x;y)$ thuộc hình tròn tâm $O(0;0), R = \sqrt{29}$, suy ra $K = MA^2 - \frac{29}{4}$ với $A\left(1;-\frac{5}{2}\right)$



Ta có $OA = \frac{\sqrt{29}}{2}$

MA lớn nhất khi M trùng D, suy ra $MA^2 = AD^2 = (OA+R)^2 = \left(\frac{\sqrt{29}}{2} + \sqrt{29}\right)^2 = \frac{9.29}{4}$

MA nhỏ nhất khi M trùng E, suy ra $MA^2 = AE^2 = (R - OA)^2 = \left(\sqrt{29} - \frac{\sqrt{29}}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$

Suy ra $0 \leq K \leq 58$, vậy có tối đa 58 số nguyên dương của K.

Câu 50: Hàm số $f(x)$ thỏa: $\begin{cases} f(x) > 0 \\ e^{1-x^2}\left[6f(x) + f'(x)\right] = (8x^2 + 12x + 4)\sqrt{f(x)} \end{cases}, \forall x > 0$ và $f(1) = 4$. Hình phẳng được giới hạn bởi $y = \sqrt{f(x)}$, $x = 1$, $x = 3$ và trục hoành có diện tích bằng $m.e^n + p$, trong đó $m, n, p \in \mathbb{Z}$. Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $2m + n + p = 6$. **B.** $5m - n - 3p = 0$. **C.** $3m + n - p = 15$. **D.** $3m + 2n - p = 19$.

Lời giải

Ta có: $e^{1-x^2}\left[6f(x) + f'(x)\right] = (8x^2 + 12x + 4)\sqrt{f(x)}$

$$e^{1-x^2}\left[\frac{6f(x)+f'(x)}{\sqrt{f(x)}}\right]=8x^2+12x+4 \Leftrightarrow 2e^{1-x^2}\left[3\sqrt{f(x)}+\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}\right]=8x^2+12x+4$$

$$\Leftrightarrow e^{1-3x-x^2}\left[3e^{3x}\sqrt{f(x)}+e^{3x}\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}\right]=4x^2+6x+2$$

$$\Leftrightarrow 3e^{3x}\sqrt{f(x)}+e^{3x}\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}=\left(4x^2+6x+2\right)e^{x^2+3x-1}$$

$$\Leftrightarrow \left(e^{3x}\sqrt{f(x)}\right)'=\left(2x.e^{x^2+3x-1}\right)'$$

$$\Leftrightarrow e^{3x}\sqrt{f(x)}=2x.e^{x^2+3x-1}+C$$

Mà $f(1)=4 \Rightarrow C=0$ .Từ đó: $\sqrt{f(x)}=2x.e^{x^2-1}$.

Hình phẳng được giới hạn bởi $y=\sqrt{f(x)}$, $x=1$, $x=3$ và trục hoành với $f(x)>0$:

$$S=\int_1^3\left|2x.e^{x^2-1}\right|dx=\int_1^3 2x.e^{x^2-1}dx=\int_1^3 e^{x^2-1}d\left(x^2-1\right)=e^{x^2-1}\Big|_1^3=e^8-1.$$

Từ đó $m=1, n=8, p=-1$